Die Gravitationskonstante g auf einer schiefen Bahn bestimmen

Sascha Huber, Aaron Stampa, Joanne Gautschi, Damien Flury

1. Dezember 2019

Zusammenfassung

Dieses Dokument ist der Praktikumsbericht für die Berechnung der Gravitationskonstante g mithilfe einer schiefen Ebene. Dies fand statt im Physikpraktikum im Rahmen des IDAF (Interdisziplinäres Arbeiten in den Fächern) an der Berufsbildungsschule Winterthur (BBW), 2019.

Inhaltsverzeichnis

| 1 | Ein | leitung | | 2 | | | | | | |
|---|-----------|---------|-------------------------------|---|--|--|--|--|--|--|
| 2 | Vorfragen | | | | | | | | | |
| | 2.1 | Exper | iment 1: Ball fallenlassen | | | | | | | |
| | | 2.1.1 | Messung mit Herzfrequenz | | | | | | | |
| | | 2.1.2 | Messung mit Stoppuhr | | | | | | | |
| | 2.2 | Exper | iment: Ball auf schiefer Bahn | | | | | | | |
| | | 2.2.1 | Zeitmessung mit Herzfrequenz | | | | | | | |
| 3 | Exp | erime | \mathbf{nt} | | | | | | | |
| | - | | uf der schiefen Ebene | | | | | | | |

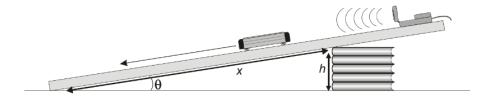


Abbildung 1: Schiefe Bahn

1 Einleitung

Die Gravitation begleitet den Mensch tagtäglich. Doch wie stark ist sie auf der Erde eigentlich und wie kann sie bestimmt werden? Diese Frage hat sich bereits Galileo Galilei anfang des 17. Jahrhunderts gestellt. Da er jedoch keine Möglichkeit hatte, die Zeit sehr genau zu bestimmen, konnte er dies nicht auf der Vertikale tun (die Beschleunigung ist zu hoch). Somit nahm er sich eine schiefe Bahn zur Hilfe und konnte dann mit einfacher Mathematik eine ungefähre Näherung an die Gravitationskonstante g berechnen. Sie bezeichnet die Beschleunigung, die ein Körper nahe der Erde im freien Fall erreicht (ohne Einberechnung des Luftwiderstandes) und beträgt nach heutigen Forschungen etwa $9.81 \,\mathrm{m\,s^{-2}}$.

Wir möchten ähnliche Versuche ausführen und somit g ungefähr bestimmen. Um eine praktische Sicht auf g zu zeigen, werden wir als Anfangsexperiment einen vertikalen Fall analysieren. Dazu verwenden wir zunächst unseren eigenen Herzschlag und eine mechanische Uhr (ungefähr die Messmethode, welche Galileo hatte), um die Zeit zu bestimmen, welche ein Ball benötigt, um zwei Meter in die Tiefe zu fallen. Da uns mittlerweile wesentlich genauere Messmethoden zur Verfügung stehen, bestimmen wir die Zeit im Anschluss mit einer Stoppuhr, welche eine Genauigkeit bis im Millisekundenbereich aufweist.

In einem weiteren Experiment verwenden wir einen Bewegungssensor, um die Beschleunigung von Objekten auf einer schiefen Bahn zu bestimmen und Excel, um diese in einer Tabellenform darzustellen. Wie in Abbildung 1 dargestellt, können wir durch Messen des Weges x und der Höhe h anhand von Trigonometrie den Neigungswinkel θ bestimmen. Mehr dazu später im Artikel.

2 Vorfragen

2.1 Experiment 1: Ball fallenlassen

Als erstes Experiment haben wir einen Ball aus $2\,\mathrm{m}$ Höhe fallenlassen. Dabei haben wir die Zeit t, welche er bis zum Boden benötigt, gemessen.

2.1.1 Messung mit Herzfrequenz

In einem ersten Teil dieses Experiments haben wir t mithilfe unserer Herzfrequenz gemessen. Unseren Messungen zufolge braucht der Ball ungefähr gleich lang wie ein Herzschlag. Die durchschnittliche Herzfrequenz eines erwachsenen Menschen in unserem Alter und sportlichen Zustand beträgt 70 Schläge pro Minute ($70 \,\mathrm{min}^{-1}$).

