Остромогильский А. Д.

Открытый банк задач ФИПИ

ЕГЭ по профильной математике (издание 2)

Следите за обновлениями в группе VK

Издание 2, 2025

Оглавление

О СБОРНИКЕ

Какие задачи есть в этой книге?

Сейчас в книге собраны все задачи ЕГЭ по профильной математике, опубликованные на сайте ФИПИ. Всего 886 задач и 405 прототипов. Сборник регулярно обновляется, чтобы максимально соответствовать материалам сайта. За обновлениями можно следить в моей группе VK.

В чём отличие от материалов, размещенных на сайте?

- Все задачи в сборнике отсортированы по разделам, темам и прототипам.
- Многие задачи на сайте размещены без аналогов. К таким задачам из первой части я добавил аналоги самостоятельно. По этой причине количество задач в сборнике больше количества задач на сайте (на момент публикации сборника 849). В следующих обновлениях, возможно, добавлю аналоги к задачам второй части.
- Около 10 задач-аналогов "потерялись": имели некорректное условие или были удалены мной по невнимательности. Ни один прототип не был потерян!
- К каждой задаче есть ответ, связанный с задачей перекрёстной ссылкой.

О навигации по книге.

В нижней части страницы вы найдете навигационное меню. Ссылки-кнопки хорошо работают на при просмотре документа с десктопа. Для того, чтобы ссылки корректно работали на мобильном устройстве, установите приложение для просмотра PDF. Я рекомендую ReadEra. Оно бесплатное и без рекламы.

- Кнопки $\boxed{<<<}$ и $\boxed{>>>}$ можно использовать для перехода к предыдущему/следующему номеру в экзамене. Кнопки $\boxed{<<}$ и $\boxed{>>}$ — для аналогичной навигации по подтемам, на которые я условно разбил все задачи. Кнопки $\boxed{<}$ и $\boxed{>}$ переключают страницы.
- С каждой страницы можно перейти к оглавлению, нажав на соответствующую ссылку в меню. Аналогично работает кнопка "Ответы" , переносящая в конец сборника.
- Рядом с номером каждой задачи есть кнопка для перехода к ответу. В ответах можно нажать на номер задачи, чтобы перейти обратно. Так же к каждой задаче первой части есть как минимум один аналог (задача с тем же условием, но другими числами). К аналогам можно перейти, нажав соответствующую кнопку.
- Логика нумерации задач следующая. Все номера в книге имеют вид $N.P.A$. Здесь N — номер задачи в экзамене, P — номер прототипа и A — номер аналога. У задач-прототипов нумерация сокращена до вида $N.P$.

О возможных ошибках.

- Ошибки могут встретиться вам в текстах задач, в чертежах и в ответах.
- Я предлагаю справиться с ними вместе. Если вы нашли ошибку в задачнике, то, пожалуйста, напишите мне об этом в Telegram или в сообщениях в группе VK. Ошибка будет оперативно исправлена. И скоро мы получим сборник без ошибок!

Как поддержать мою работу?

- Если банк ФИПИ обновится, например, появится новый раздел, как уже было несколько раз, то я обновлю сборник. Я публикую свежие версии книги и другие материалы в своей группе VK. Подписывайтесь, ваша поддержка очень помогает мне в работе.
- Если вы хотите поддержать мою работу рублём, то это можно сделать прямым переводом через СБП по номеру телефона: +7 (989) 189-10-53 (у меня Сбер).
- Если вы хотите научиться решать задачи из ЕГЭ или любые другие задачи по математике, то приглашаю вас на мои онлайн-занятия. Больше информации об этом я разместил на своем сайте MathStart.ru.

t.me/ost_sky mathstart.ru vk.com/math_start

Успехов при подготовке к экзаменам!
Остромогильский А. Д.

ЗАДАЧИ С КРАТКИМ ОТВЕТОМ

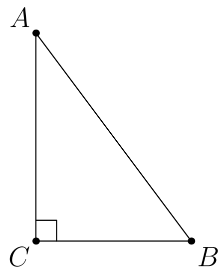
№1. Планиметрия 1.

Треугольник.

Задача 1.1.

Аналоги Ответ

В треугольнике ABC угол C равен $90°$, $AB = 10$, $BC = \sqrt{19}$. Найдите $\cos A$.

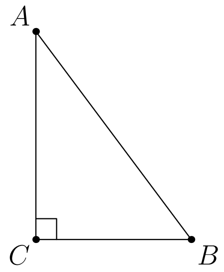


Ответ:							

Задача 1.2.

Аналоги Ответ

В треугольнике ABC угол C равен $90°$, $AB = 10$, $AC = \sqrt{51}$ Найдите $\sin A$.

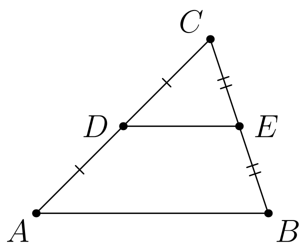


Ответ:							

Задача 1.3.

Аналоги Ответ

Площадь треугольника ABC равна 24. DE — средняя линия, параллельная стороне AB. Найдите площадь трапеции $ABED$.

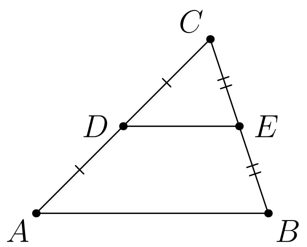


Ответ:

Задача 1.4.

Аналоги Ответ

Площадь треугольника ABC равна 24. DE — средняя линия, параллельная стороне AB. Найдите площадь треугольника CDE.

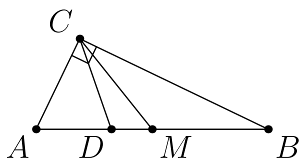


Ответ:

Задача 1.5.

Аналоги Ответ

Острый угол B прямоугольного треугольника ABC равен 21°. Найдите величину угла между биссектрисой CD и медианой CM, проведёнными из вершины прямого угла C. Ответ дайте в градусах.

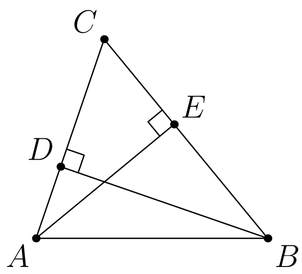


Ответ:

Задача 1.6.

Аналоги Ответ

Две стороны треугольника равны 15 и 18. Высота, опущенная на большую из этих сторон, равна 10. Найдите длину высоты, опущенной на меньшую из этих сторон треугольника.

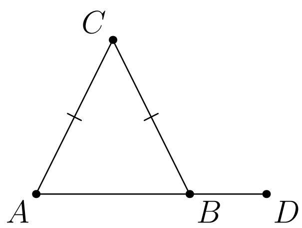


Ответ:

Задача 1.7.

Аналоги Ответ

В треугольнике ABC стороны AC и BC равны. Внешний угол при вершине B равен 107°. Найдите угол C. Ответ дайте в градусах.

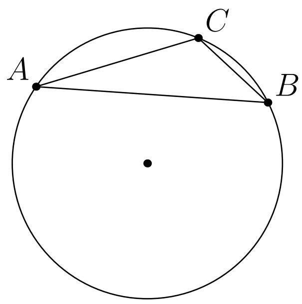


Ответ:

Задача 1.8.

Аналоги Ответ

В треугольнике ABC сторона AB равна $3\sqrt{2}$, угол C равен 135°. Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности.



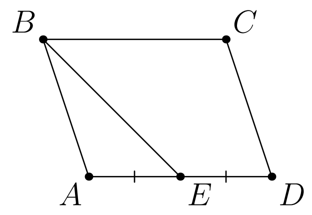
Ответ:

Параллелограмм.

Задача 1.9.

Аналоги Ответ

Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 28. Точка E — середина стороны AD. Найдите площадь трапеции $BCDE$.

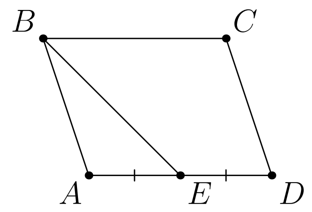


Ответ:

Задача 1.10.

Аналоги Ответ

Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 60. Точка E — середина стороны AD. Найдите площадь треугольника ABE.

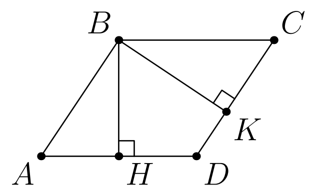


Ответ:

Задача 1.11.

Аналоги Ответ

Стороны параллелограмма равны 18 и 20. Высота, опущенная на меньшую из этих сторон, равна 10. Найдите длину высоты, опущенной на большую сторону параллелограмма.



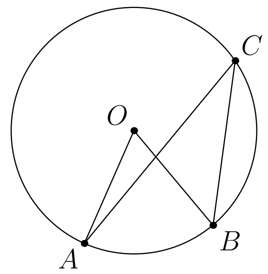
Ответ:

Центральный и вписанный угол.

Задача 1.12.

Аналоги Ответ

Найдите центральный угол, если он на 28° больше острого вписанного угла, опирающегося на ту же дугу. Ответ дайте в градусах.

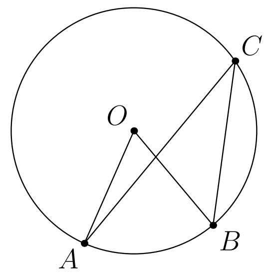


Ответ:

Задача 1.13.

Аналоги Ответ

Центральный угол на 32° больше острого вписанного угла, опирающегося на ту же дугу окружности. Найдите вписанный угол. Ответ дайте в градусах.

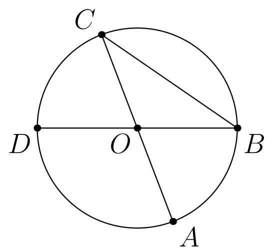


Ответ:

Задача 1.14.

Аналоги Ответ

Отрезки AC и BD — диаметры окружности с центром O. Угол ACB равен 41°. Найдите угол AOD. Ответ дайте в градусах.

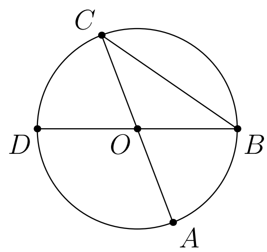


Ответ:

Задача 1.15.

Аналоги Ответ

Отрезки AC и BD — диаметры окружности с центром O. Угол AOD равен $16°$. Найдите вписанный угол ACB. Ответ дайте в градусах.



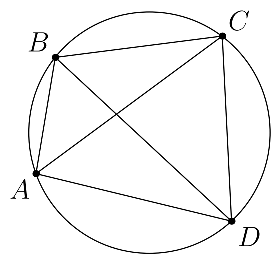
Ответ:

Вписанный четырехугольник.

Задача 1.16.

Аналоги Ответ

Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен $103°$, угол CAD равен $42°$. Найдите угол ABD. Ответ дайте в градусах.

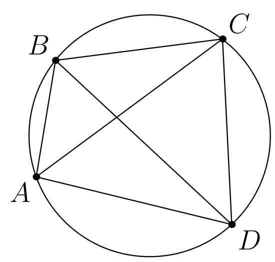


Ответ:

Задача 1.17.

Аналоги Ответ

Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABD равен $61°$, угол CAD равен $37°$. Найдите угол ABC. Ответ дайте в градусах.

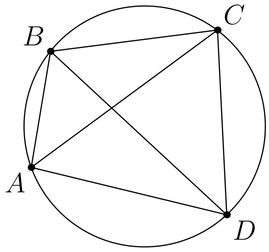


Ответ:

Задача 1.18.

Аналоги Ответ

Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 120°, угол ABD равен 43°. Найдите угол CAD. Ответ дайте в градусах.

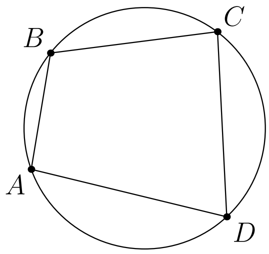


Ответ:

Задача 1.19.

Аналоги Ответ

Два угла вписанного в окружность четырёхугольника равны 59° и 102°. Найдите больший из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.

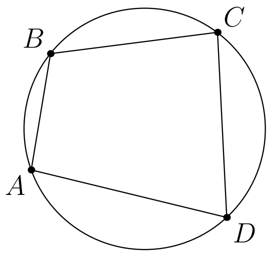


Ответ:

Задача 1.20.

Аналоги Ответ

Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол BAD равен 136°. Найдите угол BCD. Ответ дайте в градусах.



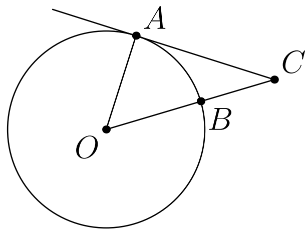
Ответ:

Касательная.

Задача 1.21.

Аналоги Ответ

Найдите угол ACO, если его сторона CA касается окружности с центром O, отрезок CO пересекает окружность в точке B (см. рис.), а дуга AB окружности, заключённая внутри этого угла, равна $66°$. Ответ дайте в градусах.

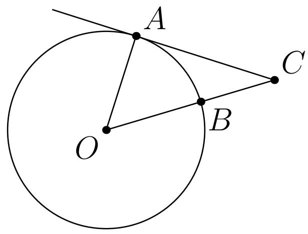


Ответ:

Задача 1.22.

Аналоги Ответ

Угол ACO равен $57°$. Его сторона CA касается окружности с центром в точке O. Отрезок CO пересекает окружность в точке B (см. рис.). Найдите градусную меру дуги AB окружности, заключённой внутри этого угла. Ответ дайте в градусах.

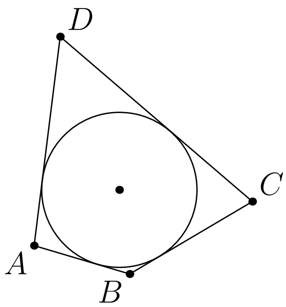


Ответ:

Задача 1.23.

Аналоги Ответ

В четырехугольник $ABCD$ вписана окружность, $AB = 10$, $CD = 17$. Найдите периметр четырехугольника $ABCD$.



Ответ:

№2. Векторы.

Длина вектора.

Задача 2.1.

Аналоги Ответ

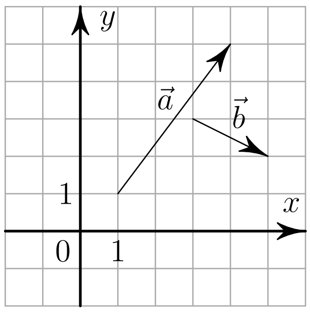
Даны векторы $\vec{a}(25;\ 0)$ и $\vec{b}(1;\ -5)$. Найдите длину вектора $\vec{a} - 4\vec{b}$.

Ответ:

Задача 2.2.

Аналоги Ответ

На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, координатами которых являются целые числа. Найдите длину вектора $\vec{a} + 4\vec{b}$.



Ответ:

Скалярное произведение векторов.

Задача 2.3.

Аналоги Ответ

Даны векторы $\vec{a}(-13;\ 4)$ и $\vec{b}(-6;\ 1)$. Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

Ответ:

Задача 2.4.

Аналоги Ответ

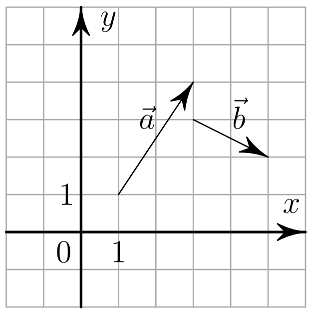
Длины векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равны 3 и 5, а угол между ними равен 60°. Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

Ответ:

Задача 2.5.

Аналоги Ответ

На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, координатами которых являются целые числа. Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.



Ответ:

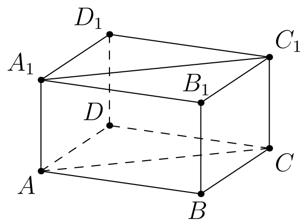
№3. Стереометрия 1.

Призма.

Задача 3.1.

Аналоги Ответ

В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известно, что $AB = 8$, $BC = 7$, $AA_1 = 6$. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки A, B, C, A_1, B_1, C_1.

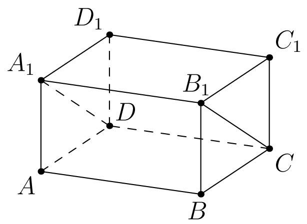


Ответ:

Задача 3.2.

Аналоги Ответ

В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известно, что $AB = 5$, $BC = 4$, $AA_1 = 3$. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки A, B, C, D, A_1, B_1.

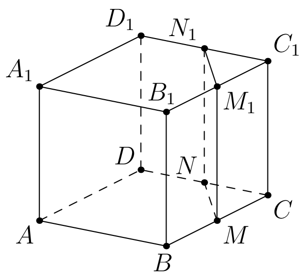


Ответ:

Задача 3.3.

Аналоги Ответ

Объём куба равен 80. Найдите объём треугольной призмы, отсекаемой от куба плоскостью, проходящей через середины двух рёбер, выходящих из одной вершины, и параллельной третьему ребру, выходящему из этой же вершины.

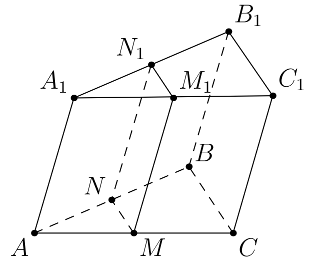


Ответ:

Задача 3.4.

Аналоги Ответ

Через среднюю линию основания треугольной призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите объём этой призмы, если объём отсечённой треугольной призмы равен 15.

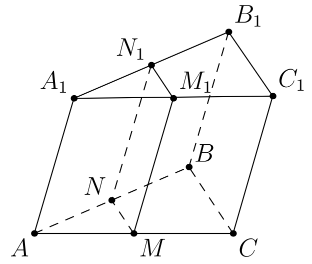


Ответ:

Задача 3.5.

Аналоги Ответ

Площадь боковой поверхности треугольной призмы равна 24. Через среднюю линию основания призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите площадь боковой поверхности отсечённой треугольной призмы.

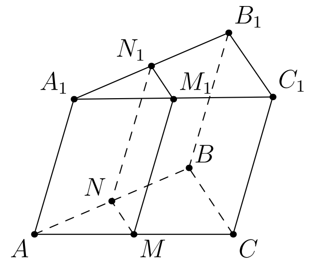


Ответ:

Задача 3.6.

Аналоги Ответ

Через среднюю линию основания треугольной призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Площадь боковой поверхности отсечённой треугольной призмы равна 36. Найдите площадь боковой поверхности исходной призмы.

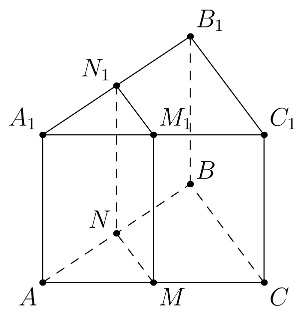


Ответ:

Задача 3.7.

Аналоги Ответ

Через среднюю линию основания правильной треугольной призмы, объём которой равен 84, проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите объём отсечённой треугольной призмы.



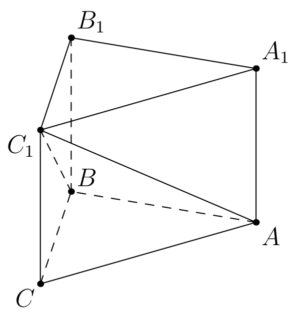
Ответ:

Пирамида

Задача 3.8.

Аналоги Ответ

Найдите объём многогранника, вершинами которого являются вершины A, B, C, C_1 правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$, площадь основания которой равна 6, а боковое ребро равно 9.

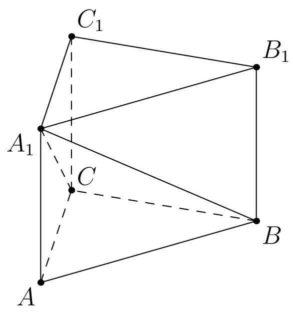


Ответ:

Задача 3.9.

Аналоги Ответ

Дана правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$, площадь основания которой равна 4, а боковое ребро равно 6. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки B, C, A_1, B_1, C_1.

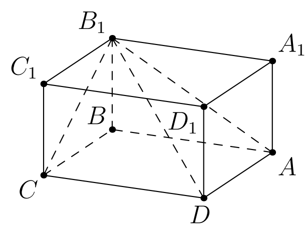


Ответ:

Задача 3.10.

Аналоги Ответ

Найдите объём многогранника, вершинами которого являются вершины A, B, C, D, B_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, у которого $AB = 9$, $BC = 3$, $BB_1 = 8$.

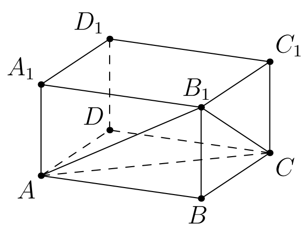


Ответ:

Задача 3.11.

Аналоги Ответ

В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известно, что $AB = 6$, $BC = 5$, $AA_1 = 4$. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки A, B, C, B_1.



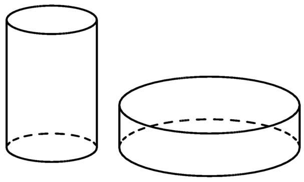
Ответ:

Цилиндр и конус.

Задача 3.12.

Аналоги Ответ

Дано два цилиндра. Объём первого цилиндра равен 15. У второго цилиндра высота в 3 раза меньше, а радиус основания в 2 раза больше, чем у первого. Найдите объём второго цилиндра.

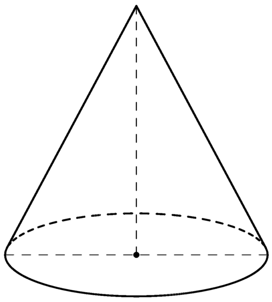


Ответ:

Задача 3.13.

Аналоги Ответ

Во сколько раз уменьшится объём конуса, если его высота уменьшится в 9 раз, а радиус основания останется прежним?

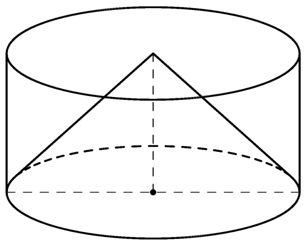


Ответ:

Задача 3.14.

Аналоги Ответ

Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Высота цилиндра равна радиусу основания. Площадь боковой поверхности цилиндра равна $5\sqrt{2}$. Найдите площадь боковой поверхности конуса.

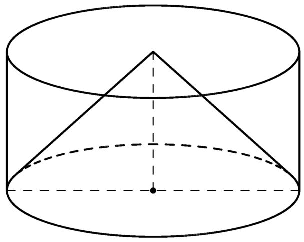


Ответ:

Задача 3.15.

Аналоги Ответ

Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Высота цилиндра равна радиусу основания. Площадь боковой поверхности конуса равна $3\sqrt{2}$. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

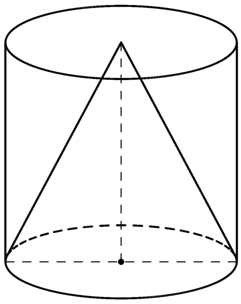


Ответ:

Задача 3.16.

Аналоги Ответ

Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Объём цилиндра равен 30. Найдите объём конуса.

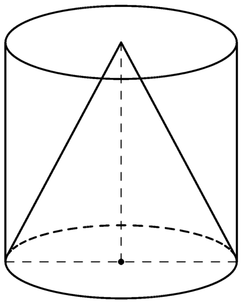


Ответ:

Задача 3.17.

Аналоги Ответ

Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Объём конуса равен 6. Найдите объём цилиндра.



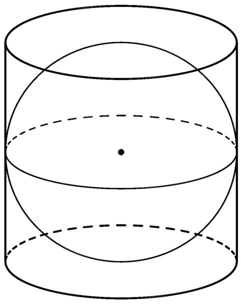
Ответ:

Шар.

Задача 3.18.

Аналоги Ответ

Шар, объём которого равен 18, вписан в цилиндр. Найдите объём цилиндра.

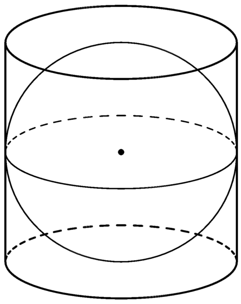


Ответ:

Задача 3.19.

Аналоги Ответ

Цилиндр, объём которого равен 18, описан около шара. Найдите объём шара.

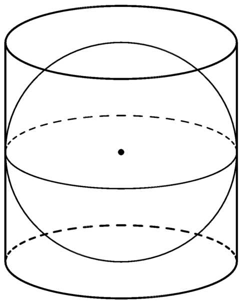


Ответ:

Задача 3.20.

Аналоги Ответ

Шар вписан в цилиндр. Площадь полной поверхности цилиндра равна 30. Найдите площадь поверхности шара.

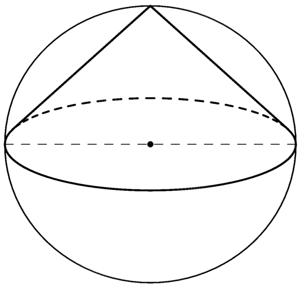


Ответ:

Задача 3.21.

Аналоги Ответ

Конус вписан в шар. Радиус основания конуса равен радиусу шара. Объём шара равен 60. Найдите объём конуса.

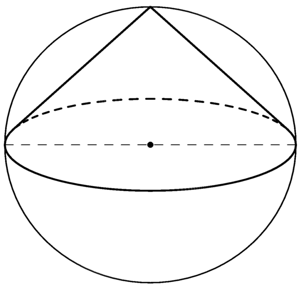


Ответ:

Задача 3.22.

Аналоги Ответ

Конус вписан в шар. Радиус основания конуса равен радиусу шара. Объём конуса равен 12. Найдите объём шара.



Ответ:

№4. Вероятность 1.

Классическое определение вероятности.

Задача 4.1.

Аналоги Ответ

На олимпиаде по математике 550 участников разместили в четырёх аудиториях. В первых трёх удалось разместить по 110 человек, оставшихся перевели в запасную аудиторию в другом корпусе. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

Ответ:

Задача 4.2.

Аналоги Ответ

На конференцию приехали учёные из трёх стран: 5 из Австрии, 4 из Германии и 6 из Сербии. Каждый из них делает на конференции один доклад. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что десятым окажется доклад учёного из Сербии.

Ответ:

Задача 4.3.

Аналоги Ответ

В соревнованиях по толканию ядра участвуют спортсмены из четырёх стран: 4 из Аргентины, 7 из Бразилии, 5 из Парагвая и 4 из Уругвая. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий первым, окажется из Бразилии.

Ответ:

Задача 4.4.

Аналоги Ответ

В среднем из 3000 садовых насосов, поступивших в продажу, 9 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

Ответ:

Задача 4.5.

Аналоги Ответ

Фабрика выпускает сумки. В среднем 6 сумки из 75 имеют скрытые дефекты. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется без скрытых дефектов.

Ответ:

Задача 4.6.

Аналоги Ответ

На чемпионате по прыжкам в воду выступают 25 спортсменов, среди них 10 спортсменов из Испании и 6 спортсменов из Бразилии. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что одиннадцатым будет выступать спортсмен из Испании.

Ответ:

Задача 4.7.

Аналоги Ответ

В чемпионате по гимнастике участвуют 25 спортсменок: 6 из Венгрии, 9 из Румынии, остальные — из Болгарии. Порядок, в котором выступают спортсменки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Болгарии.

Ответ:

Задача 4.8.

Аналоги Ответ

Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Биолог» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих матчах команда «Биолог» начнёт игру с мячом все три раза.

Ответ:

Задача 4.9.

Аналоги Ответ

В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что решка выпадет ровно один раз.

Ответ:

Задача 4.10.

Аналоги Ответ

В сборнике билетов по математике всего 48 билетов, в двенадцати из них встречается вопрос по теме «Логарифмы». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику **не** достанется вопрос по теме «Логарифмы».

Ответ:

Задача 4.11.

Аналоги Ответ

В группе туристов 20 человек. Их вертолётом доставляют в труднодоступный район, перевозя по 4 человека за рейс. Порядок, в котором вертолёт перевозит туристов, случаен. Найдите вероятность того, что турист В., входящий в состав группы, полетит первым рейсом вертолёта.

Ответ:

Задача 4.12.

Аналоги Ответ

В группе туристов 20 человек. С помощью жребия они выбирают семь человек, которые должны идти в село в магазин за продуктами. Какова вероятность того, что турист Д., входящий в состав группы, пойдёт в магазин?

Ответ:

Вероятность противоположного события.

Задача 4.13.

Аналоги Ответ

Вероятность того, что в случайный момент времени температура тела здорового человека окажется ниже чем 36,8°C, равна 0,83. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени у здорового человека температура окажется 36,8°C или выше.

Ответ:

Задача 4.14.

Аналоги Ответ

Вероятность того, что на тестировании по математике учащийся А. верно решит больше четырёх задач, равна 0,73. Вероятность того, что А. верно решит больше трёх задач, равна 0,86. Найдите вероятность того, что А. верно решит ровно 4 задачи.

Ответ:

Задача 4.15.

Аналоги Ответ

Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 23 пассажиров, равна 0,87. Вероятность того, что окажется меньше 14 пассажиров, равна 0,61. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 14 до 22 включительно.

Ответ:

Задача 4.16.

Аналоги Ответ

При выпечке хлеба производится контрольное взвешивание свежей буханки. Известно, что вероятность того, что масса окажется меньше 810 г, равна 0,96. Вероятность того, что масса окажется больше 790 г, равна 0,82. Найдите вероятность того, что масса буханки больше 790 г, но меньше 810 г.

Ответ:

№5. Вероятность 2.

Независимые события.

Задача 5.1.

Аналоги Ответ

Помещение освещается тремя лампами. Вероятность перегорания каждой лампы в течение года равна 0,8. Лампы перегорают независимо друг от друга. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

Ответ:

Задача 5.2.

Аналоги Ответ

Стрелок стреляет по одному разу в каждую из четырёх мишеней. Вероятность попадания в мишень при каждом отдельном выстреле равна 0,7. Найдите вероятность того, что стрелок попадёт в две первые мишени и не попадёт в две последние.

Ответ:

Задача 5.3.

Аналоги Ответ

Стрелок в тире стреляет по мишени до тех пор, пока не поразит её. Известно, что он попадает в цель с вероятностью 0,5 при каждом отдельном выстреле. Какое наименьшее количество патронов нужно дать стрелку, чтобы он поразил цель с вероятностью не меньше 0,7?

Ответ:

Зависимые события.

Задача 5.4.

Аналоги Ответ

Игральную кость бросили два раза. Известно, что шесть очков не выпало ни разу. Найдите при этом условии вероятность события “сумма очков равна 8”.

Ответ:

Задача 5.5.

Аналоги Ответ

В коробке 5 синих, 9 красных и 11 зелёных фломастеров. Случайным образом выбирают два фломастера. Найдите вероятность того, что окажутся выбраны один синий и один красный фломастеры.

Ответ:

Задача 5.6.

Аналоги Ответ

В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в первом автомате закончится кофе, равна 0,1. Вероятность того, что кофе закончится во втором автомате, такая же. Вероятность того, что кофе закончится в двух автоматах, равна 0,03. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в двух автоматах.

Ответ:

Задача 5.7.

Аналоги Ответ

Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,01. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля качества. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,96. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,06. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.

Ответ:

№6. Уравнения 1.

Показательные уравнения.

Задача 6.1.

Аналоги Ответ

Найдите корень уравнения $6^{x-5} = 36$.

Ответ:

Задача 6.2.

Аналоги Ответ

Найдите корень уравнения $3^{x+6} = 9^{2x}$.

Ответ:

Задача 6.3.

Аналоги Ответ

Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{7}\right)^{x+4} = 49$.

Ответ:

Иррациональные уравнения.

Задача 6.4.

Аналоги Ответ

Найдите корень уравнения $\sqrt{9x-47} = 4$.

Ответ:

Задача 6.5.

Аналоги Ответ

Найдите корень уравнения $\sqrt[3]{x+3} = 3$.

Ответ:

Логарифмические уравнения.

Задача 6.6.

Аналоги Ответ

Найдите корень уравнения $\log_5(8-x) = \log_5 2$.

Ответ:

Задача 6.7.

Аналоги Ответ

Найдите корень уравнения $\log_4(x-4) = 3$.

Ответ:

Степенные уравнения.

Задача 6.8.

Аналоги Ответ

Найдите корень уравнения $(x-5)^3 = 64$.

Ответ:

Рациональные уравнения.

Задача 6.9.

Аналоги Ответ

Найдите корень уравнения $\dfrac{1}{3x-4} = 5$.

Ответ:

№7. Вычисления и преобразования.

Степени и корни.

Задача 7.1.

Аналоги Ответ

Найдите значение выражения $\dfrac{14^{6,4}\cdot 7^{-5,4}}{2^{4,4}}$.

Ответ:

Задача 7.2.

Аналоги Ответ

Найдите значение выражения $\left(64^{9}\right)^{3} : \left(16^{5}\right)^{8}$.

Ответ:

Задача 7.3.

Аналоги Ответ

Найдите значение выражения $5^{0,06}\cdot 25^{0,97}$.

Ответ:

Задача 7.4.

Аналоги Ответ

Найдите значение выражения $\dfrac{81^{2,6}}{9^{3,7}}$.

Ответ:

Задача 7.5.

Аналоги Ответ

Найдите значение выражения $\dfrac{\left(3\sqrt{8}\right)^{2}}{6}$.

Ответ:

Задача 7.6.

Аналоги Ответ

Найдите значение выражения $\left(\sqrt{96}-\sqrt{24}\right)\cdot\sqrt{6}$.

Ответ:

Задача 7.7.

Аналоги Ответ

Найдите значение выражения $\dfrac{\sqrt[3]{36}\cdot\sqrt[5]{36}}{\sqrt[30]{36}}$.

Ответ:

Задача 7.8.

Аналоги Ответ

Найдите значение выражения $\dfrac{\sqrt[4]{8}\cdot\sqrt[4]{48}}{\sqrt[4]{24}}$.

Ответ:

Логарифмы.

Задача 7.9.

Аналоги Ответ

Найдите значение выражения $\log_2 6{,}4+\log_2 10$.

Ответ:

Задача 7.10.

Аналоги Ответ

Найдите значение выражения $6\log_{\sqrt[6]{13}} 13$.

Ответ:

Задача 7.11.

Аналоги Ответ

Найдите значение выражения $\dfrac{\log_9 28}{\log_9 7}+\log_7\dfrac{7}{4}$.

Ответ:

Тригонометрия.

Задача 7.12.

Аналоги Ответ

Найдите значение выражения $\frac{2\sin 136^\circ}{\sin 68^\circ \cdot \sin 22^\circ}$.

Ответ:

Задача 7.13.

Аналоги Ответ

Найдите значение выражения $2\sqrt{3}\cos^2\frac{13\pi}{12} - \sqrt{3}$.

Ответ:

Задача 7.14.

Аналоги Ответ

Найдите значение выражения $4\sqrt{2} - 8\sqrt{2}\sin^2\frac{7\pi}{8}$.

Ответ:

Задача 7.15.

Аналоги Ответ

Найдите значение выражения $4\sqrt{3}\cos^2\frac{23\pi}{12} - 4\sqrt{3}\sin^2\frac{23\pi}{12}$.

Ответ:

Задача 7.16.

Аналоги Ответ

Найдите значение выражения $5\sqrt{2}\sin\frac{3\pi}{8} \cdot \cos\frac{3\pi}{8}$.

Ответ:

Задача 7.17.

Аналоги Ответ

Найдите значение выражения $\frac{8\sin 64^\circ \cdot \cos 64^\circ}{\sin 128^\circ}$.

Ответ:

Задача 7.18.

Аналоги Ответ

Найдите значение выражения $3\cos 2\alpha$, если $\sin\alpha = 0{,}2$.

Ответ:

Задача 7.19.

Аналоги Ответ

Найдите $\operatorname{tg}\alpha$, если $\sin\alpha = \frac{\sqrt{26}}{26}$ и $\alpha \in \left(0;\ \frac{\pi}{2}\right)$.

Ответ:

Задача 7.20.

Аналоги Ответ

Найдите $\sin\alpha$, если $\cos\alpha = -\frac{\sqrt{21}}{5}$ и $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2};\ \pi\right)$.

Ответ:

Задача 7.21.

Аналоги Ответ

Найдите значение выражения $26\sqrt{2}\cos\frac{\pi}{4}\cos\frac{4\pi}{3}$.

Ответ:

Задача 7.22.

Аналоги Ответ

Найдите значение выражения $18\sqrt{2}\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}\sin\frac{\pi}{4}$.

Ответ:

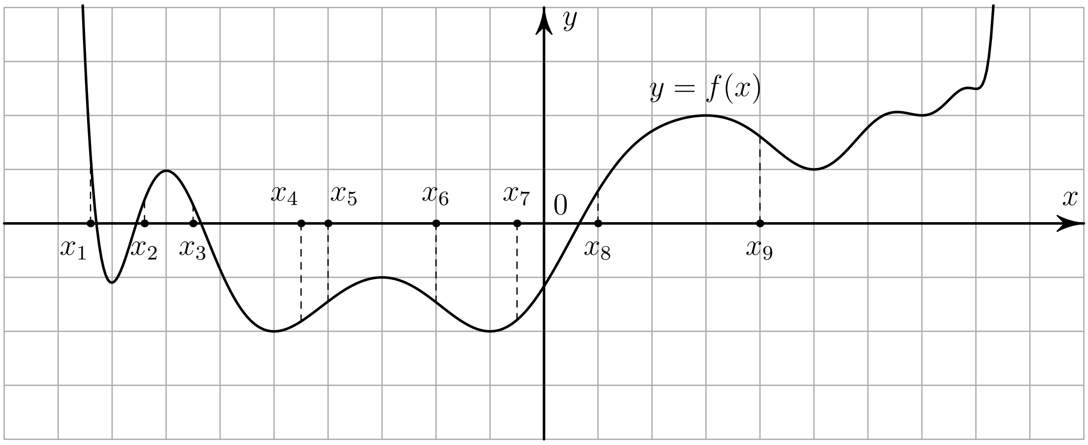
№8. Производная и её график.

Анализ графика функции.

Задача 8.1.

Аналоги Ответ

На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечено девять точек: x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9. Найдите количество отмеченных точек, в которых производная функции $f(x)$ отрицательна.

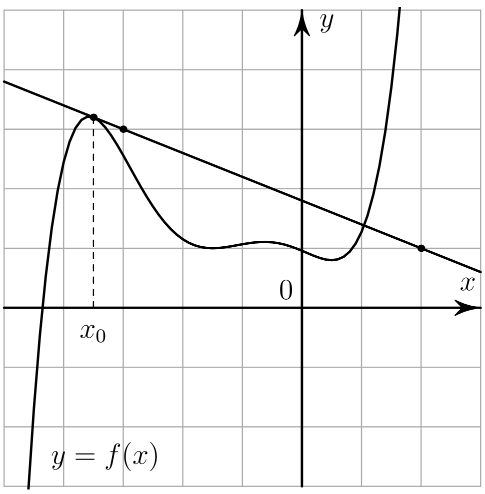


Ответ:

Задача 8.2.

Аналоги Ответ

На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.

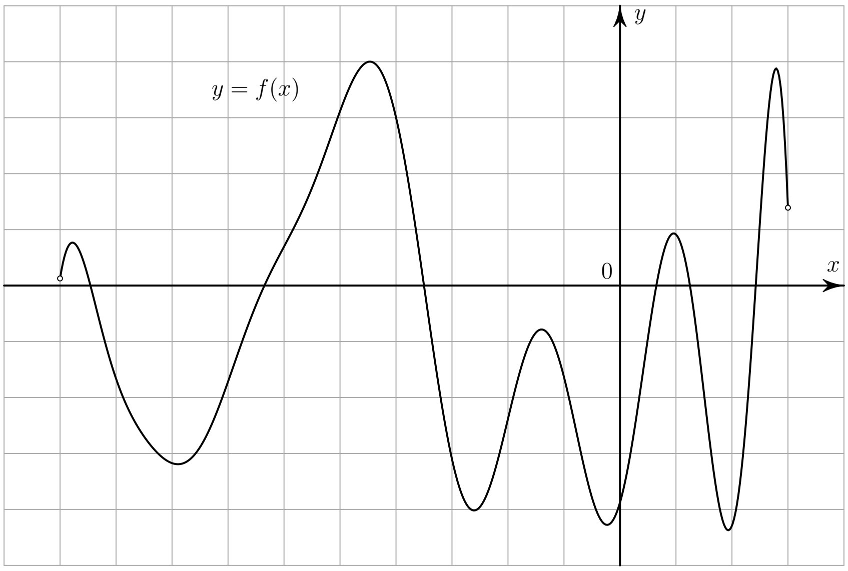


Ответ:

Задача 8.3.

Аналоги Ответ

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-10;\ 3)$. Найдите количество корней уравнения $f'(x) = 0$, принадлежащих отрезку $[-7;\ 2]$.

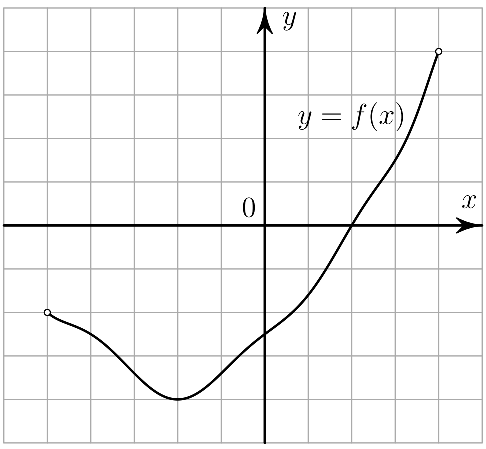


Ответ:

Задача 8.4.

Аналоги Ответ

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-5;\ 4)$. Найдите корень уравнения $f'(x) = 0$.

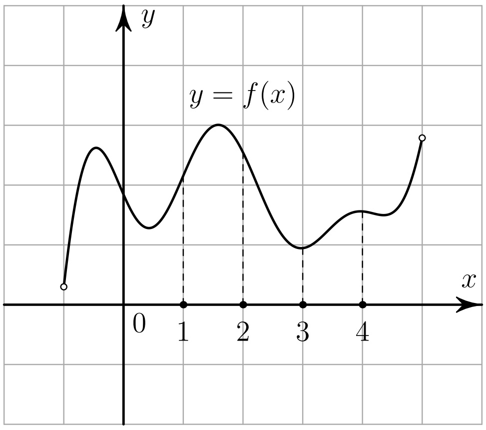


Ответ:

Задача 8.5.

Аналоги Ответ

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечены точки: 1, 2, 3, 4. В какой из этих точек значение производной наибольшее? В ответе укажите эту точку.



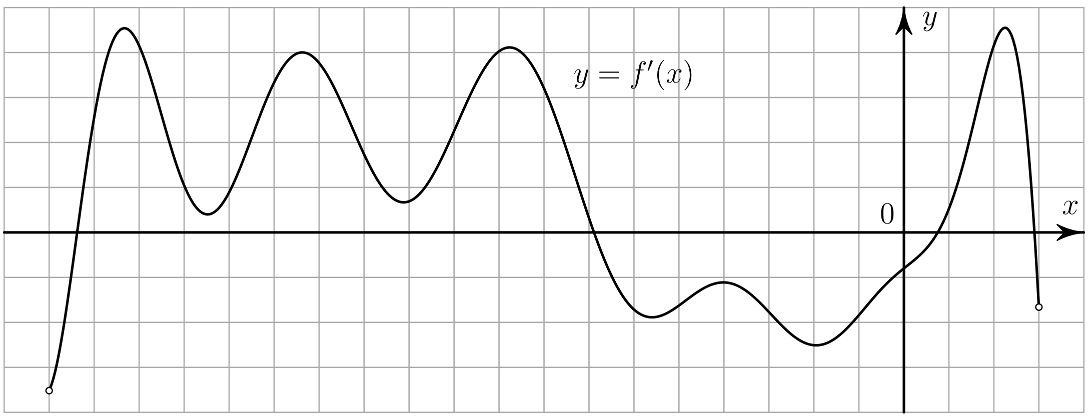
Ответ:

Анализ графика производной.

Задача 8.6.

Аналоги Ответ

На рисунке изображен график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-19;\ 3)$. Найдите количество точек экстремума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-17;\ -4]$.

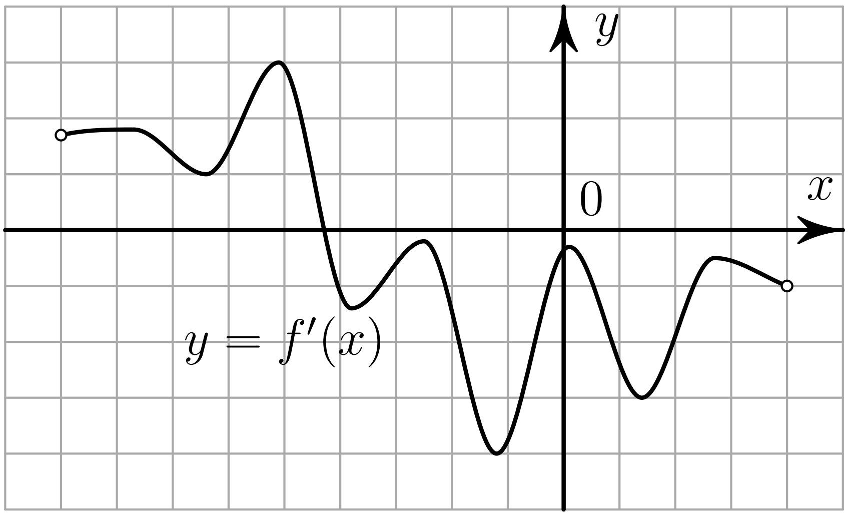


Ответ:

Задача 8.7.

Аналоги Ответ

На рисунке изображен график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-9;\ 4)$. В какой точке отрезка $[-2;\ 3]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение?

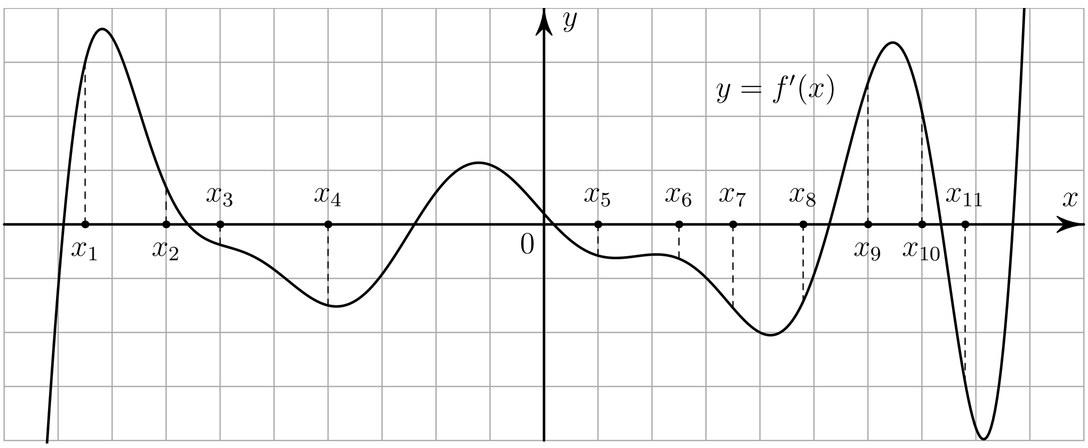


Ответ:

Задача 8.8.

Аналоги Ответ

На рисунке изображен график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$. На оси абсцисс отмечено одиннадцать точек: x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}. Сколько из этих точек принадлежит промежуткам убывания функции $f(x)$?

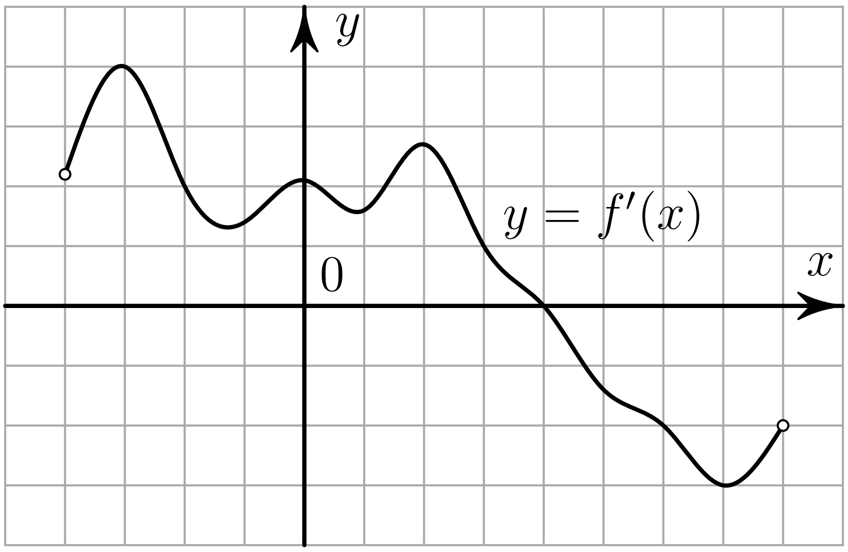


Ответ:

Задача 8.9.

Аналоги Ответ

На рисунке изображен график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-4;\ 8)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$, принадлежащую отрезку $[1;\ 6]$.



Ответ:

№9. Задачи с прикладным содержанием.

Дробно-линейная зависимость.

Задача 9.1.

Аналоги Ответ

Сила тока I (в A) в электросети вычисляется по закону Ома:

$$I = \frac{U}{R},$$

где U — напряжение электросети (в В), R — сопротивление подключаемого электроприбора (в Ом). Электросеть прекращает работать, если сила тока превышает 5 А. Определите, какое наименьшее сопротивление может быть у электроприбора, подключаемого к электросети с напряжением 220 В, чтобы электросеть продолжала работать. Ответ дайте в омах.

Ответ:

Задача 9.2.

Аналоги Ответ

В розетку электросети подключена электрическая духовка, сопротивление которой составляет $R_1 = 36$ Ом. Параллельно с ней в розетку предполагается подключить электрообогреватель, сопротивление которого R_2 (в Ом). При параллельном соединении двух электроприборов с сопротивлениями R_1 и R_2 их общее сопротивление R вычисляется по формуле

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}.$$

Для нормального функционирования электросети общее сопротивление в ней должно быть не меньше 20 Ом. Определите наименьшее возможное сопротивление электрообогревателя. Ответ дайте в омах.

Ответ:

Задача 9.3.

Аналоги Ответ

К источнику с ЭДС $\varepsilon = 180$ В и внутренним сопротивлением $r = 1$ Ом хотят подключить нагрузку с сопротивлением R (в Ом). Напряжение (в В) на этой нагрузке вычисляется по формуле

$$U = \frac{\varepsilon R}{R + r}.$$

При каком значении сопротивления нагрузки напряжение на ней будет равно 170 В? Ответ дайте в омах.

Ответ:

Задача 9.4.

Аналоги Ответ

Перед отправкой тепловоз издал гудок с частотой $f_0 = 192$ Гц. Чуть позже гудок издал подъезжающий к платформе тепловоз. Из-за эффекта Доплера частота второго гудка f (в Гц) больше первого: она зависит от скорости тепловоза v (в м/с) по закону

$$f = \frac{f_0}{1 - \frac{v}{c}},$$

где c — скорость звука (в м/с). Человек, стоящий на платформе, различает сигналы по тону, если они отличаются не менее чем на 8 Гц. Определите, с какой минимальной скоростью приближался к платформе тепловоз, если человек смог различить сигналы, а $c = 300$ м/с. Ответ дайте в м/с.

Ответ:

Задача 9.5.

Аналоги Ответ

Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковые импульсы частотой 299 МГц. Скорость погружения батискафа v (в м/с) вычисляется по формуле

$$v = c \cdot \frac{f - f_0}{f + f_0},$$

где $c = 1500$ м/с — скорость звука в воде, f_0 — частота испускаемых импульсов (в МГц), f — частота отражённого от дна сигнала (в МГц), регистрируемая приёмником. Определите частоту отражённого сигнала, если скорость погружения батискафа равна 5 м/с. Ответ дайте в МГц.

Ответ:

Задача 9.6.

Аналоги Ответ

При сближении источника и приёмника звуковых сигналов, движущихся в некоторой среде по прямой навстречу друг другу со скоростями u и v (в м/с) соответственно, частота звукового сигнала f (в Гц), регистрируемого приёмником, вычисляется по формуле

$$f = f_0 \cdot \frac{c + u}{c - v},$$

где $f_0 = 160$ Гц — частота исходного сигнала, c — скорость распространения сигнала в среде (в м/с), а $u = 8$ м/с и $v = 11$ м/с — скорости источника и приёмника относительно среды. При какой скорости распространения сигнала в среде частота сигнала в приёмнике будет равна 170 Гц? Ответ дайте в м/с.

Ответ:

Задача 9.7.

Аналоги Ответ

Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с фокусным расстоянием $f = 30$ см. Расстояние d_1 от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 20 см до 40 см, а расстояние d_2 от линзы до экрана — в пределах от 160 см до 180 см. Изображение на экране будет чётким, если выполнено соотношение

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}.$$

На каком наименьшем расстоянии от линзы нужно разместить лампочку, чтобы её изображение на экране было чётким? Ответ дайте в сантиметрах.

Ответ:

Квадратичная зависимость.

Задача 9.8.

Аналоги Ответ

Автомобиль, движущийся со скоростью $v_0 = 24$ м/с, начал торможение с постоянным ускорением $a = 3$ м/с^2. За t секунд после начала торможения он прошёл путь (в м)

$$s = v_0 t - \frac{at^2}{2}.$$

Определите время, прошедшее с момента начала торможения, если известно, что за это время автомобиль проехал 90 метров. Ответ дайте в секундах.

Ответ:

Задача 9.9.

Аналоги Ответ

В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём меняется по закону

$$H = H_0 + bt + at^2,$$

где H — высота столба воды в метрах, $H_0 = 8$ м — начальный уровень воды, $a = \frac{1}{72}$ м/мин^2 и $b = -\frac{2}{3}$ м/мин — постоянные, t — время в минутах, прошедшее с момента открытия крана. Сколько минут вода будет вытекать из бака?

Ответ:

Задача 9.10.

Аналоги Ответ

Мотоциклист, движущийся по городу со скоростью $v_0 = 60$ км/ч, выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением $a = 18$ км/ч^2. Расстояние (в км) от мотоциклиста до города вычисляется по формуле

$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2},$$

где t — время в часах, прошедшее после выезда из города. Определите время, прошедшее после выезда мотоциклиста из города, если известно, что за это время он удалился от города на 21 км. Ответ дайте в минутах.

Ответ:

Задача 9.11.

Аналоги Ответ

Для сматывания кабеля на заводе используют лебёдку, которая равноускоренно наматывает кабель на катушку. Угол, на который поворачивается катушка, изменяется со временем по закону

$$\varphi = \omega t + \frac{\beta t^2}{2},$$

где t — время в минутах, прошедшее после начала работы лебёдки, $\omega = 15$ град/мин — начальная угловая скорость вращения катушки, а $\beta = 6$ град/мин^2 — угловое ускорение, с которым наматывается кабель. Определите время, прошедшее после начала работы лебёдки, если известно, что за это время угол намотки φ достиг $2250°$. Ответ дайте в минутах.

Ответ:

Задача 9.12.

Аналоги Ответ

Высота над землёй подброшенного вверх мяча меняется по закону

$$h = 1{,}6 + 13t - 5t^2,$$

где h — высота в метрах, t — время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее 6 метров?

Ответ:

Задача 9.13.

Аналоги Ответ

Для нагревательного элемента некоторого прибора экспериментально была получена зависимость температуры (в К) от времени работы:

$$T = T_0 + bt + at^2,$$

где t — время (в мин.), $T_0 = 1600$ К, $a = -5$ К/мин^2, $b = 105$ К/мин. Известно, что при температуре нагревательного элемента свыше 1870 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Найдите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключить прибор. Ответ дайте в минутах.

Ответ:

Степенная зависимость.

Задача 9.14.

Аналоги Ответ

Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением a (км/ч^2). Скорость v (в км/ч) вычисляется по формуле

$$v = \sqrt{2la},$$

где l — пройденный автомобилем путь (в км). Найдите ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав 1 км, приобрести скорость 120 км/ч. Ответ дайте в км/ч^2.

Ответ:

Задача 9.15.

Аналоги Ответ

Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением $a = 3500$ км/ч^2. Скорость v (в км/ч) вычисляется по формуле

$$v = \sqrt{2la},$$

где l — пройденный автомобилем путь (в км). Найдите, сколько километров проедет автомобиль к моменту, когда он разгонится до скорости 70 км/ч.

Ответ:

Задача 9.16.

Аналоги Ответ

Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана–Больцмана, согласно которому

$$P = \sigma S T^4,$$

где P — мощность излучения звезды (в Вт), $\sigma = 5{,}7 \cdot 10^{-8}\ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}$ — постоянная, S — площадь поверхности звезды (в м^2), а T — температура (в кельвинах). Известно, что площадь поверхности некоторой звезды равна $\frac{1}{2401} \cdot 10^{22}$ м^2, а мощность ее излучения равна $5{,}7 \cdot 10^{26}$ Вт. Найдите температуру этой звезды. Ответ дайте в кельвинах.

Ответ:

Задача 9.17.

Аналоги Ответ

При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон

$$pV^k = c,$$

где p — давление в газе в паскалях, V — объём газа (в м^3), $k = \frac{5}{3}$ и $c = 6{,}4 \cdot 10^6$ Па $\cdot$ м^5 — постоянные. Найдите, какой объём V (в м^3) будет занимать газ при давлении p, равном $2 \cdot 10^5$ Па.

Ответ:

Тригонометрическая зависимость.

Задача 9.18.

Аналоги Ответ

Два тела, массой $m = 6$ кг каждое, движутся одинаковой скоростью $v = 9$ м/с под углом 2α друг к другу. Энергия (в Дж), выделяющаяся при их абсолютно неупругом соударении, вычисляется по формуле

$$Q = mv^2 \sin^2 \alpha,$$

где m — масса (в кг), v — скорость (в м/с). Найдите, под каким углом 2α должны двигаться тела, чтобы в результате соударения выделилась энергия, равная 243 Дж. Ответ дайте в градусах.

Ответ:

Показательная зависимость.

Задача 9.19.

Аналоги Ответ

В ходе распада радиоактивного изотопа его масса m (в мг) уменьшается по закону

$$m = m_0 \cdot 2^{-\frac{\tau}{T}},$$

где m_0 — начальная масса изотопа (в мг), τ — время, прошедшее от начального момента (в мин), T — период полураспада (в мин). В начальный момент времени масса изотопа 156 мг. Период его полураспада составляет 8 минут. Найдите, через сколько минут масса изотопа будет равна 39 мг.

Ответ:

Логарифмическая зависимость.

Задача 9.20.

Аналоги Ответ

Водолазный колокол, содержащий $\nu = 3$ моль воздуха при давлении $p_1 = 1{,}4$ атмосферы, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного давления p_2 (в атмосферах). Работа A (в Дж), совершаемая водой при сжатии воздуха, вычисляется по формуле

$$A = \alpha\nu T \log_2 \frac{p_2}{p_1},$$

где $\alpha = 10{,}9\ \frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}}$ — постоянная, $T = 300$ К — температура воздуха. Найдите давление p_2 воздуха в колоколе, если при сжатии воздуха была совершена работа 29 430 Дж. Ответ дайте в атмосферах.

Ответ:

Задача 9.21.

Аналоги Ответ

Водолазный колокол, содержащий $\nu = 2$ моль воздуха объёмом $V_1 = 120$ л, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного объёма V_2 (в л). Работа A (в Дж), совершаемая водой при сжатии воздуха, вычисляется по формуле

$$A = \alpha\nu T \log_2 \frac{V_1}{V_2},$$

где $\alpha = 8{,}7\ \frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}}$ — постоянная, $T = 300$ К — температура воздуха. Найдите, какой объем V_2 будет занимать воздух в колоколе, если при сжатии воздуха была совершена работа 10 440 Дж. Ответ дайте в литрах.

Ответ:

№10. Текстовые задачи.

Процентные вычисления.

Задача 10.1.

Аналоги Ответ

Призёрами городской олимпиады по математике стали 6 учеников, что составило 5% от числа участников. Сколько человек участвовало в олимпиаде?

Ответ:

Задача 10.2.

Аналоги Ответ

Имеется два сплава. Первый сплав содержит 45% меди, второй — 20% меди. Масса первого сплава больше массы второго на 30 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 40% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

Ответ:

Задача 10.3.

Аналоги Ответ

Имеются два сосуда. Первый содержит 40 кг, а второй — 25 кг растворов кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 30% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 36% кислоты. Сколько процентов кислоты содержится в первом сосуде?

Ответ:

Движение вдоль прямой.

Задача 10.4.

Аналоги Ответ

Первый час автомобиль ехал со скоростью 115 км/ч, следующие три часа — со скоростью 45 км/ч, а затем два часа — со скоростью 40 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Ответ:

Задача 10.5.

Аналоги Ответ

Первые 120 км автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч, следующие 200 км — со скоростью 100 км/ч, а затем 160 км — со скоростью 120 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Ответ:

Задача 10.6.

Аналоги Ответ

Два велосипедиста одновременно отправились в 80-километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 2 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 2 часа раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым. Ответ дайте в км/ч.

Ответ:

Задача 10.7.

Аналоги Ответ

По двум параллельным железнодорожным путям навстречу друг другу следуют скорый и пассажирский поезда, скорости которых равны соответственно 85 км/ч и 35 км/ч. Длина пассажирского поезда равна 250 метрам. Найдите длину скорого поезда, если время, за которое он прошёл мимо пассажирского, равно 30 секундам. Ответ дайте в метрах.

Ответ:

Задача 10.8.

Аналоги Ответ

Расстояние между городами A и B равно 500 км. Из города A в город B выехал первый автомобиль, а через час после этого навстречу ему из города B выехал со скоростью 80 км/ч второй автомобиль. Найдите скорость первого автомобиля, если автомобили встретились на расстоянии 260 км от города A. Ответ дайте в км/ч.

Ответ:

Работа.

Задача 10.9.

Аналоги Ответ

Один мастер может выполнить заказ за 40 часов, а другой — за 24 часа. За сколько часов выполнят этот заказ оба мастера, работая вместе?

Ответ:

Задача 10.10.

Аналоги Ответ

Заказ на изготовление 198 деталей первый рабочий выполняет на 7 часов быстрее, чем второй. Сколько деталей за час изготавливает первый рабочий, если известно, что он за час изготавливает на 7 деталей больше второго?

Ответ:

Задача 10.11.

Аналоги Ответ

Первая труба пропускает на 6 литров воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объёмом 112 литров она заполняет на 6 минут быстрее, чем первая труба?

Ответ:

Задача 10.12.

Аналоги Ответ

Первый насос наполняет бак за 11 минут, второй — за 15 минут, а третий — за 1 час 50 минут. За сколько минут наполнят этот бак три насоса, работая одновременно?

Ответ:

Задача 10.13.

Аналоги Ответ

Катя и Настя, работая вместе, пропалывают грядку за 24 минуты, а одна Настя — за 42 минуты. За сколько минут пропалывает грядку одна Катя?

Ответ:

Движение по воде.

Задача 10.14.

Аналоги Ответ

Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 80 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 2 км/ч, стоянка длится 4 часа, а в пункт отправления теплоход возвращается через 13 часов. Ответ дайте в км/ч.

Ответ:

Задача 10.15.

Аналоги Ответ

Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 468 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 22 км/ч, стоянка длится 3 часа, а в пункт отправления теплоход возвращается через 47 часов. Ответ дайте в км/ч.

Ответ:

Задача 10.16.

Аналоги Ответ

Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна 27 км/ч, проходит некоторое расстояние по реке и после стоянки возвращается в исходный пункт. Скорость течения равна 1 км/ч, стоянка длится 5 часов, а в исходный пункт теплоход возвращается через 32 часа после отправления из него. Сколько километров проходит теплоход за весь рейс?

Ответ:

Задача 10.17.

Аналоги Ответ

От пристани A к пристани B, расстояние между которыми равно 168 км, отправился с постоянной скоростью первый теплоход, а через 2 часа после этого следом за ним со скоростью, на 2 км/ч большей скорости первого, отправился второй. Найдите скорость первого теплохода, если в пункт B оба теплохода прибыли одновременно. Ответ дайте в км/ч.

Ответ:

Задача 10.18.

Аналоги Ответ

Пристани A и B расположены на озере, расстояние между ними равно 264 км. Баржа отправилась с постоянной скоростью из A в B. На следующий день после прибытия она отправилась тем же путём обратно со скоростью на 2 км/ч больше прежней, сделав по пути остановку на 1 час. В результате она затратила на обратный путь столько же времени, сколько на путь из A в B. Найдите скорость баржи на пути из A в B. Ответ дайте в км/ч.

Ответ:

Задача 10.19.

Аналоги Ответ

Расстояние между пристанями A и B равно 192 км. Из A в B по течению реки отправился плот, а через 3 часа вслед за ним отправилась яхта, которая, прибыв в пункт B, тотчас повернула обратно и возвратилась в A. К этому времени плот проплыл 92 км. Найдите скорость яхты в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ:

Задача 10.20.

Аналоги Ответ

Моторная лодка прошла против течения реки 117 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 4 часа меньше. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 2 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ:

Задача 10.21.

Аналоги Ответ

Моторная лодка прошла против течения реки 48 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 8 часов меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 8 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ:

Задача 10.22.

Аналоги Ответ

Катер в 10:00 вышел по течению реки из пункта A в пункт B, расположенный в 35 км от A. Пробыв в пункте B 4 часа, катер отправился назад и вернулся в пункт A в 18:00 того же дня. Определите собственную скорость катера (в км/ч), если известно, что скорость течения реки 3 км/ч.

Ответ:

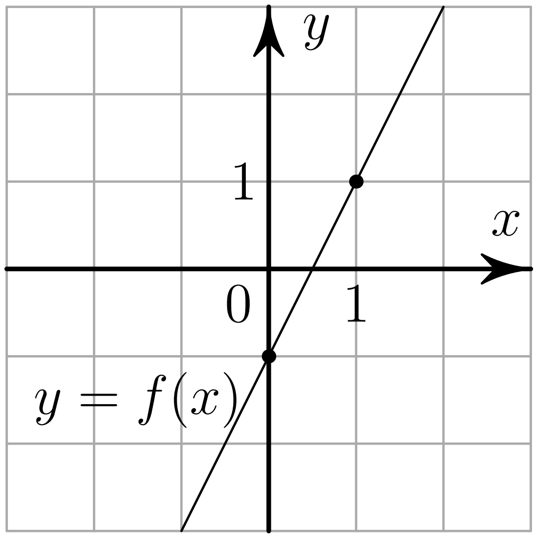
№11. Анализ графика.

Прямая.

Задача 11.1.

Аналоги Ответ

На рисунке изображён график функции вида $f(x) = kx+b$. Найдите значение $f(7)$.

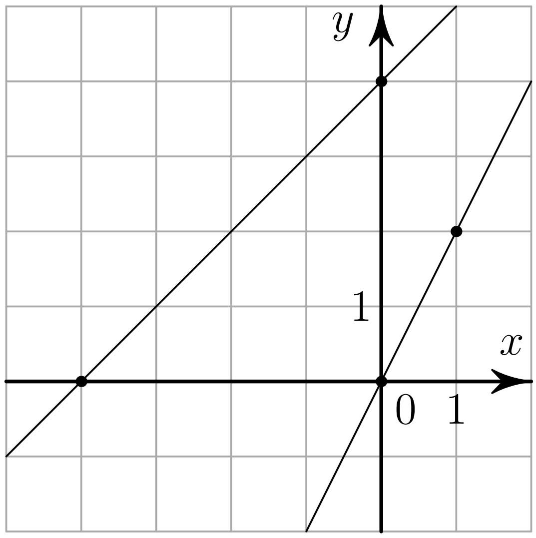


Ответ:

Задача 11.2.

Аналоги Ответ

На рисунке изображены графики двух линейных функций, пересекающиеся в точке A. Найдите абсциссу точки A.



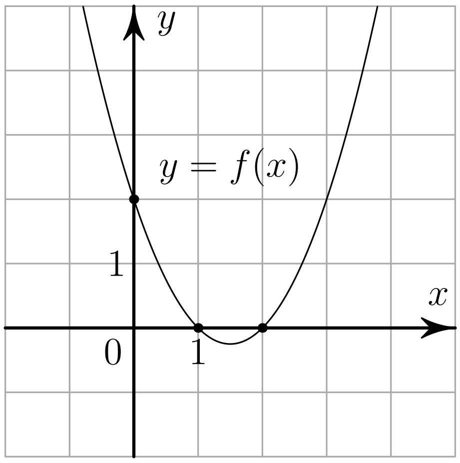
Ответ:

Парабола.

Задача 11.3.

Аналоги Ответ

На рисунке изображён график функции вида $f(x) = ax^2 + bx + c$. Найдите значение $f(-3)$.

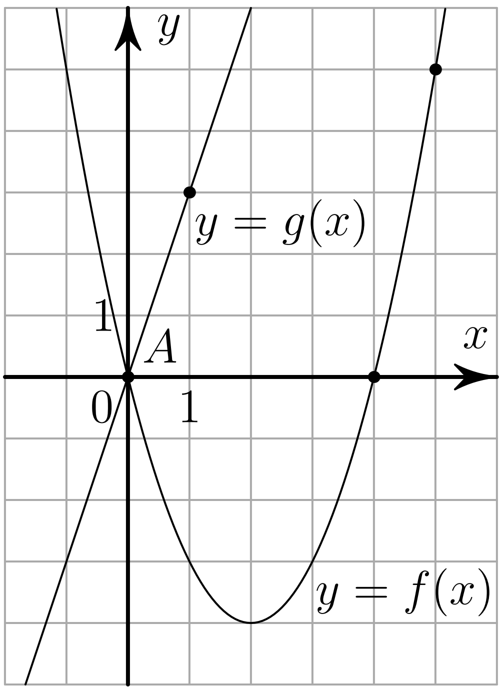


Ответ:

Задача 11.4.

Аналоги Ответ

На рисунке изображены графики функций видов $f(x) = ax^2 + bx + c$ и $g(x) = kx$, пересекающихся в точках A и B. Найдите абсциссу точки B.



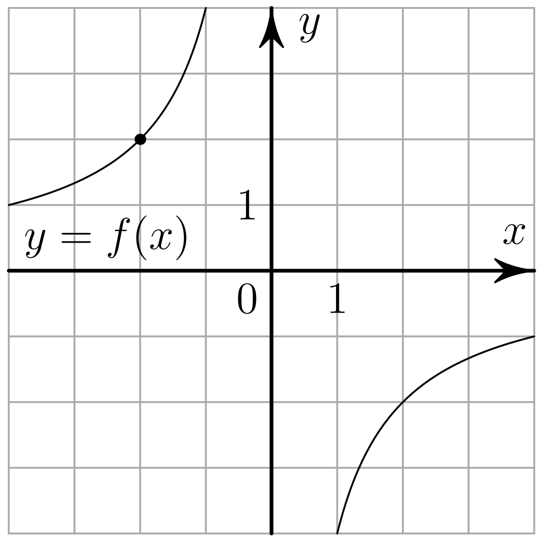
Ответ:

Гипербола.

Задача 11.5.

Аналоги Ответ

На рисунке изображён график функции вида $f(x) = \dfrac{k}{x}$. Найдите значение $f(10)$.

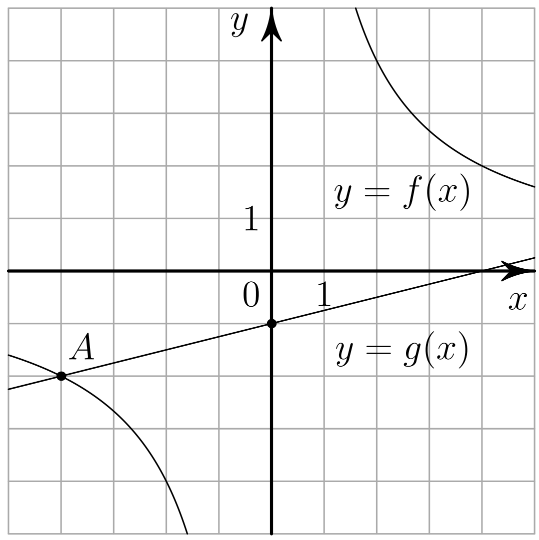


Ответ:

Задача 11.6.

Аналоги Ответ

На рисунке изображены графики функций видов $f(x) = \frac{k}{x}$ и $g(x) = ax + b$, пересекающихся в точках A и B. Найдите абсциссу точки B.



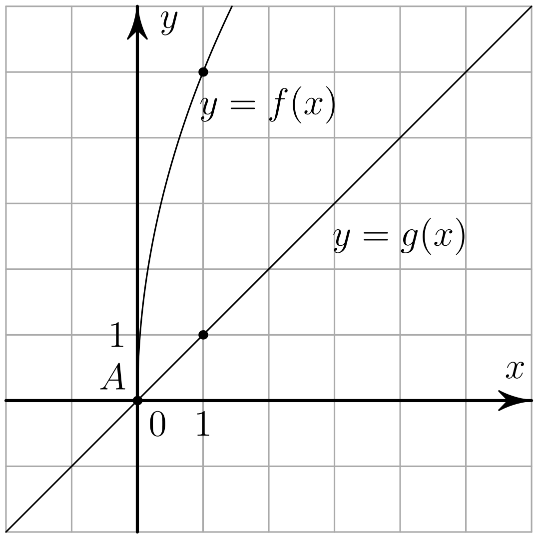
Ответ:

Квадратный корень.

Задача 11.7.

Аналоги Ответ

На рисунке изображены графики функций видов $f(x) = a\sqrt{x}$ и $g(x) = kx$, пересекающихся в точках A и B. Найдите абсциссу точки B.



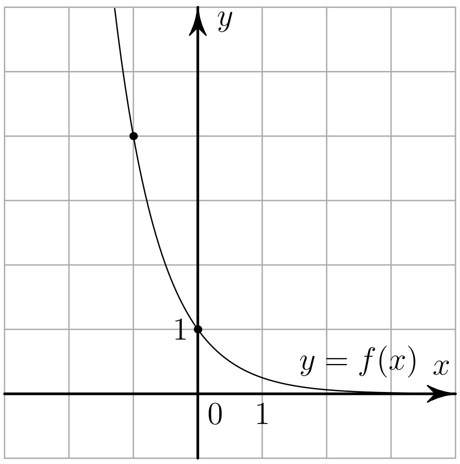
Ответ:

Показательная функция.

Задача 11.8.

Аналоги Ответ

На рисунке изображён график функции вида $f(x) = a^x$. Найдите значение $f(-2)$.



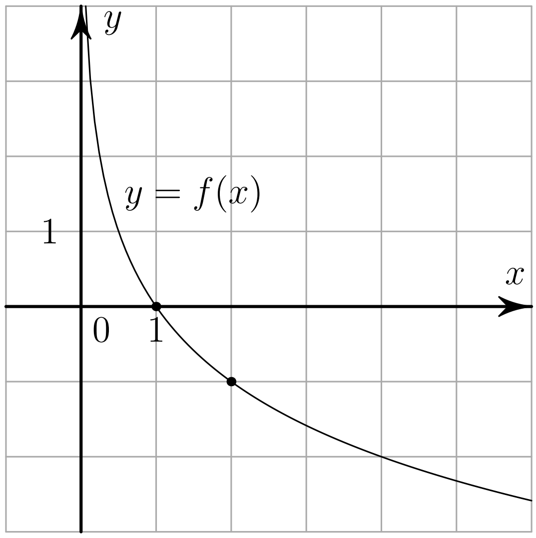
Ответ:

Логарифмическая функция.

Задача 11.9.

Аналоги Ответ

На рисунке изображён график функции вида $f(x) = \log_a x$. Найдите значение $f(8)$.



Ответ:

№12. Поиск экстремума.

Степенная функция.

Задача 12.1.

Аналоги Ответ

Найдите точку минимума функции $y = x^3 - 300x + 14$.

Ответ:

Задача 12.2.

Аналоги Ответ

Найдите точку минимума функции $y = x^3 - 14x^2 + 49x + 3$.

Ответ:

Задача 12.3.

Аналоги Ответ

Найдите точку минимума функции $y = x^{\frac{3}{2}} - 3x + 9$.

Ответ:

Задача 12.4.

Аналоги Ответ

Найдите точку минимума функции $y = x\sqrt{x} - 3x + 17$.

Ответ:

Задача 12.5.

Аналоги Ответ

Найдите наименьшее значение функции $y = x\sqrt{x} - 9x + 25$ на отрезке $[1;\ 50]$.

Ответ:

Натуральный логарифм.

Задача 12.6.

Аналоги Ответ

Найдите точку минимума функции $y = x^2 - 28x + 96 \cdot \ln x + 31$.

Ответ:

Задача 12.7.

Аналоги Ответ

Найдите точку минимума функции $y = 3x - 3 \cdot \ln(x - 7) - 8$.

Ответ:

Задача 12.8.

Аналоги Ответ

Найдите наибольшее значение функции $y = 9\ln(x + 7) - 9x + 4$ на отрезке $[-6{,}5;\ 0]$.

Ответ:

Задача 12.9.

Аналоги Ответ

Найдите точку минимума функции $y = 5x - \ln(x + 3)^5 + 6$.

Ответ:

Задача 12.10.

Аналоги Ответ

Найдите наименьшее значение функции $y = 9x - \ln(x + 5)^9$ на отрезке $[-4{,}5;\ 0]$.

Ответ:

Задача 12.11. Аналоги Ответ

Найдите наименьшее значение функции $y = 12x - \ln(12x) + 4$ на отрезке $\left[\frac{1}{24}; \frac{5}{24}\right]$.

Ответ:

Экспонента.

Задача 12.12. Аналоги Ответ

Найдите точку минимума функции $y = (x+5) \cdot e^{x-5}$.

Ответ:

Задача 12.13. Аналоги Ответ

Найдите точку минимума функции $y = (7-x) \cdot e^{7-x}$.

Ответ:

Тригонометрические функции.

Задача 12.14. Аналоги Ответ

Найдите наименьшее значение функции $y = 3\cos x - 5x + 5$ на отрезке $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

Ответ:

Задача 12.15.

Аналоги Ответ

Найдите наименьшее значение функции $y = 10\cos x + \dfrac{36x}{\pi} - 6$ на отрезке $\left[-\dfrac{2\pi}{3};\ 0\right]$.

Ответ:

Задача 12.16.

Аналоги Ответ

Найдите наибольшее значение функции $y = 10\sin x - \dfrac{36x}{\pi} + 7$ на отрезке $\left[-\dfrac{5\pi}{6};\ 0\right]$.

Ответ:

ЗАДАЧИ С РАЗВЁРНУТЫМ ОТВЕТОМ

№13. Уравнения 2.

Тригонометрические уравнения, сводимые к квадратным.

Задача 13.1.

Аналоги Ответ

а) Решите уравнение

$$\cos 2x - \sqrt{2}\cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) - 1 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2};\ 3\pi\right]$.

Ответ: ____________

Задача 13.2.

Аналоги Ответ

а) Решите уравнение

$$2\sin^2\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) + \cos(\pi - x) = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi;\ -\frac{\pi}{2}\right]$.

Ответ: ____________

Задача 13.3.

Аналоги Ответ

а) Решите уравнение

$$2\cos^2 x + 3\sin(x + \pi) - 3 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi;\ \frac{7\pi}{2}\right]$.

Ответ: ____________

Задача 13.4.

Аналоги Ответ

а) Решите уравнение
$$\cos 2x - 3\sin(-x) - 2 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[3\pi;\ \frac{9\pi}{2}\right]$.

Ответ: ______________

Задача 13.5.

Аналоги Ответ

а) Решите уравнение
$$\sqrt{3}\operatorname{tg}^2 x - 4\operatorname{tg} x + \sqrt{3} = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi;\ \frac{5\pi}{2}\right]$.

Ответ: ______________

Тригонометрические уравнения: разложение на множители.

Задача 13.6.

Аналоги Ответ

а) Решите уравнение
$$\sin 2x + \sqrt{2}\sin(x + \pi) = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi;\ -\frac{5\pi}{2}\right]$.

Ответ: ______________

Задача 13.7.

Аналоги Ответ

а) Решите уравнение

$$\sin 2x - \sin(-x) + 2\cos(-x) + 1 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2};\ 3\pi\right]$.

Ответ: ______________

Задача 13.8.

Аналоги Ответ

а) Решите уравнение

$$2\cos^3 x + \sqrt{3}\cos^2 x + 2\cos x + \sqrt{3} = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi;\ -\frac{\pi}{2}\right]$.

Ответ: ______________

Задача 13.9.

Аналоги Ответ

а) Решите уравнение

$$2\sin^3 x = \sqrt{2}\cos^2 x + 2\sin x.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi;\ -\frac{5\pi}{2}\right]$.

Ответ: ______________

Задача 13.10.

Аналоги Ответ

а) Решите уравнение

$$\cos x \cdot \cos 2x = \sqrt{2}\sin^2 x + \cos x.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2};\ -\pi\right]$.

Ответ: ______________

Задача 13.11.

Аналоги Ответ

а) Решите уравнение

$$2\sin x\cdot\cos^2 x+\sqrt{3}=\sqrt{3}\sin^2 x.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{7\pi}{2};\ 5\pi\right]$.

Ответ: ______________

Однородные тригонометрические уравнения.

Задача 13.12.

Аналоги Ответ

а) Решите уравнение

$$2\sqrt{3}\sin^2\left(x+\frac{3\pi}{2}\right)+\sin 2x=0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi;\ -\frac{5\pi}{2}\right]$.

Ответ: ______________

Тригонометрические уравнения: синус суммы.

Задача 13.13.

Аналоги Ответ

а) Решите уравнение

$$2\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)-2\sqrt{3}\cos^2 x=\cos x-2\sqrt{3}.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2};\ -\pi\right]$.

Ответ: ______________

Задача 13.14.

Аналоги Ответ

а) Решите уравнение

$$2\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+\cos 2x=\sqrt{3}\cos x+1.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi;\ -\frac{3\pi}{2}\right]$.

Ответ: ______________

Задача 13.15.

Аналоги Ответ

а) Решите уравнение

$$2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)-\cos x=\sqrt{3}\sin 2x-1.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2};\ 4\pi\right]$.

Ответ: ______________

Показательные уравнения.

Задача 13.16.

Аналоги Ответ

а) Решите уравнение

$$8^x-3\cdot 2^{x+2}+2^{5-x}=0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\log_4 5;\ \sqrt{3}\right]$.

Ответ: ______________

Показательные тригонометрические уравнения.

Задача 13.17.

Аналоги Ответ

а) Решите уравнение

$$27 \cdot 81^{\sin x} - 12 \cdot 9^{\sin x} + 1 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2};\ 3\pi\right]$.

Ответ: ________________

Задача 13.18.

Аналоги Ответ

а) Решите уравнение

$$8 \cdot 16^{\sin^2 x} - 2 \cdot 4^{\cos 2x} = 63.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{7\pi}{2};\ 5\pi\right]$.

Ответ: ________________

Задача 13.19.

Аналоги Ответ

а) Решите уравнение

$$16^{\sin x} + 16^{\sin(x+\pi)} = \frac{17}{4}.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2};\ 3\pi\right]$.

Ответ: ________________

Задача 13.20.

Аналоги Ответ

а) Решите уравнение

$$49^{\sin x} = \left(\frac{1}{7}\right)^{-\sqrt{2}\sin 2x}.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi;\ \frac{7\pi}{2}\right]$.

Ответ: ______________

Задача 13.21.

Аналоги Ответ

а) Решите уравнение

$$\frac{9^{\sin 2x} - 3^{2\sqrt{2}\sin x}}{\sqrt{11\sin x}} = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{7\pi}{2};\ 5\pi\right]$.

Ответ: ______________

Тригонометрические уравнения с логарифмами.

Задача 13.22.

Аналоги Ответ

а) Решите уравнение

$$\frac{\log_2^2(\sin x) + \log_2(\sin x)}{2\cos x + \sqrt{3}} = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[0;\ \frac{3\pi}{2}\right]$.

Ответ: ______________

Задача 13.23.

Аналоги Ответ

а) Решите уравнение

$$\log_9\left(3^{2x} + 5\sqrt{2}\sin x - 6\cos^2 x - 2\right) = x.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi;\ -\frac{\pi}{2}\right]$.

Ответ: ______________

№14. Стереометрия 2.

Прямоугольный параллелепипед.

Задача 14.1.

Аналоги Ответ

В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ точки M и N — середины рёбер AB и AD соответственно.
а) Докажите, что прямые B_1N и CM перпендикулярны.
б) Плоскость α проходит через точки N и B_1 параллельно прямой CM. Найдите расстояние от точки C до плоскости α, если $B_1N = 6$.

Ответ: ______________

Задача 14.2.

Аналоги Ответ

В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известны длины рёбер: $AB = 6\sqrt{2}$, $AD = 10$, $AA_1 = 16$. На рёбрах AA_1 и BB_1 отмечены точки E и F соответственно, причём $A_1E : EA = 5 : 3$ и $B_1F : FB = 5 : 11$. Точка T — середина ребра B_1C_1.
а) Докажите, что плоскость EFT проходит через точку D_1.
б) Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью EFT.

Ответ: ______________

Задача 14.3.

Аналоги Ответ

На ребре AA_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ взята точка E так, что $A_1E : EA = 1 : 2$, на ребре BB_1 — точка F так, что $B_1F : FB = 1 : 5$, а точка T — середина ребра B_1C_1. Известно, что $AB = 2$, $AD = 6$, $AA_1 = 6$.
а) Докажите, что плоскость EFT проходит через вершину D_1.
б) Найдите угол между плоскостью EFT и плоскостью AA_1B_1.

Ответ: ______________

Задача 14.4.

Аналоги Ответ

В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ через середину M диагонали AC_1 проведена плоскость α перпендикулярно этой диагонали, $AB = 5$, $BC = 3$, $AA_1 = 4$.
а) Докажите, что плоскость α содержит точку D_1.
б) Найдите отношение, в котором плоскость α делит ребро A_1B_1, считая от вершины B_1.

Ответ: ______________

Задача 14.5.

Аналоги Ответ

Сечением прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью α, содержащей прямую BD_1 и параллельной прямой AC, является ромб.
а) Докажите, что грань $ABCD$ — квадрат.
б) Найдите угол между плоскостями α и BCC_1, если $AA_1 = 10$, $AB = 12$.

Ответ: ______________

Призма.

Задача 14.6.

Аналоги Ответ

В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ сторона основания AB равна 8, а боковое ребро AA_1 равно 7. На ребре CC_1 отмечена точка M, причем $CM = 1$.
а) Точки O и O_1 — центры окружностей, описанных около треугольников ABC и $A_1B_1C_1$ соответственно. Докажите, что прямая OO_1 содержит точку пересечения медиан треугольника ABM.
б) Найдите расстояние от точки A_1 до плоскости ABM.

Ответ: ______________

Задача 14.7.

Аналоги Ответ

Дана правильная четырёхугольная призма $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Плоскость α проходит через вершины B_1 и D и пересекает рёбра AA_1 и CC_1 в точках M и K соответственно. Известно, что четырёхугольник MB_1KD — ромб.
а) Докажите, что точка M — середина ребра AA_1.
б) Найдите высоту призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$, если площадь её основания $ABCD$ равна 3, а площадь ромба MB_1KD равна 6.

Ответ: ______________

Задача 14.8.

Аналоги Ответ

В основании прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит равнобедренный ($AB = BC$) треугольник ABC. Точка K — середина ребра A_1B_1, а точка M делит ребро AC в отношении $AM : MC = 1 : 3$.
а) Докажите, что $KM \perp AC$.
б) Найдите угол между прямой KM и плоскостью ABB_1, если $AB = 6$, $AC = 8$ и $AA_1 = 3$.

Ответ: ______________

Задача 14.9.

Аналоги Ответ

В основании прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит равнобедренный треугольник ABC с основанием AB. Точка P делит ребро AB в отношении $AP : PB = 3 : 1$, а точка Q — середина ребра B_1C_1. Через середину M ребра BC провели плоскость α, перпендикулярно отрезку PQ.
а) Докажите, что плоскость α параллельна ребру AB.
б) Найдите отношение, в котором плоскость α делит отрезок PQ, считая от точки P, если известно, что $AA_1 = 5$, $AB = 12$, $\cos\angle ABC = \frac{3}{5}$.

Ответ: ______________

Задача 14.10.

Аналоги Ответ

В основании прямой призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ лежит параллелограмм $ABCD$ с углом $60°$ при вершине A. На рёбрах A_1B_1, B_1C_1 и BC отмечены точки M, K и N соответственно так, что четырёхугольник $AMKN$ — равнобедренная трапеция с основаниями 2 и 4.

а) Докажите, что точка M — середина ребра A_1B_1.

б) Найдите высоту призмы, если её объём равен 16 и известно, что точка K делит ребро B_1C_1 в отношении $B_1K : KC_1 = 1 : 3$.

Ответ: ____________

Задача 14.11.

Аналоги Ответ

В основании прямой призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ лежит параллелограмм $ABCD$. На рёбрах A_1B_1, B_1C_1 и BC отмечены точки M, K и N соответственно, причём $B_1K : KC_1 = 1 : 2$. Четырёхугольник $AMKN$ — равнобедренная трапеция с основаниями 2 и 3.

а) Докажите, что точка N — середина ребра BC.

б) Найдите площадь трапеции $AMKN$, если объём призмы равен 12, а высота призмы равна 2.

Ответ: ____________

Задача 14.12.

Аналоги Ответ

В основании прямой призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ лежит равнобедренная трапеция $ABCD$ с основаниями $AD = 5$ и $BC = 3$. Точка M делит ребро A_1D_1 в отношении $A_1M : MD_1 = 2 : 3$, а точка K — середина ребра DD_1.

а) Докажите, что плоскость MKC параллельна прямой BD.

б) Найдите тангенс угла между плоскостью MKC и плоскостью основания призмы, если $\angle MKC = 90°$, $\angle ADC = 60°$.

Ответ: ____________

Треугольная пирамида.

Задача 14.13.

Аналоги Ответ

В правильном тетраэдре $ABCD$ точки M и N — середины рёбер AB и CD соответственно. Плоскость α перпендикулярна прямой MN и пересекает ребро BC в точке K.
а) Докажите, что прямая MN перпендикулярна рёбрам AB и CD.
б) Найдите площадь сечения тетраэдра $ABCD$ плоскостью α, если известно, что $BK = 1$, $KC = 3$.

Ответ: __________

Задача 14.14.

Аналоги Ответ

В пирамиде $ABCD$ рёбра DA, DB и DC попарно перпендикулярны, а $AB = BC = AC = 6\sqrt{2}$.
а) Докажите, что эта пирамида правильная.
б) На рёбрах DA и DC отмечены точки M и N соответственно, причём $DM : MA = DN : NC = 1 : 2$. Найдите расстояние от точки D до плоскости MNB.

Ответ: __________

Задача 14.15.

Аналоги Ответ

В основании правильной треугольной пирамиды $ABCD$ лежит треугольник ABC со стороной, равной 6. Боковое ребро пирамиды равно 5. На ребре AD отмечена точка T так, что $AT : TD = 2 : 1$. Через точку T параллельно прямым AC и BD проведена плоскость.
а) Докажите, что сечение пирамиды указанной плоскостью является прямоугольником.
б) Найдите площадь сечения.

Ответ: __________

Задача 14.16.

Аналоги Ответ

В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с основанием ABC точки M и K — середины рёбер AB и SC соответственно, а точки N и L отмечены на рёбрах SA и BC соответственно так, что отрезки MK и NL пересекаются, а $2AN = 3NS$.
а) Докажите, что прямые MN, KL и SB пересекаются в одной точке.
б) Найдите отношение $BL : LC$.

Ответ: ______________

Задача 14.17.

Аналоги Ответ

В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна 6, а боковое ребро SA равно $\sqrt{21}$. На рёбрах AB и SB отмечены точки M и K соответственно, причём $AM = 4$, $SK : KB = 1 : 3$.
а) Докажите, что плоскость CKM перпендикулярна плоскости ABC.
б) Найдите объём пирамиды $BCKM$.

Ответ: ______________

Задача 14.18.

Аналоги Ответ

На рёбрах AB и BC треугольной пирамиды $ABCD$ отмечены точки M и N соответственно, причём $AM : MB = CN : NB = 1 : 2$. Точки P и Q — середины рёбер DA и DC соответственно.
а) Докажите, что точки P, Q, M и N лежат в одной плоскости.
б) Найдите отношение объёмов многогранников, на которые плоскость PQM разбивает пирамиду.

Ответ: ______________

Задача 14.19.

Аналоги Ответ

На рёбрах AC, AD, BD и BC тетраэдра $ABCD$ отмечены точки K, L, M и N соответственно, причём $AK : KC = 2 : 3$. Четырёхугольник $KLMN$ — квадрат со стороной 2.
а) Докажите, что прямые AB и CD перпендикулярны.
б) Найдите расстояние от вершины B до плоскости KLM, если объём тетраэдра $ABCD$ равен 25.

Ответ: ______________

Четырехугольная пирамида.

Задача 14.20.

Аналоги Ответ

Все рёбра правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$ с основанием $ABCD$ равны 4. Точка O — центр основания пирамиды. Плоскость, параллельная прямой SA и проходящая через точку O, пересекает рёбра SC и SD в точках M и N соответственно. Точка N делит ребро SD в отношении $SN : ND = 1 : 3$.
а) Докажите, что точка M — середина ребра SC.
б) Найдите длину отрезка, по которому плоскость OMN пересекает грань SBC.

Ответ: __________

Задача 14.21.

Аналоги Ответ

В правильной четырёхугольной пирамиде $SABD$ сторона основания AB равна 8, а боковое ребро SA равно 7. На рёбрах AB и SB отмечены точки M и K соответственно, причём $AM = 2$, $SK = 1$. Плоскость α перпендикулярна плоскости ABC и содержит точки M и K.
а) Докажите, что плоскость α содержит точку C.
б) Найдите площадь сечения пирамиды $SABCD$ плоскостью α.

Ответ: __________

Задача 14.22.

Аналоги Ответ

Точка M — середина бокового ребра SC правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$. Точка N лежит на стороне BC основания $ABCD$. Плоскость α проходит через точки M и N параллельно боковому ребру SA.
а) Плоскость α пересекает боковое ребро SD в точке L. Докажите, что $BN : NC = DL : LS$.
б) Плоскость α делит пирамиду $SABCD$ на два многогранника. Найдите отношение их объёмов, если $BN : NC = 1 : 2$.

Ответ: __________

Задача 14.23.

Аналоги Ответ

На ребре SD правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$ с основанием $ABCD$ отмечена точка M, причём $SM : MD = 3 : 2$. Точки P и Q — середины рёбер BC и AD соответственно.

а) Докажите, что сечение пирамиды плоскостью MPQ является равнобедренной трапецией.

б) Найдите отношение объёмов многогранников, на которые плоскость MPQ разбивает пирамиду.

Ответ: ______________

Задача 14.24.

Аналоги Ответ

Точка M — середина ребра SA правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$ с основанием $ABCD$. Точка N лежит на ребре SB, $SN : NB = 1 : 2$.

а) Докажите, что плоскость CMN параллельна прямой SD.

б) Найдите площадь сечения пирамиды $SABCD$ плоскостью CMN, если все рёбра пирамиды равны 6.

Ответ: ______________

Задача 14.25.

Аналоги Ответ

В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ с основанием $ABCD$ точка O — центр основания пирамиды, точка M — середина ребра SC, точка K делит ребро BC в отношении $BK : KC = 3 : 2$, а $AB = 4$ и $SO = 2\sqrt{23}$.

а) Докажите, что плоскость OMK параллельна прямой SA.

б) Найдите длину отрезка, по которому плоскость OMK пересекает грань SAD.

Ответ: ______________

Задача 14.26.

Аналоги Ответ

В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ сторона основания AB равна 6, а боковое ребро SA равно 7. На рёбрах CD и SC отмечены точки N и K соответственно, причём $DN : NC = SK : KC = 1 : 2$. Плоскость α содержит прямую KN и параллельна прямой BC.

а) Докажите, что плоскость α параллельна прямой SA.

б) Найдите угол между плоскостями α и SBC.

Ответ: ______________

Задача 14.27.

Аналоги Ответ

В основании пирамиды $SABCD$ лежит прямоугольник $ABCD$ со стороной $AB = 5$ и диагональю $BD = 9$. Все боковые рёбра пирамиды равны 5. На диагонали BD основания $ABCD$ отмечена точка E, а на ребре AS — точка F так, что $SF = BE = 4$.

а) Докажите, что плоскость CEF параллельна ребру SB.

б) Плоскость CEF пересекает ребро SD в точке Q. Найдите расстояние от точки Q до плоскости ABC.

Ответ: ______________

Задача 14.28.

Аналоги Ответ

Основанием четырёхугольной пирамиды $SABCD$ является прямоугольник $ABCD$, причём $AB = 4$, $BC = 4\sqrt{2}$. Основанием высоты пирамиды является центр прямоугольника. Из вершин A и C опущены перпендикуляры AP и CQ на ребро SB.

а) Докажите, что P — середина отрезка BQ.

б) Найдите угол между плоскостями SBA и SBC, если $SD = 8$.

Ответ: ______________

Задача 14.29.

Аналоги Ответ

В основании пирамиды $SABCD$ лежит трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC, равными 8 и 3 соответственно. Точки M и N лежат на рёбрах SD и BC соответственно, причём $SM : MD = 3 : 2$, $BN : NC = 1 : 2$. Плоскость AMN пересекает ребро SC в точке K.
а) Докажите, что $SK : KC = 6 : 1$.
б) Плоскость AMN делит пирамиду $SABCD$ на два многогранника. Найдите отношение их объёмов.

Ответ: ____________

Задача 14.30.

Аналоги Ответ

Основанием четырёхугольной пирамиды $PABCD$ является трапеция $ABCD$, причём $\angle BAD + \angle ADC = 90°$. Плоскости PAB и PCD перпендикулярны плоскости основания, K — точка пересечения прямых AB и CD.
а) Докажите, что плоскости PAB и PCD перпендикулярны.
б) Найдите объём пирамиды $KBCP$, если $AB = BC = CD = 4$, а высота пирамиды $PABCD$ равна 9.

Ответ: ____________

Задача 14.31.

Аналоги Ответ

В основании пирамиды $SABCD$ лежит трапеция $ABCD$ с большим основанием AD. Диагонали трапеции пересекаются в точке O. Точки M и N — середины боковых сторон AB и CD соответственно. Плоскость α проходит через точки M и N параллельно прямой SO.
а) Докажите, что сечение пирамиды $SABCD$ плоскостью α является трапецией.
б) Найдите площадь сечения пирамиды $SABCD$ плоскостью α, если $AD = 12$, $BC = 10$, $SO = 9$, а прямая SO перпендикулярна прямой AD.

Ответ: ____________

Шестиугольная пирамида.

Задача 14.32.

Аналоги Ответ

В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$ сторона основания AB равна 2, а боковое ребро SA равно 8. Точка M — середина ребра AB. Плоскость α перпендикулярна плоскости ABC и содержит точки M и D. Прямая SC пересекает плоскость α в точке K.

а) Докажите, что $KM = KD$.

б) Найдите объём пирамиды $CDKM$.

Ответ: __________

Задача 14.33.

Аналоги Ответ

В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$ сторона основания AB равна 5, а боковое ребро SA равно 9. Точка M лежит на ребре AB, $AM = 1$, а точка K лежит на ребре SC. Известно, что $MK = KD$.

а) Докажите, что плоскость DKM перпендикулярна плоскости ABC.

б) Найдите площадь треугольника DKM.

Ответ: __________

Тела вращения.

Задача 14.34.

Аналоги Ответ

В цилиндре образующая перпендикулярна плоскости основания. На окружности одного из оснований цилиндра выбраны точки A, B и C, а на окружности другого основания — точка C_1, причём CC_1 — образующая цилиндра, а AC — диаметр основания. Известно, что $\angle ACB = 30°$, $AB = \sqrt{2}$, $CC_1 = 2$.

а) Докажите, что угол между прямыми AC_1 и BC равен 45°.

б) Найдите объем цилиндра.

Ответ: __________

Задача 14.35.

Аналоги Ответ

В цилиндре образующая перпендикулярна плоскости основания. На окружности одного из оснований цилиндра выбраны точки A и B, а на окружности другого основания — точки B_1 и C_1, причём BB_1 — образующая цилиндра, а AC_1 пересекает ось цилиндра.

а) Докажите, что угол ABC_1 прямой.

б) Найдите площадь боковой поверхности цилиндра, если $AB = 20$, $BB_1 = 15$, $B_1C_1 = 21$.

Ответ: ______________

Задача 14.36.

Аналоги Ответ

Различные точки A, B и C лежат на окружности основания конуса с вершиной S так, что отрезок AB является её диаметром. Угол между образующей конуса и плоскостью основания равен $60°$.

а) Докажите, что $\cos\angle ASC + \cos\angle BSC = 1{,}5$.

б) Найдите объём тетраэдра $SABC$, если $SC = 1$, $\cos\angle ASC = \frac{2}{3}$.

Ответ: ______________

№15. Неравенства.

Показательные неравенства.

Задача 15.1.

Аналоги Ответ

Решите неравенство

$$\frac{4}{3^x-27} \geq \frac{1}{3^x-9}.$$

Ответ: ______________

Задача 15.2.

Аналоги Ответ

Решите неравенство

$$3^x + \frac{243}{3^x-36} \geq 0.$$

Ответ: ______________

Задача 15.3.

Аналоги Ответ

Решите неравенство

$$\frac{8^{x+1}-40}{2\cdot 64^x-32} \leq 1.$$

Ответ: ______________

Задача 15.4.

Аналоги Ответ

Решите неравенство

$$\frac{3^x+9}{3^x-9} + \frac{3^x-9}{3^x+9} \geq \frac{4\cdot 3^{x+1}+144}{9^x-81}.$$

Ответ: ______________

Задача 15.5.

Аналоги Ответ

Решите неравенство

$$\frac{4^x - 3\cdot 2^{x+1} + 4}{2^x - 5} + \frac{3\cdot 2^{x+1} - 46}{2^x - 8} \le 2^x + 5.$$

Ответ: ______________

Задача 15.6.

Аналоги Ответ

Решите неравенство

$$11^x - 6 - \frac{24\cdot 11^x - 244}{121^x - 16\cdot 11^x + 60} \le \frac{1}{11^x - 10}.$$

Ответ: ______________

Задача 15.7.

Аналоги Ответ

Решите неравенство

$$\frac{8^{x+\frac{2}{3}} - 9\cdot 4^{x+\frac{1}{2}} + 13\cdot 2^x - 13}{4^{x+\frac{1}{2}} - 9\cdot 2^x + 4} \le 2^{x+1} - \frac{1}{2^x - 2} + \frac{3}{2^{x+1} - 1}.$$

Ответ: ______________

Задача 15.8.

Аналоги Ответ

Решите неравенство

$$12^x - 8^x - 2\cdot 6^{x+1} + 3\cdot 4^{x+1} + 32\cdot 3^x - 2^{x+5} \le 0.$$

Ответ: ______________

Неравенства: логарифмы с равными основаниями.

Задача 15.9.

Аналоги Ответ

Решите неравенство

$$\log_2^2\left(x^2-9\right)-9\log_2\left(x^2-9\right)+20\geq 0.$$

Ответ: ______________

Задача 15.10.

Аналоги Ответ

Решите неравенство

$$\log_3^2\left(25-x^2\right)-3\log_3\left(25-x^2\right)+2\geq 0.$$

Ответ: ______________

Задача 15.11.

Аналоги Ответ

Решите неравенство

$$\log_2\left(4x^2-1\right)-\log_2 x\leq\log_2\left(5x+\frac{9}{x}-11\right).$$

Ответ: ______________

Задача 15.12.

Аналоги Ответ

Решите неравенство

$$\log_5\left((3-x)\left(x^2+2\right)\right)\geq\log_5\left(x^2-7x+12\right)+\log_5(5-x).$$

Ответ: ______________

Задача 15.13.

Аналоги Ответ

Решите неравенство

$$\frac{\log_4\left(16x^4\right)+11}{\log_4^2 x-9} \geq -1.$$

Ответ: ____________

Задача 15.14.

Аналоги Ответ

Решите неравенство

$$\frac{\log_2(2-x)-\log_2(x+1)}{\log_2^2\left(x^2\right)+\log_2\left(x^4\right)+1} \geq 0.$$

Ответ: ____________

Задача 15.15.

Аналоги Ответ

Решите неравенство

$$\frac{\log_8 x}{\log_8\left(\frac{x}{64}\right)} \geq \frac{2}{\log_8 x}+\frac{3}{\log_8^2 x-\log_8 x^2}.$$

Ответ: ____________

Задача 15.16.

Аналоги Ответ

Решите неравенство

$$1+\frac{6}{\log_3 x-3}+\frac{5}{\log_3^2 x-\log_3\left(27x^6\right)+12} \geq 0.$$

Ответ: ____________

Неравенства: логарифмы с разными основаниями.

Задача 15.17.

Аналоги Ответ

Решите неравенство

$$\frac{\log_2 x^2 - \log_3 x^2}{\log_6^2 (2x^2 - 10x + 12{,}5) + 1} \geq 0.$$

Ответ: ______________

Задача 15.18.

Аналоги Ответ

Решите неравенство

$$\log_4 \left((x-5)\left(x^2 - 2x - 15\right)\right) + 1 \geq 0{,}5 \cdot \log_2 (x-5)^2.$$

Ответ: ______________

Задача 15.19.

Аналоги Ответ

Решите неравенство

$$\left(\log_{0{,}25}^2 (x+3) - \log_4 \left(x^2 + 6x + 9\right) + 1\right) \cdot \log_4 (x+2) \leq 0.$$

Ответ: ______________

Задача 15.20.

Аналоги Ответ

Решите неравенство

$$\log_{0{,}5} \left(x^3 - 3x^2 - 9x + 27\right) \leq \log_{0{,}25} (x-3)^4.$$

Ответ: ______________

Задача 15.21.

Аналоги Ответ

Решите неравенство

$$\log_8\left(x^3-3x^2+3x-1\right)\geq \log_2\left(x^2-1\right)-5.$$

Ответ: ____________

Неравенства: логарифмы с переменным основанием.

Задача 15.22.

Аналоги Ответ

Решите неравенство

$$\log_{16}(x+5)+\log_{x^2+10x+25}2\geq \frac{3}{4}.$$

Ответ: ____________

Смешанные неравенства.

Задача 15.23.

Аналоги Ответ

Решите неравенство

$$\frac{10^x-25\cdot 2^x-2\cdot 5^x+50}{5x-x^2-4}\geq 0.$$

Ответ: ____________

Задача 15.24.

Аналоги Ответ

Решите неравенство

$$\frac{\log_3(9x)\cdot \log_4(64x)}{5x^2-|x|}\leq 0.$$

Ответ: ____________

Задача 15.25.

Аналоги Ответ

Решите неравенство

$$x^2\log_{243}(4-x) \leq \log_3\left(x^2-8x+16\right).$$

Ответ: ______________

№16. Финансовые задачи.

Кредиты: дифференцированные платежи.

Задача 16.1.

Аналоги Ответ

В июле планируется взять кредит в банке на сумму 7 млн рублей на срок 10 лет. Условия возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга так, чтобы на начало июля каждого года долг уменьшался на одну и ту же сумму по сравнению с предыдущим июлем.

Найдите наименьшую возможную ставку r, если известно, что последний платёж будет не менее 0,819 млн рублей.

Ответ: ____________

Задача 16.2.

Аналоги Ответ

В июле планируется взять кредит в банке на сумму 5 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

На сколько лет планируется взять кредит, если известно, что общая сумма выплат после его полного погашения составит 7,5 млн рублей?

Ответ: ____________

Кредиты: дифференцированные платежи с условием.

Задача 16.3.

Аналоги Ответ

В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на три года в размере S млн рублей, где S — целое число. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 30% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	**Июль 2016**	**Июль 2017**	**Июль 2018**	**Июль 2019**
Долг (в млн рублей)	S	$0{,}6S$	$0{,}25S$	0

Найдите наибольшее значение S, при котором каждая из выплат будет меньше 5 млн рублей.

Ответ: ____________

Задача 16.4.

Аналоги Ответ

15-го декабря планируется взять кредит в банке на 11 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по 10-й долг должен быть на 80 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- к 15-му числу 11-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Какой долг будет 15-го числа 10-го месяца, если общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 1198 тысяч рублей?

Ответ: ____________

Задача 16.5.

Аналоги Ответ

15-го декабря планируется взять кредит в банке на сумму 1100 тысяч рублей на 31 месяц. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по 30-й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- к 15-му числу 31-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Какой долг будет 15-го числа 30-го месяца, если общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 1503 тысячи рублей?

Ответ: ________________

Задача 16.6.

Аналоги Ответ

15-го декабря планируется взять кредит в банке на 21 месяц. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по 20-й долг должен быть на 30 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- к 15-му числу 21-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 1604 тысячи рублей?

Ответ: ________________

Задача 16.7.

Аналоги Ответ

15-го декабря планируется взять кредит в банке на 11 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по 10-й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- 15-го числа 10-го месяца долг составит 300 тысяч рублей;
- к 15-му числу 11-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 1388 тысяч рублей?

Ответ: __________

Задача 16.8.

Аналоги Ответ

15-го декабря планируется взять кредит в банке на сумму 900 тысяч рублей на 11 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по 10-й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- 15-го числа 10-го месяца долг составит 200 тысяч рублей;
- к 15-му числу 11-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Найдите r, если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 1021 тысячу рублей.

Ответ: __________

Задача 16.9.

Аналоги Ответ

В июле 2025 года планируется взять кредит на десять лет. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг будет возрастать на 30% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле 2026, 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг должен быть на какую-то одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- в июле 2030 года долг должен составить 500 тыс. рублей;
- в июле 2031, 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- к июлю 2035 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 2080 тыс. рублей. Сколько рублей составит платёж в 2026 году?

Ответ: ____________

Задача 16.10.

Аналоги Ответ

В июле 2025 года планируется взять кредит на десять лет в размере 1400 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг будет возрастать на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле 2026, 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг должен быть на какую-то одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- в июле 2031, 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- к июлю 2035 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 2120 тыс. рублей. Сколько рублей составит платёж в 2026 году?

Ответ: ____________

Задача 16.11.

Аналоги Ответ

В июле 2025 года планируется взять кредит на десять лет в размере 1300 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг будет возрастать на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле 2026, 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг должен быть на какую-то одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- в июле 2031, 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- к июлю 2035 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 2580 тыс. рублей. Сколько рублей составит долг в июле 2030 года?

Ответ: __________

Задача 16.12.

Аналоги Ответ

В июле 2025 года планируется взять кредит на десять лет. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг будет возрастать на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле 2026, 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг должен быть на какую-то одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- в июле 2030 года долг должен составить 600 тыс. рублей;
- в июле 2031, 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- к июлю 2035 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 2360 тыс. рублей. Какую сумму планируется взять в кредит?

Ответ: __________

Задача 16.13.

Аналоги Ответ

В июле 2025 года планируется взять кредит на десять лет в размере 800 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг будет возрастать на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года (r — целое число);
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле 2026, 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг должен быть на какую-то одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- в июле 2030 года долг должен составить 200 тыс. рублей;
- в июле 2031, 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- к июлю 2035 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 1480 тыс. рублей. Найдите r.

Ответ: __________

Задача 16.14.

Аналоги Ответ

15-го декабря планируется взять кредит в банке на сумму 600 тысяч рублей на $(n+1)$ месяц. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по n-й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- 15-го числа n-го месяца долг составит 200 тысяч рублей;
- к 15-му числу $(n+1)$-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Найдите n, если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 852 тысячи рублей.

Ответ: __________

Задача 16.15.

Аналоги Ответ

15-го декабря планируется взять кредит в банке на сумму 1 000 000 рублей на $(n+1)$ месяц. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по n-й долг должен быть на 40 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- 15-го числа n-го месяца долг составит 200 тысяч рублей;
- к 15-му числу $(n+1)$-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Найдите r, если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 1378 тысяч рублей.

Ответ: ____________

Кредиты: аннуитетные платежи.

Задача 16.16.

Аналоги Ответ

В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на сумму 419 375 рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей составит общая сумма платежей, если известно, что кредит будет полностью погашен четырьмя равными платежами (то есть за четыре года)?

Ответ: ____________

Задача 16.17.

Аналоги Ответ

В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей будет выплачено банку, если известно, что кредит будет полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года) и общая сумма выплат после полного погашения кредита на 34 150 рублей больше суммы, взятой в кредит?

Ответ: ______________

Задача 16.18.

Аналоги Ответ

В июле 2026 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей планируется взять в банке, если известно, что кредит будет полностью погашен четырьмя равными платежами (то есть за четыре года) и общая сумма платежей составит 311 040 рублей?

Ответ: ______________

Задача 16.19.

Аналоги Ответ

В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг будет возрастать на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей планируется взять в банке, если известно, что кредит будет полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года) и общая сумма выплат после полного погашения кредита на 40 980 рублей больше суммы, взятой в кредит?

Ответ: ______________

Задача 16.20.

Аналоги Ответ

В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Если ежегодно выплачивать по 58 564 рубля, то кредит будет полностью погашен за 4 года, а если ежегодно выплачивать по 106 964 рубля, то кредит будет полностью погашен за 2 года. Найдите r.

Ответ: ______________

Кредиты: аннуитетные платежи с условием.

Задача 16.21.

Аналоги Ответ

В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на сумму 200 000 рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Найдите r, если известно, что кредит будет полностью погашен за два года, причём в первый год будет выплачено 130 000 рублей, а во второй год — 150 000 рублей.

Ответ: ____________

Задача 16.22.

Аналоги Ответ

В июле 2026 года планируется взять кредит на три года в размере 800 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- платежи в 2027 и 2028 годах должны быть равными;
- к июлю 2029 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что платёж в 2029 году составит 833,8 тыс. рублей. Сколько рублей составит платёж 2027 года?

Ответ: ____________

Задача 16.23.

Аналоги Ответ

В июле 2026 года планируется взять кредит на три года в размере 800 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг будет возрастать на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- платежи в 2027 и 2028 годах должны быть равными;
- к июлю 2029 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 1254,4 тыс. рублей. Сколько рублей составит платёж 2027 года?

Ответ: ______________

Задача 16.24.

Аналоги Ответ

В июле 2026 года планируется взять кредит на три года. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг будет возрастать на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- платежи в 2027 и в 2028 годах должны быть по 500 тыс. рублей;
- к июлю 2029 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита равна 1235,2 тыс. рублей. Какую сумму планируется взять в кредит?

Ответ: ______________

Задача 16.25.

Аналоги Ответ

В июле 2026 года планируется взять кредит на три года. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг будет возрастать на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- платежи в 2027 и в 2028 годах должны быть по 300 тыс. рублей;
- к июлю 2029 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что платёж в 2029 году будет равен 417,6 тыс. рублей. Какую сумму планируется взять в кредит?

Ответ: __________

Задача 16.26.

Аналоги Ответ

В июле 2026 года планируется взять кредит на три года в размере 900 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- платежи в 2027 и 2028 годах должны быть равными;
- к июлю 2029 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что платёж в 2029 году составит 1027,2 тыс. рублей. Найдите сумму всех платежей после полного погашения кредита.

Ответ: __________

Кредиты: смешанные задачи.

Задача 16.27.

Аналоги Ответ

В июле 2026 года планируется взять кредит на пять лет в размере 825 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг будет возрастать на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле 2027, 2028 и 2029 годов долг остаётся равным 825 тыс. рублей;
- выплаты в 2030 и 2031 годах равны;
- к июлю 2031 года долг будет выплачен полностью.

Найдите общую сумму выплат за пять лет.

Ответ: __________

Задача 16.28.

Аналоги Ответ

В июле 2026 года планируется взять кредит на пять лет в размере S тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг будет возрастать на 30% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле 2027, 2028 и 2029 годов долг остаётся равным S тыс. рублей;
- выплаты в 2030 и 2031 годах равны по 338 тыс. рублей;
- к июлю 2031 года долг будет выплачен полностью.

Найдите общую сумму выплат за пять лет.

Ответ: __________

Задача 16.29.

Аналоги Ответ

В июле 2026 года планируется взять кредит на пять лет в размере 1050 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг будет возрастать на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле 2027, 2028 и 2029 годов долг остаётся равным 1050 тыс. рублей;
- выплаты в 2030 и 2031 годах равны;
- к июлю 2031 года долг будет выплачен полностью.

На сколько рублей последняя выплата будет больше первой?

Ответ: __________

Задача 16.30.

Аналоги Ответ

Планируется выдать льготный кредит на целое число миллионов рублей на пять лет. В середине каждого года действия кредита долг заёмщика возрастает на 20% по сравнению с началом года. В конце 1-го, 2-го и 3-го годов заёмщик выплачивает только проценты по кредиту, оставляя долг неизменно равным первоначальному. В конце 4-го и 5-го годов заёмщик выплачивает одинаковые суммы, погашая весь долг полностью. Найдите наибольший размер кредита, при котором общая сумма выплат заёмщика будет меньше 7 млн рублей.

Ответ: __________

Вклады.

Задача 16.31.

Аналоги Ответ

Вклад планируется открыть на четыре года. Первоначальный вклад составляет целое число миллионов рублей. В конце каждого года вклад увеличивается на 10% по сравнению с его размером в начале года. Кроме этого, в начале третьего и четвёртого годов вклад ежегодно пополняется на 3 млн рублей. Найдите наименьший размер первоначального вклада, при котором через четыре года вклад будет больше 20 млн рублей.

Ответ: __________

Задачи на оптимизацию.

Задача 16.32.

Аналоги Ответ

Пенсионный фонд владеет ценными бумагами, которые стоят t^2 тыс. рублей в конце года t ($t = 1, 2, \ldots$). В конце любого года пенсионный фонд может продать ценные бумаги и положить деньги на счёт в банке, при этом в конце каждого следующего года сумма на счёте будет увеличиваться на 10%. В конце какого года пенсионному фонду следует продать ценные бумаги, чтобы в конце двадцать пятого года сумма на его счёте была наибольшей?

Ответ: __________

Задача 16.33.

Аналоги Ответ

Пенсионный фонд владеет ценными бумагами, которые стоят t^2 тыс. рублей в конце года t ($t = 1, 2, \ldots$). В конце любого года пенсионный фонд может продать ценные бумаги и положить деньги на счёт в банке, при этом в конце каждого следующего года сумма на счёте будет увеличиваться в $1+r$ раз. Пенсионный фонд хочет продать ценные бумаги в конце такого года, чтобы в конце двадцатого года сумма на его счёте была наибольшей. Расчёты показали, что для этого ценные бумаги нужно продавать строго в конце девятого года. При каких положительных значениях r это возможно?

Ответ: __________

Задача 16.34.

Аналоги Ответ

Вадим является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые товары при использовании одинаковых технологий. Если рабочие на одном из заводов трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят t единиц товара. За каждый час работы на заводе, расположенном в первом городе, Вадим платит рабочему 200 рублей, а на заводе, расположенном во втором городе, — 300 рублей. Вадим готов выделять 1 200 000 рублей в неделю на оплату труда рабочих. Какое наибольшее количество единиц товара можно произвести за неделю на этих двух заводах?

Ответ: ____________

№17. Планиметрия 2.

Треугольники.

Задача 17.1.

Аналоги Ответ

Прямая, проходящая через середину M гипотенузы AB прямоугольного треугольника ABC, перпендикулярна CM и пересекает катет AC в точке K. При этом $AK : KC = 1 : 2$.
а) Докажите, что $\angle BAC = 30°$.
б) Пусть прямые MK и BC пересекаются в точке P, а прямые AP и BK — в точке Q. Найдите KQ, если $BC = \sqrt{21}$.

Ответ: ____________

Задача 17.2.

Аналоги Ответ

В прямоугольном треугольнике ABC точка M лежит на катете AC, а точка N лежит на продолжении катета BC за точку C, причём $CM = BC$ и $CN = AC$.
а) Отрезки CP и CQ — медианы треугольников ABC и NCM соответственно. Докажите, что прямые CP и CQ перпендикулярны.
б) Прямые MN и AB пересекаются в точке K, а прямые BM и AN — в точке L. Найдите KL, если $BC = 1$, а $AC = 5$.

Ответ: ____________

Задача 17.3.

Аналоги Ответ

На стороне AC равностороннего треугольника ABC отмечена точка M. Серединный перпендикуляр к отрезку BM пересекает стороны AB и BC в точках E и K соответственно.
а) Докажите, что треугольники AEM и CMK подобны.
б) Найдите отношение $AM : MC$, если площади треугольников AEM и CMK равны 4 и 9 соответственно.

Ответ: ____________

Задача 17.4.

Аналоги Ответ

В остроугольном треугольнике ABC высоты AA_1, BB_1 и CC_1 пересекаются в точке H. Через точку C_1 параллельно высоте BB_1 проведена прямая, пересекающая высоту AA_1 в точке K.
а) Докажите, что $AB \cdot KH = BC \cdot C_1H$.
б) Найдите отношение площадей треугольников C_1HK и ABC, если $AB = 6$, $BC = 4$, $AC = 5$.

Ответ: ____________

Задача 17.5.

Аналоги Ответ

На стороне BC треугольника ABC отмечена точка D так, что $AB = BD$. Биссектриса BF треугольника ABC пересекает прямую AD в точке E. Из точки C на прямую AD опущен перпендикуляр CK.
а) Докажите, что $AB : BC = AE : EK$.
б) Найдите отношение площади треугольника ABE к площади четырёхугольника $CDEF$, если $BD : DC = 5 : 2$.

Ответ: ____________

Параллелограмм.

Задача 17.6.

Аналоги Ответ

В параллелограмме $ABCD$ угол BAC вдвое больше угла CAD. Биссектриса угла BAC пересекает отрезок BC в точке L. На продолжении стороны CD за точку D выбрана такая точка E, что $AE = CE$.
а) Докажите, что $AL \cdot BC = AB \cdot AC$.
б) Найдите EL, если $AC = 8$, $\operatorname{tg} \angle BCA = \frac{1}{2}$.

Ответ: ____________

Задача 17.7.

Аналоги Ответ

Прямая, перпендикулярная стороне BC ромба $ABCD$, пересекает его диагональ AC в точке M, а диагональ BD в точке N, причём $AM : MC = 1 : 2$, $BN : ND = 1 : 3$.
а) Докажите, что $\cos \angle BAD = \frac{1}{5}$.
б) Найдите площадь ромба, если $MN = 5$.

Ответ: ____________

Задача 17.8.

Аналоги Ответ

Прямая, перпендикулярная стороне BC ромба $ABCD$, пересекает его диагональ AC в точке M, а диагональ BD в точке N, причём $AM : MC = 1 : 2$, $BN : ND = 1 : 3$.
а) Докажите, что прямая MN делит сторону ромба BC в отношении $1 : 4$.
б) Найдите сторону ромба, если $MN = \sqrt{6}$.

Ответ: ____________

Задача 17.9.

Аналоги Ответ

На сторонах AB, BC и AC треугольника ABC отмечены точки C_1, A_1 и B_1 соответственно, причём $AC_1 : C_1B = 21 : 10$, $BA_1 : A_1C = 2 : 3$, $AB_1 : B_1C = 2 : 5$. Отрезки BB_1 и CC_1 пересекаются в точке D.
а) Докажите, что четырёхугольник ADA_1B_1 — параллелограмм.
б) Найдите CD, если отрезки AD и BC перпендикулярны, $AC = 63$, $BC = 25$.

Ответ: ____________

Задача 17.10.

Аналоги Ответ

Прямая, проходящая через вершину B прямоугольника $ABCD$ перпендикулярно диагонали AC, пересекает сторону AD в точке M, равноудалённой от вершин B и D.
а) Докажите, что $\angle ABM = \angle DBC = 30°$.
б) Найдите расстояние от центра прямоугольника до прямой CM, если $BC = 9$.

Ответ: ____________

Трапеция.

Задача 17.11.

Аналоги Ответ

Дана трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC. Диагональ BD разбивает её на два равнобедренных треугольника с основаниями AD и CD.
а) Докажите, что луч AC — биссектриса угла BAD.
б) Найдите CD, если известны диагонали трапеции: $AC = 12$ и $BD = 6{,}5$.

Ответ: ____________

Задача 17.12.

Аналоги Ответ

Точка E — середина боковой стороны CD трапеции $ABCD$. На стороне AB взяли точку K так, что прямые CK и AE параллельны. Отрезки CK и BE пересекаются в точке O.
а) Докажите, что $CO = KO$.
б) Найдите отношение оснований трапеции BC и AD, если площадь треугольника BCK составляет $\frac{9}{100}$ площади трапеции $ABCD$.

Ответ: ____________

Задача 17.13.

Аналоги Ответ

В трапеции $ABCD$ основание AD в два раза больше основания BC. Внутри трапеции взяли точку M так, что углы ABM и DCM прямые.
а) Докажите, что $AM = DM$.
б) Найдите угол BAD, если угол ADC равен 70°, а расстояние от точки M до прямой AD равно стороне BC.

Ответ: ____________

Задача 17.14.

Аналоги Ответ

В равнобедренной трапеции $ABCD$ основание AD в три раза больше основания BC.
а) Докажите, что высота CH трапеции разбивает основание AD на отрезки, один из которых вдвое больше другого.
б) Найдите расстояние от вершины C до середины диагонали BD, если $AD = 15$ и $AC = 2\sqrt{61}$.

Ответ: ____________

Задача 17.15.

Аналоги Ответ

Биссектрисы углов BAD и BCD равнобедренной трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O. На боковых сторонах AB и CD отмечены точки M и N соответственно так, что $AM = MO$, $CN = NO$.
а) Докажите, что точки M, O и N лежат на одной прямой.
б) Найдите отношение $AM : MB$, если $AO = OC$ и $BC : AD = 17 : 31$.

Ответ: __________

Задача 17.16.

Аналоги Ответ

Биссектрисы углов BAD и BCD равнобедренной трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O. Через точку O провели прямую, параллельную основаниям BC и AD.
а) Докажите, что отрезок этой прямой внутри трапеции равен её боковой стороне.
б) Найдите отношение длин оснований трапеции, если $AO = CO$ и данная прямая делит сторону AB в отношении $AM : MB = 1 : 2$.

Ответ: __________

Задача 17.17.

Аналоги Ответ

Сумма оснований трапеции равна 10, а её диагонали равны 6 и 8.
а) Докажите, что диагонали трапеции перпендикулярны.
б) Найдите высоту трапеции.

Ответ: __________

Описанная окружность.

Задача 17.18.

Аналоги Ответ

Окружность проходит через вершины B и C треугольника ABC и пересекает AB и AC в точках C_1 и B_1 соответственно.
а) Докажите, что треугольник ABC подобен треугольнику AB_1C_1.
б) Вычислите радиус данной окружности, если $\angle A = 45°$, $B_1C_1 = 6$ и площадь треугольника AB_1C_1 в восемь раз меньше площади четырёхугольника BCB_1C_1.

Ответ: __________

Задача 17.19.

Аналоги Ответ

Окружность проходит через вершины A, B и C параллелограмма $ABCD$, пересекает продолжение стороны AD за точку D в точке E и пересекает продолжение стороны CD за точку D в точке K.

а) Докажите, что $BK = BE$.

б) Найдите отношение $KE : AC$, если $\angle BAD = 30°$.

Ответ: ____________

Задача 17.20.

Аналоги Ответ

Окружность проходит через вершины A, B и D параллелограмма $ABCD$, пересекает сторону BC в точках B и E и пересекает продолжение стороны CD за точку D в точке K.

а) Докажите, что $AE = AK$.

б) Найдите отношение $KE : BD$, если $\angle BAD = 60°$.

Ответ: ____________

Задача 17.21.

Аналоги Ответ

Окружность проходит через вершины A, B и D параллелограмма $ABCD$, пересекает сторону BC в точках B и E и пересекает сторону CD в точках K и D.

а) Докажите, что $AE = AK$.

б) Найдите AD, если $CE = 10$, $DK = 9$ и $\cos\angle BAD = 0{,}2$.

Ответ: ____________

Задача 17.22.

Аналоги Ответ

Окружность проходит через вершины A, B и D параллелограмма $ABCD$, пересекает сторону BC в точках B и M и пересекает продолжение стороны CD за точку D в точке N.

а) Докажите, что $AM = AN$.

б) Найдите отношение $CD : DN$, если $AB : BC = 1 : 2$, а $\cos\angle BAD = \frac{2}{3}$.

Ответ: ____________

Задача 17.23.

Аналоги Ответ

В треугольнике ABC точки A_1, B_1 и C_1 — середины сторон BC, AC и AB соответственно, AH — высота, $\angle BAC = 60°$, $\angle BCA = 45°$.
а) Докажите, что точки A_1, B_1, C_1 и H лежат на одной окружности.
б) Найдите A_1H, если $BC = 2\sqrt{3}$.

Ответ: ____________

Задача 17.24.

Аналоги Ответ

На сторонах AB, BC и AC треугольника ABC отмечены точки C_1, A_1 и B_1 соответственно, причём $AC_1 : C_1B = 8 : 3$, $BA_1 : A_1C = 1 : 2$, $AB_1 : B_1C = 1 : 3$. Отрезки BB_1 и CC_1 пересекаются в точке D.
а) Докажите, что четырёхугольник ADA_1B_1 — параллелограмм.
б) Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC, если отрезки AD и BC перпендикулярны, $AC = 16$, $BC = 15$.

Ответ: ____________

Задача 17.25.

Аналоги Ответ

В треугольнике ABC угол A равен $120°$. Прямые, содержащие высоты BM и CN треугольника ABC, пересекаются в точке H. Точка O — центр окружности, описанной около треугольника ABC.
а) Докажите, что $AH = AO$.
б) Найдите площадь треугольника AHO, если $BC = \sqrt{15}$, $\angle ABC = 45°$.

Ответ: ____________

Задача 17.26.

Аналоги Ответ

Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность радиуса $R = 8$. Известно, что $AB = BC = CD = 12$.
а) Докажите, что прямые BC и AD параллельны.
б) Найдите AD.

Ответ: ____________

Задача 17.27.

Аналоги Ответ

Точки P, Q, W делят стороны выпуклого четырехугольника $ABCD$ в отношении $AP : PB = CQ : QB = CW : WD = 1 : 4$, радиус окружности, описанной около треугольника PQW, равен 10, $PQ = 16$, $QW = 12$, угол PWQ — острый.
а) Докажите, что треугольник PQW — прямоугольный.
б) Найдите площадь четырёхугольника $ABCD$.

Ответ: ______________

Задача 17.28.

Аналоги Ответ

В треугольнике ABC продолжения высоты CC_1 и биссектрисы BB_1 пересекают описанную окружность в точках N и M соответственно, $\angle ABC = 40°$, $\angle ACB = 85°$.
а) Докажите, что $BM = CN$.
б) Прямые BC и MN пересекаются в точке D. Найдите площадь треугольника BDN, если его высота BH равна 7.

Ответ: ______________

Задача 17.29.

Аналоги Ответ

Окружность с центром в точке O высекает на всех сторонах трапеции $ABCD$ равные хорды.
а) Докажите, что биссектрисы всех углов трапеции пересекаются в одной точке.
б) Найдите высоту трапеции, если окружность пересекает боковую сторону AB в точках K и L так, что $AK = 15$, $KL = 6$, $LB = 5$.

Ответ: ______________

Задача 17.30.

Аналоги Ответ

Пятиугольник $ABCDE$ вписан в окружность. Диагонали AD и BE пересекаются в точке M. Известно, что $BCDM$ — параллелограмм.
а) Докажите, что $BC = DE$.
б) Найдите длину стороны AB, если известно, что $DE = 4$, $AD = 7$, $BE = 8$ и $AB > BC$.

Ответ: ______________

Задача 17.31.

Аналоги Ответ

Пятиугольник $ABCDE$ вписан в окружность. Известно, что $AB = CD = 3$, $BC = DE = 4$.
а) Докажите, что $AC = CE$.
б) Найдите длину диагонали BE, если $AD = 6$.

Ответ: __________

Задача 17.32.

Аналоги Ответ

В трапеции $ABCD$ угол BAD прямой. Окружность, построенная на большем основании AD как на диаметре, пересекает меньшее основание BC в точках C и M.
а) Докажите, что $\angle BAM = \angle CAD$.
б) Диагонали трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O. Найдите площадь треугольника AOB, если $AB = \sqrt{10}$, а $BC = 2BM$.

Ответ: __________

Задача 17.33.

Аналоги Ответ

Высоты BB_1 и CC_1 остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке H.
а) Докажите, что $\angle BB_1C_1 = \angle BAH$.
б) Найдите расстояние от центра окружности, описанной около треугольника ABC, до стороны BC, если $B_1C_1 = 18$ и $\angle BAC = 30°$.

Ответ: __________

Задача 17.34.

Аналоги Ответ

В квадрате $ABCD$ точки M и N — середины сторон AB и BC соответственно. Отрезки CM и DN пересекаются в точке K.
а) Докажите, что $\angle BKM = 45°$.
б) Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABK, если сторона $AB = 2\sqrt{7}$.

Ответ: __________

Вписанная окружность.

Задача 17.35.

Аналоги Ответ

Диагонали равнобедренной трапеции $ABCD$ с основаниями BC и AD перпендикулярны. Окружность с диаметром AD пересекает боковую сторону CD в точке M, а окружность с диаметром CD пересекает основание AD в точке N. Отрезки AM и CN пересекаются в точке P.

а) Докажите, что в четырёхугольник $ABCP$ можно вписать окружность.

б) Найдите радиус этой окружности, если $BC = 7$, $AD = 23$.

Ответ: ____________

Задача 17.36.

Аналоги Ответ

В треугольнике ABC точки M и N лежат на сторонах AB и BC соответственно так, что $AM : MB = CN : NB = 2 : 3$. Окружность, вписанная в треугольник ABC, касается отрезка MN в точке L.

а) Докажите, что $AB + BC = 4AC$.

б) Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC, если $ML = \frac{9}{5}$, $LN = 3$.

Ответ: ____________

Задача 17.37.

Аналоги Ответ

На стороне BC параллелограмма $ABCD$ выбрана точка M такая, что $AM = MC$.

а) Докажите, что центр вписанной в треугольник AMD окружности лежит на диагонали AC.

б) Найдите радиус вписанной в треугольник AMD окружности, если $AB = 5$, $BC = 10$, $\angle BAD = 60^\circ$.

Ответ: ____________

Задача 17.38.

Аналоги Ответ

Окружность с центром в точке O касается сторон угла с вершиной N в точках A и B. Отрезок BC — диаметр этой окружности.

а) Докажите, что прямая AC параллельна биссектрисе угла ANB.

б) Найдите длину отрезка NO, если известно, что $AC = 10$ и $AB = 24$.

Ответ: __________

Задача 17.39.

Аналоги Ответ

Окружность с центром в точке O касается сторон угла с вершиной N в точках A и B. Отрезок BC — диаметр этой окружности.

а) Докажите, что $\angle ANB = 2\angle ABC$.

б) Найдите расстояние от точки N до прямой AB, если известно, что $AC = 14$ и $AB = 36$.

Ответ: __________

Задача 17.40.

Аналоги Ответ

Окружность с центром O_1 касается оснований BC и AD и боковой стороны AB трапеции $ABCD$. Окружность с центром O_2 касается сторон BC, CD и AD. Известно, что $AB = 10$, $BC = 9$, $CD = 30$, $AD = 39$.

а) Докажите, что прямая O_1O_2 параллельна основаниям трапеции $ABCD$.

б) Найдите O_1O_2.

Ответ: __________

Задача 17.41.

Аналоги Ответ

Окружность, вписанная в равнобедренную трапецию $ABCD$, касается её боковой стороны CD в точке M. Луч AM вторично пересекает окружность в точке N, а прямую BC — в точке K, причём $AN = 4$, $MN = 12$.

а) Докажите, что $\angle AMD = \angle MCK$.

б) Найдите меньшее основание трапеции.

Ответ: __________

Задача 17.42.

Аналоги Ответ

Периметр треугольника ABC равен 36. Точки E и F — середины сторон AB и BC соответственно. Отрезок EF касается окружности, вписанной в треугольник ABC.
а) Докажите, что $AC = 9$.
б) Найдите площадь треугольника ABC, если $\angle ACB = 90°$.

Ответ: __________

Несколько окружностей.

Задача 17.43.

Аналоги Ответ

Две окружности касаются внутренним образом в точке A, причём меньшая проходит через центр большей. Хорда BC большей окружности касается меньшей в точке P. Хорды AB и AC пересекают меньшую окружность в точках K и M соответственно.
а) Докажите, что прямые KM и BC параллельны.
б) Пусть L — точка пересечения отрезков KM и AP. Найдите длину отрезка AL, если радиус большей окружности равен 34, а $BC = 32$.

Ответ: __________

Задача 17.44.

Аналоги Ответ

Две окружности касаются внутренним образом в точке C. Вершины A и B равнобедренного прямоугольного треугольника ABC с прямым углом C лежат на большей и меньшей окружностях соответственно. Прямая AC вторично пересекает меньшую окружность в точке D. Прямая BC вторично пересекает большую окружность в точке E.
а) Докажите, что прямые AE и BD параллельны.
б) Найдите AC, если радиусы окружностей равны 8 и 15.

Ответ: __________

Задача 17.45.

Аналоги Ответ

Две окружности разных радиусов касаются внешним образом в точке C. Вершины A и B равнобедренного прямоугольного треугольника ABC с прямым углом C лежат на меньшей и большей окружностях соответственно. Прямая AC вторично пересекает большую окружность в точке E, а прямая BC вторично пересекает меньшую окружность в точке D.

а) Докажите, что прямые AD и BE параллельны.

б) Найдите BC, если радиусы окружностей равны $\sqrt{15}$ и 15.

Ответ: ______________

№18. Задачи с параметром.

Уравнения с параметром: исследование ОДЗ.

Задача 18.1.

Аналоги Ответ

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$(5x-2)\cdot\ln(x+a)=(5x-2)\cdot\ln(2x-a)$$

имеет ровно один корень на отрезке $[0;\ 1]$. Ответ: ____________

Задача 18.2.

Аналоги Ответ

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$(x+\ln(x+a))^2=(x-\ln(x+a))^2$$

имеет ровно один корень на отрезке $[0;\ 1]$. Ответ: ____________

Задача 18.3.

Аналоги Ответ

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{2-3x}\cdot\ln(16x^2-a^2)=\sqrt{2-3x}\cdot\ln(4x+a)$$

имеет ровно один корень на отрезке $[0;\ 1]$. Ответ: ____________

Задача 18.4.

Аналоги Ответ

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{x+2a}\cdot\ln(x-a)=(x-1)\cdot\ln(x-a)$$

имеет ровно один корень на отрезке $[0;\ 1]$. Ответ: ____________

Задача 18.5.

Аналоги Ответ

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{4x-1}\cdot\ln\left(x^2-2x+2-a^2\right)=0$$

имеет ровно один корень на отрезке $[0;\ 1]$. Ответ: ________

Задача 18.6.

Аналоги Ответ

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{x^4-4x^2+9a^2}=x^2+2x-3a$$

имеет ровно три различных корня. Ответ: ________

Задача 18.7.

Аналоги Ответ

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{x^2-a^2}=\sqrt{4x^2-(4a+2)x+2a}$$

имеет ровно один корень на отрезке $[0;\ 1]$. Ответ: ________

Задача 18.8.

Аналоги Ответ

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$\frac{4x^2-a^2}{x^2+6x+9-a^2}=0$$

имеет ровно два различных корня. Ответ: ________

Уравнения с параметром, содержащие модуль.

Задача 18.9.

Аналоги Ответ

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$4^x + (a-6)2^x = (3|a|+2)2^x + (a-6)(3|a|+2)$$

имеет ровно один корень. Ответ: ________

Задача 18.10.

Аналоги Ответ

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$x^2 + a^2 - x - 7a = |7x - a|$$

имеет ровно два различных корня. Ответ: ________

Задача 18.11.

Аналоги Ответ

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$|x^2 + a^2 - 6x + 4a| = 2x - 2a$$

имеет ровно два различных корня. Ответ: ________

Задача 18.12.

Аналоги Ответ

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$a^2 + ax - 2x^2 - 6a - 3x + 9|x| = 0$$

имеет менее четырёх различных корней. Ответ: ________

Тригонометрические уравнения с параметром.

Задача 18.13.

Аналоги Ответ

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$(2x+a+1-\operatorname{tg}x)^2=(2x+a-1+\operatorname{tg}x)^2$$

имеет ровно один корень на отрезке $[0;\ \pi]$. Ответ: ______

Системы уравнений с параметром: исследование ОДЗ.

Задача 18.14.

Аналоги Ответ

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases}(xy^2-3xy-3y+9)\sqrt{x-3}=0,\\ y=ax\end{cases}$$

имеет ровно три различных решения. Ответ: ______

Задача 18.15.

Аналоги Ответ

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases}(xy-2x+16)\cdot\sqrt{y-2x+16}=0,\\ y=ax-14\end{cases}$$

имеет ровно два различных решения. Ответ: ______

Задача 18.16.

Аналоги Ответ

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x^2-5x-y+3)\cdot\sqrt{x-y+3}=0, \\ y=3x+a \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения. Ответ: ____________

Задача 18.17.

Аналоги Ответ

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x^2+y^2+4x)\cdot\sqrt{2x+y+6}=0, \\ y=ax-2a \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения. Ответ: ____________

Задача 18.18.

Аналоги Ответ

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \log_{11}\left(a-y^2\right)=\log_{11}\left(a-x^2\right), \\ x^2+y^2=2x+6y \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения. Ответ: ____________

Задача 18.19.

Аналоги Ответ

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{36-y^2}=\sqrt{36-a^2x^2}, \\ x^2+y^2=2x+6y \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения. Ответ: ____________

Системы уравнений с параметром, содержащие модуль.

Задача 18.20.

Аналоги Ответ

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} 2x + 2ay + a - 3 = 0, \\ x|y| + 2x - 3 = 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

Ответ: ____________

Задача 18.21.

Аналоги Ответ

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^4 + y^2 = a^2, \\ x^2 + y = |2a - 4| \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

Ответ: ____________

Задача 18.22.

Аналоги Ответ

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} y = |x - a| - 4, \\ 4|y| + x^2 + 8x = 0 \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

Ответ: ____________

Задача 18.23.

Аналоги Ответ

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x + y = a, \\ |y| = |x^2 - 2x| \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

Ответ: ____________

Задача 18.24.

Аналоги Ответ

Найдите все положительные значения параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} |x| + |y| = a, \\ y = \sqrt{x+4} \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения. Ответ: __________

Системы уравнений с параметром: параболы и окружности.

Задача 18.25.

Аналоги Ответ

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} ax^2 + ay^2 - (2a-5)x + 2ay + 1 = 0, \\ x^2 + y = xy + x \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения. Ответ: __________

Задача 18.26.

Аналоги Ответ

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x + ay - 5)(x + ay - 5a) = 0, \\ x^2 + y^2 = 16 \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения. Ответ: __________

Задача 18.27.

Аналоги Ответ

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} y = (a+2)x^2 + 2ax + a - 2, \\ y^2 = x^2 \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения. Ответ: __________

Задача 18.28.

Аналоги Ответ

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 6x + 8y - 9, \\ x^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения. Ответ: ____________

Задача 18.29.

Аналоги Ответ

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^4 - y^4 = 12a - 28, \\ x^2 + y^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения. Ответ: ____________

Системы неравенств с параметром.

Задача 18.30.

Аналоги Ответ

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система неравенств

$$\begin{cases} 2a \le x, \\ 6x > x^2 + a^2, \\ x + a \le 6 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение на отрезке $[4;\ 5]$. Ответ: ____________

Задача 18.31.

Аналоги Ответ

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система неравенств

$$\begin{cases} a(x-1) \geq 4, \\ 2\sqrt{x-2} \geq a, \\ 3x < a+14 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение на отрезке $[4;\ 5]$.

Ответ: ______________

№19. "Нестандартные" задачи.

Алгоритмы.

Задача 19.1.

Аналоги Ответ

С трёхзначным числом производят следующую операцию: к нему прибавляют цифру десятков, умноженную на 10, а затем к получившейся сумме прибавляют 3.
а) Могло ли в результате такой операции получиться число 224?
б) Могло ли в результате такой операции получиться число 314?
в) Найдите наибольшее отношение получившегося числа к исходному.

Ответ: ______________

Задача 19.2.

Аналоги Ответ

Из пары натуральных чисел $(a;\ b)$ за один ход можно получить пару $(a+2;\ b-1)$ или $(a-1;\ b+2)$ при условии, что оба числа в новой паре положительны. Сначала есть пара $(5;\ 7)$.
а) Можно ли за 50 таких ходов получить пару, в которой одно из чисел равно 100?
б) За какое число ходов получится пара, сумма чисел в которой равна 400?
в) Какое наибольшее число ходов можно сделать так, чтобы после каждого хода оба числа в паре не превосходили 100?

Ответ: ______________

Задача 19.3.

Аналоги Ответ

Из пары натуральных чисел $(a;\ b)$, где $a > b$, за один ход получают пару $(a+b;\ a-b)$.
а) Можно ли за несколько таких ходов получить из пары $(100;\ 1)$ пару, большее число в которой равно 400?
б) Можно ли за несколько таких ходов получить из пары $(100;\ 1)$ пару $(806;\ 788)$?
в) Какое наименьшее a может быть в паре $(a;\ b)$, из которой за несколько ходов можно получить пару $(806;\ 788)$?

Ответ: ______________

Задача 19.4.

Аналоги Ответ

Деревянную линейку, длина которой выражается целым числом сантиметров, разрезают на куски. За один ход можно взять один или несколько кусков линейки, положить их друг на друга и разрезать каждый из них на две части, длины которых выражаются целым числом сантиметров.
а) Можно ли за четыре хода разрезать линейку длиной 16 см на куски длиной 1 см?
б) Можно ли за пять ходов разрезать линейку длиной 100 см на куски длиной 1 см?
в) Какое наименьшее число ходов нужно сделать, чтобы разрезать линейку длиной 300 см на куски длиной 1 см?

Ответ: ____________

Задача 19.5.

Аналоги Ответ

Из правильной несократимой дроби $\frac{a}{b}$, где a и b — натуральные числа, за один ход получают дробь $\frac{a+b}{2a+b}$.
а) Можно ли за несколько таких ходов из дроби $\frac{2}{3}$ получить дробь $\frac{29}{41}$?
б) Можно ли за два таких хода из некоторой дроби получить дробь $\frac{6}{7}$?
в) Несократимая дробь $\frac{c}{d}$ больше 0,7. Найдите наименьшую дробь $\frac{c}{d}$, которую нельзя получить ни из какой правильной несократимой дроби за два таких хода.

Ответ: ____________

Задача 19.6.

Аналоги Ответ

Над парами целых чисел проводится операция: из пары $(a;\ b)$ получается пара $(3a+b;\ 3b-a)$.
а) Можно ли из какой-то пары получить пару $(5;\ 5)$?
б) Верно ли, что если пара $(c;\ d)$ может быть получена из какой-то пары с помощью данной операции, то и пара $(-d;\ c)$ тоже может быть получена из какой-то пары с помощью данной операции?
в) Зададим расстояние между парами целых чисел $(a;\ b)$ и $(c;\ d)$ выражением $|a-c|+|b-d|$. Найдите наименьшее расстояние от пары $(9;\ 2)$ до пары, полученной из какой-то пары с помощью данной операции.

Ответ: ____________

Задача 19.7.

Аналоги Ответ

Есть три коробки: в первой коробке 64 камня, во второй — 77, а в третьей коробке камней нет. За один ход берут по одному камню из любых двух коробок и кладут в оставшуюся. Сделали некоторое количество таких ходов.
а) Могло ли в первой коробке оказаться 64 камня, во второй — 59, а в третьей — 18?
б) Мог ли в третьей коробке оказаться 141 камень?
в) В первой коробке оказался 1 камень. Какое наибольшее число камней могло оказаться в третьей коробке?

Ответ: ____________

Поразрядная запись.

Задача 19.8.

Аналоги Ответ

На доске написано 30 различных натуральных чисел, десятичная запись каждого из которых оканчивается или на цифру 2, или на цифру 6. Сумма написанных чисел равна 2454.
а) Может ли на доске быть поровну чисел, оканчивающихся на 2 и на 6?
б) Может ли ровно одно число на доске оканчиваться на 6?
в) Какое наименьшее количество чисел, оканчивающихся на 6, может быть на доске?

Ответ: ____________

Задача 19.9.

Аналоги Ответ

На доске было написано несколько различных натуральных чисел. Эти числа разбили на три группы, в каждой из которых оказалось хотя бы одно число. К каждому числу из первой группы приписали справа цифру 1, к каждому числу из второй группы — цифру 8, а числа из третьей группы оставили без изменений.
а) Могла ли сумма всех этих чисел увеличиться в 4 раза?
б) Могла ли сумма всех этих чисел увеличиться в 18 раз?
в) Сумма всех этих чисел увеличилась в 11 раз. Какое наибольшее количество чисел могло быть написано на доске?

Ответ: ____________

Задача 19.10.

Аналоги Ответ

Каждое из четырёх последовательных натуральных чисел, последние цифры которых не равны нулю, поделили на его последнюю цифру. Сумма получившихся чисел равна S.

а) Может ли S быть равной $16\frac{5}{6}$?

б) Может ли S быть равной $369\frac{29}{126}$?

в) Найдите наибольшее целое значение S, если каждое из исходных чисел было трёхзначным.

Ответ: __________

Задача 19.11.

Аналоги Ответ

Для чисел A и B, состоящих из одинакового количества цифр, вычисляют S — сумму произведений соответствующих цифр. Например, для чисел $A = 123$ и $B = 579$ получается сумма $S = 1 \cdot 5 + 2 \cdot 7 + 3 \cdot 9 = 46$.
а) Существуют ли трёхзначные числа A и B, для которых $S = 100$?
б) Существуют ли четырёхзначные числа A и B, для которых $S = 400$?
в) Верно ли, что любое натуральное число от 1 до 260 является суммой S для некоторых четырехзначных чисел A и B?

Ответ: __________

Задача 19.12.

Аналоги Ответ

Из набора цифр 0, 1, 2, 3, 5, 7 и 9 составляют пару чисел, используя каждую цифру ровно один раз. Оказалось, что одно из этих чисел четырёхзначное, другое — трёхзначное и оба кратны 45.
а) Может ли сумма такой пары чисел равняться 2205?
б) Может ли сумма такой пары чисел равняться 3435?
в) Какое наибольшее значение может принимать сумма чисел в такой паре?

Ответ: __________

Задача 19.13.

Аналоги Ответ

Ваня написал на доске трёхзначное число A. Петя переписал это число A, вычеркнул из него одну цифру и получил двузначное число B. Коля тоже переписал это число A, вычеркнул из него одну цифру (возможно, ту же самую, что и Петя) и получил двузначное число C.
а) Может ли быть верным равенство $A = B \cdot C$, если $A > 140$?
б) Может ли быть верным равенство $A = B \cdot C$, если $440 \leq A < 500$?
в) Найдите наибольшее число A, меньшее 900, для которого может быть верным равенство $A = B \cdot C$.

Ответ: ____________

Задача 19.14.

Аналоги Ответ

На доске написано несколько различных натуральных чисел, в записи которых могут быть только цифры 1 и 6 (возможно, только одна из этих цифр).
а) Может ли сумма этих чисел быть равна 173?
б) Может ли сумма этих чисел быть равна 109?
в) Какое наименьшее количество чисел может быть на доске, если их сумма равна 1021?

Ответ: ____________

Процентные вычисления.

Задача 19.15.

Аналоги Ответ

В школах №1 и №2 учащиеся писали тест. Из каждой школы тест писали по крайней мере 2 учащихся, а суммарно тест писал 51 учащийся. Каждый учащийся, писавший тест, набрал натуральное количество баллов. Оказалось, что в каждой школе средний балл за тест был целым числом. После этого один из учащихся, писавших тест, перешёл из школы №1 в школу №2, а средние баллы за тест были пересчитаны в обеих школах.
а) Мог ли средний балл в школе №1 вырасти в 2 раза?
б) Средний балл в школе №1 вырос на 10%, средний балл в школе №2 также вырос на 10%. Мог ли первоначальный средний балл в школе №2 равняться 1?
в) Средний балл в школе №1 вырос на 10%, средний балл в школе №2 также вырос на 10%. Найдите наименьшее значение первоначального среднего балла в школе №2.

Ответ: ____________

Задача 19.16.

Аналоги Ответ

В школах №1 и №2 учащиеся писали тест. Из каждой школы тест писали по крайней мере 2 учащихся. Каждый учащийся, писавший тест, набрал натуральное количество баллов. Оказалось, что в каждой школе средний балл за тест был целым числом, причём в школе №2 средний балл равнялся 42. Один из учащихся, писавших тест, перешёл из школы №1 в школу №2, а средние баллы за тест были пересчитаны в обеих школах. В результате средний балл в школе №1 уменьшился на 10%, средний балл в школе №2 также уменьшился на 10%.
а) Сколько учащихся могло писать тест в школе №2 изначально?
б) Каждый учащийся школы №2, писавший тест, набрал больше баллов, чем перешедший в неё учащийся школы №1. Какое наибольшее количество баллов мог набрать учащийся школы №2?
в) Какое наибольшее количество учащихся могло писать тест в школе №1 изначально?

Ответ: ______________

Задача 19.17.

Аналоги Ответ

В порту имеются только заполненные контейнеры, масса каждого из которых равна 20 тонн или 60 тонн. В некоторых из этих контейнеров находится сахарный песок. Количество контейнеров с сахарным песком составляет 25% от общего количества контейнеров.
а) Может ли масса контейнеров с сахарным песком составить 20% от общей массы всех контейнеров?
б) Может ли масса контейнеров с сахарным песком составить 60% от общей массы всех контейнеров?
в) Какую наименьшую долю (в процентах) может составить масса контейнеров с сахарным песком от общей массы всех контейнеров?

Ответ: ______________

Задача 19.18.

Аналоги Ответ

В классе больше 10, но не больше 26 учащихся, а доля девочек не превышает 46%.
а) Может ли в этом классе быть 9 девочек?
б) Может ли доля девочек составить 55%, если в этот класс придёт новая девочка?
в) В этот класс пришла новая девочка. Доля девочек в классе составила целое число процентов. Какое наибольшее число процентов может составить доля девочек в классе?

Ответ: ______________

Среднее арифметическое.

Задача 19.19.

Аналоги Ответ

На доске написано 11 различных натуральных чисел. Среднее арифметическое шести наименьших из них равно 5, а среднее арифметическое шести наибольших равно 15.
а) Может ли наименьшее из этих одиннадцати чисел равняться 3?
б) Может ли среднее арифметическое всех одиннадцати чисел равняться 9?
в) Пусть B — шестое по величине число, а S — среднее арифметическое всех одиннадцати чисел. Найдите наибольшее значение выражения $S - B$.

Ответ: ______________

Задача 19.20.

Аналоги Ответ

В течение n дней каждый день на доску записывают натуральные числа, каждое из которых меньше 6. При этом каждый день (кроме первого) сумма чисел, записанных на доску в этот день, больше, а количество меньше, чем в предыдущий день.
а) Может ли n быть больше 6?
б) Может ли среднее арифметическое чисел, записанных в первый день, быть меньше 2, а среднее арифметическое всех чисел, записанных за все дни, быть больше 4?
в) Известно, что сумма чисел, записанных в первый день, равна 5. Какое наибольшее значение может принимать сумма всех чисел, записанных за все дни?

Ответ: ______________

Разные задачи.

Задача 19.21.

Аналоги Ответ

На доске написано несколько различных натуральных чисел, произведение любых двух из которых больше 60 и меньше 140.
а) Может ли на доске быть 5 чисел?
б) Может ли на доске быть 6 чисел?
в) Какое наименьшее значение может принимать сумма чисел на доске, если их четыре?

Ответ: ______________

Задача 19.22.

Аналоги Ответ

На доске написано 100 различных натуральных чисел, сумма которых равна 5120.
а) Может ли оказаться, что на доске написано число 230?
б) Может ли оказаться, что на доске нет числа 14?
в) Какое наименьшее количество чисел, кратных 14, может быть на доске?

Ответ: ______________

Задача 19.23.

Аналоги Ответ

На доске написано n единиц подряд. Между некоторыми из них расставляют знаки «+» и считают получившуюся сумму. Например, если было написано 10 единиц, то можно получить сумму 136: $1 + 1 + 111 + 11 + 11 + 1 = 136$.
а) Можно ли получить сумму 132, если $n = 60$?
б) Можно ли получить сумму 132, если $n = 80$?
в) Для скольких значений n можно получить сумму 132?

Ответ: ______________

Задача 19.24.

Аналоги Ответ

На доске написано 30 натуральных чисел (числа могут повторяться), каждое из которых либо зелёного, либо красного цвета. Каждое зелёное число кратно 3, а каждое красное число кратно 7. При этом все зелёные числа различны и все красные различны (какое-то зелёное число может равняться какому-то красному числу).
а) Может ли сумма написанных чисел быть меньше $1395 = 3 + 6 + \ldots + 90$, если все числа на доске кратны 3?
б) Может ли ровно одно число на доске быть красным, если сумма написанных чисел равна 1067?
в) Какое наименьшее количество красных чисел может быть на доске, если сумма написанных чисел равна 1067?

Ответ: ______________

Задача 19.25.

Аналоги Ответ

По кругу расставлено N различных натуральных чисел, каждое из которых не превосходит 365. Сумма любых четырёх идущих подряд чисел делится на 4, а сумма любых трёх идущих подряд чисел нечётна.
а) Может ли N быть равным 200?
б) Может ли N быть равным 109?
в) Найдите наибольшее значение N.

Ответ: ______________

Задача 19.26.

Аналоги Ответ

По кругу в некотором порядке расставлены натуральные числа от 1 до 12. Между каждыми двумя соседними числами написали модуль их разности. Затем исходные числа стёрли.
а) Приведите пример расстановки, когда сумма полученных чисел равна 32.
б) Может ли сумма полученных чисел быть равна 29?
в) Какое наибольшее значение может принимать сумма полученных чисел?

Ответ: ______________

Задача 19.27.

Аналоги Ответ

Тройку различных натуральных чисел назовём удачной, если любое число в ней хотя бы на 5 больше, чем треть суммы двух других чисел. Например, 40, 45, 50 — удачная тройка.
а) Сколько существует удачных троек, содержащих числа 50, 60 и ещё одно число, большее 60?
б) Найдётся ли удачная тройка, одно из чисел которой равно 15?
в) Какое наибольшее количество чисел от 1 до 100 включительно можно расставить по кругу так, чтобы каждое число встречалось не более одного раза и любые три подряд идущих числа образовывали удачную тройку?

Ответ: ______________

Задача 19.28.

Аналоги Ответ

Маша и Наташа делали фотографии в течение некоторого количества подряд идущих дней. В первый день Маша сделала m фотографий, а Наташа — n фотографий. В каждый следующий день каждая из девочек делала на одну фотографию больше, чем в предыдущий день. Известно, что Наташа за всё время сделала суммарно на 1615 фотографию больше, чем Маша, и фотографировали они больше одного дня.
а) Могли ли они фотографировать в течение пяти дней?
б) Могли ли они фотографировать в течение шести дней?
в) Какое наибольшее суммарное число фотографий могла сделать Наташа за все дни фотографирования, если известно, что в последний день Маша сделала меньше 30 фотографий?

Ответ: ____________

Задача 19.29.

Аналоги Ответ

Есть 4 камня, каждый массой 7 тонн, и 9 камней, каждый массой 22 тонны.
а) Можно ли разложить все эти камни на две группы так, чтобы разность суммарных масс камней в этих группах составила 8 тонн?
б) Можно ли разложить все эти камни на две группы, суммарные массы камней в которых равны?
в) Все камни хотят разложить на две группы. Какое наименьшее положительное значение (в тоннах) может принимать разность суммарных масс камней в этих группах?

Ответ: ____________

Задача 19.30.

Аналоги Ответ

Есть 16 монет по 2 рубля и 29 монет по 5 рублей.
а) Можно ли этими монетами набрать сумму 175 рублей?
б) Можно ли этими монетами набрать сумму 176 рублей?
в) Какое наименьшее количество монет, каждая по 1 рублю, нужно добавить, чтобы иметь возможность набрать любую целую сумму от 1 рубля до 180 рублей включительно?

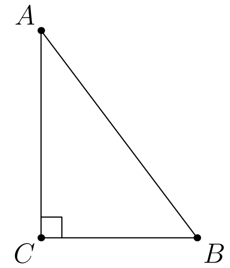
Ответ: ____________

АНАЛОГИ

Аналог 1.1.1.

Прототип Ответ

В треугольнике ABC угол C равен 90°, $AB = 5$, $BC = 4$. Найдите $\cos A$.

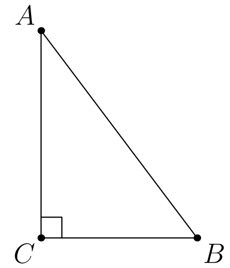


Ответ:

Аналог 1.2.1.

Прототип Ответ

В треугольнике ABC угол C равен 90°, $AB = 10$, $AC = \sqrt{91}$. Найдите $\sin A$.

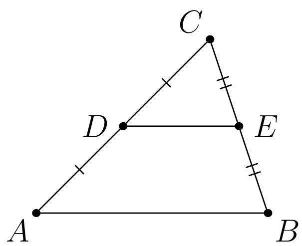


Ответ:

Аналог 1.3.1.

Прототип Ответ

Площадь треугольника ABC равна 60. DE — средняя линия, параллельная стороне AB. Найдите площадь трапеции $ABED$.

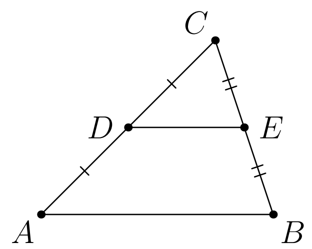


Ответ:

Аналог 1.4.1.

Прототип Ответ

Площадь треугольника ABC равна 10. DE — средняя линия, параллельная стороне AB. Найдите площадь треугольника CDE.

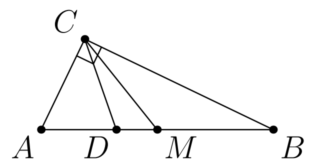


Ответ:							

Аналог 1.5.1.

Прототип Ответ

Острый угол B прямоугольного треугольника ABC равен 73°. Найдите величину угла между биссектрисой CD и медианой CM, проведёнными из вершины прямого угла C. Ответ дайте в градусах.

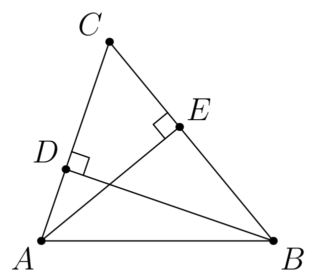


Ответ:							

Аналог 1.6.1.

Прототип Ответ

Две стороны треугольника равны 21 и 28. Высота, опущенная на большую из этих сторон, равна 15. Найдите высоту, опущенную на меньшую из этих сторон треугольника.

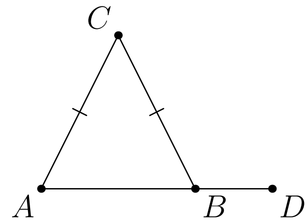


Ответ:							

Аналог 1.7.1.

Прототип Ответ

В треугольнике ABC стороны AC и BC равны. Внешний угол при вершине B равен $91°$. Найдите угол C. Ответ дайте в градусах.

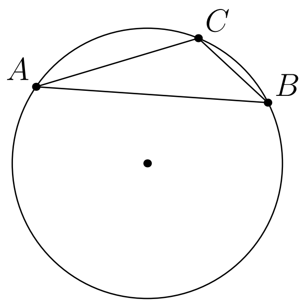


Ответ:

Аналог 1.8.1.

Прототип Ответ

В треугольнике ABC сторона AB равна $2\sqrt{3}$, угол C равен $120°$. Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности.

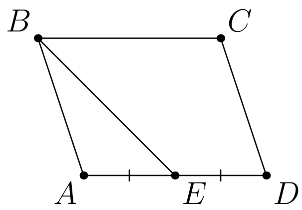


Ответ:

Аналог 1.9.1.

Прототип Ответ

Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 24. Точка E — середина стороны AD. Найдите площадь трапеции $BCDE$.

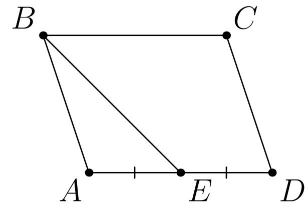


Ответ:

Аналог 1.10.1.

Прототип Ответ

Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 37. Точка E — середина стороны AD. Найдите площадь треугольника ABE.

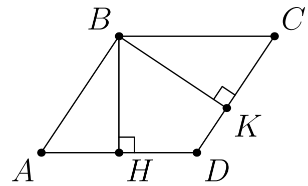


Ответ:

Аналог 1.11.1.

Прототип Ответ

Стороны параллелограмма равны 24 и 27. Высота, опущенная на меньшую из этих сторон, равна 18. Найдите длину высоты, опущенной на большую сторону параллелограмма.

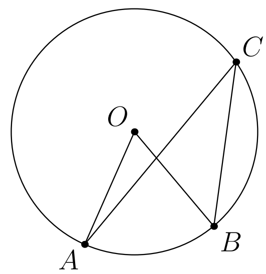


Ответ:

Аналог 1.12.1.

Прототип Ответ

Найдите центральный угол, если он на 69° больше острого вписанного угла, опирающегося на ту же дугу. Ответ дайте в градусах.

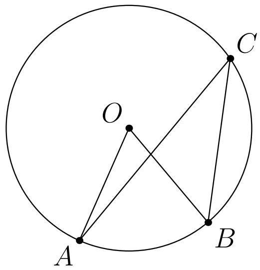


Ответ:

Аналог 1.13.1.

Прототип Ответ

Центральный угол на 29° больше острого вписанного угла, опирающегося на ту же дугу окружности. Найдите вписанный угол. Ответ дайте в градусах.

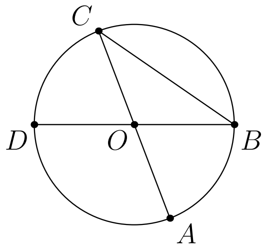


Ответ:

Аналог 1.14.1.

Прототип Ответ

Отрезки AC и BD — диаметры окружности с центром O. Угол ACB равен 59°. Найдите угол AOD. Ответ дайте в градусах.

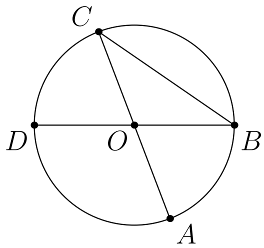


Ответ:

Аналог 1.14.2.

Прототип Ответ

Отрезки AC и BD — диаметры окружности с центром O. Угол ACB равен 32°. Найдите угол AOD. Ответ дайте в градусах.

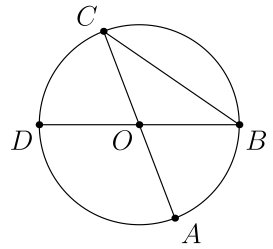


Ответ:

Аналог 1.14.3.

Прототип Ответ

Отрезки AC и BD — диаметры окружности с центром O. Угол ACB равен $61°$. Найдите угол AOD. Ответ дайте в градусах.

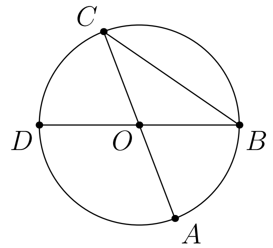


Ответ:

Аналог 1.15.1.

Прототип Ответ

Отрезки AC и BD — диаметры окружности с центром O. Угол AOD равен $114°$. Найдите вписанный угол ACB. Ответ дайте в градусах.

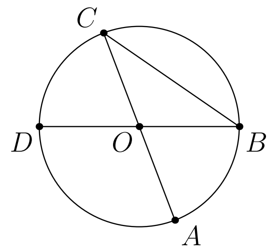


Ответ:

Аналог 1.15.2.

Прототип Ответ

Отрезки AC и BD — диаметры окружности с центром O. Угол AOD равен $130°$. Найдите вписанный угол ACB. Ответ дайте в градусах.

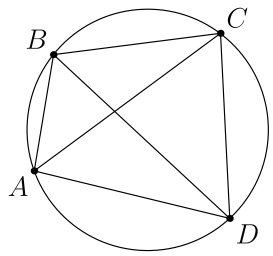


Ответ:

Аналог 1.16.1.

Прототип Ответ

Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен $98°$, угол CAD равен $44°$. Найдите угол ABD. Ответ дайте в градусах.

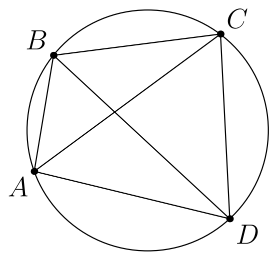


Ответ:

Аналог 1.17.1.

Прототип Ответ

Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABD равен $62°$, угол CAD равен $41°$. Найдите угол ABC. Ответ дайте в градусах.

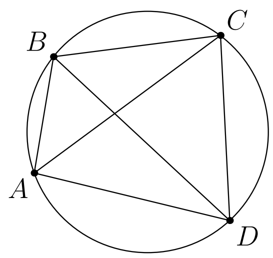


Ответ:

Аналог 1.17.2.

Прототип Ответ

Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABD равен $58°$, угол CAD равен $39°$. Найдите угол ABC. Ответ дайте в градусах.

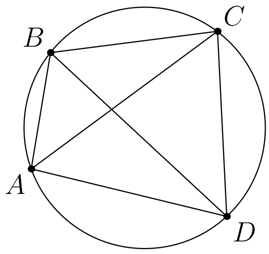


Ответ:

Аналог 1.18.1.

Прототип Ответ

Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 111°, угол ABD равен 74°. Найдите угол CAD. Ответ дайте в градусах.

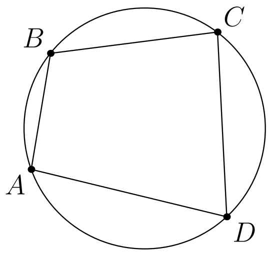


Ответ:

Аналог 1.19.1.

Прототип Ответ

Два угла вписанного в окружность четырехугольника равны 99° и 117°. Найдите больший из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.

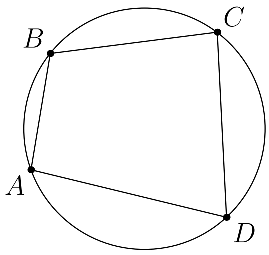


Ответ:

Аналог 1.20.1.

Прототип Ответ

Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол BAD равен 97°. Найдите угол BCD. Ответ дайте в градусах.

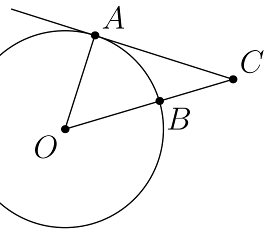


Ответ:

Аналог 1.21.1.

Прототип Ответ

Найдите угол ACO, если его сторона CA касается окружности с центром O, отрезок CO пересекает окружность в точке B (см. рис.), а дуга AB окружности, заключённая внутри этого угла, равна 17°. Ответ дайте в градусах.

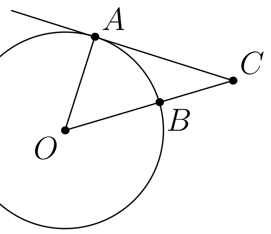


Ответ:

Аналог 1.22.1.

Прототип Ответ

Угол ACO равен 62°. Его сторона CA касается окружности с центром в точке O. Отрезок CO пересекает окружность в точке B (см. рис.). Найдите градусную меру дуги AB окружности, заключённой внутри этого угла. Ответ дайте в градусах.

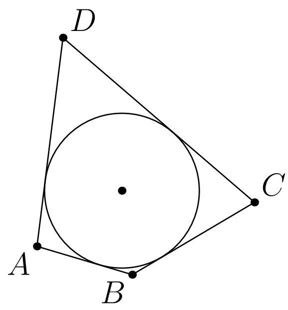


Ответ:

Аналог 1.23.1.

Прототип Ответ

В четырехугольник $ABCD$ вписана окружность, $AB = 37$, $CD = 25$. Найдите периметр четырехугольника $ABCD$.



Ответ:

Аналог 2.1.1.

Прототип Ответ

Даны векторы $\vec{a}(1;\ 1)$ и $\vec{b}(0;\ 7)$. Найдите длину вектора $8\vec{a}+\vec{b}$.

Ответ:

Аналог 2.1.2.

Прототип Ответ

Даны векторы $\vec{a}(31;\ 0)$ и $\vec{b}(1;\ -1)$. Найдите длину вектора $\vec{a}-24\vec{b}$.

Ответ:

Аналог 2.1.3.

Прототип Ответ

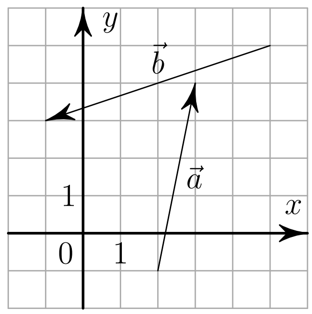
Даны векторы $\vec{a}(2;\ 0)$ и $\vec{b}(1;\ 4)$. Найдите длину вектора $\vec{a}+3\vec{b}$.

Ответ:

Аналог 2.2.1.

Прототип Ответ

На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, координатами которых являются целые числа. Найдите длину вектора $62\vec{a}-13\vec{b}$.



Ответ:

Аналог 2.3.1.

Прототип Ответ

Даны векторы $\vec{a}(5;\ 3)$ и $\vec{b}(4;\ -6)$. Найдите скалярное произведение $\vec{a}\cdot\vec{b}$.

Ответ:

Аналог 2.3.2.

Прототип Ответ

Даны векторы $\vec{a}(14;\ -2)$ и $\vec{b}(5;\ -8)$. Найдите скалярное произведение $\vec{a}\cdot\vec{b}$.

Ответ:

Аналог 2.3.3.

Прототип Ответ

Даны векторы $\vec{a}(-3;\ 5)$ и $\vec{b}(1;\ 13)$. Найдите скалярное произведение $\vec{a}\cdot\vec{b}$.

Ответ:

Аналог 2.3.4.

Прототип Ответ

Даны векторы $\vec{a}(5;\ 7)$ и $\vec{b}(14;\ 1)$. Найдите скалярное произведение $\vec{a}\cdot\vec{b}$.

Ответ:

Аналог 2.4.1.

Прототип Ответ

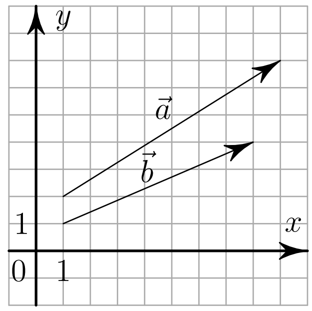
Длины векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равны 3 и 7, а угол между ними равен 60°. Найдите скалярное произведение $\vec{a}\cdot\vec{b}$.

Ответ:

Аналог 2.5.1.

Прототип Ответ

На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, координатами которых являются целые числа. Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

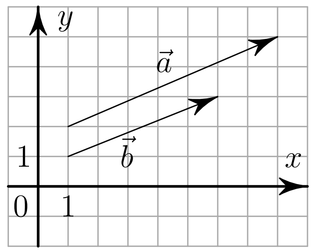


Ответ:

Аналог 2.5.2.

Прототип Ответ

На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, координатами которых являются целые числа. Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

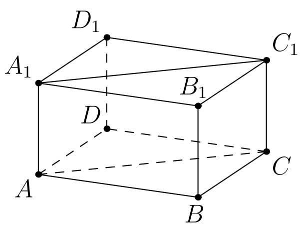


Ответ:

Аналог 3.1.1.

Прототип Ответ

В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известно, что $AB = 7$, $BC = 6$, $AA_1 = 5$. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки A, B, C, A_1, B_1, C_1.

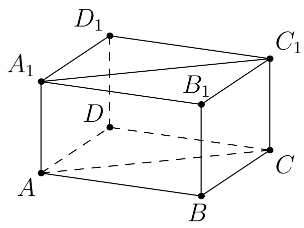


Ответ:

Аналог 3.2.1.

Прототип Ответ

В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известно, что $AB = 6$, $BC = 5$, $AA_1 = 4$. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки A, B, C, D, A_1, B_1.

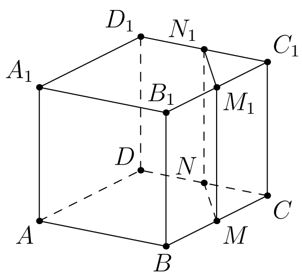


Ответ:

Аналог 3.3.1.

Прототип Ответ

Объём куба равен 23. Найдите объём треугольной призмы, отсекаемой от куба плоскостью, проходящей через середины двух рёбер, выходящих из одной вершины, и параллельной третьему ребру, выходящему из этой же вершины.

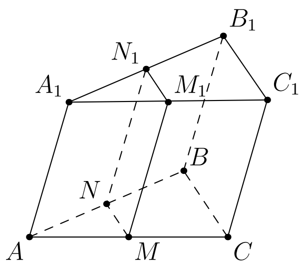


Ответ:

Аналог 3.4.1.

Прототип Ответ

Через среднюю линию основания треугольной призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите объём этой призмы, если объём отсечённой треугольной призмы равен 7.

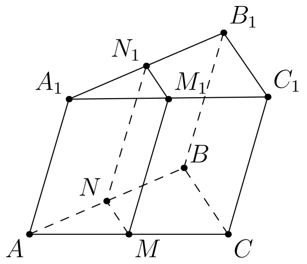


Ответ:

Аналог 3.4.2.

Прототип Ответ

Через среднюю линию основания треугольной призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите объём этой призмы, если объём отсечённой треугольной призмы равен 5.

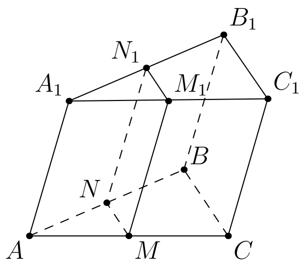


Ответ:

Аналог 3.5.1.

Прототип Ответ

Площадь боковой поверхности треугольной призмы равна 17. Через среднюю линию основания призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите площадь боковой поверхности отсечённой треугольной призмы.

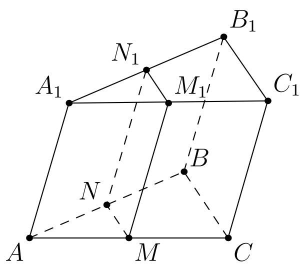


Ответ:

Аналог 3.6.1.

Прототип Ответ

Через среднюю линию основания треугольной призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Площадь боковой поверхности отсечённой треугольной призмы равна 69. Найдите площадь боковой поверхности исходной призмы.

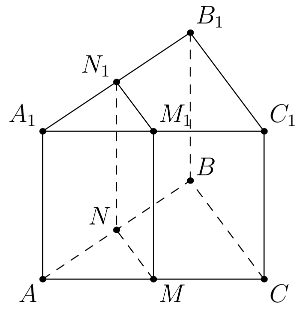


Ответ:

Аналог 3.7.1.

Прототип Ответ

Через среднюю линию основания правильной треугольной призмы, объём которой равен 53, проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите объём отсечённой треугольной призмы.

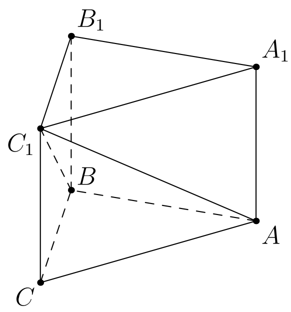


Ответ:

Аналог 3.8.1.

Прототип Ответ

Найдите объём многогранника, вершинами которого являются вершины A, B, C, C_1 правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$, площадь основания которой равна 7, а боковое ребро равно 9.

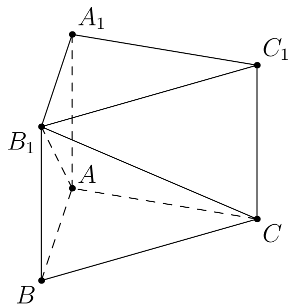


Ответ:

Аналог 3.8.2.

Прототип Ответ

Найдите объём многогранника, вершинами которого являются вершины A, B, C, B_1 правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$, площадь основания которой равна 3, а боковое ребро равно 8.

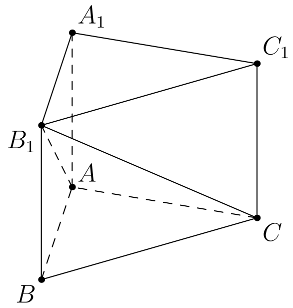


Ответ:

Аналог 3.9.1.

Прототип Ответ

Дана правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$, площадь основания которой равна 8, а боковое ребро равно 6. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки A, C, A_1, B_1, C_1.

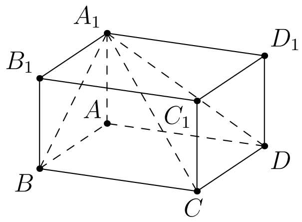


Ответ:

Аналог 3.10.1.

Прототип Ответ

Найдите объём многогранника, вершинами которого являются вершины A, B, C, D, A_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, у которого $AB = 3$, $AD = 9$, $AA_1 = 4$.

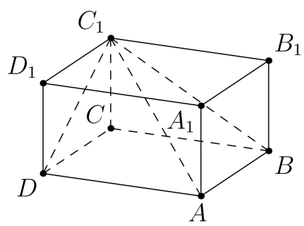


Ответ:

Аналог 3.10.2.

Прототип Ответ

В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известно, что $BC = 9$, $CD = 3$, $CC_1 = 7$. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки A, B, C, D, C_1.

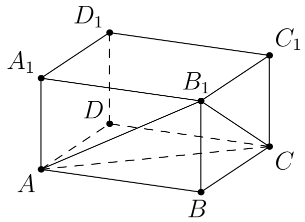


Ответ:

Аналог 3.11.1.

Прототип Ответ

В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известно, что $AB = 7$, $BC = 6$, $AA_1 = 5$. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки A, B, C, B_1.

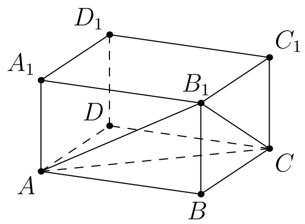


Ответ:

Аналог 3.11.2.

Прототип Ответ

В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известно, что $AB = 9$, $BC = 7$, $AA_1 = 6$. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки A, B, C, B_1.

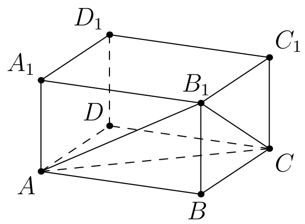


Ответ:

Аналог 3.11.3.

Прототип Ответ

В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известно, что $AB = 9$, $BC = 6$, $AA_1 = 5$. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки A, B, C, B_1.

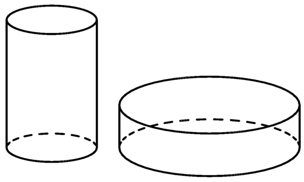


Ответ:

Аналог 3.12.1.

Прототип Ответ

Дано два цилиндра. Объём первого цилиндра равен 18. У второго цилиндра высота в 3 раза меньше, а радиус основания в 2 раза больше, чем у первого. Найдите объём второго цилиндра.

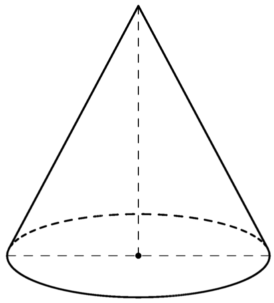


Ответ:

Аналог 3.13.1.

Прототип Ответ

Во сколько раз увеличится объём конуса, если радиус его основания увеличится в 11 раз, а высота останется прежней?

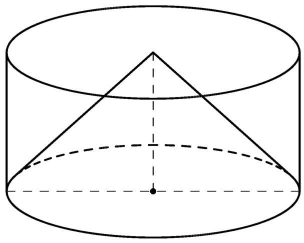


Ответ:

Аналог 3.14.1.

Прототип Ответ

Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Высота цилиндра равна радиусу основания. Площадь боковой поверхности цилиндра равна $\frac{\sqrt{2}}{2}$. Найдите площадь боковой поверхности конуса.

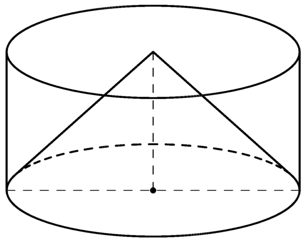


Ответ:

Аналог 3.15.1.

Прототип Ответ

Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Высота цилиндра равна радиусу основания. Площадь боковой поверхности конуса равна $67\sqrt{2}$. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

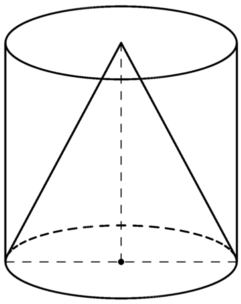


Ответ:

Аналог 3.16.1.

Прототип Ответ

Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Объём цилиндра равен 6. Найдите объём конуса.

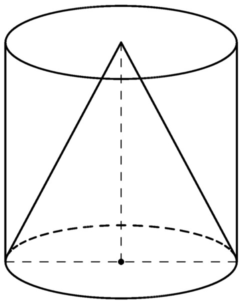


Ответ:

Аналог 3.16.2.

Прототип Ответ

Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Объём цилиндра равен 18. Найдите объём конуса.

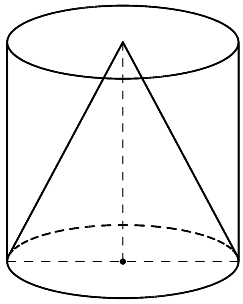


Ответ:

Аналог 3.17.1.

Прототип Ответ

Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Объём конуса равен 9. Найдите объём цилиндра.

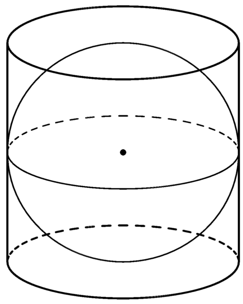


Ответ:

Аналог 3.18.1.

Прототип Ответ

Шар, объём которого равен 24, вписан в цилиндр. Найдите объём цилиндра.

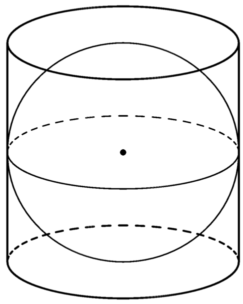


Ответ:

Аналог 3.19.1.

Прототип Ответ

Цилиндр, объём которого равен 144, описан около шара. Найдите объём шара.

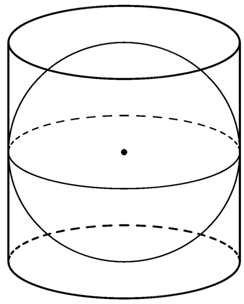


Ответ:

Аналог 3.20.1.

Прототип Ответ

Шар вписан в цилиндр. Площадь полной поверхности цилиндра равна 108. Найдите площадь поверхности шара.

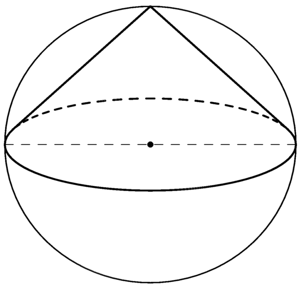


Ответ:

Аналог 3.21.1.

Прототип Ответ

Конус вписан в шар. Радиус основания конуса равен радиусу шара. Объём шара равен 42. Найдите объём конуса.

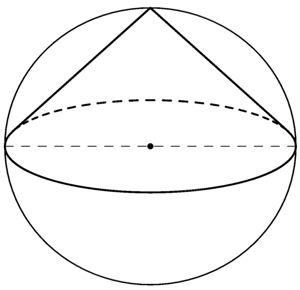


Ответ:

Аналог 3.22.1.

Прототип Ответ

Конус вписан в шар. Радиус основания конуса равен радиусу шара. Объём конуса равен 48. Найдите объём шара.



Ответ:

Аналог 4.1.1.

Прототип Ответ

На олимпиаде по физике 125 участников разместили в трёх аудиториях. В первых двух удалось разместить по 45 человек, оставшихся перевели в запасную аудиторию в другом корпусе. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

Ответ:

Аналог 4.2.1.

Прототип Ответ

На конференцию приехали учёные из трёх стран: 9 из Португалии, 7 из Финляндии и 4 из Болгарии. Каждый из них делает на конференции один доклад. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что седьмым окажется доклад учёного из Португалии.

Ответ:

Аналог 4.2.2.

Прототип Ответ

На конференцию приехали учёные из трёх стран: 2 из Румынии, 2 из Дании и 6 из Польши. Каждый из них делает на конференции один доклад. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что первым окажется доклад учёного из Польши.

Ответ:

Аналог 4.2.3.

Прототип Ответ

На конференцию приехали учёные из трёх стран: 7 из Сербии, 3 из России и 2 из Дании. Каждый из них делает на конференции один доклад. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что десятым окажется доклад учёного из России.

Ответ:

Аналог 4.3.1.

Прототип Ответ

В соревнованиях по толканию ядра участвуют спортсмены из четырёх стран: 6 из Эстонии, 9 из Латвии, 7 из Литвы и 8 из Польши. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий первым, окажется из Латвии.

Ответ:

Аналог 4.3.2.

Прототип Ответ

В соревнованиях по толканию ядра участвуют спортсмены из четырёх стран: 6 из Швеции, 5 из Дании, 10 из Норвегии и 4 из Финляндии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий первым, окажется из Норвегии.

Ответ:

Аналог 4.3.3.

Прототип Ответ

В соревнованиях по толканию ядра участвуют спортсмены из четырёх стран: 6 из Великобритании, 2 из Франции, 4 из Германии и 3 из Италии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий первым, окажется из Великобритании.

Ответ:

Аналог 4.4.1.

Прототип Ответ

В среднем из 2000 садовых насосов, поступивших в продажу, 12 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

Ответ:

Аналог 4.5.1.

Прототип Ответ

Фабрика выпускает сумки. В среднем 4 сумки из 50 имеют скрытые дефекты. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется без скрытых дефектов.

Ответ:

Аналог 4.5.2.

Прототип Ответ

Фабрика выпускает сумки. В среднем 3 сумки из 50 имеют скрытые дефекты. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется без скрытых дефектов.

Ответ:

Аналог 4.6.1.

Прототип Ответ

На чемпионате по прыжкам в воду выступают 40 спортсменов, среди них 3 прыгуна из Голландии и 6 прыгунов из Аргентины. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что тринадцатым будет выступать прыгун из Аргентины.

Ответ:

Аналог 4.6.2.

Прототип Ответ

На чемпионате по прыжкам в воду выступают 75 спортсменов, среди них 15 спортсменов из Италии и 13 спортсменов из Канады. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что четвёртым будет выступать спортсмен из Италии.

Ответ:

Аналог 4.6.3.

Прототип Ответ

На чемпионате по прыжкам в воду выступают 20 спортсменов, среди них 7 спортсменов из Германии и 9 спортсменов из США. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что двенадцатым будет выступать спортсмен из Германии.

Ответ:

Аналог 4.7.1.

Прототип Ответ

В чемпионате по гимнастике участвуют 50 спортсменок: 13 из Великобритании, 7 из Франции, остальные — из Германии. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Германии.

Ответ:

Аналог 4.7.2.

Прототип Ответ

В чемпионате по гимнастике участвуют 45 спортсменок: 6 из России, 21 из США, остальные — из Китая. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Китая.

Ответ:

Аналог 4.8.1.

Прототип Ответ

Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Сапфир» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих матчах команда «Сапфир» начнёт игру с мячом не более одного раза.

Ответ:

Аналог 4.8.2.

Прототип Ответ

Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Изумруд» играет два матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих матчах команда «Изумруд» начнёт игру с мячом не более одного раза.

Ответ:

Аналог 4.9.1.

Прототип Ответ

В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орёл не выпадет ни разу.

Ответ:

Аналог 4.10.1.

Прототип Ответ

В сборнике билетов по химии 30 билетов, в девяти из них встречается вопрос по теме «Щёлочи». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику **не** достанется вопрос по теме «Щёлочи».

Ответ:

Аналог 4.10.2.

Прототип Ответ

В сборнике билетов по географии всего 50 билетов, в пятнадцати из них встречается вопрос по теме «Страны Африки». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по теме «Страны Африки».

Ответ:

Аналог 4.10.3.

Прототип Ответ

В сборнике билетов по географии всего 20 билетов, в семи из них встречается вопрос по теме «Физическая география». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по теме «Физическая география».

Ответ:

Аналог 4.10.4.

Прототип Ответ

В сборнике билетов по географии всего 60 билетов, в девяти из них встречается вопрос по теме «Ресурсообеспеченность». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику **не** достанется вопрос по теме «Ресурсообеспеченность».

Ответ:

Аналог 4.10.5.

Прототип Ответ

В сборнике билетов по математике всего 52 билета, в тринадцати из них встречается вопрос по теме «Логарифмы». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по теме «Логарифмы».

Ответ:

Аналог 4.11.1.

Прототип Ответ

В группе туристов 50 человек. Их вертолётом доставляют в труднодоступный район, перевозя по 5 человек за рейс. Порядок, в котором вертолёт перевозит туристов, случаен. Найдите вероятность того, что турист В., входящий в состав группы, полетит первым рейсом вертолёта.

Ответ:

Аналог 4.11.2.

Прототип Ответ

В группе туристов 30 человек. Их вертолётом доставляют в труднодоступный район, перевозя по 6 человек за рейс. Порядок, в котором вертолёт перевозит туристов, случаен. Найдите вероятность того, что турист В., входящий в состав группы, полетит первым рейсом вертолёта.

Ответ:

Аналог 4.11.3.

Прототип Ответ

В группе туристов 300 человек. Их вертолётом доставляют в труднодоступный район, перевозя по 15 человек за рейс. Порядок, в котором вертолёт перевозит туристов, случаен. Найдите вероятность того, что турист В. полетит первым рейсом вертолёта.

Ответ:

Аналог 4.12.1.

Прототип Ответ

В группе туристов 12 человек. С помощью жребия они выбирают трёх человек, которые должны идти в село в магазин за продуктами. Какова вероятность того, что турист Д., входящий в состав группы, пойдёт в магазин?

Ответ:

Аналог 4.12.2.

Прототип Ответ

В группе туристов 5 человек. С помощью жребия они выбирают трёх человек, которые должны идти в село в магазин за продуктами. Какова вероятность того, что турист Д., входящий в состав группы, пойдёт в магазин?

Ответ:

Аналог 4.13.1.

Прототип Ответ

Вероятность того, что в случайный момент времени температура тела здорового человека окажется ниже чем $36{,}8°C$, равна 0,91. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени у здорового человека температура окажется $36{,}8°C$ или выше.

Ответ:

Аналог 4.14.1.

Прототип Ответ

Вероятность того, что на тестировании по математике учащийся Б. верно решит больше пяти задач, равна 0,71. Вероятность того, что Б. верно решит больше трёх задач, равна 0,9. Найдите вероятность того, что Б. верно решит четыре или пять задач.

Ответ:

Аналог 4.15.1.

Прототип Ответ

Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 20 пассажиров, равна 0,85. Вероятность того, что окажется меньше 13 пассажиров, равна 0,67. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 13 до 19 включительно.

Ответ:

Аналог 4.16.1.

Прототип Ответ

При выпечке хлеба производится контрольное взвешивание свежей буханки. Известно, что вероятность того, что масса окажется меньше 810 г, равна 0,98. Вероятность того, что масса окажется больше 790 г, равна 0,83. Найдите вероятность того, что масса буханки больше 790 г, но меньше 810 г.

Ответ:

Аналог 5.1.1.

Прототип Ответ

Помещение освещается тремя лампами. Вероятность перегорания каждой лампы в течение года равна 0,4. Лампы перегорают независимо друг от друга. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

Ответ:

Аналог 5.1.2.

Прототип Ответ

Помещение освещается тремя лампами. Вероятность перегорания каждой лампы в течение года равна 0,9. Лампы перегорают независимо друг от друга. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

Ответ:

Аналог 5.1.3.

Прототип Ответ

Помещение освещается тремя лампами. Вероятность перегорания каждой лампы в течение года равна 0,2. Лампы перегорают независимо друг от друга. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

Ответ:

Аналог 5.1.4.

Прототип Ответ

Помещение освещается тремя лампами. Вероятность перегорания каждой лампы в течение года равна 0,7. Лампы перегорают независимо друг от друга. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

Ответ:

Аналог 5.2.1.

Прототип Ответ

Стрелок стреляет по одному разу в каждую из четырёх мишеней. Вероятность попадания в мишень при каждом отдельном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что стрелок попадёт в три первые мишени и не попадёт в последнюю.

Ответ:

Аналог 5.2.2.

Прототип Ответ

Стрелок стреляет по одному разу в каждую из четырёх мишеней. Вероятность попадания в мишень при каждом отдельном выстреле равна 0,9. Найдите вероятность того, что стрелок попадёт в первую мишень и не попадёт в три последние.

Ответ:

Аналог 5.2.3.

Прототип Ответ

Стрелок стреляет по одному разу в каждую из четырёх мишеней. Вероятность попадания в мишень при каждом отдельном выстреле равна 0,9. Найдите вероятность того, что стрелок попадёт в три первые мишени и не попадёт в последнюю.

Ответ:

Аналог 5.2.4.

Прототип Ответ

Стрелок стреляет по одному разу в каждую из четырёх мишеней. Вероятность попадания в мишень при каждом отдельном выстреле равна 0,9. Найдите вероятность того, что стрелок попадёт в две первые мишени и не попадёт в две последние.

Ответ:

Аналог 5.2.5.

Прототип Ответ

Стрелок стреляет по одному разу в каждую из четырёх мишеней. Вероятность попадания в мишень при каждом отдельном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что стрелок попадёт в первую мишень и не попадёт в три последние.

Ответ:

Аналог 5.2.6.

Прототип Ответ

Стрелок стреляет по одному разу в каждую из четырёх мишеней. Вероятность попадания в мишень при каждом отдельном выстреле равна 0,6. Найдите вероятность того, что стрелок попадёт в две первые мишени и не попадёт в две последние.

Ответ:

Аналог 5.2.7.

Прототип Ответ

Стрелок стреляет по одному разу в каждую из четырёх мишеней. Вероятность попадания в мишень при каждом отдельном выстреле равна 0,7. Найдите вероятность того, что стрелок попадёт в первую мишень и не попадёт в три последние.

Ответ:

Аналог 5.3.1.

Прототип Ответ

Стрелок в тире стреляет по мишени до тех пор, пока не поразит её. Известно, что он попадает в цель с вероятностью 0,5 при каждом отдельном выстреле. Какое наименьшее количество патронов нужно дать стрелку, чтобы он поразил цель с вероятностью не меньше 0,8?

Ответ:

Аналог 5.4.1.

Прототип Ответ

Игральную кость бросили два раза. Известно, что шесть очков не выпало ни разу. Найдите при этом условии вероятность события “сумма очков равна 10”.

Ответ:

Аналог 5.4.2.

Прототип Ответ

Игральную кость бросили два раза. Известно, что шесть очков не выпало ни разу. Найдите при этом условии вероятность события “сумма очков равна 9”.

Ответ:

Аналог 5.4.3.

Прототип Ответ

Игральную кость бросили два раза. Известно, что пять очков не выпало ни разу. Найдите при этом условии вероятность события “сумма очков равна 9”.

Ответ:

Аналог 5.5.1.

Прототип Ответ

В коробке 6 синих, 9 красных и 10 зелёных фломастеров. Случайным образом выбирают два фломастера. Найдите вероятность того, что окажутся выбраны один синий и один красный фломастеры.

Ответ:

Аналог 5.5.2.

Прототип Ответ

В коробке 11 синих, 6 красных и 8 зелёных фломастеров. Случайным образом выбирают два фломастера. Найдите вероятность того, что окажутся выбраны один синий и один красный фломастеры.

Ответ:

Аналог 5.5.3.

Прототип | Ответ

В коробке 12 синих, 6 красных и 7 зелёных фломастеров. Случайным образом выбирают два фломастера. Найдите вероятность того, что окажутся выбраны один синий и один красный фломастеры.

Ответ: ☐☐☐☐☐☐☐

Аналог 5.6.1.

Прототип | Ответ

В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в первом автомате закончится кофе, равна 0,1. Вероятность того, что кофе закончится во втором автомате, такая же. Вероятность того, что кофе закончится в двух автоматах, равна 0,05. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в двух автоматах.

Ответ: ☐☐☐☐☐☐☐

Аналог 5.7.1.

Прототип | Ответ

Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,04. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля качества. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,96. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,01. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.

Ответ: ☐☐☐☐☐☐☐

Аналог 5.7.2.

Прототип | Ответ

Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,01. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля качества. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,95. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,05. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.

Ответ: ☐☐☐☐☐☐☐

Аналог 5.7.3.

Прототип Ответ

Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,01. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля качества. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,93. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,03. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.

Ответ:

Аналог 5.7.4.

Прототип Ответ

Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,01. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля качества. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,94. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,04. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.

Ответ:

Аналог 5.7.5.

Прототип Ответ

Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,06. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля качества. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,96. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,01. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.

Ответ:

Аналог 5.7.6.

Прототип Ответ

Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,05. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля качества. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,99. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,01. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.

Ответ:

Аналог 5.7.7.

Прототип Ответ

Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,03. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля качества. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,91. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,01. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.

Ответ:

Аналог 6.1.1.

Прототип Ответ

Найдите корень уравнения $4^{x-3} = 64$.

Ответ:

Аналог 6.1.2.

Прототип Ответ

Найдите корень уравнения $8^{9-x} = 64$.

Ответ:

Аналог 6.1.3.

Прототип Ответ

Найдите корень уравнения $9^{-2-x} = 81$.

Ответ:

Аналог 6.1.4.

Прототип Ответ

Найдите корень уравнения $3^{x+2} = 81$.

Ответ:

Аналог 6.1.5.

Прототип Ответ

Найдите корень уравнения $2^{-4-x} = 16$.

Ответ:

Аналог 6.1.6.

Прототип Ответ

Найдите корень уравнения $5^{2-x} = 125$.

Ответ:

Аналог 6.2.1.

Прототип Ответ

Найдите корень уравнения $4^{2x+1} = 64^{4x}$.

Ответ:

Аналог 6.3.1.

Прототип Ответ

Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{6}\right)^{x-2} = 6^x$.

Ответ:

Аналог 6.3.2.

Прототип Ответ

Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{6}\right)^{x-3} = \frac{1}{36}$.

Ответ:

Аналог 6.3.3.

Прототип Ответ

Найдите корень уравнения $3^{x-8} = \frac{1}{81}$.

Ответ:

Аналог 6.3.4.

Прототип Ответ

Найдите корень уравнения $4^{x-7} = \frac{1}{64}$.

Ответ:

Аналог 6.3.5.

Прототип Ответ

Найдите корень уравнения $2^{x-3} = \frac{1}{16}$.

Ответ:

Аналог 6.4.1.

Прототип Ответ

Найдите корень уравнения $\sqrt{5x-1} = 7$.

Ответ:

Аналог 6.4.2.

Прототип Ответ

Найдите корень уравнения $\sqrt{3x+49} = 10$.

Ответ:

Аналог 6.4.3.

Прототип Ответ

Найдите корень уравнения $\sqrt{99-7x} = 6$.

Ответ:

Аналог 6.4.4.

Прототип Ответ

Найдите корень уравнения $\sqrt{44-5x}=3$.

Ответ:

Аналог 6.4.5.

Прототип Ответ

Найдите корень уравнения $\sqrt{57-7x}=6$.

Ответ:

Аналог 6.4.6.

Прототип Ответ

Найдите корень уравнения $\sqrt{36-4x}=2$.

Ответ:

Аналог 6.4.7.

Прототип Ответ

Найдите корень уравнения $\sqrt{7x-31}=2$.

Ответ:

Аналог 6.4.8.

Прототип Ответ

Найдите корень уравнения $\sqrt{6x+57}=9$.

Ответ:

Аналог 6.4.9.

Прототип Ответ

Найдите корень уравнения $\sqrt{5x+11}=4$.

Ответ:

Аналог 6.4.10.

Прототип Ответ

Найдите корень уравнения $\sqrt{8x-20}=2$.

Ответ:

Аналог 6.4.11.

Прототип Ответ

Найдите корень уравнения $\sqrt{63-9x}=3$.

Ответ:

Аналог 6.4.12.

Прототип Ответ

Найдите корень уравнения $\sqrt{22-3x}=2$.

Ответ:

Аналог 6.5.1.

Прототип Ответ

Найдите корень уравнения $\sqrt[3]{x+6}=4$.

Ответ:

Аналог 6.6.1.

Прототип Ответ

Найдите корень уравнения $\log_7(1-x)=\log_7 5$.

Ответ:

Аналог 6.6.2.

Прототип Ответ

Найдите корень уравнения $\log_3(x+4)=\log_3 16$.

Ответ:

Аналог 6.6.3.

Прототип Ответ

Найдите корень уравнения $\log_2(x-2)=\log_2 11$.

Ответ:

Аналог 6.6.4.

Прототип Ответ

Найдите корень уравнения $\log_3(15-x)=\log_3 7$.

Ответ:

Аналог 6.7.1.

Прототип Ответ

Найдите корень уравнения $\log_5(2x-1)=-1$.

Ответ:

Аналог 6.8.1.

Прототип Ответ

Найдите корень уравнения $(x+4)^3=-125$.

Ответ:

Аналог 6.9.1.

Прототип Ответ

Найдите корень уравнения $\frac{5}{4x+1}=-2$.

Ответ:

Аналог 7.1.1.

Прототип Ответ

Найдите значение выражения $\frac{15^{1,2}\cdot 5^{-2,2}}{3^{0,2}}$.

Ответ:

Аналог 7.2.1.

Прототип Ответ

Найдите значение выражения $\left(4^{15}\right)^5 : 4^{73}$.

Ответ:

Аналог 7.2.2.

Прототип Ответ

Найдите значение выражения $\left(2^{16}\right)^5 : 2^{74}$.

Ответ:

Аналог 7.3.1.

Прототип Ответ

Найдите значение выражения $4^{\frac{1}{5}}\cdot 16^{\frac{9}{10}}$.

Ответ:

Аналог 7.4.1.

Прототип Ответ

Найдите значение выражения $\frac{3^{9,2}}{9^{2,6}}$.

Ответ:

Аналог 7.5.1.

Прототип Ответ

Найдите значение выражения $\frac{(5\sqrt{6})^2}{10}$.

Ответ:

Аналог 7.6.1.

Прототип Ответ

Найдите значение выражения $\left(\sqrt{45}-\sqrt{80}\right)\cdot\sqrt{5}$.

Ответ:

Аналог 7.7.1.

Прототип Ответ

Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[3]{121}\cdot\sqrt[4]{121}}{\sqrt[12]{121}}$.

Ответ:

Аналог 7.8.1.

Прототип Ответ

Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[3]{400}\cdot\sqrt[3]{25}}{\sqrt[3]{80}}$.

Ответ:

Аналог 7.9.1.

Прототип Ответ

Найдите значение выражения $\log_{0,7}10-\log_{0,7}7$.

Ответ:

Аналог 7.9.2.

Прототип Ответ

Найдите значение выражения $\log_2 96 - \log_2 3$.

Ответ:

Аналог 7.9.3.

Прототип Ответ

Найдите значение выражения $\log_2 56 - \log_2 7$.

Ответ:

Аналог 7.10.1.

Прототип Ответ

Найдите значение выражения $8\log_5 \sqrt[4]{5}$.

Ответ:

Аналог 7.11.1.

Прототип Ответ

Найдите значение выражения $\dfrac{\log_5 9}{\log_5 18} - \log_{18}\dfrac{1}{2}$.

Ответ:

Аналог 7.12.1.

Прототип Ответ

Найдите значение выражения $\dfrac{3\sin 68^\circ}{\cos 34^\circ \cdot \cos 56^\circ}$.

Ответ:

Аналог 7.13.1.

Прототип Ответ

Найдите значение выражения $6\sqrt{3}\cos^2\dfrac{11\pi}{12} - 3\sqrt{3}$.

Ответ:

Аналог 7.14.1.

Прототип Ответ

Найдите значение выражения $3\sqrt{3}-6\sqrt{3}\sin^2\frac{13\pi}{12}$.

Ответ:

Аналог 7.14.2.

Прототип Ответ

Найдите значение выражения $\sqrt{2}-2\sqrt{2}\sin^2\frac{15\pi}{8}$.

Ответ:

Аналог 7.15.1.

Прототип Ответ

Найдите значение выражения $5\sqrt{2}\cos^2\frac{7\pi}{8}-5\sqrt{2}\sin^2\frac{7\pi}{8}$.

Ответ:

Аналог 7.15.2.

Прототип Ответ

Найдите значение выражения $3\sqrt{2}\cos^2\frac{9\pi}{8}-3\sqrt{2}\sin^2\frac{9\pi}{8}$.

Ответ:

Аналог 7.16.1.

Прототип Ответ

Найдите значение выражения $3\sin\frac{13\pi}{12}\cdot\cos\frac{13\pi}{12}$.

Ответ:

Аналог 7.16.2.

Прототип Ответ

Найдите значение выражения $\sqrt{2}\sin\frac{7\pi}{8}\cdot\cos\frac{7\pi}{8}$.

Ответ:

Аналог 7.17.1.

Прототип Ответ

Найдите значение выражения $\dfrac{\sin 75^\circ \cdot \cos 75^\circ}{-\sin 150^\circ}$.

Ответ:

Аналог 7.18.1.

Прототип Ответ

Найдите значение выражения $3\cos 2\alpha$, если $\sin\alpha = 0{,}6$.

Ответ:

Аналог 7.18.2.

Прототип Ответ

Найдите значение выражения $3\cos 2\alpha$, если $\cos\alpha = -0{,}8$.

Ответ:

Аналог 7.19.1.

Прототип Ответ

Найдите $\operatorname{tg}\alpha$, если $\cos\alpha = -\dfrac{\sqrt{26}}{26}$ и $\alpha \in \left(\dfrac{\pi}{2};\ \pi\right)$.

Ответ:

Аналог 7.20.1.

Прототип Ответ

Найдите $\sin\alpha$, если $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{15}}{8}$ и $\alpha \in \left(\dfrac{3\pi}{2};\ 2\pi\right)$.

Ответ:

Аналог 7.21.1.

Прототип Ответ

Найдите значение выражения $5\sin\dfrac{\pi}{3}\sin\dfrac{4\pi}{3}$.

Ответ:

Аналог 7.22.1.

Прототип Ответ

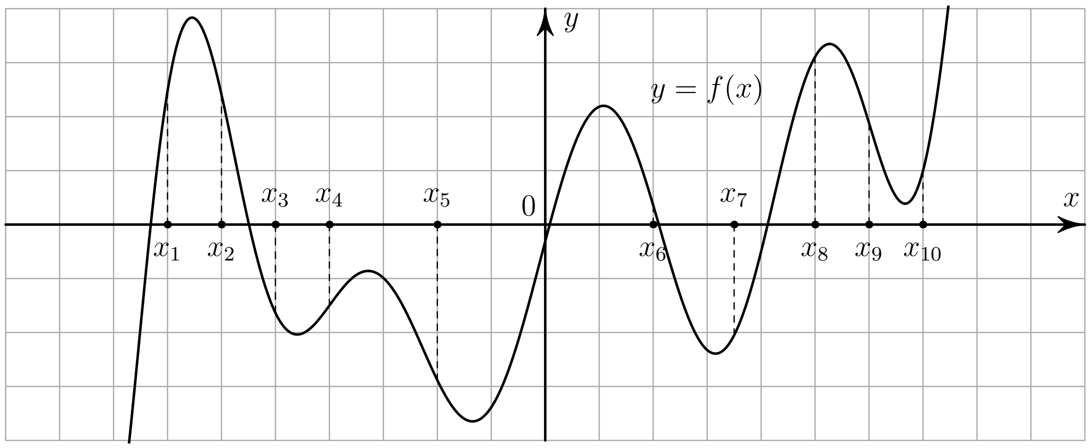
Найдите значение выражения $-9\sqrt{3}\,\mathrm{tg}\,\frac{\pi}{3}\sin\frac{5\pi}{6}$.

Ответ:

Аналог 8.1.1.

Прототип Ответ

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечено десять точек: x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}. Найдите количество отмеченных точек, в которых производная функции $f(x)$ отрицательна.

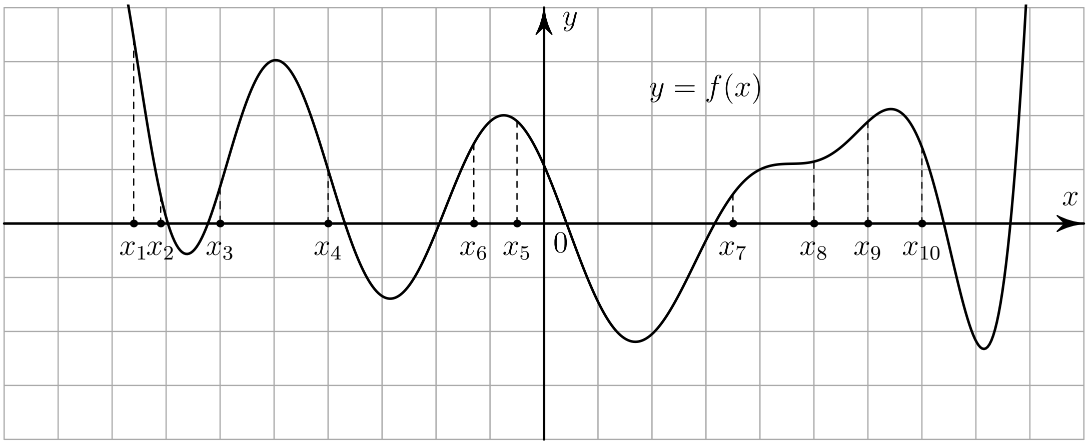


Ответ:

Аналог 8.1.2.

Прототип Ответ

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечено десять точек: x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_8, x_{10}. В ответе укажите количество отмеченных точек, в которых производная функции $f(x)$ отрицательна.

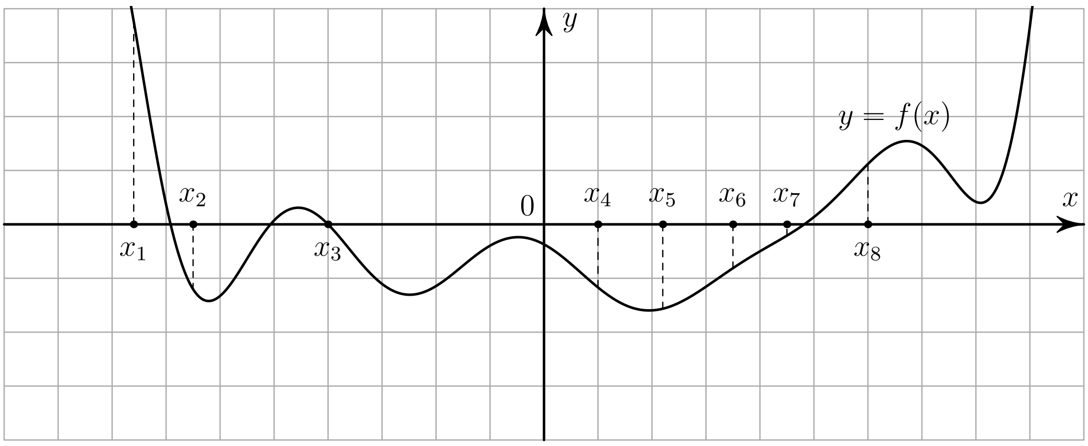


Ответ:

Аналог 8.1.3.

Прототип Ответ

На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечено восемь точек: x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8. Найдите количество отмеченных точек, в которых производная функции $f(x)$ положительна.

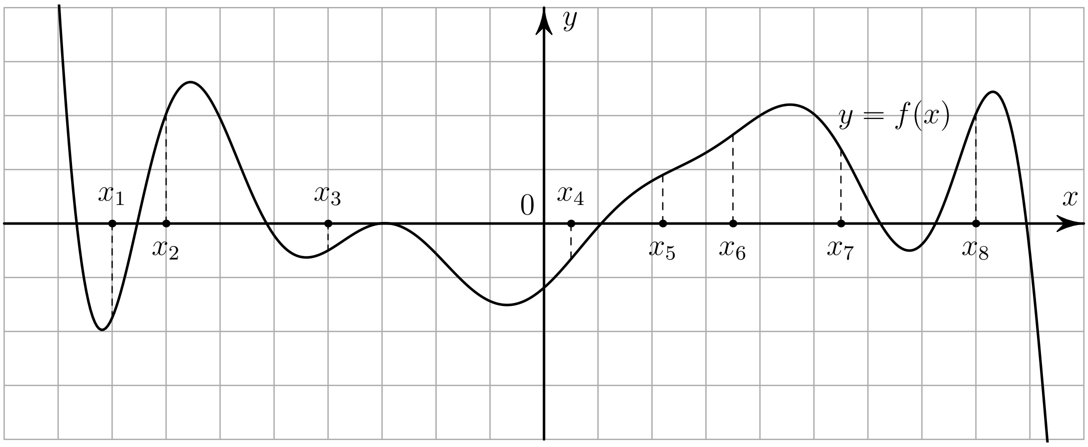


Ответ:

Аналог 8.1.4.

Прототип Ответ

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечено восемь точек: x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8. В ответе укажите количество отмеченных точек, в которых производная функции $f(x)$ положительна.

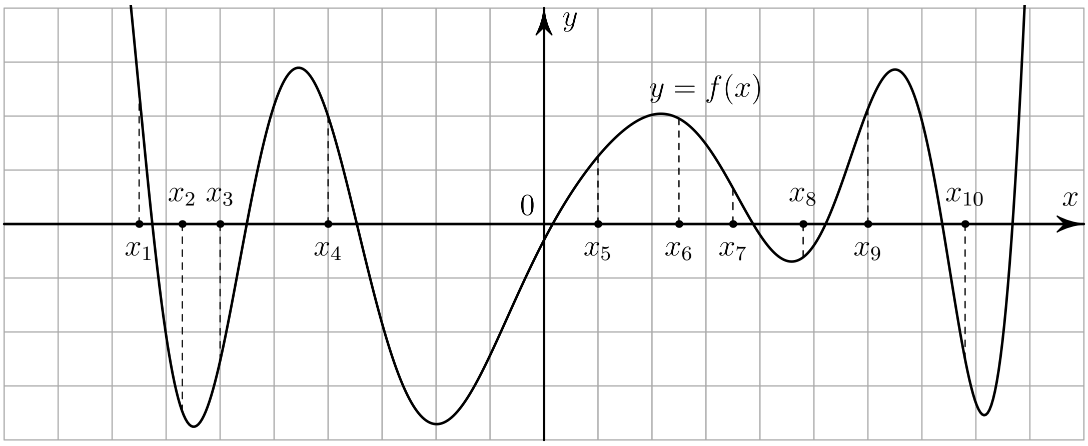


Ответ:

Аналог 8.1.5.

Прототип Ответ

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечено десять точек: x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_8, x_{10}. Найдите количество отмеченных точек, в которых производная функции $f(x)$ положительна.

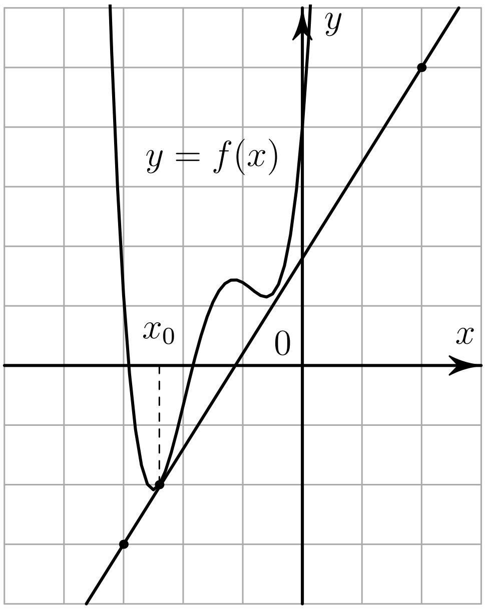


Ответ:

Аналог 8.2.1.

Прототип Ответ

На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.

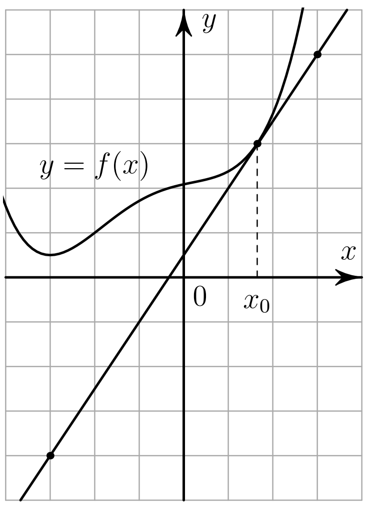


Ответ:

Аналог 8.2.2.

Прототип Ответ

На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.

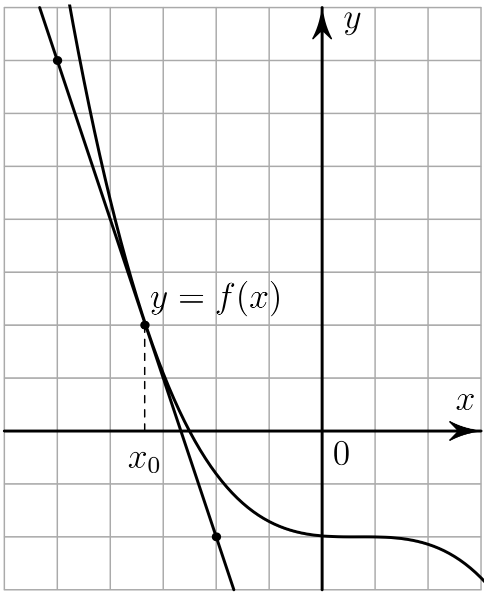


Ответ:

Аналог 8.2.3.

Прототип Ответ

На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.

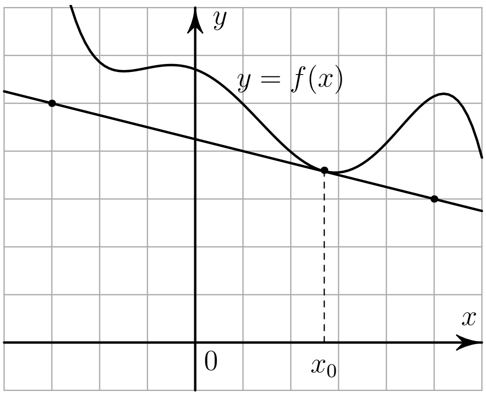


Ответ:

Аналог 8.2.4.

Прототип Ответ

На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.

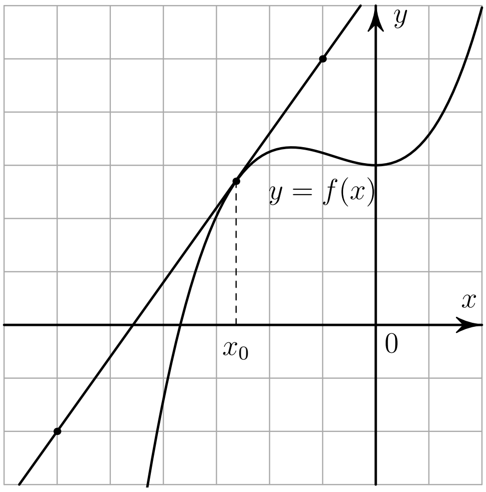


Ответ:

Аналог 8.2.5.

Прототип Ответ

На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.

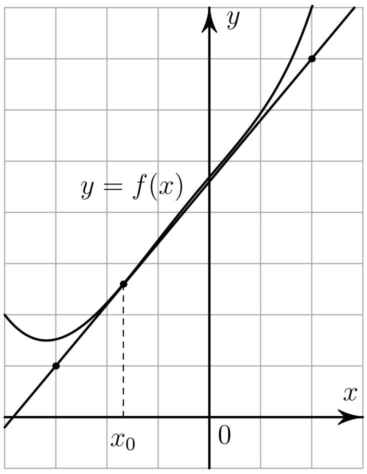


Ответ:

Аналог 8.2.6.

Прототип Ответ

На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.

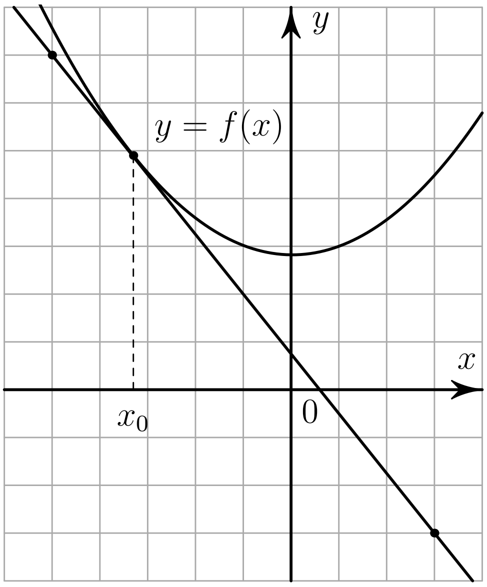


Ответ:

Аналог 8.2.7.

Прототип Ответ

На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.

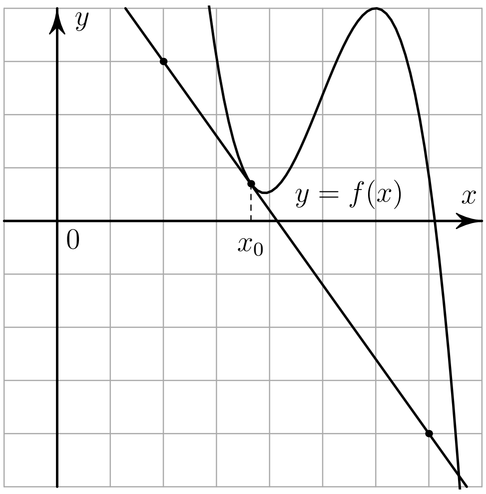


Ответ:

Аналог 8.2.8.

Прототип Ответ

На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.

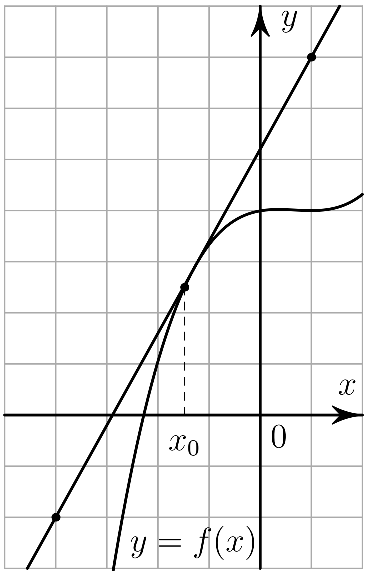


Ответ:

Аналог 8.2.9.

Прототип Ответ

На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.

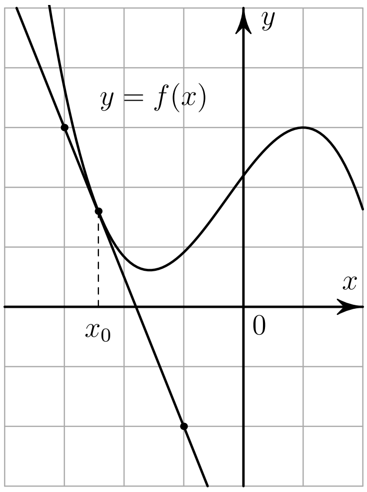


Ответ:

Аналог 8.2.10.

Прототип Ответ

На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.

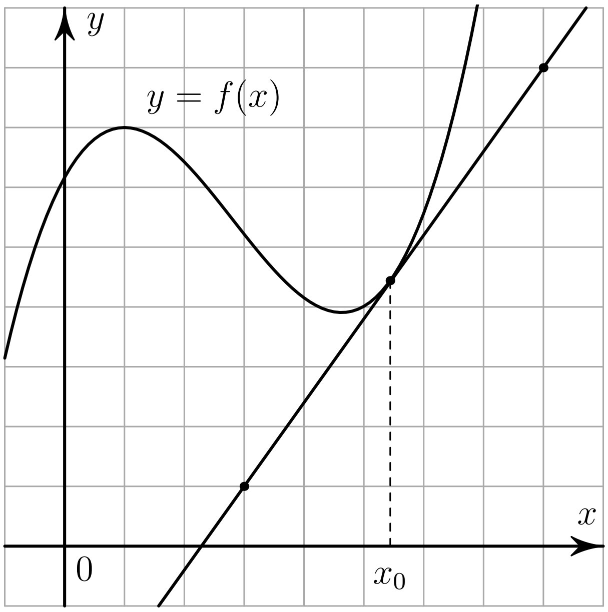


Ответ:

Аналог 8.2.11.

Прототип Ответ

На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.

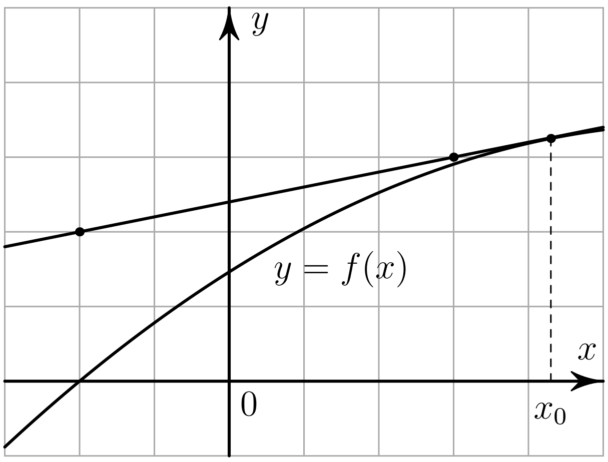


Ответ:

Аналог 8.2.12.

Прототип Ответ

На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.

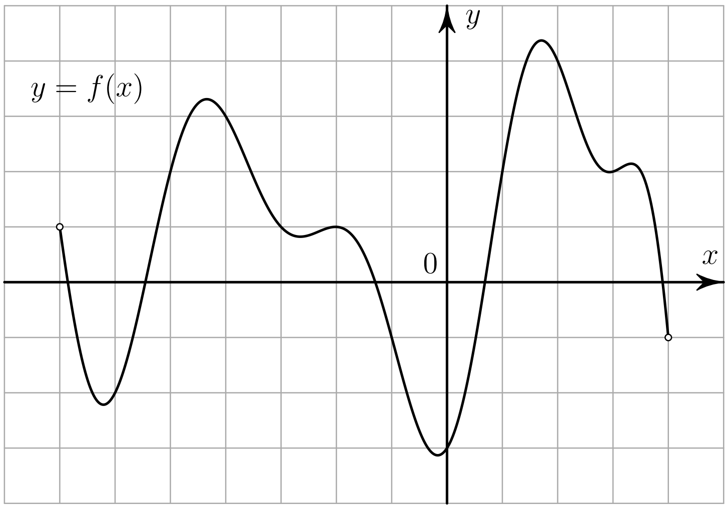


Ответ:

Аналог 8.3.1.

Прототип Ответ

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-7;\ 4)$. Найдите количество корней уравнения $f'(x) = 0$, принадлежащих отрезку $[-5;\ 2]$.

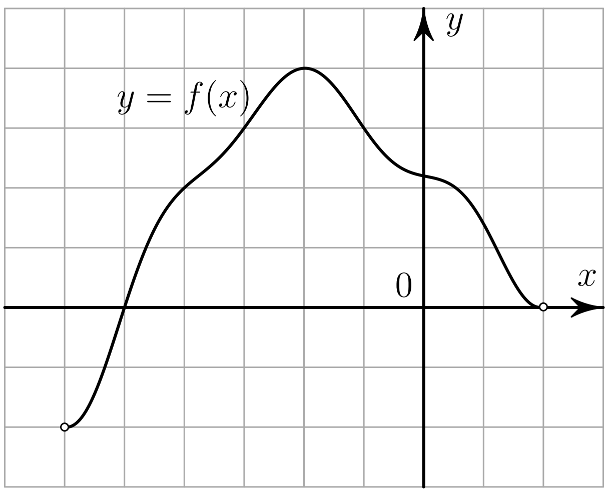


Ответ:

Аналог 8.4.1.

Прототип Ответ

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-6;\ 2)$. Найдите корень уравнения $f'(x) = 0$.

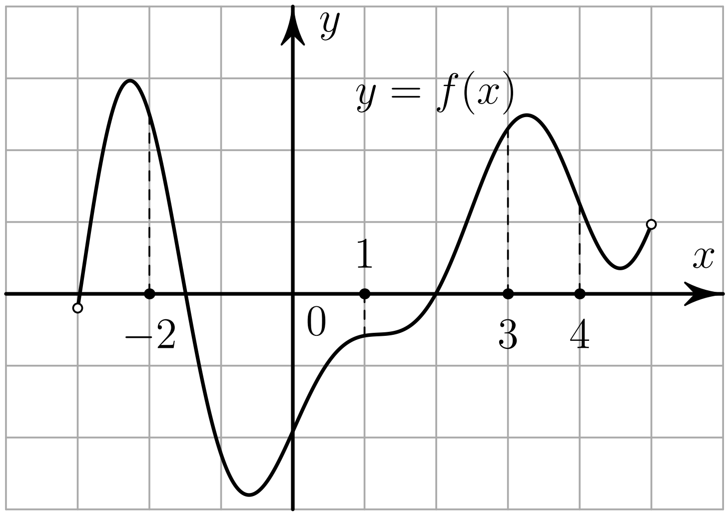


Ответ:

Аналог 8.5.1.

Прототип | Ответ

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечены точки: -2, 1, 3, 4. В какой из этих точек значение производной функции $f(x)$ наибольшее? В ответе укажите эту точку.

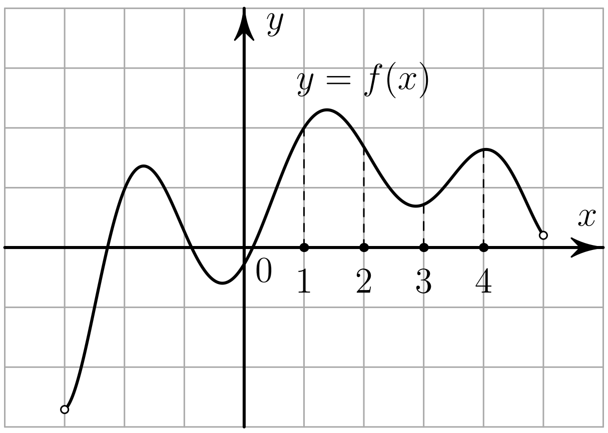


Ответ:

Аналог 8.5.2.

Прототип | Ответ

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечены точки: 1, 2, 3, 4. В какой из этих точек значение производной функции $f(x)$ наименьшее? В ответе укажите эту точку.

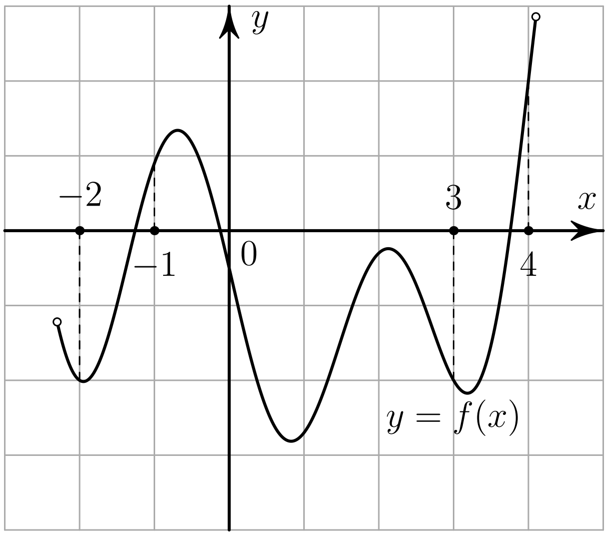


Ответ:

Аналог 8.5.3.

Прототип Ответ

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечены точки: -2, -1, 3, 4. В какой из этих точек значение производной наименьшее? В ответе укажите эту точку.

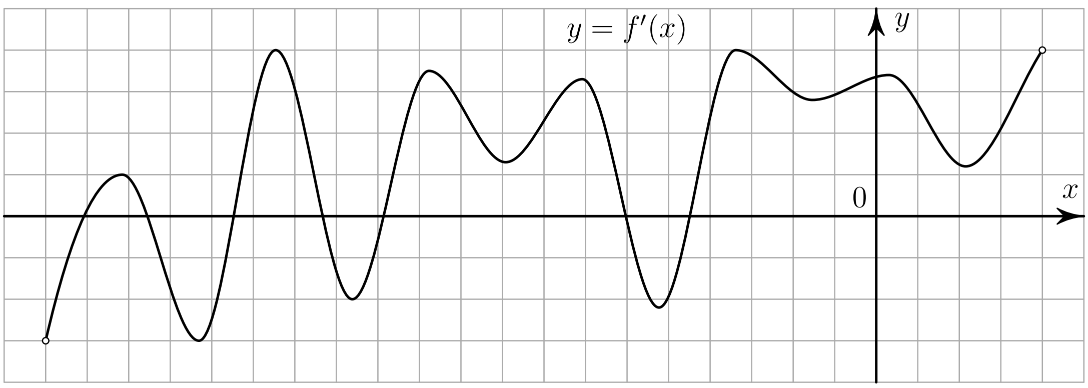


Ответ:

Аналог 8.6.1.

Прототип Ответ

На рисунке изображен график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-20;\ 4)$. Найдите количество точек экстремума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-16;\ 1]$.

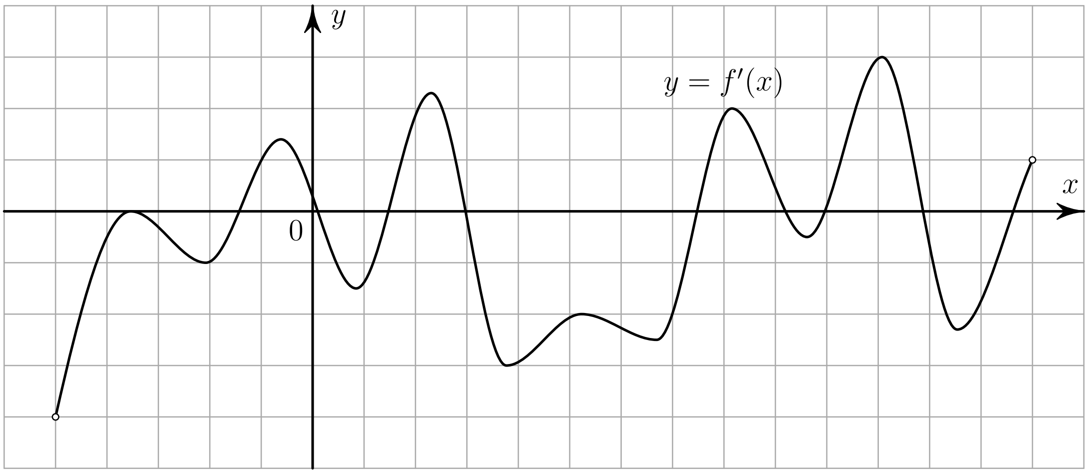


Ответ:

Аналог 8.6.2.

Прототип Ответ

На рисунке изображен график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-5;\ 14)$. Найдите количество точек минимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-4;\ 9]$.

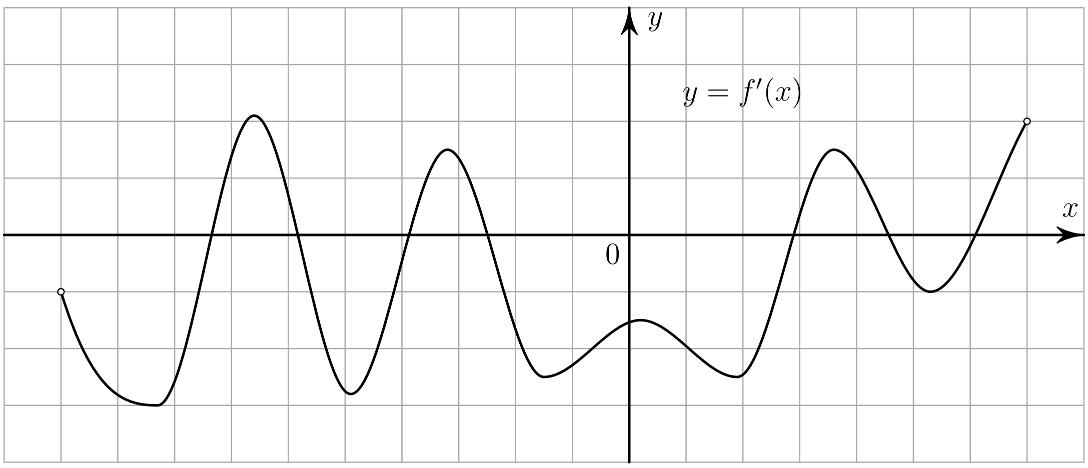


Ответ:

Аналог 8.6.3.

Прототип Ответ

На рисунке изображен график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-10;\ 7)$. Найдите количество точек минимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-2;\ 6]$.

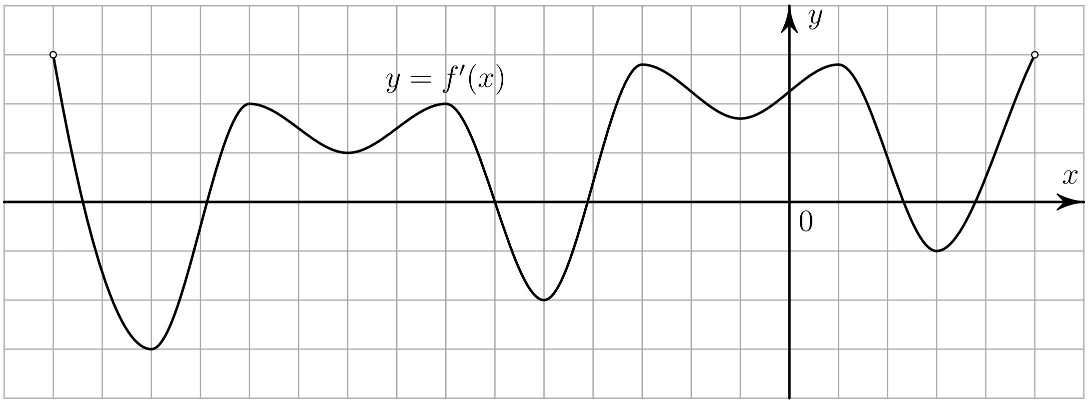


Ответ:

Аналог 8.6.4.

Прототип Ответ

На рисунке изображен график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-15;\ 5)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-11;\ 4]$.

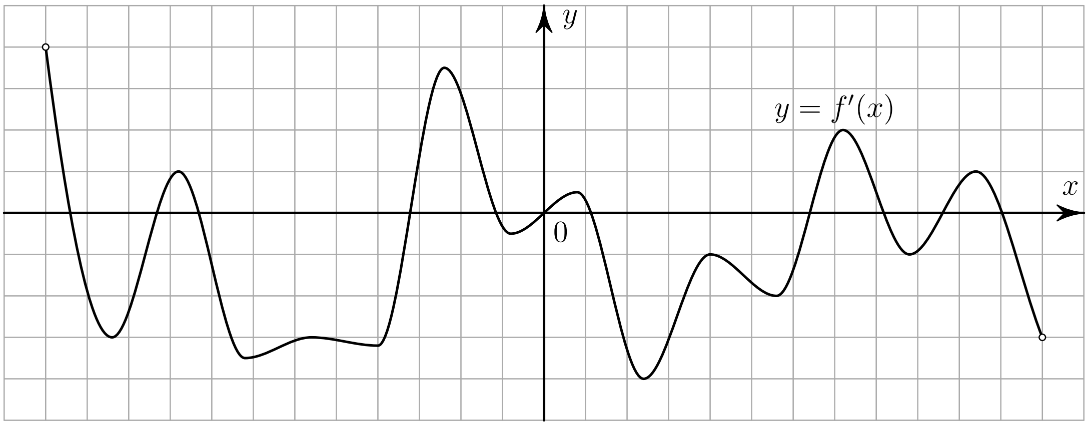


Ответ:

Аналог 8.6.5.

Прототип Ответ

На рисунке изображен график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-12;\ 12)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-6;\ 11]$.

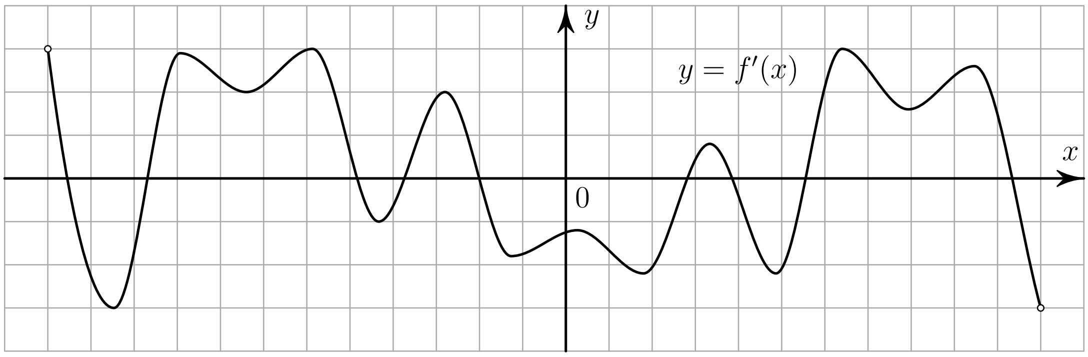


Ответ:

Аналог 8.6.6.

Прототип Ответ

На рисунке изображен график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-12;\ 11)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-11;\ 5]$.

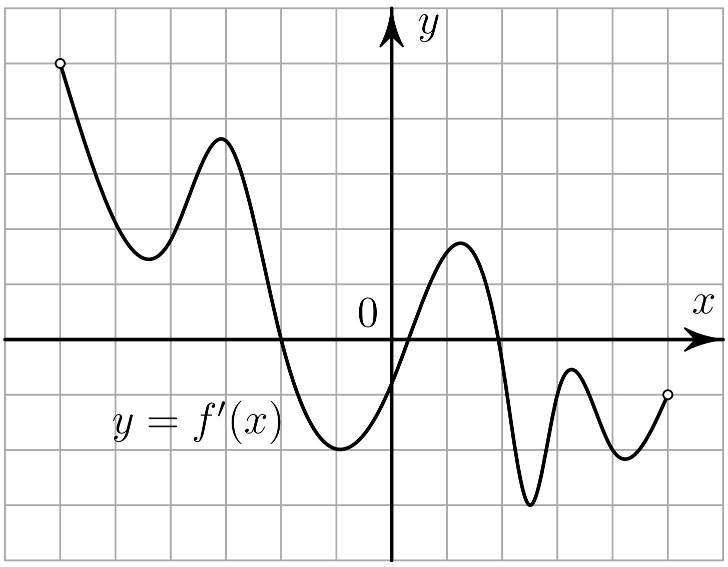


Ответ:

Аналог 8.7.1.

Прототип Ответ

На рисунке изображен график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-6;\ 5)$. В какой точке отрезка $[-5;\ -2]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение?

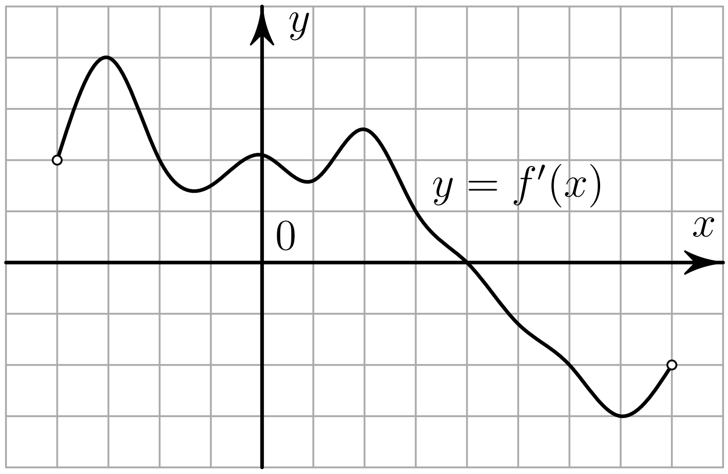


Ответ:

Аналог 8.7.2.

Прототип Ответ

На рисунке изображен график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-4;\ 8)$. В какой точке отрезка $[-2;\ 3]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение?

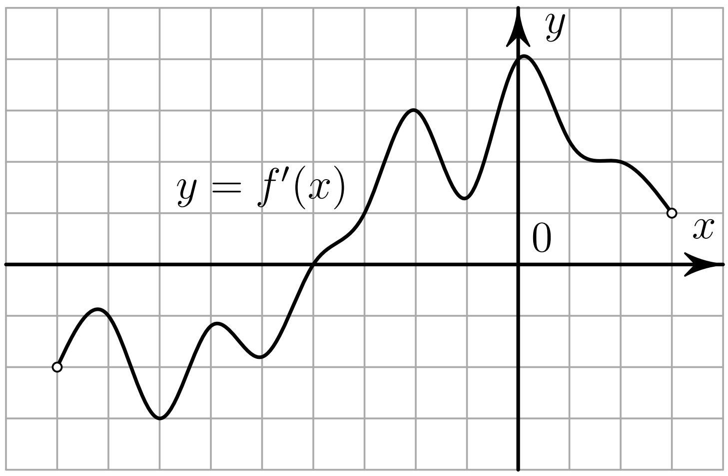


Ответ:

Аналог 8.7.3.

Прототип Ответ

На рисунке изображен график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-9;\ 3)$. В какой точке отрезка $[-7;\ -5]$ функция принимает наибольшее значение?

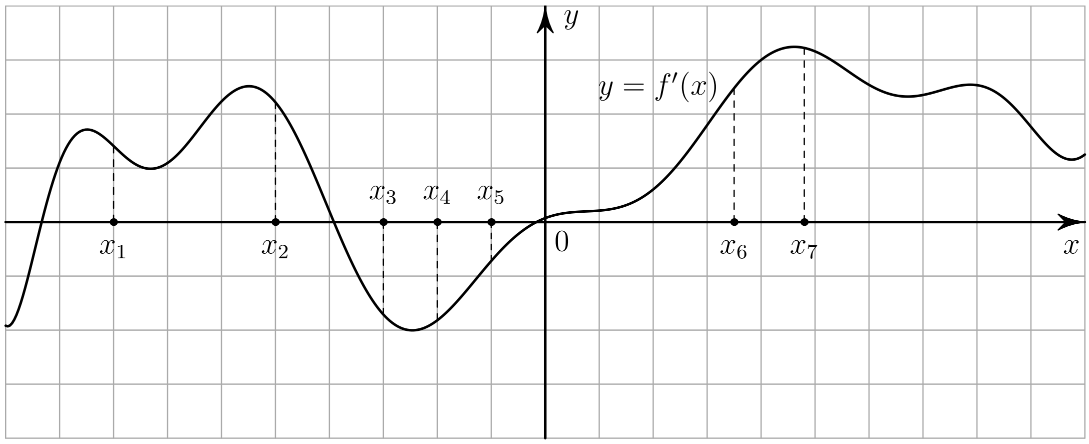


Ответ:

Аналог 8.8.1.

Прототип Ответ

На рисунке изображен график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$. На оси абсцисс отмечено семь точек: x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7. Сколько из этих точек принадлежит промежуткам убывания функции $f(x)$?

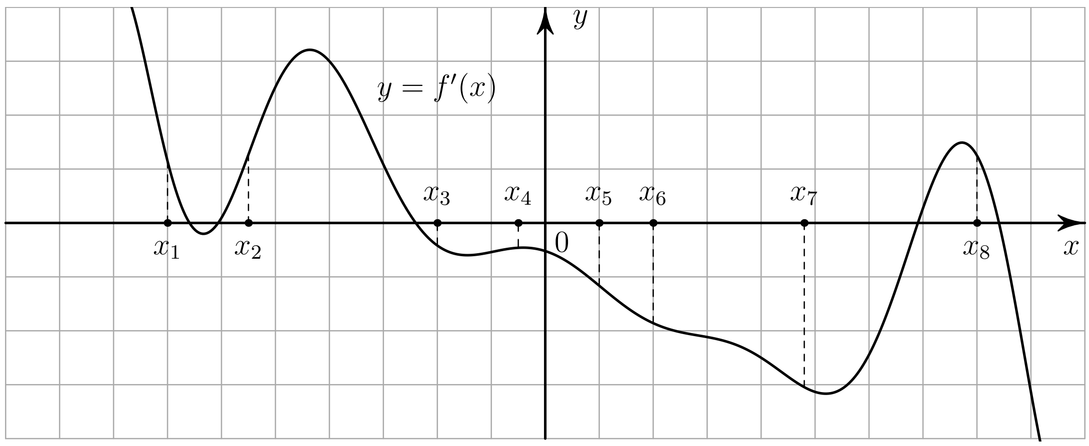


Ответ:

Аналог 8.8.2.

Прототип Ответ

На рисунке изображен график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$. На оси абсцисс отмечено восемь точек: x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8. Сколько из этих точек принадлежит промежуткам возрастания функции $f(x)$?

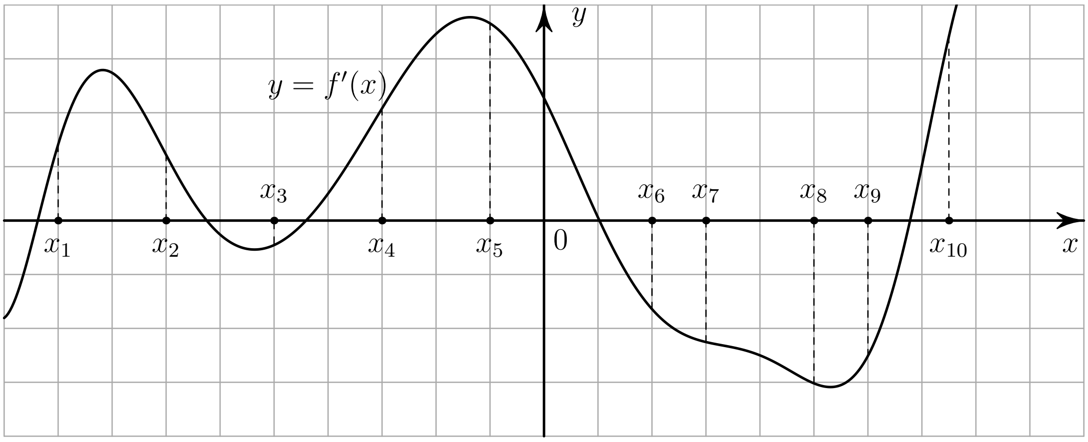


Ответ:

Аналог 8.8.3.

Прототип Ответ

На рисунке изображен график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$. На оси абсцисс отмечено десять точек: x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}. Сколько из этих точек принадлежит промежуткам возрастания функции $f(x)$?

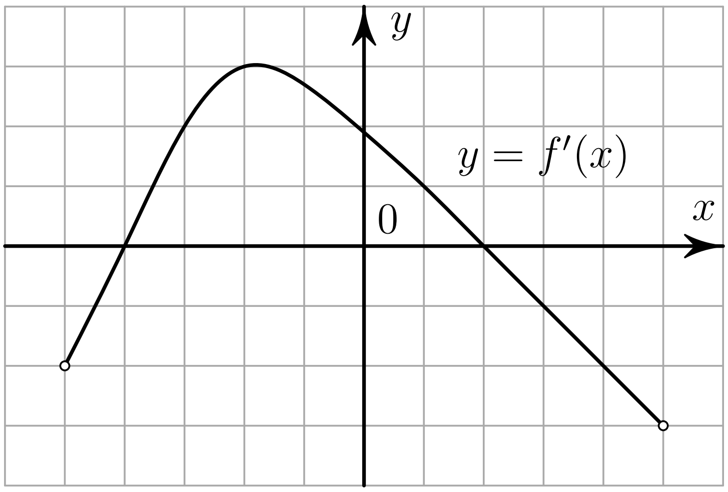


Ответ:

Аналог 8.9.1.

Прототип Ответ

На рисунке изображен график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-5;\ 5)$. Найдите точку максимума функции $f(x)$.



Ответ:

Аналог 9.1.1.

Прототип Ответ

Сила тока I (в A) в электросети вычисляется по закону Ома:

$$I = \frac{U}{R},$$

где U — напряжение электросети (в В), R — сопротивление подключаемого электроприбора (в Ом). Электросеть прекращает работать, если сила тока превышает 8,8 А. Определите, какое наименьшее сопротивление может быть у электроприбора, подключаемого к электросети с напряжением 220 В, чтобы электросеть продолжала работать. Ответ дайте в омах.

Ответ:

Аналог 9.2.1.

Прототип Ответ

В розетку электросети подключена электрическая духовка, сопротивление которой составляет $R_1 = 21$ Ом. Параллельно с ней в розетку предполагается подключить тостер, сопротивление которого R_2 (в Ом). При параллельном соединении двух электроприборов с сопротивлениями R_1 и R_2 их общее сопротивление R вычисляется по формуле

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}.$$

Для нормального функционирования электросети общее сопротивление в ней должно быть не меньше 18 Ом. Определите наименьшее возможное сопротивление тостера. Ответ дайте в омах.

Ответ:

Аналог 9.3.1.

Прототип Ответ

К источнику с ЭДС $\varepsilon = 130$ В и внутренним сопротивлением $r = 1$ Ом хотят подключить нагрузку с сопротивлением R (в Ом). Напряжение (в В) на этой нагрузке вычисляется по формуле

$$U = \frac{\varepsilon R}{R + r}.$$

При каком значении сопротивления нагрузки напряжение на ней будет равно 120 В? Ответ дайте в омах.

Ответ:

Аналог 9.4.1.

Прототип Ответ

Перед отправкой тепловоз издал гудок с частотой $f_0 = 295$ Гц. Чуть позже гудок издал подъезжающий к платформе тепловоз. Из-за эффекта Доплера частота второго гудка f (в Гц) больше первого: она зависит от скорости тепловоза v (в м/с) по закону

$$f = \frac{f_0}{1 - \frac{v}{c}},$$

где c — скорость звука (в м/с). Человек, стоящий на платформе, различает сигналы по тону, если они отличаются не менее чем на 5 Гц. Определите, с какой минимальной скоростью приближался к платформе тепловоз, если человек смог различить сигналы, а $c = 300$ м/с. Ответ дайте в м/с.

Ответ:							

Аналог 9.5.1.

Прототип Ответ

Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковые импульсы частотой 185 МГц. Скорость погружения батискафа v (в м/с) вычисляется по формуле

$$v = c \cdot \frac{f - f_0}{f + f_0},$$

где $c = 1500$ м/с — скорость звука в воде, f_0 — частота испускаемых импульсов (в МГц), f — частота отражённого от дна сигнала (в МГц), регистрируемая приёмником. Определите частоту отражённого сигнала, если скорость погружения батискафа равна 20 м/с. Ответ дайте в МГц.

Ответ:							

Аналог 9.6.1.

Прототип Ответ

При сближении источника и приёмника звуковых сигналов, движущихся в некоторой среде по прямой навстречу друг другу со скоростями u и v (в м/с) соответственно, частота звукового сигнала f (в Гц), регистрируемого приёмником, вычисляется по формуле

$$f = f_0 \cdot \frac{c+u}{c-v},$$

где $f_0 = 140$ Гц — частота исходного сигнала, c — скорость распространения сигнала в среде (в м/с), а $u = 15$ м/с и $v = 14$ м/с — скорости источника и приёмника относительно среды. При какой скорости распространения сигнала в среде частота сигнала в приёмнике будет равна 150 Гц? Ответ дайте в м/с.

Ответ:

Аналог 9.7.1.

Прототип Ответ

Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с фокусным расстоянием $f = 36$ см. Расстояние d_1 от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 30 см до 50 см, а расстояние d_2 от линзы до экрана — в пределах от 160 см до 180 см. Изображение на экране будет чётким, если выполнено соотношение

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}.$$

На каком наименьшем расстоянии от линзы нужно разместить лампочку, чтобы её изображение на экране было чётким? Ответ дайте в сантиметрах.

Ответ:

Аналог 9.8.1.

Прототип Ответ

Автомобиль, движущийся со скоростью $v_0 = 15$ м/с, начал торможение с постоянным ускорением $a = 2$ м/с^2. За t секунд после начала торможения он прошёл путь (в м)

$$s = v_0 t - \frac{at^2}{2}.$$

Определите время, прошедшее с момента начала торможения, если известно, что за это время автомобиль проехал 36 метров. Ответ дайте в секундах.

Ответ:

Аналог 9.8.2.

Прототип Ответ

Автомобиль, движущийся со скоростью $v_0 = 23$ м/с, начал торможение с постоянным ускорением $a = 2$ м/с^2. За t секунд после начала торможения он прошёл путь (в м)

$$s = v_0 t - \frac{at^2}{2}.$$

Определите время, прошедшее с момента начала торможения, если известно, что за это время автомобиль проехал 132 метра. Ответ дайте в секундах.

Ответ:							

Аналог 9.9.1.

Прототип Ответ

В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём меняется по закону

$$H = H_0 + bt + at^2,$$

где H — высота столба воды в метрах, $H_0 = \frac{5}{8}$ м — начальный уровень воды, $a = \frac{1}{30}$ м/мин^2 и $b = -\frac{1}{3}$ м/мин — постоянные, t — время в минутах, прошедшее с момента открытия крана. Сколько минут вода будет вытекать из бака?

Ответ:							

Аналог 9.10.1.

Прототип Ответ

Мотоциклист, движущийся по городу со скоростью $v_0 = 70$ км/ч, выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением $a = 16$ км/ч^2. Расстояние (в км) от мотоциклиста до города вычисляется по формуле

$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2},$$

где t — время в часах, прошедшее после выезда из города. Определите время, прошедшее после выезда мотоциклиста из города, если известно, что за это время он удалился от города на 123 км. Ответ дайте в минутах.

Ответ:							

Аналог 9.10.2.

Прототип Ответ

Мотоциклист, движущийся по городу со скоростью $v_0 = 90$ км/ч, выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением $a = 16$ км/ч^2. Расстояние (в км) от мотоциклиста до города вычисляется по формуле

$$s = v_0t + \frac{at^2}{2},$$

где t — время в часах, прошедшее после выезда из города. Определите время, прошедшее после выезда мотоциклиста из города, если известно, что за это время он удалился от города на 72 км. Ответ дайте в минутах.

Ответ:

Аналог 9.11.1.

Прототип Ответ

Для сматывания кабеля на заводе используют лебёдку, которая равноускоренно наматывает кабель на катушку. Угол, на который поворачивается катушка, изменяется со временем по закону

$$\varphi = \omega t + \frac{\beta t^2}{2},$$

где t — время в минутах, прошедшее после начала работы лебёдки, $\omega = 50$ град/мин — начальная угловая скорость вращения катушки, а $\beta = 4$ град/мин^2 — угловое ускорение, с которым наматывается кабель. Определите время, прошедшее после начала работы лебёдки, если известно, что за это время угол намотки φ достиг $2500°$. Ответ дайте в минутах.

Ответ:

Аналог 9.12.1.

Прототип Ответ

Высота над землёй подброшенного вверх мяча меняется по закону

$$h = 1{,}4 + 9t - 5t^2,$$

где h — высота в метрах, t — время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее 3 метров?

Ответ:

Аналог 9.13.1.

Прототип Ответ

Для нагревательного элемента некоторого прибора экспериментально была получена зависимость температуры (в К) от времени работы:

$$T = T_0 + bt + at^2,$$

где t — время (в мин.), $T_0 = 1380$ К, $a = -15$ К/мин^2, $b = 165$ К/мин. Известно, что при температуре нагревательного элемента свыше 1800 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Найдите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключить прибор. Ответ дайте в минутах.

Ответ:

Аналог 9.14.1.

Прототип Ответ

Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением a (км/ч^2). Скорость v (в км/ч) вычисляется по формуле

$$v = \sqrt{2la},$$

где l — пройденный автомобилем путь (в км). Найдите ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав 0,4 км, приобрести скорость 80 км/ч. Ответ дайте в км/ч^2.

Ответ:

Аналог 9.15.1.

Прототип Ответ

Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением $a = 4500$ км/ч^2. Скорость v (в км/ч) вычисляется по формуле

$$v = \sqrt{2la},$$

где l — пройденный автомобилем путь (в км). Найдите, сколько километров проедет автомобиль к моменту, когда он разгонится до скорости 90 км/ч.

Ответ:

Аналог 9.16.1.

Прототип Ответ

Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана–Больцмана, согласно которому

$$P = \sigma S T^4,$$

где P — мощность излучения звезды (в Вт), $\sigma = 5{,}7 \cdot 10^{-8}\ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}$ — постоянная, S — площадь поверхности звезды (в м^2), а T — температура (в кельвинах). Известно, что площадь поверхности некоторой звезды равна $\frac{1}{10\,368} \cdot 10^{22}$ м^2, а мощность ее излучения равна $1{,}14 \cdot 10^{27}$ Вт. Найдите температуру этой звезды. Ответ дайте в кельвинах.

Ответ:							

Аналог 9.17.1.

Прототип Ответ

При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон

$$pV^k = c,$$

где p — давление в газе в паскалях, V — объём газа (в м^3), $k = \frac{4}{3}$ и $c = 4{,}8 \cdot 10^6$ Па $\cdot$ м^5 — постоянные. Найдите, какой объём V (в м^3) будет занимать газ при давлении p, равном $3 \cdot 10^5$ Па.

Ответ:							

Аналог 9.18.1.

Прототип Ответ

Два тела, массой $m = 9$ кг каждое, движутся одинаковой скоростью $v = 6$ м/с под углом 2α друг к другу. Энергия (в Дж), выделяющаяся при их абсолютно неупругом соударении, вычисляется по формуле

$$Q = mv^2 \sin^2 \alpha,$$

где m — масса (в кг), v — скорость (в м/с). Найдите, под каким углом 2α должны двигаться тела, чтобы в результате соударения выделилась энергия, равная 81 Дж. Ответ дайте в градусах.

Ответ:							

Аналог 9.19.1.

Прототип Ответ

В ходе распада радиоактивного изотопа его масса m (в мг) уменьшается по закону

$$m = m_0 \cdot 2^{-\frac{\tau}{T}},$$

где m_0 — начальная масса изотопа (в мг), τ — время, прошедшее от начального момента (в мин), T — период полураспада (в мин). В начальный момент времени масса изотопа 100 мг. Период его полураспада составляет 2 мин. Найдите, через сколько минут масса изотопа будет равна 12,5 мг.

Ответ:

Аналог 9.19.2.

Прототип Ответ

В ходе распада радиоактивного изотопа его масса m (в мг) уменьшается по закону

$$m = m_0 \cdot 2^{-\frac{\tau}{T}},$$

где m_0 — начальная масса изотопа (в мг), τ — время, прошедшее от начального момента (в мин), T — период полураспада (в мин). В начальный момент времени масса изотопа 196 мг. Период его полураспада составляет 4 минуты. Найдите, через сколько минут масса изотопа будет равна 49 мг.

Ответ:

Аналог 9.19.3.

Прототип Ответ

В ходе распада радиоактивного изотопа его масса m (в мг) уменьшается по закону

$$m = m_0 \cdot 2^{-\frac{\tau}{T}},$$

где m_0 — начальная масса изотопа (в мг), τ — время, прошедшее от начального момента (в мин), T — период полураспада (в мин). В начальный момент времени масса изотопа 20 мг. Период его полураспада составляет 10 минут. Найдите, через сколько минут масса изотопа будет равна 5 мг.

Ответ:

Аналог 9.20.1.

Прототип Ответ

Водолазный колокол, содержащий $\nu = 6$ моль воздуха при давлении $p_1 = 2{,}5$ атмосферы, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного давления p_2 (в атмосферах). Работа A (в Дж), совершаемая водой при сжатии воздуха, вычисляется по формуле

$$A = \alpha\nu T \log_2 \frac{p_2}{p_1},$$

где $\alpha = 5{,}75\ \frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}}$ — постоянная, $T = 300$ К — температура воздуха. Найдите давление p_2 воздуха в колоколе, если при сжатии воздуха была совершена работа 10 350 Дж. Ответ дайте в атмосферах.

Ответ:

Аналог 9.21.1.

Прототип Ответ

Водолазный колокол, содержащий $\nu = 3$ моль воздуха объёмом $V_1 = 16$ л, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного объёма V_2 (в л). Работа A (в Дж), совершаемая водой при сжатии воздуха, вычисляется по формуле

$$A = \alpha\nu T \log_2 \frac{V_1}{V_2},$$

где $\alpha = 9{,}9\ \frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}}$ — постоянная, $T = 300$ К — температура воздуха. Найдите, какой объем V_2 будет занимать воздух в колоколе, если при сжатии воздуха была совершена работа 26 730 Дж. Ответ дайте в литрах.

Ответ:

Аналог 10.1.1.

Прототип Ответ

Призёрами городской олимпиады по математике стали 4 ученика, что составило 8% от числа участников. Сколько человек участвовало в олимпиаде?

Ответ:

Аналог 10.2.1.

Прототип Ответ

Имеется два сплава. Первый сплав содержит 40% меди, второй — 25% меди. Масса первого сплава больше массы второго на 10 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 35% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

Ответ:

Аналог 10.3.1.

Прототип Ответ

Имеются два сосуда. Первый содержит 30 кг, а второй — 42 кг растворов кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 40% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 37% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится во втором сосуде?

Ответ:

Аналог 10.4.1.

Прототип Ответ

Первый час автомобиль ехал со скоростью 120 км/ч, следующие три часа — со скоростью 105 км/ч, а затем три часа — со скоростью 65 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Ответ:

Аналог 10.5.1.

Прототип Ответ

Первые 200 км автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч, следующие 180 км — со скоростью 90 км/ч, а затем 140 км — со скоростью 120 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Ответ:

Аналог 10.6.1.

Прототип Ответ

Два велосипедиста одновременно отправились в 140-километровый пробег. Первый ехал со скоростью на 4 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 4 часа раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу первым. Ответ дайте в км/ч.

Ответ:

Аналог 10.6.2.

Прототип Ответ

Два велосипедиста одновременно отправились в 190-километровый пробег. Первый ехал со скоростью на 9 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 9 часов раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, прибывшего к финишу первым. Ответ дайте в км/ч.

Ответ:

Аналог 10.6.3.

Прототип Ответ

Два велосипедиста одновременно отправились в 160-километровый пробег. Первый ехал со скоростью на 6 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 6 часов раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым. Ответ дайте в км/ч.

Ответ:

Аналог 10.6.4.

Прототип Ответ

Два велосипедиста одновременно отправились в 220-километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 9 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 9 часов раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу первым. Ответ дайте в км/ч.

Ответ:

Аналог 10.7.1.

Прототип Ответ

По двум параллельным железнодорожным путям навстречу друг другу следуют скорый и пассажирский поезда, скорости которых равны соответственно 62 км/ч и 28 км/ч. Длина пассажирского поезда равна 150 метрам. Найдите длину скорого поезда, если время, за которое он прошёл мимо пассажирского, равно 20 секундам. Ответ дайте в метрах.

Ответ:

Аналог 10.8.1.

Прототип Ответ

Расстояние между городами A и B равно 650 км. Из города A в город B выехал первый автомобиль, а через час после этого навстречу ему из города B выехал со скоростью 100 км/ч второй автомобиль. Найдите скорость первого автомобиля, если автомобили встретились на расстоянии 250 км от города A. Ответ дайте в км/ч.

Ответ:

Аналог 10.9.1.

Прототип Ответ

Один мастер может выполнить заказ за 36 часов, а другой — за 12 часов. За сколько часов выполнят этот заказ оба мастера, работая вместе?

Ответ:

Аналог 10.10.1.

Прототип Ответ

Заказ на изготовление 192 деталей первый рабочий выполняет на 4 часа быстрее, чем второй. Сколько деталей за час изготавливает второй рабочий, если известно, что первый за час изготавливает на 4 детали больше?

Ответ:

Аналог 10.10.2.

Прототип Ответ

Заказ на изготовление 323 деталей первый рабочий выполняет на 2 часа быстрее, чем второй. Сколько деталей за час изготавливает первый рабочий, если известно, что он за час изготавливает на 2 детали больше второго?

Ответ:

Аналог 10.10.3.

Прототип Ответ

Заказ на изготовление 323 деталей первый рабочий выполняет на 2 часа быстрее, чем второй. Сколько деталей за час изготавливает первый рабочий, если известно, что он за час изготавливает на 2 детали больше второго?

Ответ:

Аналог 10.11.1.

Прототип Ответ

Первая труба пропускает на 5 литров воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объёмом 104 литра она заполняет на 5 минут дольше, чем вторая труба?

Ответ:

Аналог 10.11.2.

Прототип Ответ

Первая труба пропускает на 4 литра воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объёмом 672 литра она заполняет на 4 минуты быстрее, чем первая труба?

Ответ:

Аналог 10.11.3.

Прототип Ответ

Первая труба пропускает на 4 литра воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объёмом 285 литров она заполняет на 4 минуты дольше, чем вторая труба?

Ответ:

Аналог 10.12.1.

Прототип Ответ

Первый насос наполняет бак за 12 минут, второй — за 15 минут, а третий — за 20 минут. За сколько минут наполнят этот бак три насоса, работая одновременно?

Ответ:

Аналог 10.13.1.

Прототип Ответ

Юля и Уля, работая вместе, пропалывают грядку за 24 минуты, а одна Уля — за 120 минут. За сколько минут пропалывает эту грядку одна Юля?

Ответ:

Аналог 10.13.2.

Прототип Ответ

Аня и Таня, работая вместе, пропалывают грядку за 24 минуты, а одна Таня — за 36 минут. За сколько минут пропалывает эту грядку одна Аня?

Ответ:

Аналог 10.14.1.

Прототип Ответ

Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 48 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 4 км/ч, стоянка длится 5 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 10 часов. Ответ дайте в км/ч.

Ответ:

Аналог 10.14.2.

Прототип Ответ

Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 567 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 3 км/ч, стоянка длится 6 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 54 часа. Ответ дайте в км/ч.

Ответ:

Аналог 10.15.1.

Прототип Ответ

Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 609 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 25 км/ч, стоянка длится 1 час, а в пункт отправления теплоход возвращается через 51 час. Ответ дайте в км/ч.

Ответ:

Аналог 10.16.1.

Прототип Ответ

Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна 22 км/ч, проходит некоторое расстояние по реке и после стоянки возвращается в исходный пункт. Скорость течения равна 2 км/ч, стоянка длится 6 часов, а в исходный пункт теплоход возвращается через 28 часов после отправления из него. Сколько километров проходит теплоход за весь рейс?

Ответ:

Аналог 10.17.1.

Прототип Ответ

От пристани A к пристани B, расстояние между которыми равно 140 км, отправился с постоянной скоростью первый теплоход, а через 3 часа после этого следом за ним со скоростью, на 6 км/ч большей скорости первого, отправился второй. Найдите скорость первого теплохода, если в пункт B оба теплохода прибыли одновременно. Ответ дайте в км/ч.

Ответ:

Аналог 10.18.1.

Прототип Ответ

Пристани A и B расположены на озере, расстояние между ними равно 126 км. Баржа отправилась с постоянной скоростью из A в B. На следующий день после прибытия она отправилась тем же путём обратно со скоростью на 3 км/ч больше прежней, сделав по пути остановку на 1 час. В результате она затратила на обратный путь столько же времени, сколько на путь из A в B. Найдите скорость баржи на пути из A в B. Ответ дайте в км/ч.

Ответ:

Аналог 10.19.1.

Прототип Ответ

Расстояние между пристанями A и B равно 120 км. Из A в B по течению реки отправился плот, а через 4 часа вслед за ним отправилась яхта, которая, прибыв в пункт B, тотчас повернула обратно и возвратилась в A. К этому времени плот проплыл 26 км. Найдите скорость яхты в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 1 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ:

Аналог 10.20.1.

Прототип Ответ

Моторная лодка прошла против течения реки 91 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 6 часов меньше. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 3 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ:

Аналог 10.20.2.

Прототип Ответ

Моторная лодка прошла против течения реки 143 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 1 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ:

Аналог 10.21.1.

Прототип Ответ

Моторная лодка прошла против течения реки 168 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 13 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ:

Аналог 10.21.2.

Прототип Ответ

Моторная лодка прошла против течения реки 72 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 6 часов меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 9 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ:

Аналог 10.22.1.

Прототип Ответ

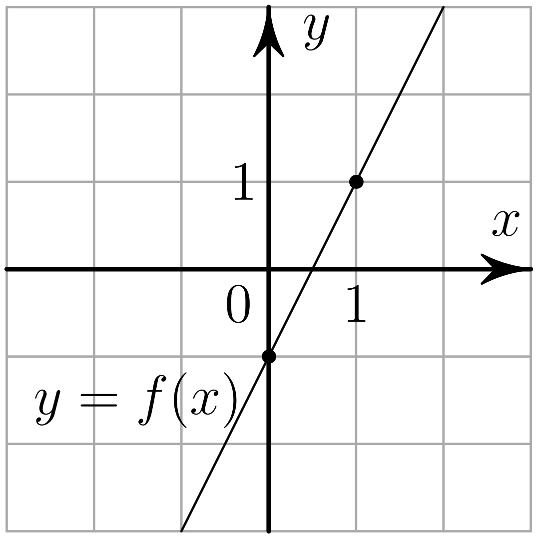
Катер в 10:00 вышел по течению реки из пункта A в пункт B, расположенный в 40 км от A. Пробыв в пункте B 3 часа, катер отправился назад и вернулся в пункт A в 16:00 того же дня. Определите собственную скорость катера (в км/ч), если известно, что скорость течения реки 3 км/ч.

Ответ:

Аналог 11.1.1.

Прототип Ответ

На рисунке изображён график функции вида $f(x) = kx + b$. Найдите значение $f(6)$.

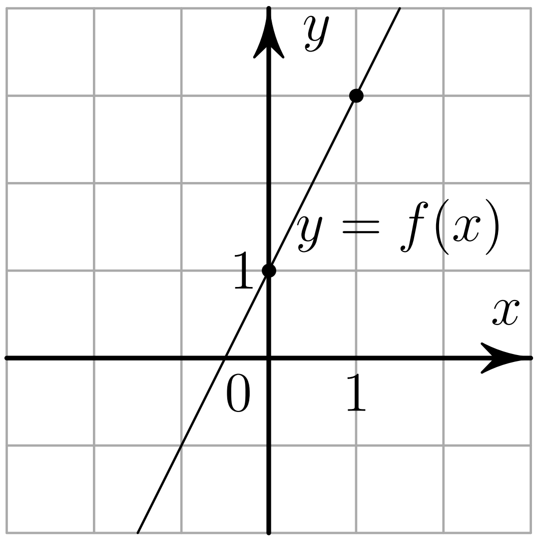


Ответ:							

Аналог 11.1.2.

Прототип Ответ

На рисунке изображён график функции вида $f(x) = kx + b$. Найдите значение $f(4)$.

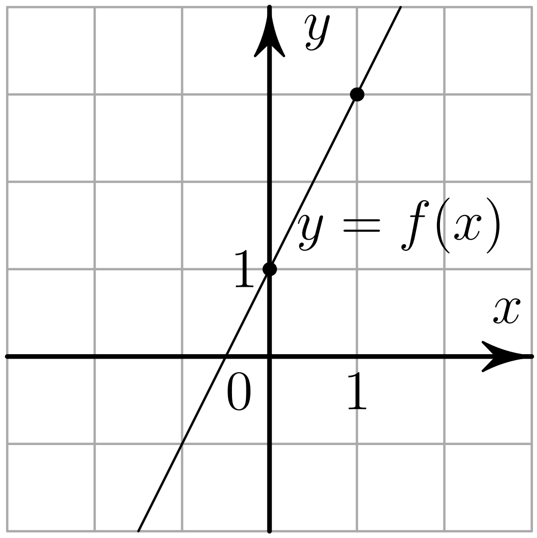


Ответ:							

Аналог 11.1.3.

Прототип Ответ

На рисунке изображён график функции вида $f(x) = kx+b$. Найдите значение $f(5)$.

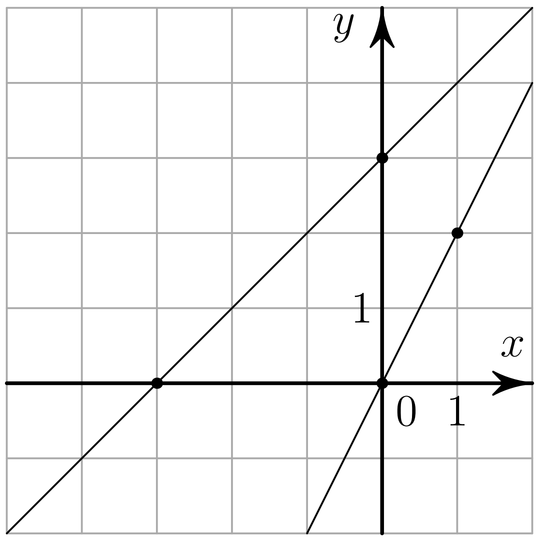


Ответ:

Аналог 11.2.1.

Прототип Ответ

На рисунке изображены графики двух линейных функций, пересекающиеся в точке A. Найдите абсциссу точки A.

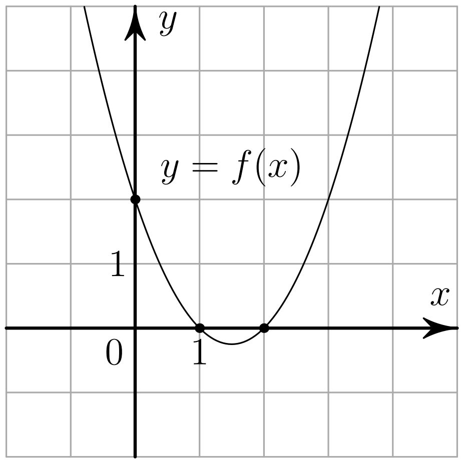


Ответ:

Аналог 11.3.1.

Прототип Ответ

На рисунке изображён график функции вида $f(x) = ax^2 + bx + c$. Найдите значение $f(-2)$.

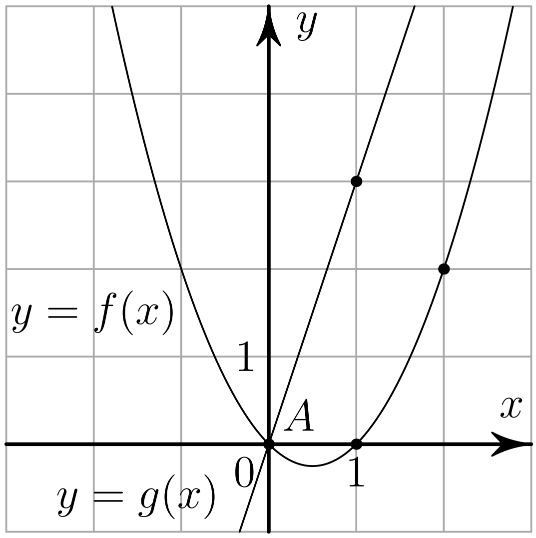


Ответ:

Аналог 11.4.1.

Прототип Ответ

На рисунке изображены графики функций видов $f(x) = ax^2 + bx + c$ и $g(x) = kx$, пересекающихся в точках A и B. Найдите абсциссу точки B.

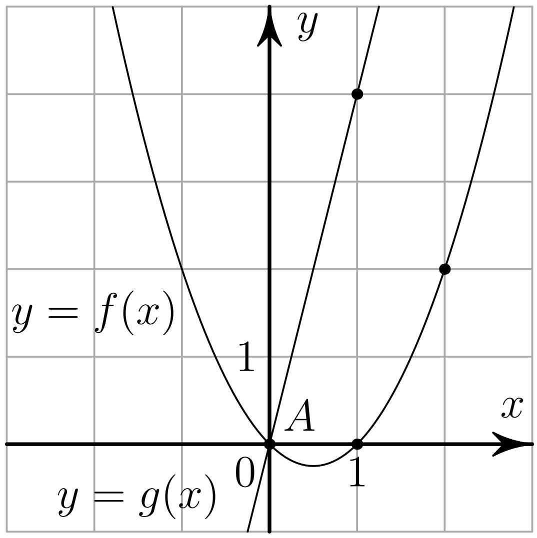


Ответ:

Аналог 11.4.2.

Прототип | Ответ

На рисунке изображены графики функций видов $f(x) = ax^2 + bx + c$ и $g(x) = kx$, пересекающихся в точках A и B. Найдите абсциссу точки B.

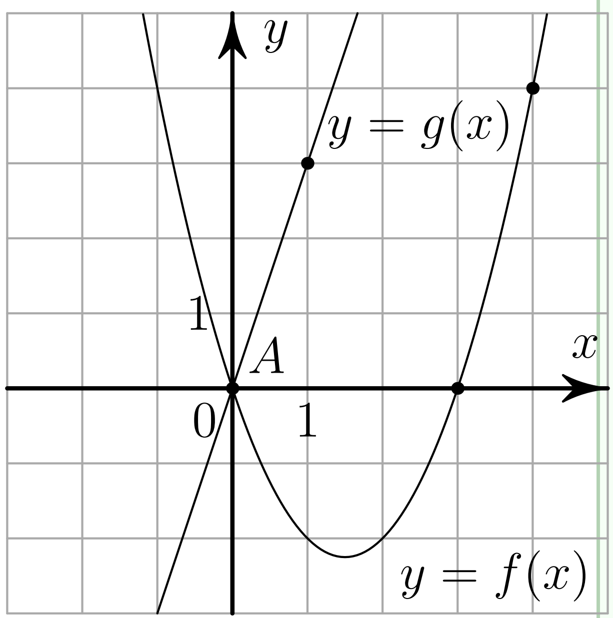


Ответ:

Аналог 11.4.3.

Прототип | Ответ

На рисунке изображены графики функций видов $f(x) = ax^2 + bx + c$ и $g(x) = kx$, пересекающихся в точках A и B. Найдите абсциссу точки B.

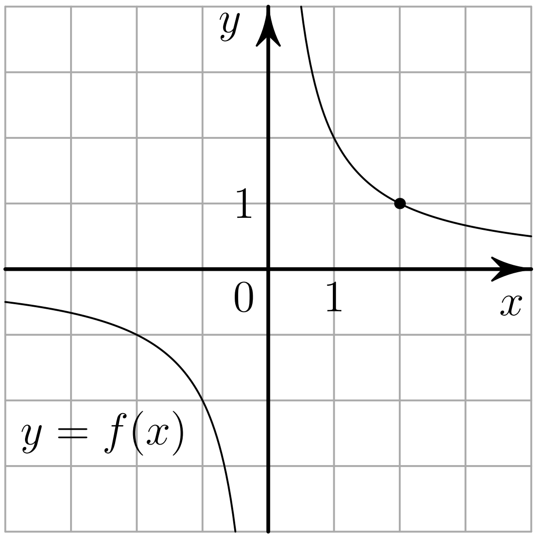


Ответ:

Аналог 11.5.1.

Прототип Ответ

На рисунке изображён график функции вида $f(x) = \dfrac{k}{x}$. Найдите значение $f(10)$.

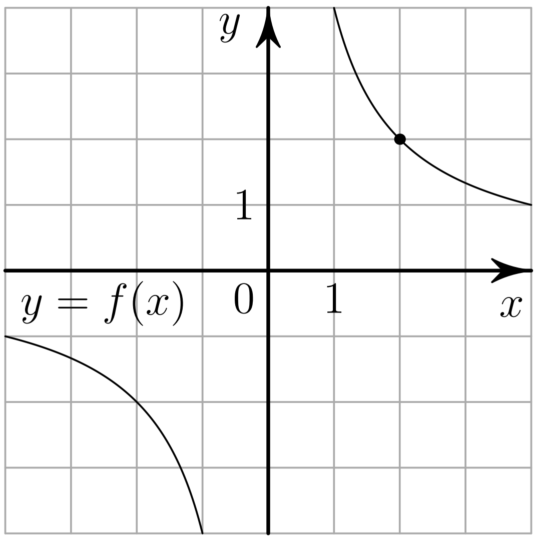


Ответ:

Аналог 11.5.2.

Прототип Ответ

На рисунке изображён график функции вида $f(x) = \dfrac{k}{x}$. Найдите значение $f(20)$.

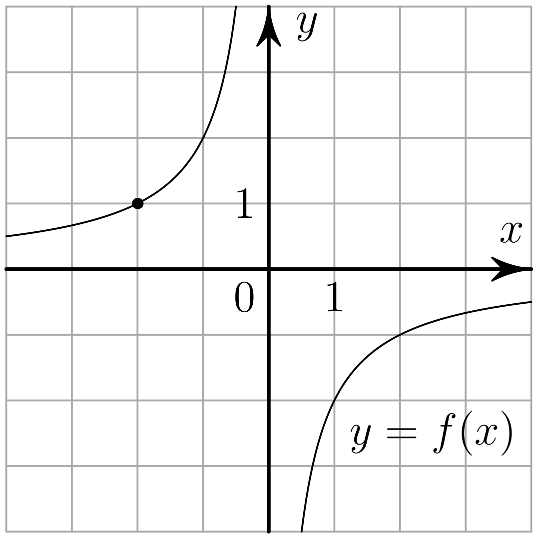


Ответ:

Аналог 11.5.3.

Прототип Ответ

На рисунке изображён график функции вида $f(x) = \dfrac{k}{x}$. Найдите значение $f(10)$.

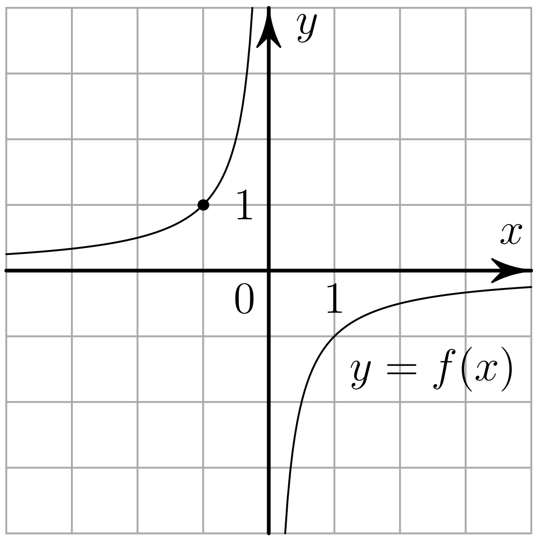


Ответ:

Аналог 11.5.4.

Прототип Ответ

На рисунке изображён график функции вида $f(x) = \dfrac{k}{x}$. Найдите значение $f(10)$.

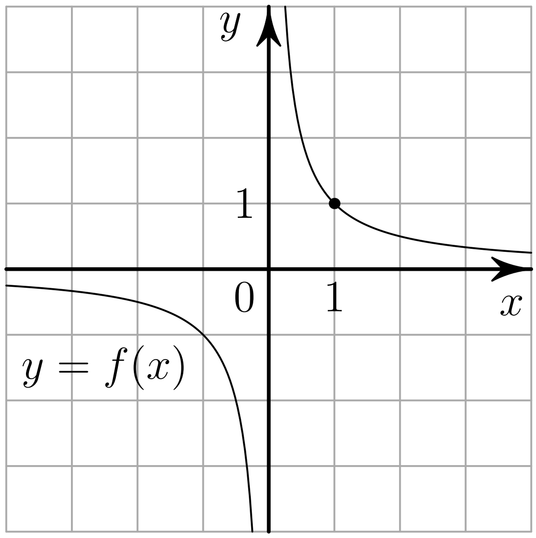


Ответ:

Аналог 11.5.5.

Прототип Ответ

На рисунке изображён график функции вида $f(x) = \dfrac{k}{x}$. Найдите значение $f(10)$.

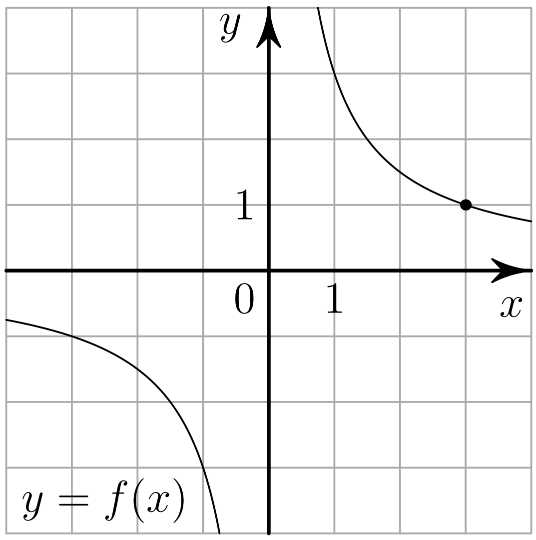


Ответ:

Аналог 11.5.6.

Прототип Ответ

На рисунке изображён график функции вида $f(x) = \dfrac{k}{x}$. Найдите значение $f(30)$.

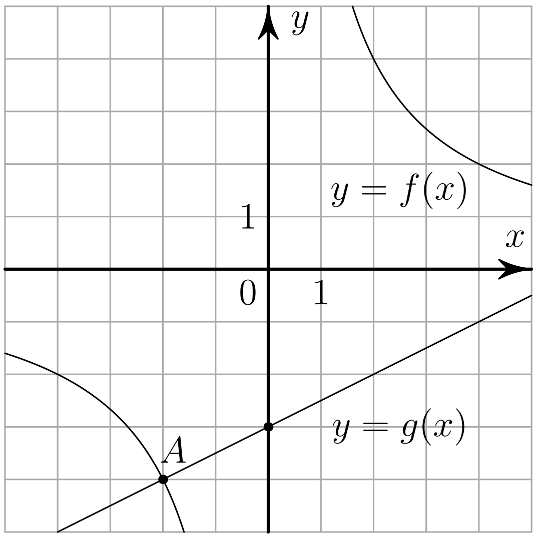


Ответ:

Аналог 11.6.1.

Прототип Ответ

На рисунке изображены графики функций видов $f(x) = \frac{k}{x}$ и $g(x) = ax + b$, пересекающихся в точках A и B. Найдите абсциссу точки B.

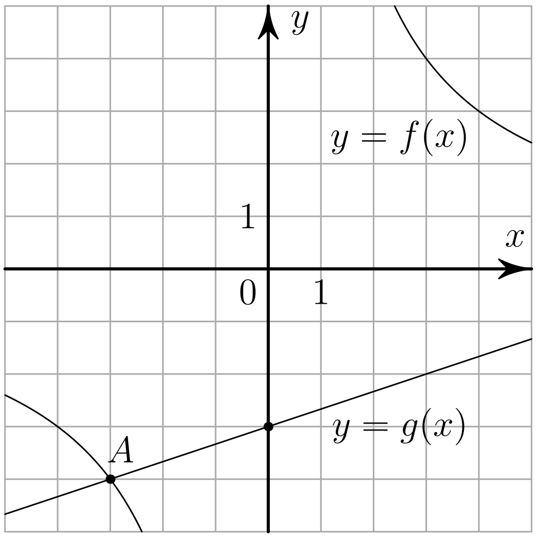


Ответ:							

Аналог 11.6.2.

Прототип Ответ

На рисунке изображены графики функций видов $f(x) = \frac{k}{x}$ и $g(x) = ax + b$, пересекающихся в точках A и B. Найдите абсциссу точки B.

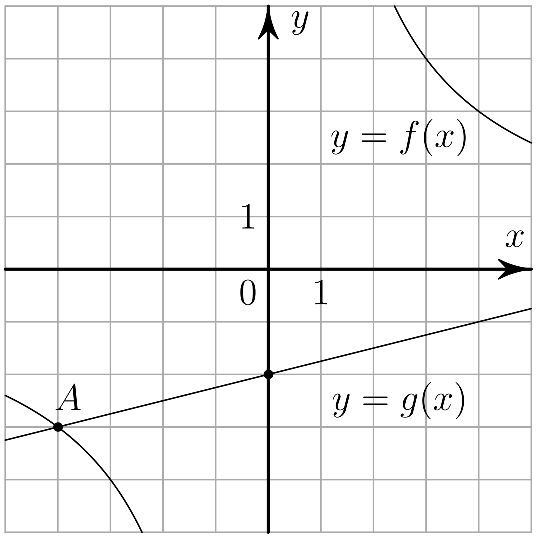


Ответ:							

Аналог 11.6.3.

Прототип Ответ

На рисунке изображены графики функций видов $f(x) = \dfrac{k}{x}$ и $g(x) = ax + b$, пересекающихся в точках A и B. Найдите абсциссу точки B.

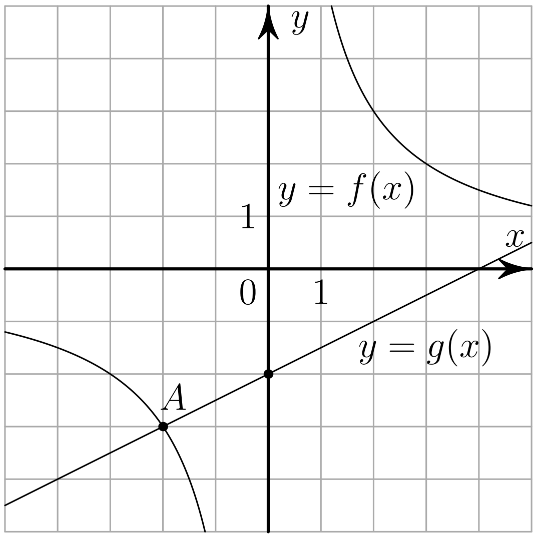


Ответ:

Аналог 11.6.4.

Прототип Ответ

На рисунке изображены графики функций видов $f(x) = \dfrac{k}{x}$ и $g(x) = ax + b$, пересекающихся в точках A и B. Найдите абсциссу точки B.

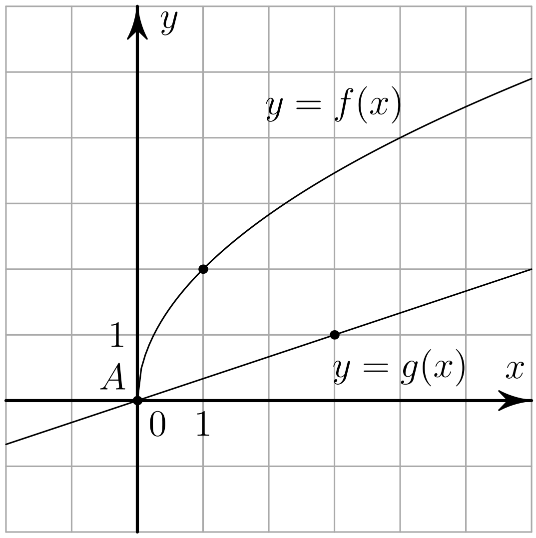


Ответ:

Аналог 11.7.1.

Прототип Ответ

На рисунке изображены графики функций видов $f(x) = a\sqrt{x}$ и $g(x) = kx$, пересекающихся в точках A и B. Найдите абсциссу точки B.

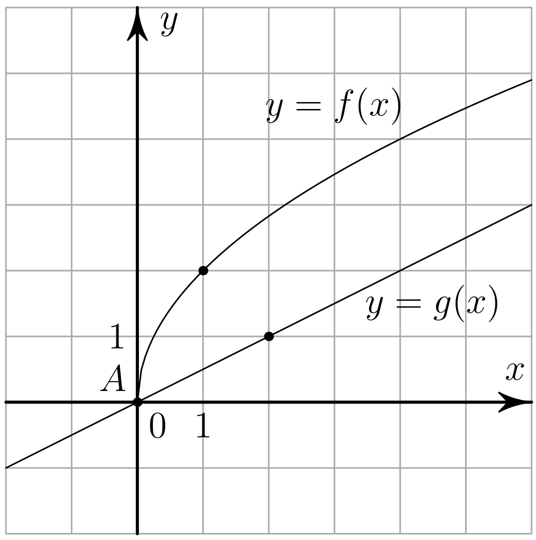


Ответ:

Аналог 11.7.2.

Прототип Ответ

На рисунке изображены графики функций видов $f(x) = a\sqrt{x}$ и $g(x) = kx$, пересекающихся в точках A и B. Найдите абсциссу точки B.

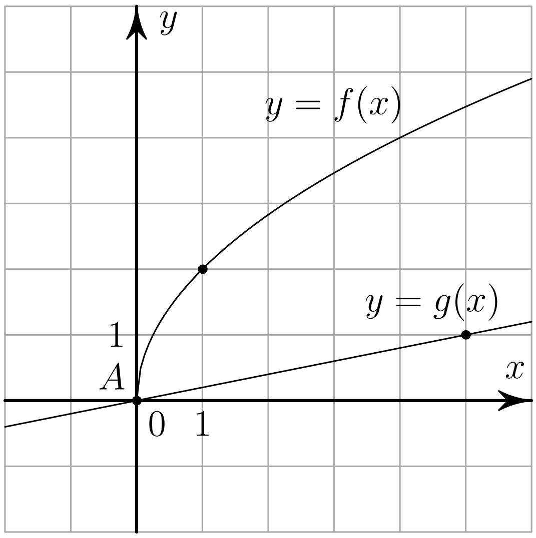


Ответ:

Аналог 11.7.3.

Прототип Ответ

На рисунке изображены графики функций видов $f(x) = a\sqrt{x}$ и $g(x) = kx$, пересекающихся в точках A и B. Найдите абсциссу точки B.

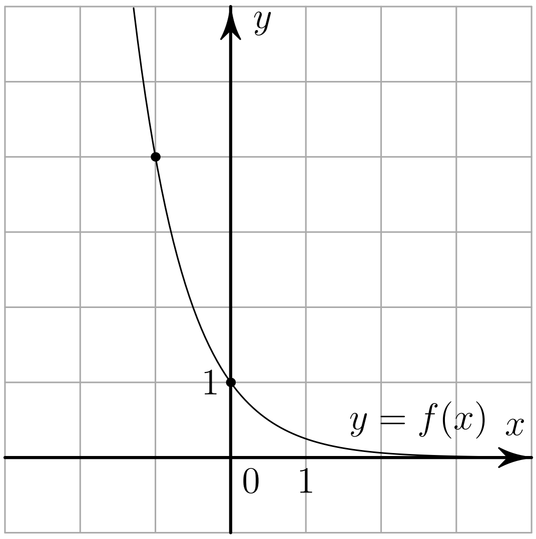


Ответ:

Аналог 11.8.1.

Прототип Ответ

На рисунке изображён график функции вида $f(x) = a^x$. Найдите значение $f(-3)$.

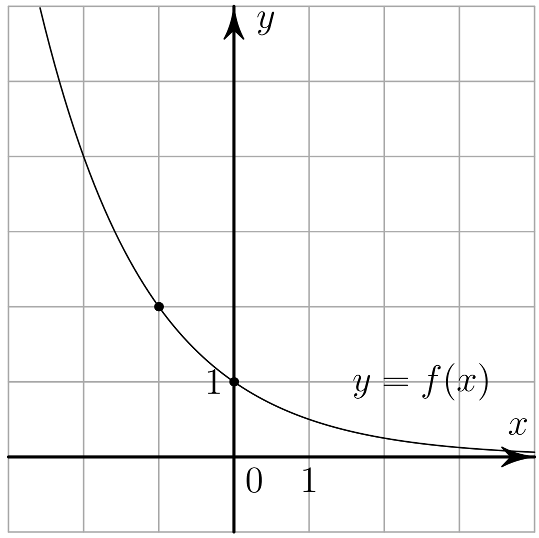


Ответ:

Аналог 11.8.2.

Прототип Ответ

На рисунке изображён график функции вида $f(x) = a^x$. Найдите значение $f(-4)$.

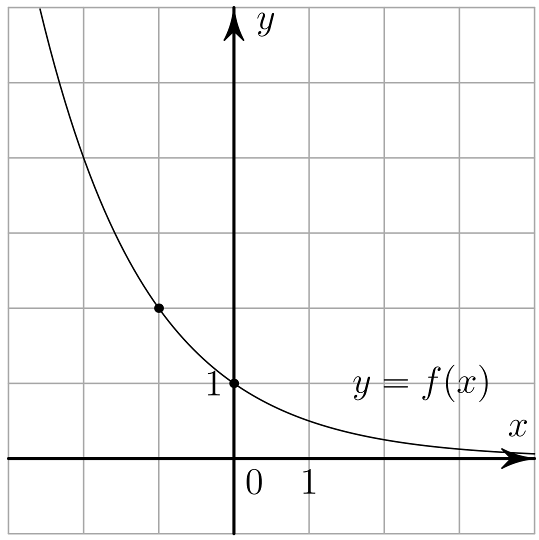


Ответ:

Аналог 11.8.3.

Прототип Ответ

На рисунке изображён график функции вида $f(x) = a^x$. Найдите значение $f(-3)$.

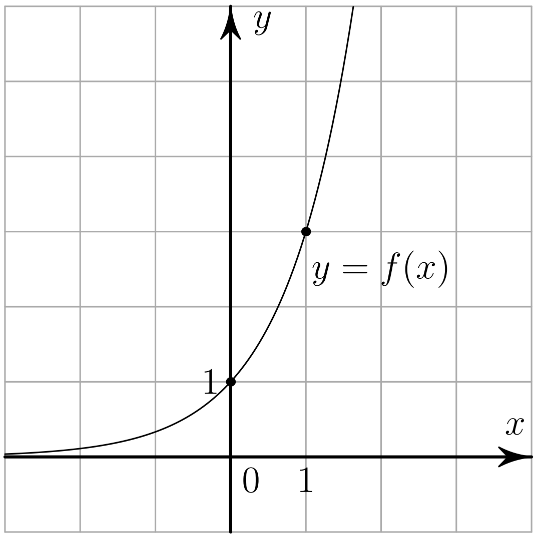


Ответ:

Аналог 11.8.4.

Прототип Ответ

На рисунке изображён график функции вида $f(x) = a^x$. Найдите значение $f(3)$.

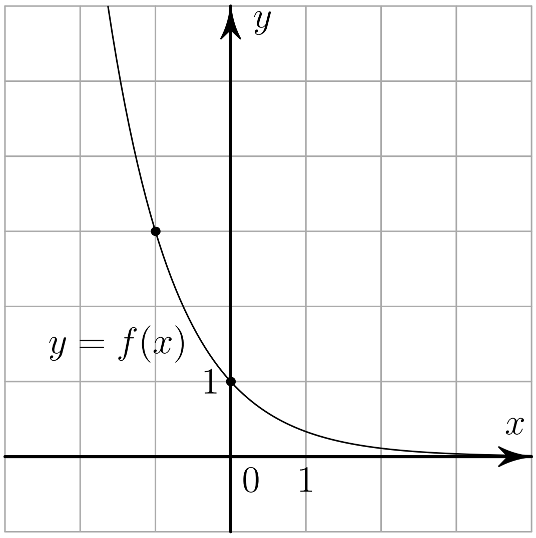


Ответ:

Аналог 11.8.5.

Прототип Ответ

На рисунке изображён график функции вида $f(x) = a^x$. Найдите значение $f(-3)$.

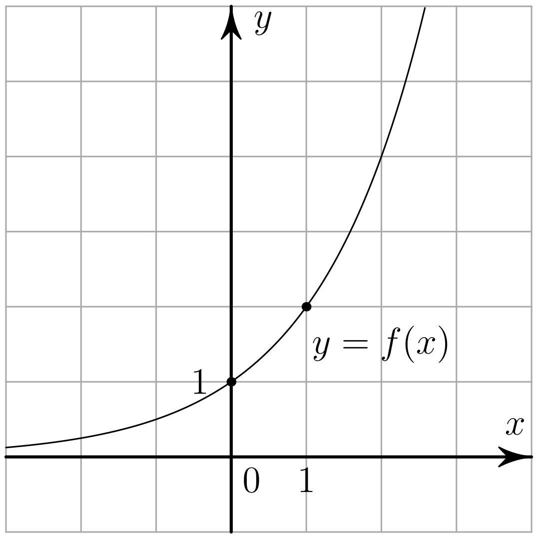


Ответ:

Аналог 11.8.6.

Прототип Ответ

На рисунке изображён график функции вида $f(x) = a^x$. Найдите значение $f(4)$.

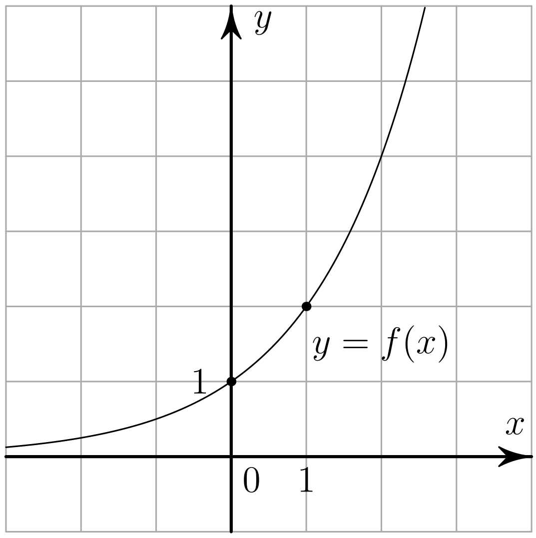


Ответ:

Аналог 11.8.7.

Прототип Ответ

На рисунке изображён график функции вида $f(x) = a^x$. Найдите значение $f(5)$.

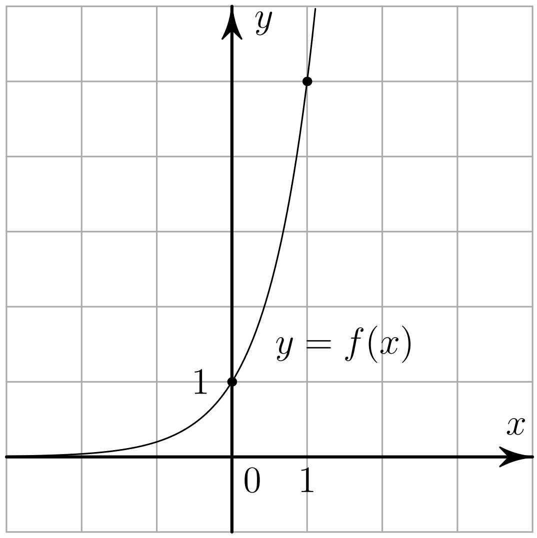


Ответ:

Аналог 11.8.8.

Прототип Ответ

На рисунке изображен графики функции вида $f(x) = a^x$. Найдите значение $f(2)$.

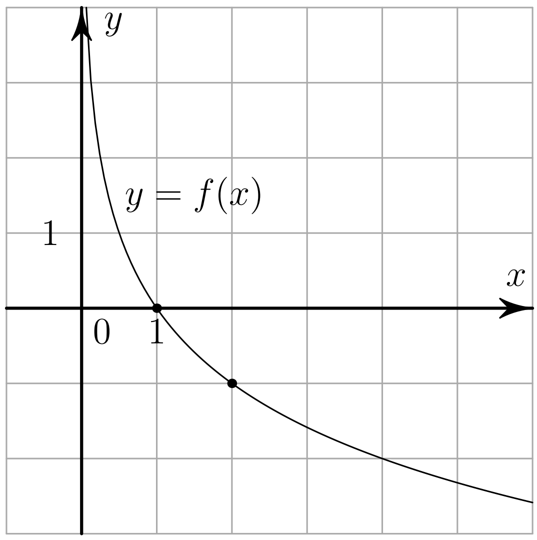


Ответ:

Аналог 11.9.1.

Прототип Ответ

На рисунке изображён график функции вида $f(x) = \log_a x$. Найдите значение $f(16)$.

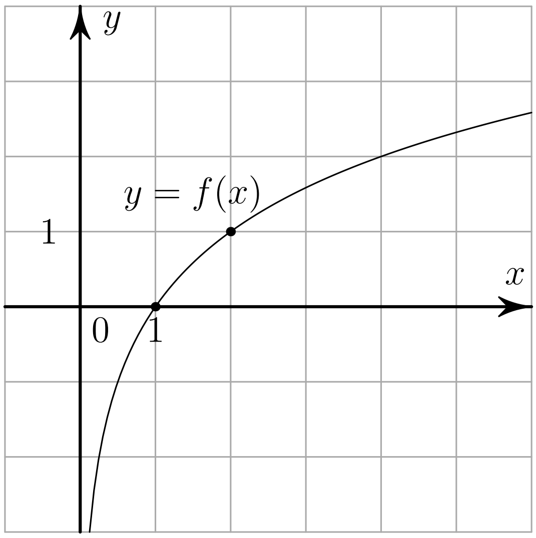


Ответ:

Аналог 11.9.2.

Прототип Ответ

На рисунке изображён график функции вида $f(x) = \log_a x$. Найдите значение $f(8)$.

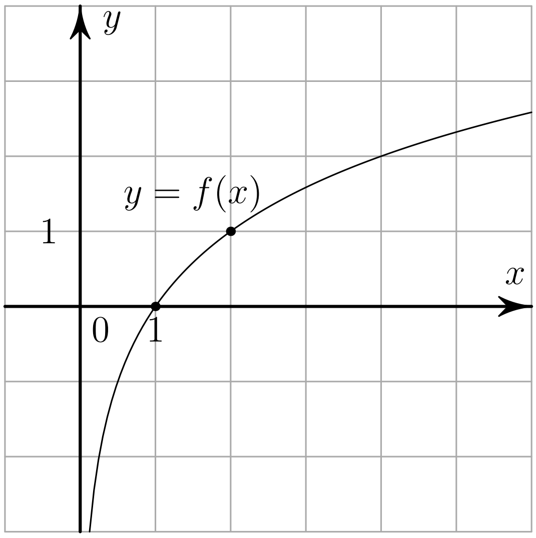


Ответ:

Аналог 11.9.3.

Прототип Ответ

На рисунке изображён график функции вида $f(x) = \log_a x$. Найдите значение $f(16)$.

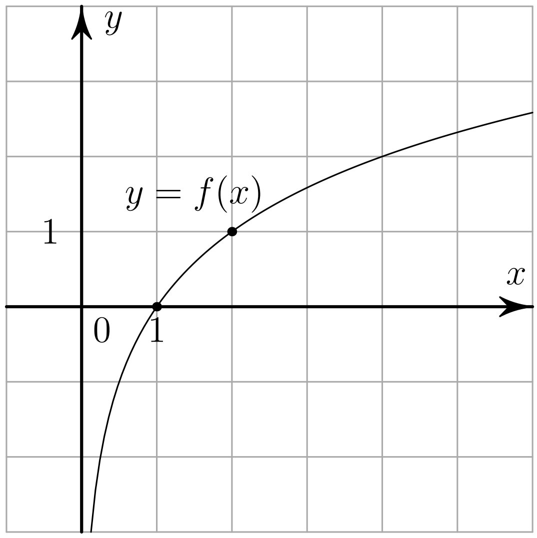


Ответ:

Аналог 11.9.4.

Прототип Ответ

На рисунке изображён график функции вида $f(x) = \log_a x$. Найдите значение $f(32)$.

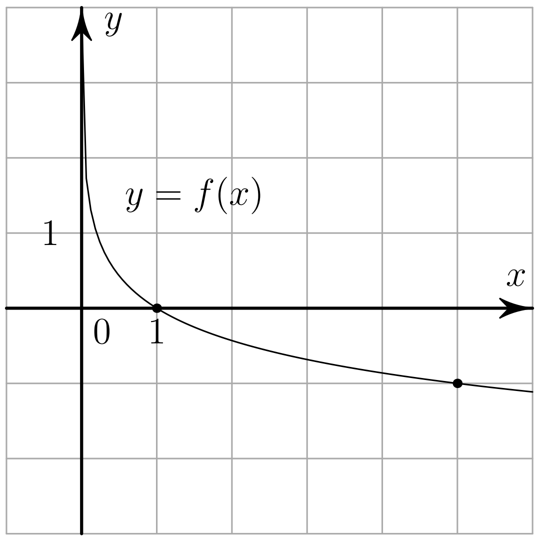


Ответ:

Аналог 11.9.5.

Прототип Ответ

На рисунке изображён график функции вида $f(x) = \log_a x$. Найдите значение $f(25)$.



Ответ:

Аналог 12.1.1.

Прототип Ответ

Найдите точку максимума функции $y = x^3 - 108x + 23$.

Ответ:

Аналог 12.1.2.

Прототип Ответ

Найдите точку максимума функции $y = x^3 - 300x + 5$.

Ответ:

Аналог 12.1.3.

Прототип Ответ

Найдите точку максимума функции $y = x^3 - 27x + 14$.

Ответ:

Аналог 12.2.1.

Прототип Ответ

Найдите точку минимума функции $y = x^3 - 20x^2 + 100x + 23$.

Ответ:

Аналог 12.2.2.

Прототип Ответ

Найдите точку минимума функции $y = x^3 - 18x^2 + 81x + 17$.

Ответ:

Аналог 12.2.3.

Прототип Ответ

Найдите точку максимума функции $y = x^3 + 10x^2 + 25x + 16$.

Ответ:

Аналог 12.2.4.

Прототип Ответ

Найдите точку максимума функции $y = x^3 + 14x^2 + 49x + 8$.

Ответ:

Аналог 12.2.5.

Прототип Ответ

Найдите точку максимума функции $y = x^3 + 16x^2 + 64x + 12$.

Ответ:

Аналог 12.3.1.

Прототип Ответ

Найдите точку минимума функции $y = x^{\frac{3}{2}} - 18x + 29$.

Ответ:

Аналог 12.3.2.

Прототип Ответ

Найдите точку минимума функции $y = x^{\frac{3}{2}} - 21x + 11$.

Ответ:

Аналог 12.3.3.

Прототип Ответ

Найдите точку максимума функции $y = 17 + 27x - 2x^{\frac{3}{2}}$.

Ответ:

Аналог 12.4.1.

Прототип Ответ

Найдите точку максимума функции $y = 4 + 9x - x\sqrt{x}$.

Ответ:

Аналог 12.5.1.

Прототип Ответ

Найдите наименьшее значение функции $y = x\sqrt{x} - 6x + 3$ на отрезке $[0;\ 40]$.

Ответ:

Аналог 12.5.2.

Прототип Ответ

Найдите наибольшее значение функции $y = 11 + 6x - 4x\sqrt{x}$ на отрезке $[0;\ 21]$.

Ответ:

Аналог 12.5.3.

Прототип Ответ

Найдите наибольшее значение функции $y = 7 + 12x - 4x\sqrt{x}$ на отрезке $[0;\ 12]$.

Ответ:

Аналог 12.6.1.

Прототип Ответ

Найдите точку минимума функции $y = 2x^2 - 23x + 33 \cdot \ln x - 17$.

Ответ:

Аналог 12.6.2.

Прототип Ответ

Найдите точку максимума функции $y = 3{,}5x^2 - 29x + 30 \cdot \ln x + 67$.

Ответ:

Аналог 12.6.3.

Прототип Ответ

Найдите точку максимума функции $y = 0{,}5x^2 - 21x + 110 \cdot \ln x + 43$.

Ответ:

Аналог 12.6.4.

Прототип Ответ

Найдите точку максимума функции $y = x^2 - 33x + 136 \cdot \ln x + 74$.

Ответ:

Аналог 12.7.1.

Прототип Ответ

Найдите точку минимума функции $y = 9x - 9 \cdot \ln(x + 3) + 4$.

Ответ:

Аналог 12.7.2.

Прототип Ответ

Найдите точку минимума функции $y = 10x - \ln(x - 5) + 3$.

Ответ:

Аналог 12.7.3.

Прототип Ответ

Найдите точку максимума функции $y = \ln(x - 7) - 2x - 3$.

Ответ:

Аналог 12.7.4.

Прототип Ответ

Найдите точку максимума функции $y = \ln(x - 2) - 5x + 13$.

Ответ:

Аналог 12.7.5.

Прототип Ответ

Найдите точку максимума функции $y = 10 \cdot \ln(x - 2) - 10x + 11$.

Ответ:

Аналог 12.7.6.

Прототип Ответ

Найдите точку максимума функции $y = 9 \cdot \ln(x - 4) - 9x - 7$.

Ответ:

Аналог 12.8.1.

Прототип Ответ

Найдите наименьшее значение функции $y = 9x - 9\ln(x+11) + 7$ на отрезке $[-10{,}5;\ 0]$.

Ответ:

Аналог 12.9.1.

Прототип Ответ

Найдите точку минимума функции $y = 9x - \ln(x-2)^9 - 8$.

Ответ:

Аналог 12.9.2.

Прототип Ответ

Найдите точку максимума функции $y = \ln(x+3)^7 - 7x - 9$.

Ответ:

Аналог 12.10.1.

Прототип Ответ

Найдите наибольшее значение функции $y = \ln(x+9)^5 - 5x$ на отрезке $[-8{,}5;\ 0]$.

Ответ:

Аналог 12.11.1.

Прототип Ответ

Найдите наибольшее значение функции $y = \ln(8x) - 8x + 7$ на отрезке $\left[\frac{1}{16};\ \frac{5}{16}\right]$.

Ответ:

Аналог 12.12.1.

Прототип Ответ

Найдите точку максимума функции $y = (4 - x) \cdot e^{x+4}$.

Ответ:

Аналог 12.13.1.

Прототип Ответ

Найдите точку максимума функции $y = (x + 3) \cdot e^{3-x}$.

Ответ:

Аналог 12.14.1.

Прототип Ответ

Найдите наименьшее значение функции $y = 10\cos x + 14x + 9$ на отрезке $\left[0; \dfrac{3\pi}{2}\right]$.

Ответ:

Аналог 12.14.2.

Прототип Ответ

Найдите наименьшее значение функции $y = 10\cos x - 14x + 5$ на отрезке $\left[-\dfrac{3\pi}{2};\ 0\right]$.

Ответ:

Аналог 12.14.3.

Прототип Ответ

Найдите наименьшее значение функции $y = 2\cos x + 5x + 7$ на отрезке $\left[0; \dfrac{3\pi}{2}\right]$.

Ответ:

Аналог 12.15.1.

Прототип Ответ

Найдите наименьшее значение функции $y = 12\cos x + \frac{45x}{\pi} - 4$ на отрезке $\left[-\frac{2\pi}{3};\ 0\right]$.

Ответ:

Аналог 12.16.1.

Прототип Ответ

Найдите наибольшее значение функции $y = 10\sin x - \frac{42x}{\pi} - 12$ на отрезке $\left[-\frac{5\pi}{6};\ 0\right]$.

Ответ:

Аналог 13.1.1.

Прототип Ответ

а) Решите уравнение

$$\cos 2x + \sqrt{3}\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + 1 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi;\ -\frac{3\pi}{2}\right]$.

Ответ:

Аналог 13.1.2.

Прототип Ответ

а) Решите уравнение

$$\cos 2x + \sqrt{2}\cos(x + \pi) + 1 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi;\ -\frac{5\pi}{2}\right]$.

Ответ:

Аналог 13.1.3.

Прототип Ответ

а) Решите уравнение
$$\cos 2x - \sqrt{2}\sin(x+\pi) - 1 = 0.$$
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2};\ -2\pi\right]$.

Ответ: ______________

Аналог 13.3.1.

Прототип Ответ

а) Решите уравнение
$$2\cos^2 x + 3\sin(-x) - 3 = 0.$$
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi;\ \frac{7\pi}{2}\right]$.

Ответ: ______________

Аналог 13.3.2.

Прототип Ответ

а) Решите уравнение
$$2\sin^2 x + \cos(-x) - 1 = 0.$$
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{9\pi}{2};\ -3\pi\right]$.

Ответ: ______________

Аналог 13.4.1.

Прототип Ответ

а) Решите уравнение
$$\cos 2x + \cos(-x) = 0.$$
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2};\ -2\pi\right]$.

Ответ: ______________

Аналог 13.6.1.

Прототип Ответ

а) Решите уравнение

$$\sin 2x + \sqrt{2}\cos(x + \pi) = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[3\pi;\ \frac{9\pi}{2}\right]$.

Ответ: ____________

Аналог 13.7.1.

Прототип Ответ

а) Решите уравнение

$$\sin 2x + 2\sin(-x) + \cos(-x) - 1 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi;\ \frac{7\pi}{2}\right]$.

Ответ: ____________

Аналог 13.8.1.

Прототип Ответ

а) Решите уравнение

$$2\cos^3 x - \cos^2 x + 2\cos x - 1 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi;\ \frac{7\pi}{2}\right]$.

Ответ: ____________

Аналог 13.9.1.

Прототип Ответ

а) Решите уравнение

$$2\cos^3 x + \sqrt{2}\sin^2 x = 2\cos x.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2};\ 4\pi\right]$.

Ответ: ____________

Аналог 13.9.2.

Прототип Ответ

а) Решите уравнение

$$2\cos x - \sqrt{3}\sin^2 x = 2\cos^3 x.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2};\ -2\pi\right]$.

Ответ: ______________

Аналог 13.10.1.

Прототип Ответ

а) Решите уравнение

$$\sin x \cdot \cos 2x + \sqrt{2}\cos^2 x + \sin x = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2};\ 3\pi\right]$.

Ответ: ______________

Аналог 13.11.1.

Прототип Ответ

а) Решите уравнение

$$2\sin^2 x \cdot \cos x + \sqrt{2}\cos^2 x = \sqrt{2}.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2};\ -2\pi\right]$.

Ответ: ______________

Аналог 13.12.1.

Прототип Ответ

а) Решите уравнение

$$2\sin^2\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin 2x = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[3\pi;\ \frac{9\pi}{2}\right]$.

Ответ: ______________

Аналог 13.13.1.

Прототип　Ответ

а) Решите уравнение

$$\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)+2\sin^2 x=\sin x+2.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi;\ \frac{7\pi}{2}\right]$.

Ответ: ________________

Аналог 13.13.2.

Прототип　Ответ

а) Решите уравнение

$$2\sin^2 x+\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=\cos x.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi;\ -\frac{\pi}{2}\right]$.

Ответ: ________________

Аналог 13.14.1.

Прототип　Ответ

а) Решите уравнение

$$2\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)-\sqrt{3}\cos 2x=\sin x+\sqrt{3}.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi;\ -\frac{\pi}{2}\right]$.

Ответ: ________________

Аналог 13.15.1.

Прототип Ответ

а) Решите уравнение

$$\sin x + 2\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}\sin 2x + 1.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2};\ -2\pi\right]$.

Ответ: ______________

Аналог 13.16.1.

Прототип Ответ

а) Решите уравнение

$$8^x - 9\cdot 2^{x+1} + 2^{5-x} = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\log_5 2;\ \log_5 20]$.

Ответ: ______________

Аналог 13.16.2.

Прототип Ответ

а) Решите уравнение

$$27^x - 4\cdot 3^{x+2} + 3^{5-x} = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\log_7 4;\ \log_7 16]$.

Ответ: ______________

Аналог 13.16.3.

Прототип Ответ

а) Решите уравнение

$$27^x - 28\cdot 3^{x+1} + 3^{5-x} = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\sqrt{3};\ \log_2 5\right]$.

Ответ: ______________

Аналог 13.17.1.

Прототип Ответ

а) Решите уравнение

$$9 \cdot 81^{\cos x} - 28 \cdot 9^{\cos x} + 3 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2};\ 4\pi\right]$.

Ответ: ______________

Аналог 13.17.2.

Прототип Ответ

а) Решите уравнение

$$16^{\sin x} - 6 \cdot 4^{\sin x} + 8 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-5\pi;\ -\frac{7\pi}{2}\right]$.

Ответ: ______________

Аналог 13.18.1.

Прототип Ответ

а) Решите уравнение

$$4 \cdot 16^{\sin^2 x} - 6 \cdot 4^{\cos 2x} = 29.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2};\ 3\pi\right]$.

Ответ: ______________

Аналог 13.19.1.

Прототип Ответ

а) Решите уравнение

$$16^{\cos x} + 16^{\cos(\pi - x)} = \frac{17}{4}.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi;\ \frac{5\pi}{2}\right]$.

Ответ: ______________

Аналог 13.20.1.

Прототип Ответ

а) Решите уравнение

$$\left(\frac{1}{49}\right)^{\sin(x+\pi)} = 7^{2\sqrt{3}\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)}.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[3\pi;\ \frac{9\pi}{2}\right]$.

Ответ: ____________

Аналог 13.21.1.

Прототип Ответ

а) Решите уравнение

$$\frac{4^{\sin 2x} - 2^{2\sqrt{3}\sin x}}{\sqrt{7\sin x}} = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{13\pi}{2};\ -5\pi\right]$.

Ответ: ____________

Аналог 13.22.1.

Прототип Ответ

а) Решите уравнение

$$\frac{\log_2^2(\sin x) + \log_2(\sin x)}{2\cos x - \sqrt{3}} = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{\pi}{2};\ 2\pi\right]$.

Ответ: ____________

Аналог 14.2.1.

Прототип Ответ

В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известны длины ребер: $AB = 2\sqrt{2}$, $AD = 6$, $AA_1 = 10$. На ребрах AA_1 и BB_1 отмечены точки E и F соответственно, причем $A_1E : EA = 3 : 2$ и $B_1F : FB = 3 : 7$. Точка T — середина ребра B_1C_1.
а) Докажите, что плоскость EFT проходит через точку D_1.
б) Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью EFT.

Ответ: __________

Аналог 14.5.1.

Прототип Ответ

Сечением прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью α, содержащей прямую BD_1 и параллельной прямой AC, является ромб.
а) Докажите, что грань $ABCD$ — квадрат.
б) Найдите угол между плоскостями α и BCC_1, если $AA_1 = 6$, $AB = 4$.

Ответ: __________

Аналог 14.9.1.

Прототип Ответ

В основании прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит равнобедренный треугольник ABC с основанием AB. Точка P делит ребро AB в отношении $AP : PB = 1 : 3$, а точка Q — середина ребра A_1C_1. Через середину M ребра BC провели плоскость α, перпендикулярно отрезку PQ.
а) Докажите, что плоскость α делит ребро AC пополам.
б) Найдите отношение, в котором плоскость α делит ребро A_1C_1, считая от точки A_1, если известно, что $AB = AA_1$, $AB : BC = 2 : 5$.

Ответ: __________

Аналог 14.12.1.

Прототип Ответ

В основании прямой призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ лежит равнобедренная трапеция $ABCD$ с основаниями $AD = 3$ и $BC = 2$. Точка M делит ребро A_1D_1 в отношении $A_1M : MD_1 = 1 : 2$, а точка K — середина ребра DD_1.

а) Докажите, что плоскость MKC делит отрезок BB_1 пополам.

б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью MKC, если $\angle MKC = 90°$, $\angle ADC = 60°$.

Ответ: ______________

Аналог 14.14.1.

Прототип Ответ

В пирамиде $ABCD$ рёбра DA, DB и DC попарно перпендикулярны, а $AB = BC = AC = 5\sqrt{2}$.

а) Докажите, что эта пирамида правильная.

б) На рёбрах DA и DC отмечены точки M и N соответственно, причём $DM : MA = DN : NC = 2 : 3$. Найдите площадь сечения MNB.

Ответ: ______________

Аналог 14.15.1.

Прототип Ответ

В основании правильной треугольной пирамиды $ABCD$ лежит треугольник ABC со стороной, равной 5. Боковое ребро пирамиды равно 9. На ребре AD отмечена точка T так, что $AT : TD = 1 : 2$. Через точку параллельно прямым AC и BD проведена плоскость.

а) Докажите, что сечение пирамиды указанной плоскостью является прямоугольником.

б) Найдите площадь сечения.

Ответ: ______________

Аналог 14.16.1.

Прототип Ответ

В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с основанием ABC точки M и K — середины рёбер AB и SC соответственно. На продолжении ребра SB за точку S отмечена точка R. Прямые RM и RK пересекают рёбра AS и BC в точках N и L соответственно, причём $2BL = 3LC$.
а) Докажите, что прямые MK и NL пересекаются.
б) Найдите отношение $AN : NS$.

Ответ: ____________

Аналог 14.26.1.

Прототип Ответ

В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ сторона основания AB равна 4, а боковое ребро SA равно 7. На рёбрах CD и SC отмечены точки N и K соответственно, причём $DN : NC = SK : KC = 1 : 3$. Плоскость α содержит прямую KN и параллельна прямой BC.
а) Докажите, что плоскость α параллельна прямой SA.
б) Найдите угол между плоскостями α и SBC.

Ответ: ____________

Аналог 14.34.1.

Прототип Ответ

В цилиндре образующая перпендикулярна плоскости основания. На окружности одного из оснований цилиндра выбраны точки A, B и C, а на окружности другого основания — точка C_1, причём CC_1 — образующая цилиндра, а AC — диаметр основания. Известно, что $\angle ACB = 45°$, $AB = 2\sqrt{3}$, $CC_1 = 2\sqrt{6}$.
а) Докажите, что угол между прямыми AC_1 и BC равен 60°.
б) Найдите расстояние от точки B до прямой AC_1.

Ответ: ____________

Аналог 14.34.2.

Прототип Ответ

В цилиндре образующая перпендикулярна плоскости основания. На окружности одного из оснований цилиндра выбраны точки A, B и C, а на окружности другого основания — точка C_1, причём CC_1 — образующая цилиндра, а AC — диаметр основания. Известно, что $\angle ACB = 30°$, $AB = \sqrt{2}$, $CC_1 = 4$.
а) Докажите, что угол между прямыми AC_1 и BC равен $60°$.
б) Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

Ответ: __________

Аналог 14.35.1.

Прототип Ответ

В цилиндре образующая перпендикулярна плоскости основания. На окружности одного из оснований цилиндра выбраны точки A и B, а на окружности другого основания — точки B_1 и C_1, причём BB_1 — образующая цилиндра, а AC_1 пересекает ось цилиндра.
а) Докажите, что угол ABC_1 прямой.
б) Найдите объем цилиндра, если $AB = 7$, $BB_1 = 24$, $B_1C_1 = 10$.

Ответ: __________

Аналог 14.35.2.

Прототип Ответ

В цилиндре образующая перпендикулярна плоскости основания. На окружности одного из оснований цилиндра выбраны точки A и B, а на окружности другого основания — точки B_1 и C_1, причём BB_1 — образующая цилиндра, а AC_1 пересекает ось цилиндра.
а) Докажите, что угол ABC_1 прямой.
б) Найдите площадь боковой поверхности цилиндра, если $AB = 6$, $BB_1 = 15$, $B_1C_1 = 8$.

Ответ: __________

Аналог 14.35.3.

Прототип Ответ

В цилиндре образующая перпендикулярна плоскости основания. На окружности одного из оснований цилиндра выбраны точки A и B, а на окружности другого основания — точки B_1 и C_1, причём BB_1 — образующая цилиндра, а AC_1 пересекает ось цилиндра.

а) Докажите, что угол ABC_1 прямой.

б) Найдите расстояние от точки B до прямой AC_1, если $AB = 21$, $BB_1 = 12$, $B_1C_1 = 16$.

Ответ: ____________

Аналог 15.1.1.

Прототип Ответ

Решите неравенство
$$\frac{2}{3^x+27} \geq \frac{1}{3^x-27}.$$

Ответ: ____________

Аналог 15.1.2.

Прототип Ответ

Решите неравенство
$$\frac{13}{3^x-81} \leq \frac{1}{3^x-9}.$$

Ответ: ____________

Аналог 15.1.3.

Прототип Ответ

Решите неравенство
$$\frac{1}{3^x+21} + \frac{1}{3^x-27} \geq 0.$$

Ответ: ____________

Аналог 15.2.1.

Прототип Ответ

Решите неравенство

$$3^x + \frac{243}{3^x - 84} \leq 0.$$

Ответ: ______________

Аналог 15.4.1.

Прототип Ответ

Решите неравенство

$$\frac{2 \cdot 8^{x-1}}{2 \cdot 8^{x-1} - 1} \geq \frac{3}{8^x - 1} + \frac{8}{64^x - 5 \cdot 8^x + 4}.$$

Ответ: ______________

Аналог 15.9.1.

Прототип Ответ

Решите неравенство

$$\log_3^2 \left(x^2 - 16\right) - 5\log_3 \left(x^2 - 16\right) + 6 \geq 0.$$

Ответ: ______________

Аналог 15.11.1.

Прототип Ответ

Решите неравенство

$$2\log_2 \left(x\sqrt{5}\right) - \log_2 \left(\frac{x}{1-x}\right) \leq \log_2 \left(5x^2 + \frac{1}{x} - 2\right).$$

Ответ: ______________

Аналог 15.11.2.

Прототип Ответ

Решите неравенство

$$\log_3\left(\frac{1}{x}+2\right)-\log_3(x+5)\geq\log_3\left(\frac{x+4}{x^2}\right).$$

Ответ: ____________

Аналог 15.11.3.

Прототип Ответ

Решите неравенство

$$\log_5(3x+1)+\log_5\left(\frac{1}{72x^2}+1\right)\geq\log_5\left(\frac{1}{24x}+1\right).$$

Ответ: ____________

Аналог 15.11.4.

Прототип Ответ

Решите неравенство

$$\log_5\left(\frac{2}{x}+2\right)-\log_5(x+3)\leq\log_5\left(\frac{x+6}{x^2}\right).$$

Ответ: ____________

Аналог 15.11.5.

Прототип Ответ

Решите неравенство

$$\log_7\left(2x^2+12\right)-\log_7\left(x^2-x+12\right)\geq\log_7\left(2-\frac{1}{x}\right).$$

Ответ: ____________

Аналог 15.11.6.

Прототип Ответ

Решите неравенство

$$\log_{11}\left(2x^2+1\right)+\log_{11}\left(\frac{1}{32x}+1\right)\geq\log_{11}\left(\frac{x}{16}+1\right).$$

Ответ: ____________

Аналог 15.11.7.

Прототип Ответ

Решите неравенство

$$\log_{11}\left(8x^2+7\right)-\log_{11}\left(x^2+x+1\right)\geq\log_{11}\left(\frac{x}{x+5}+7\right).$$

Ответ: ____________

Аналог 15.12.1.

Прототип Ответ

Решите неравенство

$$\log_3\left((2-x)\left(x^2+5\right)\right)\geq\log_3\left(x^2-5x+6\right)+\log_3(4-x).$$

Ответ: ____________

Аналог 15.13.1.

Прототип Ответ

Решите неравенство

$$\frac{\log_2\left(4x^2\right)+35}{\log_2^2 x-36}\geq -1.$$

Ответ: ____________

Аналог 15.13.2.

Прототип Ответ

Решите неравенство

$$\frac{2\log_3(9x)-13}{\log_3^2 x-\log_3\left(x^4\right)}\leq 1.$$

Ответ: ____________

Аналог 15.15.1.

Прототип Ответ

Решите неравенство

$$\frac{\log_3(81x)}{\log_3 x-4}+\frac{\log_3 x-4}{\log_3(81x)}\geq\frac{24-\log_3\left(x^8\right)}{\log_3^2 x-16}.$$

Ответ: ____________

Аналог 15.15.2.

Прототип Ответ

Решите неравенство

$$\frac{\log_5(25x)}{\log_5 x-2}+\frac{\log_5 x-2}{\log_5(25x)}\geq\frac{6-\log_5\left(x^4\right)}{\log_5^2 x-4}.$$

Ответ: ____________

Аналог 15.15.3.

Прототип Ответ

Решите неравенство

$$\frac{\log_2(32x)}{\log_2 x-5}+\frac{\log_2 x-5}{\log_2(32x)}\geq\frac{\log_2\left(x^{16}\right)+18}{\log_2^2 x-25}.$$

Ответ: ____________

Аналог 15.15.4.

Прототип Ответ

Решите неравенство

$$\frac{\log_4(64x)}{\log_4 x - 3} + \frac{\log_4 x - 3}{\log_4(64x)} \geq \frac{\log_4\left(x^4\right) + 16}{\log_4^2 x - 9}.$$

Ответ: ____________

Аналог 15.16.1.

Прототип Ответ

Решите неравенство

$$1 + \frac{5}{\log_4 x - 3} + \frac{6}{\log_4^2 x - \log_4\left(64x^6\right) + 12} \geq 0.$$

Ответ: ____________

Аналог 15.16.2.

Прототип Ответ

Решите неравенство

$$1 + \frac{10}{\log_2 x - 5} + \frac{16}{\log_2^2 x - \log_2\left(32x^{10}\right) + 30} \geq 0.$$

Ответ: ____________

Аналог 15.22.1.

Прототип Ответ

Решите неравенство

$$\log_{49}(x+4) + \log_{x^2+8x+16}\sqrt{7} \leq -\frac{3}{4}.$$

Ответ: ____________

Аналог 15.23.1.

Прототип Ответ

Решите неравенство

$$\frac{15^x - 3^{x+1} - 5^{x+1} + 15}{-x^2 + 2x} \geq 0.$$

Ответ: __________

Аналог 15.24.1.

Прототип Ответ

Решите неравенство

$$\frac{\log_2(8x) \cdot \log_3(27x)}{x^2 - |x|} \leq 0.$$

Ответ: __________

Аналог 15.25.1.

Прототип Ответ

Решите неравенство

$$x^2 \log_{625}(6 - x) \leq \log_5 \left(x^2 - 12x + 36\right).$$

Ответ: __________

Аналог 15.25.2.

Прототип Ответ

Решите неравенство

$$x^2 \log_{512}(4 - x) \geq \log_2 \left(x^2 - 8x + 16\right).$$

Ответ: __________

Аналог 15.25.3.

Прототип Ответ

Решите неравенство

$$x^2 \log_{625}(-2-x) \geq \log_5 \left(x^2+4x+4\right).$$

Ответ: ____________

Аналог 15.25.4.

Прототип Ответ

Решите неравенство

$$x^2 \log_{512}(x+7) \leq \log_2 \left(x^2+14x+49\right).$$

Ответ: ____________

Аналог 16.1.1.

Прототип Ответ

В июле планируется взять кредит в банке на сумму 8 млн рублей на срок 10 лет. Условия возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга так, чтобы на начало июля каждого года долг уменьшался на одну и ту же сумму по сравнению с предыдущим июлем.

Найдите наименьшую возможную ставку r, если известно, что последний платёж будет не менее 0,92 млн рублей.

Ответ: ____________

Аналог 16.2.1.

Прототип Ответ

В июле планируется взять кредит в банке на сумму 10 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

На сколько лет планируется взять кредит, если известно, что общая сумма выплат после его полного погашения составит 15 млн рублей?

Ответ: ____________

Аналог 16.3.1.

Прототип Ответ

В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на три года в размере S млн рублей, где S — целое число. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 15% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	**Июль 2016**	**Июль 2017**	**Июль 2018**	**Июль 2019**
Долг (в млн рублей)	S	$0{,}8S$	$0{,}5S$	0

Найдите наибольшее значение S, при котором каждая из выплат будет меньше 4 млн рублей.

Ответ: ____________

Аналог 16.8.1.

Прототип Ответ

15-го декабря планируется взять кредит в банке на сумму 1100 тыс. рублей на 16 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по 15-й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- 15-го числа 15-го месяца долг должен быть равен 500 тысяч рублей;
- к 15-му числу 16-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Найдите r, если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 1228 тысяч рублей.

Ответ: ____________

Аналог 16.10.1.

Прототип Ответ

В июле 2025 года планируется взять кредит на десять лет в размере 500 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 30% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле 2026, 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг должен быть на какую-то одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- в июле 2031, 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- к июлю 2035 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 1250 тыс. рублей. Сколько рублей составит платёж в 2035 году?

Ответ: ____________

Аналог 16.16.1.

Прототип Ответ

В июле 2026 года планируется взять кредит в банке на сумму 177 120 рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей составит общая сумма платежей, если известно, что кредит будет полностью погашен четырьмя равными платежами (то есть за четыре года)?

Ответ: ____________

Аналог 16.17.1.

Прототип Ответ

В июле 2026 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей будет выплачено банку, если известно, что кредит будет полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года) и общая сумма выплат после полного погашения кредита на 48 250 рублей больше суммы, взятой в кредит?

Ответ: ____________

Аналог 16.17.2.

Прототип Ответ

В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей будет выплачено банку, если известно, что кредит будет полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года) и общая сумма выплат после полного погашения кредита на 104 800 рублей больше суммы, взятой в кредит?

Ответ: ______________

Аналог 16.18.1.

Прототип Ответ

В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей планируется взять в банке, если известно, что кредит будет полностью погашен четырьмя равными платежами (то есть за четыре года) и общая сумма платежей составит 292 820 рублей?

Ответ: ______________

Аналог 16.18.2.

Прототип Ответ

В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей планируется взять в банке, если известно, что кредит будет полностью погашен четырьмя равными платежами (то есть за четыре года) и общая сумма платежей составит 375 000 рублей?

Ответ: ____________

Аналог 16.19.1.

Прототип Ответ

В июле 2026 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей планируется взять в банке, если известно, что кредит будет полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года) и общая сумма выплат после полного погашения кредита на 77 200 рублей больше суммы, взятой в кредит?

Ответ: ____________

Аналог 16.23.1.

Прототип Ответ

В июле 2026 года планируется взять кредит на три года в размере 900 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 30% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- платежи в 2027 и 2028 годах должны быть равными;
- к июлю 2029 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 1482,3 тыс. рублей. Сколько рублей составит платёж 2029 года?

Ответ: ____________

Аналог 16.27.1.

Прототип Ответ

В июле 2026 года планируется взять кредит на пять лет в размере 1260 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле 2027, 2028 и 2029 годов долг остаётся равным 1260 тыс. рублей;
- выплаты в 2030 и 2031 годах равны;
- к июлю 2031 года долг будет выплачен полностью.

Найдите общую сумму выплат за пять лет.

Ответ: ____________

Аналог 16.30.1.

Прототип Ответ

Планируется выдать льготный кредит на целое число миллионов рублей на пять лет. В середине каждого года действия кредита долг заёмщика возрастает на 10% по сравнению с началом года. В конце 1-го, 2-го и 3-го годов заёмщик выплачивает только проценты по кредиту, оставляя долг неизменно равным первоначальному. В конце 4-го и 5-го годов заёмщик выплачивает одинаковые суммы, погашая весь долг полностью. Найдите наибольший размер кредита, при котором общая сумма выплат заёмщика будет меньше 6 млн рублей.

Ответ: ____________

Аналог 16.32.1.

Прототип Ответ

Пенсионный фонд владеет ценными бумагами, которые стоят t^2 тыс. рублей в конце года t ($t = 1,\ 2,\ \ldots$). В конце любого года пенсионный фонд может продать ценные бумаги и положить деньги на счёт в банке, при этом в конце каждого следующего года сумма на счёте будет увеличиваться на 25%. В конце какого года пенсионному фонду следует продать ценные бумаги, чтобы в конце двадцатого года сумма на его счёте была наибольшей?

Ответ: ____________

Аналог 16.33.1.

Прототип Ответ

Пенсионный фонд владеет ценными бумагами, которые стоят t^2 тыс. рублей в конце года t ($t = 1,\ 2,\ \ldots$). В конце любого года пенсионный фонд может продать ценные бумаги и положить деньги на счёт в банке, при этом в конце каждого следующего года сумма на счёте будет увеличиваться в $1+r$ раз. Пенсионный фонд хочет продать ценные бумаги в конце такого года, чтобы в конце двадцать пятого года сумма на его счёте была наибольшей. Расчёты показали, что для этого ценные бумаги нужно продавать строго в конце двадцать первого года. При каких положительных значениях r это возможно?

Ответ: ____________

Аналог 17.3.1.

Прототип Ответ

На стороне AC равностороннего треугольника ABC отмечена точка M. Серединный перпендикуляр к отрезку BM пересекает стороны AB и BC в точках E и K соответственно.
а) Докажите, что $\angle AEM = \angle CMK$.
б) Найдите отношение площадей треугольников AEM и CMK, если $AM : MC = 1 : 4$.

Ответ: __________

Аналог 17.11.1.

Прототип Ответ

Дана трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC. Диагональ BD разбивает её на два равнобедренных треугольника с основаниями AD и CD.
а) Докажите, что луч AC — биссектриса угла BAD.
б) Найдите CD, если известны диагонали трапеции: $AC = 15$ и $BD = 8{,}5$.

Ответ: __________

Аналог 17.14.1.

Прототип Ответ

В равнобедренной трапеции $ABCD$ основание AD в два раза больше основания BC.
а) Докажите, что высота CH трапеции разбивает основание AD на отрезки, один из которых втрое больше другого.
б) Пусть O — точка пересечения диагоналей трапеции $ABCD$. Найдите расстояние от вершины C до середины отрезка OD, если $BC = 16$ и $AB = 10$.

Ответ: __________

Аналог 17.18.1.

Прототип Ответ

Окружность проходит через вершины B и C треугольника ABC и пересекает AB и AC в точках C_1 и B_1 соответственно.
а) Докажите, что треугольник ABC подобен треугольнику AB_1C_1.
б) Вычислите радиус данной окружности, если $\angle A = 135^\circ$, $B_1C_1 = 10$ и площадь треугольника AB_1C_1 в семь раз меньше площади четырёхугольника BCB_1C_1.

Ответ: __________

Аналог 17.18.2.

Прототип Ответ

Окружность проходит через вершины B и C треугольника ABC и пересекает AB и AC в точках C_1 и B_1 соответственно.
а) Докажите, что треугольник ABC подобен треугольнику AB_1C_1.
б) Вычислите радиус данной окружности, если $\angle A = 120^\circ$, $BC = 10\sqrt{7}$ и площадь треугольника AB_1C_1 в три раза меньше площади четырёхугольника BCB_1C_1.

Ответ: ______________

Аналог 17.23.1.

Прототип Ответ

В треугольнике ABC точки A_1, B_1 и C_1 — середины сторон BC, AC и AB соответственно, AH — высота, $\angle BAC = 120^\circ$, $\angle BCA = 45^\circ$.
а) Докажите, что точки A_1, B_1, C_1 и H лежат на одной окружности.
б) Найдите A_1H, если $BC = 6\sqrt{3}$.

Ответ: ______________

Аналог 17.23.2.

Прототип Ответ

В треугольнике ABC точки A_1, B_1 и C_1 — середины сторон BC, AC и AB соответственно, AH — высота, $\angle BAC = 30^\circ$, $\angle BCA = 45^\circ$.
а) Докажите, что точки A_1, B_1, C_1 и H лежат на одной окружности.
б) Найдите A_1H, если $BC = 4\sqrt{3}$.

Ответ: ______________

Аналог 17.23.3.

Прототип Ответ

В треугольнике ABC точки A_1, B_1 и C_1 — середины сторон BC, AC и AB соответственно, AH — высота, $\angle BAC = 120^\circ$, $\angle BCA = 15^\circ$.
а) Докажите, что точки A_1, B_1, C_1 и H лежат на одной окружности.
б) Найдите A_1H, если $BC = 4\sqrt{3}$.

Ответ: ______________

Аналог 17.25.1.

Прототип Ответ

В треугольнике ABC угол A равен $120°$. Прямые, содержащие высоты BM и CN треугольника ABC, пересекаются в точке H. Точка O — центр окружности, описанной около треугольника ABC.

а) Докажите, что $AH = AO$.

б) Найдите площадь треугольника AHO, если $BC = 3$, $\angle ABC = 15°$.

Ответ: __________

Аналог 17.35.1.

Прототип Ответ

Диагонали равнобедренной трапеции $ABCD$ с основаниями BC и AD перпендикулярны. Окружность с диаметром AD пересекает боковую сторону CD в точке M, а окружность с диаметром CD пересекает основание AD в точке N. Отрезки AM и CN пересекаются в точке P.

а) Докажите, что в четырёхугольник $ABCP$ можно вписать окружность.

б) Найдите радиус этой окружности, если $BC = 7$, $AD = 17$.

Ответ: __________

Аналог 18.2.1.

Прототип Ответ

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$(2x + \ln(x + 2a))^2 = (2x - \ln(x + 2a))^2$$

имеет ровно один корень на отрезке $[0;\ 1]$.

Ответ: __________

Аналог 18.3.1.

Прототип Ответ

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{2x-1} \cdot \ln(4x - a) = \sqrt{2x-1} \cdot \ln(5x + a)$$

имеет ровно один корень на отрезке $[0;\ 1]$.

Ответ: __________

Аналог 18.5.1.

Прототип Ответ

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{7x-4}\cdot\ln\left(x^2-8x+17-a^2\right)=0$$

имеет ровно один корень на отрезке $[0;\ 4]$. Ответ: ______________

Аналог 18.5.2.

Прототип Ответ

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$\ln(4x-1)\cdot\sqrt{x^2-6x+6a-a^2}=0$$

имеет ровно один корень на отрезке $[0;\ 3]$. Ответ: ______________

Аналог 18.6.1.

Прототип Ответ

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{x^4-16x^2+64a^2}=x^2+4x-8a$$

имеет ровно три различных корня. Ответ: ______________

Аналог 18.8.1.

Прототип Ответ

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$\frac{9x^2-a^2}{x^2+8x+16-a^2}=0$$

имеет ровно два различных корня. Ответ: ______________

Аналог 18.9.1.

Прототип Ответ

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$25^x - (a+6)5^x = (5+3|a|)5^x - (a+6)(3|a|+5)$$

имеет ровно один корень. Ответ: ____________

Аналог 18.10.1.

Прототип Ответ

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$x^2 + a^2 + x - 7a = |7x + a|$$

имеет более двух различных корней. Ответ: ____________

Аналог 18.11.1.

Прототип Ответ

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$|x^2 + a^2 - 6x - 4a| = 2x + 2a$$

имеет ровно четыре различных корня. Ответ: ____________

Аналог 18.12.1.

Прототип Ответ

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$a^2 - ax - 2x^2 - 6a + 3x + 9|x| = 0$$

имеет ровно четыре различных корня. Ответ: ____________

Аналог 18.13.1.

Прототип Ответ

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$(2x + a + 1 + \operatorname{tg} x)^2 = (2x + a - 1 - \operatorname{tg} x)^2$$

имеет ровно один корень на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2};\ \frac{\pi}{2}\right]$.

Ответ: ____________

Аналог 18.15.1.

Прототип Ответ

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (xy - 2x + 12) \cdot \sqrt{y - 2x + 12} = 0, \\ y = 3x + a \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

Ответ: ____________

Аналог 18.16.1.

Прототип Ответ

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x^2 - 5x - y + 3) \cdot \sqrt{x - y + 3} = 0, \\ y = ax + a \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

Ответ: ____________

Аналог 18.17.1.

Прототип Ответ

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x^2 + y^2 + 4x) \cdot \sqrt{2x + y + 6} = 0, \\ y = x + a \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

Ответ: ____________

Аналог 18.18.1.

Прототип Ответ

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{a-y^2}=\sqrt{a-x^2}, \\ x^2+y^2=2x+4y \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения. Ответ: ____________

Аналог 18.19.1.

Прототип Ответ

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \log_7\left(36-y^2\right)=\log_7\left(36-a^2x^2\right), \\ x^2+y^2=2x+6y \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения. Ответ: ____________

Аналог 18.19.2.

Прототип Ответ

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \log_3\left(16-y^2\right)=\log_3\left(16-a^2x^2\right), \\ x^2+y^2=8x+4y \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения. Ответ: ____________

Аналог 18.22.1.

Прототип Ответ

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} 4x-y+a=0, \\ |y|-x^2+2x=0 \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения. Ответ: ____________

Аналог 18.25.1.

Прототип Ответ

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} ax^2 + ay^2 + 2ax + (a+2)y + 1 = 0, \\ xy + 1 = x + y \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

Ответ: __________

Аналог 18.30.1.

Прототип Ответ

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система неравенств

$$\begin{cases} x \le 2a + 6, \\ 6x \ge x^2 + a^2, \\ x + a > 0 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение на отрезке $[1;\ 2]$.

Ответ: __________

Аналог 18.31.1.

Прототип Ответ

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система неравенств

$$\begin{cases} ax \ge 2, \\ \sqrt{x-1} > a, \\ 3x \le 2a + 11 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение на отрезке $[3;\ 4]$.

Ответ: __________

Аналог 19.1.1.

Прототип Ответ

С трёхзначным числом производят следующую операцию: вычитают из него сумму его цифр, а затем получившуюся разность делят на 3.
а) Могло ли в результате такой операции получиться число 300?
б) Могло ли в результате такой операции получиться число 151?
в) Сколько различных чисел может получиться в результате такой операции из чисел от 100 до 600 включительно?

Ответ: ______________

Аналог 19.7.1.

Прототип Ответ

Есть четыре коробки: в первой коробке 101 камень, во второй — 102, в третьей — 103, а в четвёртой коробке камней нет. За один ход берут по одному камню из любых трёх коробок и кладут в оставшуюся. Сделали некоторое количество таких ходов.
а) Могло ли в первой коробке оказаться 97 камней, во второй — 102, в третьей — 103, а в четвёртой — 4?
б) Могло ли в четвёртой коробке оказаться 306 камней?
в) Какое наибольшее число камней могло оказаться в первой коробке?

Ответ: ______________

Аналог 19.8.1.

Прототип Ответ

На доске написано 30 различных натуральных чисел, каждое из которых либо чётное, либо его десятичная запись оканчивается на цифру 7. Сумма написанных чисел равна 810.
а) Может ли на доске быть ровно 24 чётных числа?
б) Могут ли ровно два числа на доске оканчиваться на 7?
в) Какое наименьшее количество чисел, оканчивающихся на 7, может быть на доске?

Ответ: ______________

Аналог 19.9.1.

Прототип Ответ

На доске было написано несколько различных натуральных чисел. Эти числа разбили на три группы, в каждой из которых оказалось хотя бы одно число. К каждому числу из первой группы приписали справа цифру 6, к каждому числу из второй группы — цифру 9, а числа из третьей группы оставили без изменений.
а) Могла ли сумма всех этих чисел увеличиться в 9 раз?
б) Могла ли сумма всех этих чисел увеличиться в 19 раз?
в) В какое наибольшее число раз могла увеличиться сумма всех этих чисел?

Ответ: ______________

Аналог 19.15.1.

Прототип Ответ

В школах №1 и №2 учащиеся писали тест. Из каждой школы тест писали по крайней мере 2 учащихся, а суммарно тест писали 9 учащихся. Каждый учащийся, писавший тест, набрал натуральное количество баллов. Оказалось, что в каждой школе средний балл за тест был целым числом. После этого один из учащихся, писавших тест, перешёл из школы №1 в школу №2, а средние баллы за тест были пересчитаны в обеих школах.
а) Мог ли средний балл в школе №1 уменьшиться в 10 раз?
б) Средний балл в школе №1 уменьшился на 10%, средний балл в школе №2 также уменьшился на 10%. Мог ли первоначальный средний балл в школе №2 равняться 7?
в) Средний балл в школе №1 уменьшился на 10%, средний балл в школе №2 также уменьшился на 10%. Найдите наименьшее значение первоначального среднего балла в школе №2.

Ответ: ______________

Аналог 19.16.1.

Прототип Ответ

В школах №1 и №2 учащиеся писали тест. Из каждой школы тест писали по крайней мере 2 учащихся. Каждый учащийся, писавший тест, набрал натуральное количество баллов. Оказалось, что в каждой школе средний балл за тест был целым числом, причём в школе №1 средний балл равнялся 18. Один из учащихся, писавших тест, перешёл из школы №1 в школу №2, а средние баллы за тест были пересчитаны в обеих школах. В результате средний балл в школе №1 вырос на 10%, средний балл в школе №2 также вырос на 10%.
а) Сколько учащихся могло писать тест в школе №1 изначально?
б) В школе №1 все писавшие тест набрали разное количество баллов. Какое наибольшее количество баллов мог набрать учащийся этой школы?
в) Известно, что изначально в школе №2 писали тест более 10 учащихся и после перехода одного учащегося в эту школу и пересчета баллов средний балл в школе №2 также вырос на 10%. Какое наименьшее количество учащихся могло писать тест в школе №2 изначально?

Ответ: ____________

Аналог 19.17.1.

Прототип Ответ

В порту имеются только заполненные контейнеры, масса каждого из которых равна 20 тонн или 60 тонн. В некоторых из этих контейнеров находится сахарный песок. Количество контейнеров с сахарным песком составляет 75% от общего количества контейнеров.
а) Может ли масса контейнеров с сахарным песком составить 80% от общей массы всех контейнеров?
б) Может ли масса контейнеров с сахарным песком составить 40% от общей массы всех контейнеров?
в) Какую наибольшую долю (в процентах) может составить масса контейнеров с сахарным песком от общей массы всех контейнеров?

Ответ: ____________

Аналог 19.19.1.

Прототип Ответ

На доске написано 10 различных натуральных чисел. Среднее арифметическое шести наименьших из них равно 5, а среднее арифметическое шести наибольших равно 15.
а) Может ли наименьшее из этих десяти чисел равняться 3?
б) Может ли среднее арифметическое всех десяти чисел равняться 11?
в) Найдите наибольшее значение среднего арифметического всех десяти чисел.

Ответ: ____________

Аналог 19.19.2.

Прототип Ответ

На доске написано 10 различных натуральных чисел. Среднее арифметическое шести наименьших из них равно 8, а среднее арифметическое шести наибольших равно 16.
а) Может ли наибольшее из этих десяти чисел равняться 18?
б) Может ли среднее арифметическое всех десяти чисел равняться 11,2?
в) Найдите наименьшее значение среднего арифметического всех десяти чисел.

Ответ: ____________

Аналог 19.20.1.

Прототип Ответ

В течение n дней каждый день на доску записывают натуральные числа, каждое из которых меньше 6. При этом каждый день (кроме первого) сумма чисел, записанных на доску в этот день, больше, а количество меньше, чем в предыдущий день.
а) Может ли n быть больше 5?
б) Может ли среднее арифметическое чисел, записанных в первый день, быть меньше 3, а среднее арифметическое всех чисел, записанных за все дни, быть больше 4?
в) Известно, что сумма чисел, записанных в первый день, равна 6. Какое наибольшее значение может принимать сумма всех чисел, записанных за все дни?

Ответ: ____________

Аналог 19.21.1.

Прототип Ответ

На доске написано несколько различных натуральных чисел, произведение любых двух из которых больше 40 и меньше 100.
а) Может ли на доске быть 5 чисел?
б) Может ли на доске быть 6 чисел?
в) Какое наибольшее значение может принимать сумма чисел на доске, если их четыре?

Ответ: ____________

Аналог 19.21.2.

Прототип Ответ

На доске написано несколько различных натуральных чисел, произведение любых двух из которых больше 25 и меньше 85.
а) Может ли на доске быть 5 чисел?
б) Может ли на доске быть 6 чисел?
в) Какое наибольшее значение может принимать сумма чисел на доске, если их четыре?

Ответ: ____________

Аналог 19.21.3.

Прототип Ответ

На доске написано несколько различных натуральных чисел, произведение любых двух из которых больше 45 и меньше 120.
а) Может ли на доске быть 5 чисел?
б) Может ли на доске быть 6 чисел?
в) Какое наименьшее значение может принимать сумма чисел на доске, если их четыре?

Ответ: ____________

Аналог 19.23.1.

Прототип Ответ

На доске написано n единиц подряд. Между некоторыми из них расставляют знаки «+» и считают получившуюся сумму. Например, если было написано 10 единиц, то можно получить сумму 136: $1+1+111+11+11+1=136$.

а) Можно ли получить сумму 113, если $n=50$?

б) Можно ли получить сумму 114, если $n=50$?

в) Какую наибольшую четырёхзначную сумму можно получить, если $n=50$?

Ответ: ______________

Аналог 19.25.1.

Прототип Ответ

По кругу расставлено N различных натуральных чисел, каждое из которых не превосходит 340. Сумма любых четырёх идущих подряд чисел делится на 3, а сумма любых трёх идущих подряд чисел не делится на 3.

а) Может ли N быть равным 240?

б) Может ли N быть равным 129?

в) Найдите наибольшее значение N.

Ответ: ______________

ОТВЕТЫ

Планиметрия 1.

№1.1	0,9.	№1.9.1	18.	№1.16.1	54.
№1.1.1	0,6.	№1.10	15.	№1.17	98.
№1.2	0,7.	№1.10.1	9,25.	№1.17.1	103.
№1.2.1	0,3.	№1.11	9.	№1.17.2	97.
№1.3	18.	№1.11.1	16.	№1.18	77.
№1.3.1	45.	№1.12	56.	№1.18.1	37.
№1.4	6.	№1.12.1	138.	№1.19	121.
№1.4.1	2,5.	№1.13	32.	№1.19.1	81.
№1.5	24.	№1.13.1	29.	№1.20	44.
№1.5.1	28.	№1.14	98.	№1.20.1	83.
№1.6	12.	№1.14.1	62.	№1.21	24.
№1.6.1	20.	№1.14.2	116.	№1.21.1	73.
№1.7	34.	№1.14.3	58.	№1.22	33.
№1.7.1	2.	№1.15	82.	№1.22.1	28.
№1.8	3.	№1.15.1	33.	№1.23	54.
№1.8.1	2.	№1.15.2	25.	№1.23.1	124.
№1.9	21.	№1.16	61.		

Векторы.

№2.1	29.	№2.3	82.	№2.4.1	10,5.
№2.1.1	17.	№2.3.1	2.	№2.5	1.
№2.1.2	25.	№2.3.2	86.	№2.5.1	71.
№2.1.3	13.	№2.3.3	62.	№2.5.2	41.
№2.2	11.	№2.3.4	77.		
№2.2.1	364.	№2.4	7,5.		

Стереометрия 1.

№3.1	168.
№3.1.1	105.
№3.2	30.
№3.2.1	60.
№3.3	10.
№3.3.1	2,875.
№3.4	60.
№3.4.1	28.
№3.4.2	20.
№3.5	12.
№3.5.1	8,5.
№3.6	72.
№3.6.1	138.
№3.7	21.
№3.7.1	13,25.
№3.8	18.
№3.8.1	21.
№3.8.2	8.
№3.9	16.
№3.9.1	32.
№3.10	72.
№3.10.1	36.
№3.10.2	63.
№3.11	20.
№3.11.1	35.
№3.11.2	63.
№3.11.3	45.
№3.12	20.
№3.12.1	24.
№3.13	9.
№3.13.1	121.
№3.14	5.
№3.14.1	0,5.
№3.15	6.
№3.15.1	134.
№3.16	10.
№3.16.1	2.
№3.16.2	6.
№3.17	18.
№3.17.1	27.
№3.18	27.
№3.18.1	36.
№3.19	12.
№3.19.1	96.
№3.20	20.
№3.20.1	72.
№3.21	15.
№3.21.1	10,5.
№3.22	48.
№3.22.1	192.

Вероятность 1.

№4.1	0,4.
№4.1.1	0,28.
№4.2	0,4.
№4.2.1	0,45.
№4.2.2	0,6.
№4.2.3	0,25.
№4.3	0,35.
№4.3.1	0,3.
№4.3.2	0,4.
№4.3.3	0,4.
№4.4	0,997.
№4.4.1	0,994.
№4.5	0,92.
№4.5.1	0,92.
№4.5.2	0,94.
№4.6	0,4.
№4.6.1	0,15.
№4.6.2	0,2.
№4.6.3	0,35.
№4.7	0,4.
№4.7.1	0,6.
№4.7.2	0,4.
№4.8	0,125.
№4.8.1	0,5.
№4.8.2	0,75.
№4.9	0,5.
№4.9.1	0,25.
№4.10	0,75.
№4.10.1	0,7.
№4.10.2	0,3.
№4.10.3	0,35.
№4.10.4	0,85.
№4.10.5	0,25.
№4.11	0,2.
№4.11.1	0,1.
№4.11.2	0,2.
№4.11.3	0,05.
№4.12	0,35.
№4.12.1	0,25.
№4.12.2	0,6.
№4.13	0,17.
№4.13.1	0,09.
№4.14	0,13.
№4.14.1	0,19.
№4.15	0,26.
№4.15.1	0,18.
№4.16	0,78.
№4.16.1	0,81.

Вероятность 2.

№5.1	0,488.	№5.2.6	0,0576.	№5.5.3	0,24.
№5.1.1	0,936.	№5.2.7	0,0189.	№5.6	0,83.
№5.1.2	0,271.	№5.3	2.	№5.6.1	0,85.
№5.1.3	0,992.	№5.3.1	3.	№5.7	0,069.
№5.1.4	0,657.	№5.4	0,12.	№5.7.1	0,048.
№5.2	0,0441.	№5.4.1	0,04.	№5.7.2	0,059.
№5.2.1	0,1024.	№5.4.2	0,08.	№5.7.3	0,039.
№5.2.2	0,0009.	№5.4.3	0,08.	№5.7.4	0,049.
№5.2.3	0,0729.	№5.5	0,15.	№5.7.5	0,067.
№5.2.4	0,0081.	№5.5.1	0,18.	№5.7.6	0,059.
№5.2.5	0,0064.	№5.5.2	0,22.	№5.7.7	0,037.

Уравнения 1.

№6.1	7.
№6.1.1	6.
№6.1.2	7.
№6.1.3	−4.
№6.1.4	2.
№6.1.5	−8.
№6.1.6	−1.
№6.2	2.
№6.2.1	0,1.
№6.3	−6.
№6.3.1	1.
№6.3.2	5.
№6.3.3	4.
№6.3.4	4.
№6.3.5	−1.
№6.4	7.
№6.4.1	10.
№6.4.2	17.
№6.4.3	9.
№6.4.4	7.
№6.4.5	3.
№6.4.6	8.
№6.4.7	5.
№6.4.8	4.
№6.4.9	1.
№6.4.10	3.
№6.4.11	6.
№6.4.12	6.
№6.5	24.
№6.5.1	58.
№6.6	6.
№6.6.1	−4.
№6.6.2	12.
№6.6.3	13.
№6.6.4	8.
№6.7	68.
№6.7.1	0,6.
№6.8	9.
№6.8.1	−9.
№6.9	1,4.
№6.9.1	−0,875.

Вычисления и преобразования.

№7.1 28.

№7.1.1 0,6.

№7.2 4.

№7.2.1 16.

№7.2.2 64.

№7.3 25.

№7.3.1 16.

№7.4 27.

№7.4.1 81.

№7.5 12.

№7.5.1 15.

№7.6 12.

№7.6.1 −5.

№7.7 6.

№7.7.1 11.

№7.8 2.

№7.8.1 5.

№7.9 6.

№7.9.1 −1.

№7.9.2 5.

№7.9.3 3.

№7.10 36.

№7.10.1 2.

№7.11 2.

№7.11.1 1.

№7.12 4.

№7.12.1 6.

№7.13 1,5.

№7.13.1 4,5.

№7.14 4.

№7.14.1 4,5.

№7.14.2 1.

№7.15 6.

№7.15.1 5.

№7.15.2 3.

№7.16 2,5.

№7.16.1 0,75.

№7.16.2 −0,5.

№7.17 4.

№7.17.1 −0,5.

№7.18 2,76.

№7.18.1 0,84.

№7.18.2 0,84.

№7.19 0,2.

№7.19.1 −5.

№7.20 0,4.

№7.20.1 −0,875.

№7.21 −13.

№7.21.1 −3,75.

№7.22 18.

№7.22.1 −13,5.

Производная и её график.

№8.1	4.
№8.1.1	5.
№8.1.2	5.
№8.1.3	4.
№8.1.4	7.
№8.1.5	4.
№8.2	−0,4.
№8.2.1	1,6.
№8.2.2	1,5.
№8.2.3	−3.
№8.2.4	−0,25.
№8.2.5	1,4.
№8.2.6	1,2.
№8.2.7	−1,25.
№8.2.8	−1,4.
№8.2.9	1,8.
№8.2.10	−2,5.
№8.2.11	1,4.
№8.2.12	0,2.
№8.3	6.
№8.3.1	5.
№8.4	−2.
№8.4.1	−2.
№8.5	1.
№8.5.1	3.
№8.5.2	2.
№8.5.3	3.
№8.6	1.
№8.6.1	5.
№8.6.2	3.
№8.6.3	1.
№8.6.4	2.
№8.6.5	4.
№8.6.6	3.
№8.7	3.
№8.7.1	−5.
№8.7.2	3.
№8.7.3	−7.
№8.8	7.
№8.8.1	3.
№8.8.2	3.
№8.8.3	5.
№8.9	4.
№8.9.1	2.

Задачи с прикладным содержанием.

№9.1	44.
№9.1.1	25.
№9.2	45.
№9.2.1	126.
№9.3	17.
№9.3.1	12.
№9.4	12.
№9.4.1	5.
№9.5	301.
№9.5.1	190.
№9.6	315.
№9.6.1	420.
№9.7	36.
№9.7.1	45.
№9.8	6.
№9.8.1	3.
№9.8.2	11.
№9.9	24.
№9.9.1	2,5.
№9.10	20.
№9.10.1	90.
№9.10.2	45.
№9.11	25.
№9.11.1	25.
№9.12	1,8.
№9.12.1	1,4.
№9.13	3.
№9.13.1	4.
№9.14	7200.
№9.14.1	8000.
№9.15	0,7.
№9.15.1	0,9.
№9.16	7000.
№9.16.1	12 000.
№9.17	8.
№9.17.1	8.
№9.18	90.
№9.18.1	60.
№9.19	16.
№9.19.1	6.
№9.19.2	8.
№9.19.3	20.
№9.20	11,2.
№9.20.1	5.
№9.21	30.
№9.21.1	2.

Текстовые задачи.

№10.1	120.
№10.1.1	50.
№10.2	50.
№10.2.1	30.
№10.3	10.
№10.3.1	23,1.
№10.4	55.
№10.4.1	90.
№10.5	90.
№10.5.1	80.
№10.6	8.
№10.6.1	14.
№10.6.2	19.
№10.6.3	10.
№10.6.4	20.
№10.7	750.
№10.7.1	350.
№10.8	65.
№10.8.1	50.
№10.9	15.
№10.9.1	9.
№10.10	18.
№10.10.1	12.
№10.10.2	19.
№10.10.3	11.
№10.11	14.
№10.11.1	8.
№10.11.2	28.
№10.11.3	15.
№10.12	6.
№10.12.1	5.
№10.13	56.
№10.13.1	30.
№10.13.2	72.
№10.14	18.
№10.14.1	20.
№10.14.2	24.
№10.15	4.
№10.15.1	4.
№10.16	728.
№10.16.1	480.
№10.17	12.
№10.17.1	14.
№10.18	22.
№10.18.1	18.
№10.19	20.
№10.19.1	11.
№10.20	11.
№10.20.1	10.
№10.20.2	12.
№10.21	4.
№10.21.1	1.
№10.21.2	3.
№10.22	18.

№10.22.1 27.

Анализ графика.

№11.1 13.

№11.1.1 11.

№11.1.2 9.

№11.1.3 11.

№11.2 4.

№11.2.1 3.

№11.3 20.

№11.3.1 12.

№11.4 7.

№11.4.1 4.

№11.4.2 5.

№11.4.3 6.

№11.5 −0,4.

№11.5.1 0,2.

№11.5.2 0,2.

№11.5.3 −0,2.

№11.5.4 −0,1.

№11.5.5 0,1.

№11.5.6 0,1.

№11.6 8.

№11.6.1 8.

№11.6.2 12.

№11.6.3 12.

№11.6.4 6.

№11.7 25.

№11.7.1 36.

№11.7.2 16.

№11.7.3 100.

№11.8 16.

№11.8.1 64.

№11.8.2 16.

№11.8.3 8.

№11.8.4 27.

№11.8.5 27.

№11.8.6 16.

№11.8.7 32.

№11.8.8 25.

№11.9 −3.

№11.9.1 −4.

№11.9.2 3.

№11.9.3 4.

№11.9.4 5.

№11.9.5 −2.

Поиск экстремума.

№12.1	10.
№12.1.1	−6.
№12.1.2	−10.
№12.1.3	−3.
№12.2	7.
№12.2.1	10.
№12.2.2	9.
№12.2.3	−5.
№12.2.4	−7.
№12.2.5	−8.
№12.3	4.
№12.3.1	144.
№12.3.2	196.
№12.3.3	81.
№12.4	4.
№12.4.1	36.
№12.5	−83.
№12.5.1	−29.
№12.5.2	13.
№12.5.3	23.
№12.6	8.
№12.6.1	3.
№12.6.2	2.
№12.6.3	10.
№12.6.4	8.
№12.7	8.
№12.7.1	−2.
№12.7.2	5,1.
№12.7.3	7,5.
№12.7.4	2,2.
№12.7.5	3.
№12.7.6	5.
№12.8	58.
№12.8.1	−83.
№12.9	−2.
№12.9.1	3.
№12.9.2	−2.
№12.10	36.
№12.10.1	40.
№12.11	5.
№12.11.1	6.
№12.12	−6.
№12.12.1	3.
№12.13	8.
№12.13.1	−2.
№12.14	8.
№12.14.1	19.
№12.14.2	15.
№12.14.3	9.
№12.15	−35.
№12.15.1	−40.
№12.16	32.
№12.16.1	18.

Уравнения 2.

№13.1 а) $\pi n,\ -\dfrac{\pi}{4}+2\pi n,\ -\dfrac{3\pi}{4}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$; б) $\dfrac{7\pi}{4},\ 2\pi,\ 3\pi$.

№13.1.1 а) $\dfrac{\pi}{2}+\pi n,\ \dfrac{5\pi}{6}+2\pi n,\ -\dfrac{5\pi}{6}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$; б) $-\dfrac{17\pi}{6},\ -\dfrac{5\pi}{2},\ -\dfrac{3\pi}{2}$.

№13.1.2 а) $\dfrac{\pi}{2}+\pi n,\ \dfrac{\pi}{4}+2\pi n,\ -\dfrac{\pi}{4}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$; б) $-\dfrac{15\pi}{4},\ -\dfrac{7\pi}{2},\ -\dfrac{5\pi}{2}$.

№13.1.3 а) $\pi n,\ \dfrac{\pi}{4}+2\pi n,\ \dfrac{3\pi}{4}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$; б) $-\dfrac{13\pi}{4},\ -3\pi,\ -2\pi$.

№13.2 а) $\dfrac{\pi}{2}+\pi n,\ \dfrac{\pi}{3}+2\pi n,\ -\dfrac{\pi}{3}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$; б) $-\dfrac{5\pi}{3},\ -\dfrac{3\pi}{2},\ -\dfrac{\pi}{2}$.

№13.3 а) $-\dfrac{\pi}{2}+2\pi n,\ -\dfrac{\pi}{6}+2\pi n,\ -\dfrac{5\pi}{6}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$; б) $\dfrac{19\pi}{6},\ \dfrac{7\pi}{2}$.

№13.3.1 а) $-\dfrac{\pi}{2}+2\pi n,\ -\dfrac{\pi}{6}+2\pi n,\ -\dfrac{5\pi}{6}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$; б) $\dfrac{19\pi}{6},\ \dfrac{7\pi}{2}$.

№13.3.2 а) $2\pi n,\ \dfrac{2\pi}{3}+2\pi n,\ -\dfrac{2\pi}{3}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$; б) $-4\pi,\ -\dfrac{10\pi}{3}$.

№13.4 а) $\dfrac{\pi}{2}+2\pi n,\ \dfrac{\pi}{6}+2\pi n,\ \dfrac{5\pi}{6}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$; б) $\dfrac{25\pi}{6},\ \dfrac{9\pi}{2}$.

№13.4.1 а) $\pi+2\pi n,\ \dfrac{\pi}{3}+2\pi n,\ -\dfrac{\pi}{3}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$; б) $-3\pi,\ -\dfrac{7\pi}{3}$.

№13.5 а) $\dfrac{\pi}{6}+\pi n,\ \dfrac{\pi}{3}+\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$; б) $\dfrac{7\pi}{6},\ \dfrac{4\pi}{3},\ \dfrac{13\pi}{6},\ \dfrac{7\pi}{3}$.

№13.6 а) $\pi n,\ \dfrac{\pi}{4}+2\pi n,\ -\dfrac{\pi}{4}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$; б) $-4\pi,\ -\dfrac{15\pi}{4},\ -3\pi$.

№13.6.1 а) $\dfrac{\pi}{2}+\pi n,\ \dfrac{\pi}{4}+2\pi n,\ \dfrac{3\pi}{4}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$; б) $\dfrac{7\pi}{2},\ \dfrac{17\pi}{4},\ \dfrac{9\pi}{2}$.

№13.7 а) $-\dfrac{\pi}{2}+2\pi n,\ \dfrac{2\pi}{3}+2\pi n,\ -\dfrac{2\pi}{3}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$; б) $\dfrac{3\pi}{2},\ \dfrac{8\pi}{3}$.

№13.7.1 а) $2\pi n,\ -\dfrac{\pi}{6}+2\pi n,\ -\dfrac{5\pi}{6}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$; б) $2\pi,\ \dfrac{19\pi}{6}$.

№13.8 а) $\dfrac{5\pi}{6}+2\pi n,\ -\dfrac{5\pi}{6}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$; б) $-\dfrac{7\pi}{6},\ -\dfrac{5\pi}{6}$.

№13.8.1 а) $\frac{\pi}{3}+2\pi n,\ -\frac{\pi}{3}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$; б) $\frac{7\pi}{3}$.

№13.9 а) $\frac{\pi}{2}+\pi n,\ -\frac{\pi}{4}+2\pi n,\ -\frac{3\pi}{4}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$; б) $-\frac{7\pi}{2},\ -\frac{11\pi}{4},\ -\frac{5\pi}{2}$.

№13.9.1 а) $\pi n,\ \frac{\pi}{4}+2\pi n,\ -\frac{\pi}{4}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$; б) $3\pi,\ \frac{15\pi}{4},\ 4\pi$.

№13.9.2 а) $\pi n,\ \frac{\pi}{6}+2\pi n,\ -\frac{\pi}{6}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$; б) $-3\pi,\ -\frac{13\pi}{6},\ -2\pi$.

№13.10 а) $\pi n,\ \frac{3\pi}{4}+2\pi n,\ -\frac{3\pi}{4}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$; б) $-2\pi,\ -\frac{5\pi}{4},\ -\pi$.

№13.10.1 а) $\frac{\pi}{2}+\pi n,\ -\frac{\pi}{4}+2\pi n,\ -\frac{3\pi}{4}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$; б) $\frac{3\pi}{2},\ \frac{7\pi}{4},\ \frac{5\pi}{2}$.

№13.11 а) $\frac{\pi}{2}+\pi n,\ -\frac{\pi}{3}+2\pi n,\ -\frac{2\pi}{3}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$; б) $\frac{7\pi}{2},\ \frac{11\pi}{3},\ \frac{9\pi}{2}$.

№13.11.1 а) $\pi n,\ \frac{\pi}{4}+2\pi n,\ -\frac{\pi}{4}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$; б) $-3\pi,\ -\frac{9\pi}{4},\ -2\pi$.

№13.12 а) $\frac{\pi}{2}+\pi n,\ -\frac{\pi}{3}+\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$; б) $-\frac{7\pi}{2},\ -\frac{10\pi}{3},\ -\frac{5\pi}{2}$.

№13.12.1 а) $\frac{\pi}{2}+\pi n,\ -\frac{\pi}{4}+\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$; б) $\frac{7\pi}{2},\ \frac{15\pi}{4},\ \frac{9\pi}{2}$.

№13.13 а) $\pi n,\ -\frac{\pi}{6}+2\pi n,\ -\frac{5\pi}{6}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$; б) $-\frac{13\pi}{6},\ -2\pi,\ -\pi$.

№13.13.1 а) $\frac{\pi}{2}+\pi n,\ \frac{\pi}{3}+2\pi n,\ -\frac{\pi}{3}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$; б) $\frac{7\pi}{3},\ \frac{5\pi}{2},\ \frac{7\pi}{2}$.

№13.13.2 а) $\pi n,\ -\frac{\pi}{6}+2\pi n,\ -\frac{5\pi}{6}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$; б) $-2\pi,\ -\pi,\ -\frac{5\pi}{6}$.

№13.14 а) $\pi n,\ \frac{\pi}{6}+2\pi n,\ \frac{5\pi}{6}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$; б) $-3\pi,\ -2\pi,\ -\frac{11\pi}{6}$.

№13.14.1 а) $\frac{\pi}{2}+\pi n,\ \frac{\pi}{3}+2\pi n,\ -\frac{\pi}{3}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$; б) $-\frac{5\pi}{3},\ -\frac{3\pi}{2},\ -\frac{\pi}{2}$.

№13.15 а) $\frac{\pi}{2}+\pi n,\ \frac{\pi}{3}+2\pi n,\ -\frac{\pi}{3}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$; б) $\frac{5\pi}{2},\ \frac{7\pi}{2},\ \frac{11\pi}{3}$.

№13.15.1 а) $\pi n,\ \frac{\pi}{6}+2\pi n,\ \frac{5\pi}{6}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$; б) $-\frac{19\pi}{6},\ -3\pi,\ -2\pi$.

№13.16 а) $1,\ \frac{3}{2}$; б) $\frac{3}{2}$.

№13.16.1 а) $2,\ \frac{1}{2}$; б) $\frac{1}{2}$.

№13.16.2 а) $1,\ \frac{3}{2}$; б) 1.

№13.16.3 а) $2,\ \frac{1}{2}$; б) 2.

№13.17 а) $-\frac{\pi}{2}+2\pi n,\ -\frac{\pi}{6}+2\pi n,\ -\frac{5\pi}{6}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$; б) $\frac{3\pi}{2},\ \frac{11\pi}{6}$.

№13.17.1 а) $\pi+2\pi n,\ \frac{\pi}{3}+2\pi n,\ -\frac{\pi}{3}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$; б) $3\pi,\ \frac{11\pi}{3}$.

№13.17.2 а) $\frac{\pi}{2}+2\pi n,\ \frac{\pi}{6}+2\pi n,\ \frac{5\pi}{6}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$; б) $-\frac{23\pi}{6},\ -\frac{7\pi}{2}$.

№13.18 а) $\frac{\pi}{3}+\pi n,\ \frac{2\pi}{3}+\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$; б) $\frac{11\pi}{3},\ \frac{13\pi}{3},\ \frac{14\pi}{3}$.

№13.18.1 а) $\frac{\pi}{3}+\pi n,\ \frac{2\pi}{3}+\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$; б) $\frac{5\pi}{3},\ \frac{7\pi}{3},\ \frac{8\pi}{3}$.

№13.19 а) $\frac{\pi}{6}+\pi n,\ -\frac{\pi}{6}+\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$; б) $\frac{11\pi}{6},\ \frac{13\pi}{6},\ \frac{17\pi}{6}$.

№13.19.1 а) $\frac{\pi}{3}+\pi n,\ -\frac{\pi}{3}+\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$; б) $\frac{4\pi}{3},\ \frac{5\pi}{3},\ \frac{7\pi}{3}$.

№13.20 а) $\pi n,\ \frac{\pi}{4}+2\pi n,\ -\frac{\pi}{4}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$; б) $2\pi,\ \frac{9\pi}{4},\ 3\pi$.

№13.20.1 а) $\frac{\pi}{3}+\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$; б) $\frac{10\pi}{3},\ \frac{13\pi}{3}$.

№13.21 а) $\frac{\pi}{4}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$; б) $\frac{17\pi}{4}$.

№13.21.1 а) $\frac{\pi}{6}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$; б) $-\frac{35\pi}{6}$.

№13.22 а) $\frac{\pi}{2}+2\pi n,\ \frac{\pi}{6}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$; б) $\frac{\pi}{6},\ \frac{\pi}{2}$.

№13.22.1 а) $\frac{\pi}{2}+2\pi n,\ \frac{5\pi}{6}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$; б) $\frac{\pi}{2},\ \frac{5\pi}{6}$.

№13.23 а) $\frac{\pi}{4} + 2\pi n,\ \frac{3\pi}{4} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{7\pi}{4},\ -\frac{5\pi}{4}$.

Стереометрия 2.

№14.1	$\frac{4\sqrt{5}}{5}$.
№14.2	97,5.
№14.2.1	22,5.
№14.3	$\operatorname{arctg}\frac{3\sqrt{5}}{2}$.
№14.4	16 : 9.
№14.5	$\operatorname{arctg}\frac{13}{5}$.
№14.5.1	$\operatorname{arctg}\frac{5}{3}$.
№14.6	$4\sqrt{3}$.
№14.7	$3\sqrt{2}$.
№14.8	$\arcsin\frac{\sqrt{70}}{21}$.
№14.9	16 : 25.
№14.9.1	5 : 1.
№14.10	$\sqrt{3}$.
№14.11	$\frac{5\sqrt{37}}{6}$.
№14.12	$\frac{\sqrt{19}}{3}$.
№14.12.1	$\frac{7\sqrt{10}}{6}$.
№14.13	3.
№14.14	$\frac{6\sqrt{19}}{19}$.
№14.14.1	$3\sqrt{6}$.
№14.15	$\frac{20}{3}$.
№14.15.1	10.
№14.16	3 : 2.
№14.16.1	3 : 2.
№14.17	$\frac{9\sqrt{3}}{4}$.
№14.18	13 : 23.
№14.19	3,6.
№14.20	$\sqrt{3}$.
№14.21	$\frac{30\sqrt{17}}{7}$.
№14.22	5 : 13.
№14.23	13 : 37.
№14.24	$\frac{15\sqrt{19}}{4}$.
№14.25	6.
№14.26	$2\arcsin\frac{3\sqrt{10}}{20}$.
№14.26.1	$\arccos\frac{37}{45}$.
№14.27	$\frac{5\sqrt{19}}{18}$.
№14.28	$\arccos\frac{\sqrt{105}}{105}$.
№14.29	146 : 239.
№14.30	12.
№14.31	49,5.
№14.32	$\frac{9\sqrt{5}}{4}$.
№14.33	$\frac{63\sqrt{26}}{10}$.
№14.34	4π.
№14.34.1	3.
№14.34.2	$8\sqrt{2}\pi$.
№14.35	435π.
№14.35.1	894π.
№14.35.2	150π.
№14.35.3	$\frac{420}{29}$.
№14.36	$\frac{\sqrt{6}}{36}$.

Неравенства.

№15.1 $[1;\ 2)\cup(3;\ +\infty)$.

№15.1.1 $(-\infty;\ 3)\cup[4;\ +\infty)$.

№15.1.2 $(-\infty;\ 1]\cup(2;\ 4)$.

№15.1.3 $(-\infty;\ 1]\cup(3;\ +\infty)$.

№15.2 $[2;\ 3]\cup(2\log_3 6;\ +\infty)$.

№15.2.1 $(-\infty;\ 1]\cup[4;\ \log_3 84)$.

№15.3 $\left\{\frac{1}{3}\right\}\cup\left(\frac{2}{3};\ +\infty\right)$.

№15.4 $\{1\}\cup(2;\ +\infty)$.

№15.4.1 $(-\infty;\ 0)\cup\left\{\frac{1}{3}\right\}\cup\left(\frac{2}{3};\ +\infty\right)$.

№15.5 $(-\infty;\ 1]\cup(\log_2 5;\ 3)$.

№15.6 $(-\infty;\ 0]\cup[\log_{11} 6;\ \log_{11} 10)\cup(\log_{11} 10;\ 1]$.

№15.7 $(-\infty;\ -1)\cup(-1;\ 1)\cup[\log_2 3;\ 2)$.

№15.8 $(-\infty;\ 0]\cup[2;\ 3]$.

№15.9 $\left(-\infty;\ -\sqrt{41}\right]\cup[-5;\ -3)\cup(3;\ 5]\cup\left[\sqrt{41};\ +\infty\right)$.

№15.9.1 $\left(-\infty;\ -\sqrt{43}\right]\cup[-5;\ -4)\cup(4;\ 5]\cup\left[\sqrt{43};\ +\infty\right)$.

№15.10 $\left(-5;\ -\sqrt{22}\right]\cup[-4;\ 4]\cup\left[\sqrt{22};\ 5\right)$.

№15.11 $\left(\frac{1}{2};\ 1\right] \cup [10;\ +\infty)$.

№15.11.1 $\left(0;\ \frac{\sqrt{5}}{5}\right] \cup \left[\frac{1}{2};\ 1\right)$.

№15.11.2 $(-4;\ -2] \cup [10;\ +\infty)$.

№15.11.3 $\left[-\frac{1}{6};\ -\frac{1}{24}\right) \cup (0;\ +\infty)$.

№15.11.4 $[-2;\ -1) \cup (0;\ 9]$.

№15.11.5 $\left(\frac{1}{2};\ \frac{4}{3}\right] \cup [3;\ +\infty)$.

№15.11.6 $\left(-16;\ -\frac{1}{4}\right] \cup (0;\ +\infty)$.

№15.11.7 $(-\infty;\ -12] \cup \left(-\frac{35}{8};\ 0\right]$.

№15.12 $[2;\ 3)$.

№15.12.1 $[1;\ 2)$.

№15.13 $\left(0;\ \frac{1}{64}\right) \cup \left\{\frac{1}{16}\right\} \cup (64;\ +\infty)$.

№15.13.1 $\left(0;\ \frac{1}{64}\right) \cup \left\{\frac{1}{2}\right\} \cup (64;\ +\infty)$.

№15.13.2 $(0;\ 1) \cup \{27\} \cup (81;\ +\infty)$.

№15.14 $\left(-1;\ -\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cup \left(-\frac{\sqrt{2}}{2};\ 0\right) \cup \left(0;\ \frac{1}{2}\right]$.

№15.15 $(0;\ 1) \cup \{8\} \cup (64;\ +\infty)$.

№15.15.1 $\left(0;\ \frac{1}{81}\right) \cup \left\{\frac{1}{9}\right\} \cup (81;\ +\infty)$.

№15.15.2 $\left(0;\ \frac{1}{25}\right) \cup \left\{\frac{1}{5}\right\} \cup (25;\ +\infty)$.

№15.15.3 $\left(0;\ \frac{1}{32}\right) \cup \{16\} \cup (32;\ +\infty)$.

№15.15.4 $\left(0;\ \frac{1}{64}\right) \cup \{4\} \cup (64;\ +\infty)$.

№15.16 $\left(0;\ \frac{1}{9}\right] \cup [9;\ 27) \cup (27;\ +\infty)$.

№15.16.1 $(0;\ 1] \cup [4;\ 64) \cup (64;\ +\infty)$.

№15.16.2 $\left(0;\ \frac{1}{8}\right] \cup [8;\ 32) \cup (32;\ +\infty)$.

№15.17 $(-\infty;\ -1] \cup \left[1;\ \frac{5}{2}\right) \cup \left(\frac{5}{2};\ +\infty\right)$.

№15.18 $\left[-\frac{11}{4};\ 5\right) \cup (5;\ +\infty)$.

№15.19 $(-2;\ -1] \cup \{1\}$.

№15.20 $[-2;\ 3) \cup (3;\ +\infty)$.

№15.21 $(1;\ 31]$.

№15.22 $(-4;\ -3] \cup [-1;\ +\infty)$.

№15.22.1 $\left(-4;\ -\frac{27}{7}\right] \cup \left[\frac{\sqrt{7}}{7} - 4;\ -3\right)$.

№15.23 $[2;\ 4)$.

№15.23.1 $(0;\ \log_5 3] \cup [\log_3 5;\ 2)$.

№15.24 $\left(0;\ \frac{1}{64}\right] \cup \left[\frac{1}{9};\ \frac{1}{5}\right)$.

№15.24.1 $\left(0;\ \frac{1}{27}\right] \cup \left[\frac{1}{8};\ 1\right)$.

№15.25 $\left[-\sqrt{10};\ 3\right] \cup \left[\sqrt{10};\ 4\right)$.

№15.25.1 $\left[-2\sqrt{2};\ 2\sqrt{2}\right] \cup [5;\ 6)$.

№15.25.2 $\left(-\infty;\ -3\sqrt{2}\right] \cup [3;\ 4)$.

№15.25.3 $(-\infty;\ -3] \cup \left[-2\sqrt{2};\ -2\right)$.

№15.25.4 $(-7;\ -6] \cup \left[-3\sqrt{2};\ 3\sqrt{2}\right]$.

Финансовые задачи.

№16.1	17.
№16.1.1	15.
№16.2	4.
№16.2.1	9.
№16.3	7.
№16.3.1	6.
№16.4	200 000.
№16.5	200 000.
№16.6	1100.
№16.7	1300.
№16.8	2.
№16.8.1	1.
№16.9	250 000.
№16.10	300 000.
№16.10.1	52 000.
№16.11	500 000.
№16.12	1 100 000.
№16.13	20.
№16.14	20.
№16.15	3.
№16.16	648 000.
№16.16.1	300 000.
№16.17	199 650.
№16.17.1	162 000.
№16.17.2	300 000.
№16.18	201 300.
№16.18.1	232 050.
№16.18.2	221 400.
№16.19	198 600.
№16.19.1	182 000.
№16.20	10.
№16.21	25.
№16.22	100 000.
№16.23	200 000.
№16.23.1	482 300.
№16.24	900 000.
№16.25	700 000.
№16.26	1 427 200.
№16.27	1 575 000.
№16.27.1	1 830 000.
№16.28	1 090 000.
№16.29	500 000.
№16.30	3.
№16.30.1	4.
№16.31	9.
№16.32	21.
№16.32.1	9.
№16.33	$\frac{19}{81}$; $\frac{17}{64}$.
№16.33.1	$\frac{43}{441}$; $\frac{41}{400}$.
№16.34	100.

Планиметрия 2.

№17.1	14.
№17.2	$\frac{12\sqrt{13}}{13}$.
№17.3	1 : 4.
№17.3.1	4 : 9.
№17.4	81 : 448.
№17.5	30 : 19.
№17.6	$\frac{22}{3}$.
№17.7	$60\sqrt{6}$.
№17.8	6.
№17.9	27.
№17.10	$\frac{3\sqrt{21}}{14}$.
№17.11	5.
№17.11.1	8.
№17.12	3 : 7.
№17.13	65.
№17.14	6.
№17.14.1	4.
№17.15	3 : 4.
№17.16	1 : 7.
№17.17	4,8.
№17.18	$3\sqrt{20-6\sqrt{2}}$.
№17.18.1	$5\sqrt{26}$.
№17.18.2	$\frac{35\sqrt{3}}{3}$.
№17.19	$\sqrt{3}$.
№17.20	1.
№17.21	40.
№17.22	0,6.
№17.23	1.
№17.23.1	3.
№17.23.2	6.
№17.23.3	2.
№17.24	$\frac{27\sqrt{11}}{11}$.
№17.25	$\frac{5}{4}$.
№17.25.1	$\frac{3}{4}$.
№17.26	9.
№17.27	600.
№17.28	49.
№17.29	24.
№17.30	6.
№17.31	$\frac{17}{3}$.
№17.32	$\frac{15\sqrt{2}}{4}$.
№17.33	18.
№17.34	$\frac{\sqrt{70}}{3}$.
№17.35	$\frac{35}{8}$.
№17.35.1	4,2.
№17.36	3.
№17.37	$\frac{17\sqrt{3}-3\sqrt{13}}{10}$.
№17.38	33,8.
№17.39	$\frac{324}{7}$.
№17.40	4.
№17.41	9,6.
№17.42	54.
№17.43	$\sqrt{34}$.

№17.44 $\frac{240}{17}$.

№17.45 7,5.

Задачи с параметром.

№18.1 $\left(-\frac{2}{5};\ 0\right] \cup \left\{\frac{1}{5}\right\} \cup \left(\frac{1}{2};\ \frac{4}{5}\right)$.

№18.2 $\{0\} \cup [1;\ +\infty)$.

№18.2.1 $\{0\} \cup \left[\frac{1}{2};\ +\infty\right)$.

№18.3 $\left(-\frac{8}{3};\ -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{5}{3};\ \frac{8}{3}\right)$.

№18.3.1 $\left(-\frac{5}{2};\ -\frac{1}{2}\right) \cup \left[-\frac{1}{4};\ 2\right)$.

№18.4 $\left\{-\frac{1}{2}\right\} \cup \left[-\frac{1}{3};\ 0\right]$.

№18.5 $\left(-\frac{5}{4};\ -\frac{3}{4}\right] \cup \left[\frac{3}{4};\ \frac{5}{4}\right)$.

№18.5.1 $\left(-\frac{25}{7};\ -\frac{24}{7}\right] \cup \left[\frac{24}{7};\ \frac{25}{7}\right)$.

№18.5.2 $\left(\frac{1}{4};\ \frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{11}{2};\ \frac{23}{4}\right)$.

№18.6 $\left(-\infty;\ -\frac{4}{3}\right) \cup \left(-\frac{4}{3};\ 0\right)$.

№18.6.1 $(-\infty;\ -2) \cup (-2;\ 0)$.

№18.7 $\left[-\frac{1}{2};\ 0\right) \cup \{1\}$.

№18.8 $(-\infty;\ -6) \cup (-6;\ -2) \cup (-2;\ 0) \cup (0;\ 2) \cup (2;\ 6) \cup (6;\ +\infty)$.

№18.8.1 $(-\infty;\ -6) \cup (-6;\ -3) \cup (-3;\ 0) \cup (0;\ 3) \cup (3;\ 6) \cup (6;\ +\infty)$.

№18.9 $\{-2\} \cup \{1\} \cup [6;\ +\infty)$.

№18.9.1 $(-\infty;\ -6] \cup \left\{-\frac{1}{4}\right\} \cup \left\{\frac{1}{2}\right\}$.

№18.10 $(-2;\ -1)\cup(0;\ 7)\cup(8;\ 9)$.

№18.10.1 $[-1;\ 0]\cup[7;\ 8]$.

№18.11 $\left(-8;\ -1-\sqrt{5}\right)\cup(0;\ 1)\cup\left(\sqrt{5}-1;\ 2\right)$.

№18.11.1 $\left(1-\sqrt{5};\ -1\right)\cup\left(0;\ 1+\sqrt{5}\right)$.

№18.12 $(-\infty;\ 0]\cup\{2\}\cup\{4\}\cup[6;\ +\infty)$.

№18.12.1 $(0;\ 2)\cup(2;\ 4)\cup(4;\ 6)$.

№18.13 $(-\infty;\ -2\pi)\cup\{-\pi\}\cup\left\{-\dfrac{\pi}{2}\right\}\cup(0;\ +\infty)$.

№18.13.1 $(-\infty;\ -\pi]\cup\left\{\dfrac{\pi}{2}\right\}\cup[\pi;\ +\infty)$.

№18.14 $\left(0;\ \dfrac{1}{3}\right)$.

№18.15 $(-\infty;\ 0)\cup\left(0;\ \dfrac{7}{4}\right]\cup\{2\}\cup\{4\}$.

№18.15.1 $(-18;\ -13]\cup\{-10\}\cup\{14\}$.

№18.16 $\{-13\}\cup[-9;\ 3)$.

№18.16.1 $\{-1\}\cup\{1\}\cup\left[\dfrac{9}{7};\ 3\right)$.

№18.17 $\left\{-\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right\}\cup\left[-\dfrac{3}{14};\ \dfrac{1}{2}\right]\cup\left\{\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right\}$.

№18.17.1 $\{2-2\sqrt{2}\}\cup\left[0;\ \dfrac{24}{5}\right]\cup\{2+2\sqrt{2}\}$.

№18.18 $(4;\ 16]$.

№18.18.1 $[1;\ 9)$.

№18.19 $(-\infty;\ -3)\cup\left\{-\frac{1}{3}\right\}\cup\{0\}\cup\left\{\frac{1}{3}\right\}\cup(3;\ +\infty)$.

№18.19.1 $(-\infty;\ -3]\cup\left\{-\frac{1}{3}\right\}\cup\{0\}\cup\left\{\frac{1}{3}\right\}\cup[3;\ +\infty)$.

№18.19.2 $(-\infty;\ -2)\cup\left(-2;\ -\frac{1}{2}\right]\cup\{0\}\cup\left[\frac{1}{2};\ 2\right)\cup(2;\ +\infty)$.

№18.20 $(-\infty;\ 0]\cup\left(\frac{1}{3};\ +\infty\right)$.

№18.21 $\left(4-2\sqrt{2};\ \frac{4}{3}\right)\cup\left(4;\ 4+2\sqrt{2}\right)$.

№18.22 $(-5;\ -4)\cup(-4;\ -3)$.

№18.22.1 $(-\infty;\ -9)\cup(-8;\ 0)\cup(1;\ +\infty)$.

№18.23 $\left(-\infty;\ -\frac{1}{4}\right)\cup\left(\frac{9}{4};\ +\infty\right)$.

№18.24 $(2;\ 4)\cup\left\{\frac{17}{4}\right\}$.

№18.25 $(-\infty;\ -3)\cup(-3;\ 0)\cup\left(3;\ \frac{25}{8}\right)$.

№18.25.1 $\left(-\frac{2\sqrt{11}}{11};\ -\frac{3}{5}\right)\cup\left(-\frac{3}{5};\ 0\right)$.

№18.26 $\left(-\frac{4}{3};\ -\frac{3}{4}\right)\cup\left(\frac{3}{4};\ 1\right)\cup\left(1;\ \frac{4}{3}\right)$.

№18.27 $\left(-\frac{17}{4};\ -2\right)\cup(-2;\ 2)\cup\left(2;\ \frac{17}{4}\right)$.

№18.28 $(-9;\ -1)\cup(1;\ 9)$.

№18.29 $\left(2;\ 6-2\sqrt{2}\right)\cup\left(6+2\sqrt{2};\ +\infty\right)$.

№18.30 $\left(-2\sqrt{2};\ 2\right]$.

№18.30.1 $\left(-2;\ 2\sqrt{2}\right]$.

№18.31 $\left(1;\ 2\sqrt{3}\right]$.

№18.31.1 $\left[\frac{1}{2};\ \sqrt{3}\right)$.

“Нестандартные” задачи.

№19.1 а) Да; б) Нет; в) $\frac{283}{190}$.

№19.1.1 а) Да; б) Нет; в) 51.

№19.2 а) Нет; б) 388; в) 187.

№19.3 а) Да; б) Нет; в) 403.

№19.4 а) Да; б) Нет; в) 9.

№19.5 а) Да; б) Нет; в) $\frac{5}{7}$.

№19.6 а) Да; б) Да; в) 3.

№19.7 а) Да; б) Нет; в) 138.

№19.7.1 а) Да; б) Нет; в) 303.

№19.8 а) Нет; б) Нет; в) 11.

№19.8.1 а) Да; б) Нет; в) 4.

№19.9 а) Да; б) Нет; в) 10.

№19.9.1 а) Да; б) Нет; в) 11,6.

№19.10 а) Да; б) Нет; в) 2004.

№19.11 а) Да; б) Нет; в) Верно.

№19.12 а) Да; б) Нет; в) 10 035.

№19.13 а) Да; б) Нет; в) 810.

№19.14 а) Да; б) Нет; в) 6.

№19.15 а) Нет; б) Нет; в) 3.

№19.15.1 а) Да; б) Нет; в) 5.

№19.16 а) 4; б) 102; в) 201.

№19.16.1 а) 6; б) 89; в) 19.

№19.17 а) Да; б) Нет; в) 10.

№19.17.1 а) Да; б) Нет; в) 90.

№19.18 а) Да; б) Нет; в) 50.

№19.19 а) Нет; б) Нет; в) $\frac{24}{11}$.

№19.19.1 а) Нет; б) Нет; в) 10,5.

№19.19.2 а) Нет; б) Нет; в) 11,8.

№19.20 а) Да; б) Да; в) 34.

№19.20.1 а) Да; б) Да; в) 48.

№19.21 а) Да; б) Нет; в) 37.

№19.21.1 а) Да; б) Нет; в) 35.

№19.21.2 а) Да; б) Нет; в) 31.

№19.21.3 а) Да; б) Нет; в) 33.

№19.22 а) Нет; б) Нет; в) 4.

№19.23 а) Да; б) Нет; в) 14.

№19.23.1 а) Да; б) Нет; в) 9554.

№19.24 а) Да; б) Нет; в) 6.

№19.25 а) Нет; б) Нет; в) 182.

№19.25.1 а) Нет; б) Нет; в) 226.

№19.26 а) 1, 2, 3, 4, 5, 12, 6, 7, 8, 9, 11, 10; б) Нет; в) 72

№19.27 а) 15; б) Нет; в) 29.

№19.28 а) Да; б) Нет; в) 1995.

№19.29 а) Да; б) Нет; в) 6.

№19.30 а) Да; б) Нет; в) 3.

АВТОРСКИЕ ПРАВА

О составителе.

Пользовательское соглашение.