

Práctica 6: interpolación de Chebychev.

1. Problema: interpolar la función:

$$f(x) = \tanh\{20 \sin(12x)\} + \frac{2}{100}e^{3x} \sin(300x),$$

en el intervalo $[0, 1]$.

Utilizar el conjunto de nodos de Chebychev:

$$z_j = \cos\left(\frac{j\pi}{n}\right), \quad j = 0, 1, \dots, n.$$

El intervalo es el $[0, 1]$, con lo que habrá que realizar un cambio de variable adecuado, es decir, los nodos sobre los que se realiza la interpolación son:

$$x_j = \frac{1}{2}(1 + z_j).$$

Se puede utilizar la forma de Lagrange u, opcionalmente, la baricéntrica (la fórmula no cambia a pesar del cambio de variable):

$$\Pi_n f(x) = \frac{\sum_{j=0}^n ' (-1)^j f_j (x - x_j)^{-1}}{\sum_{j=0}^n ' (-1)^j (x - x_j)^{-1}}, \quad x \neq x_j.$$

Recuérdese que el símbolo ' en los sumatorios indica que el primer y último términos de las sumas deben dividirse por 2.

- (a) Representar la función en un conjunto de 2000 puntos para visualizarla primero.
- (b) Utilizar $n = 10^2, 2 \times 10^2, \dots$ etc. nodos de interpolación e ir visualizando el error local:

$$\varepsilon(x) = |\Pi_n f(x) - f(x)|,$$

cometido a medida que se aumenta el número de puntos. Para ello utilizar una gráfica semilogarítmica.

- (c) Obtener el número de nodos necesario para que el $\varepsilon(x) < 10^{-6}$ en todo el intervalo $[0, 1]$.