Berechnung der Zeit t für einen Herzschlag:

$$\Delta t = \frac{n}{f} \tag{1}$$

$$\Delta t = \frac{1}{1.17 \,\text{s}^{-1}} \tag{2}$$

$$\Delta t = \frac{1}{1.17 \,\mathrm{s}^{-1}} \tag{2}$$

$$t = 0.86 \,\mathrm{s} \tag{3}$$

Zur Berechnung der Beschleunigung verwenden wir die Formel:

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \tag{4}$$

$$a = \frac{2 \cdot s}{t^2}$$
 (Termumformung) (5)

Mit unseren gemessenen Werten erhalten wir somit:

$$a = \frac{2 \cdot 2 \,\mathrm{m}}{(0.86 \,\mathrm{s})^2} \approx 5.41 \,\mathrm{m \, s^{-2}}$$
 (6)

Dies ist etwa 4.4 m s⁻² zu klein. Dieser Fehler kommt einerseits von ungenauen Messmethoden (Herzfrequenz), andererseits von unserer Reaktionszeit. Ausserdem verfälscht der Luftwiderstand weiterhin das Resultat. Die korrekte Zeit, welche der Ball im Vakuum bräuchte, wäre ca. 0.64 s.

Messung mit Stoppuhr

Im zweiten Teil dieses Experiments haben wir die benötigte Zeit mit einer Stoppuhr gemessen. Wir erhielten dabei eine Zeit t von $360 \,\mathrm{ms}$.

Wenn wir diese Messung wieder der Formel aus (5) mitgeben, erhalten wir eine Beschleunigung von:

$$a = \frac{2 \cdot 2 \,\mathrm{m}}{(0.360 \,\mathrm{s})^2} \approx 30.86 \,\mathrm{m \, s}^{-2}$$
 (7)

Dies ist wesentlich zu hoch. Dies ist zwar überraschend, da wir eine wesentlich genauere Messmethode anwendeten, jedoch spielt unsere Reaktionszeit immernoch eine entscheidende Rolle. Wir haben einfach zu früh gestoppt oder die Stoppuhr zu spät gestartet.

2.2Experiment: Ball auf schiefer Bahn

Für das nächste Experiment haben wir einen Ball von einer schiefen Bahn herunterrollen lassen und die Zeit gemessen (siehe Abbildung 1).

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|}
\hline
\theta & 10^{\circ} \\
x & 1 \text{ m}
\end{array}$$

Zeitmessung mit Herzfrequenz

Unseren Messungen zufolge benötigt der Ball ungefähr drei Herzschläge für einen Meter. Unter der Annahme, dass unsere durchschnittliche Herzfrequenz f $70 \,\mathrm{min^{-1}} \ (\approx 1.17 \,\mathrm{s^{-1}})$ beträgt, erhalten wir durch die Formel aus (1):

| Number | Height | $\sin \theta$ | Trial 1 | Trial 2 | Trial 3 | Average |
|--------|--------|---------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| of | of | | $({\rm m}{\rm s}^{-2})$ | $({\rm m}{\rm s}^{-2})$ | $({\rm m}{\rm s}^{-2})$ | accele- |
| books | books | | | | | ration |
| | (m) | | | | | $({\rm m}{\rm s}^{-2})$ |
| 3 | 0.115 | 0.0479 | 0.26 | 0.31 | 0.36 | 0.310 |
| 4 | 0.144 | 0.0600 | 0.49 | 0.38 | 0.41 | 0.426 |
| 5 | 0.174 | 0.726 | 0.60 | 0.45 | 0.38 | 0.476 |
| 6 | 0.200 | 0.834 | 0.61 | 0.59 | 0.56 | 0.586 |
| 7 | 0.275 | 0.115 | 0.97 | 1.22 | 1.22 | 1.137 |

Tabelle 1: Messwerte (Ball)

$$t = \frac{3}{1.17 \,\mathrm{s}^{-1}} \approx 2.57 \,\mathrm{s} \tag{8}$$

Anhand der Formel aus (5) erhalten wir für die Beschleunigung a bei einem Neigungswinkel von 10° :

$$a = \frac{2 \cdot 1 \,\mathrm{m}}{(2.57 \,\mathrm{s})^2} \approx 0.303 \,\mathrm{m} \,\mathrm{s}^{-2}$$
 (9)

3 Experiment

Wir haben unser Experiment eingerichtet, wie auf Abbildung 1 dargestellt. Dann haben wir verschiedene Objekte herunterrollen lassen mit verschieden Höhen h. Die Länge x ist die Distanz, in welcher wir die Objekte messen. Der Winkel θ bezeichnet den Winkel der schiefen Ebene in Bogenmass.

3.1 Ball auf der schiefen Ebene

Zunächst haben wir einen Ball herunterrollen lassen. Sein Radius r beträgt etwa 4 cm, seine Masse m 242 g.

Wir haben die Strecke s in Abhängigkeit der Zeit t gemessen, um die Beschleunigung a zu bestimmen. Dazu haben wir folgende Formel angewandt: