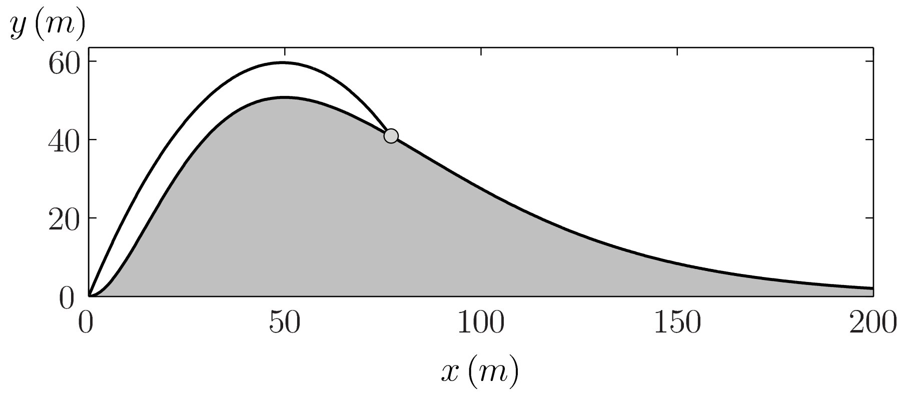
Práctica 4: resolución numérica de ecuaciones trascendentes (aplicaciones físicas).

1. **Problema:** nos encontramos en el valle de un montículo de unos 50 metros de altura aproximadamente y queremos lanzar una pelota al otro lado de la cima del mismo. El perfil del montículo viene dado por la ecuación $y(x) = ax^2 \mathrm{e}^{-bx}$. Tanto y como x vienen dados en metros, siendo $a = 0.15\,\mathrm{m}^{-1}$ y $b = 0.04\,\mathrm{m}^{-1}$. Lanzamos la pelota desde $(x_0, y_0) = (0, 0)\,\mathrm{m}$ con una velocidad inicial $v_0 = 37\,\mathrm{ms}^{-1}$ y un ángulo inicial de $\alpha_0 = 67.5^{\mathrm{o}}$ (ver figura).



(a) Plantear la ecuación $F(x, v_0, \alpha_0) = 0$ que determina la intersección de la parábola con el perfil del montículo. Representar en una gráfica el perfil del montículo $y(x)$, la parábola de la trayectoria y $F(x, v_0, \alpha_0)$ para $x \in [0, 200]$.

(b) Desde un código principal .m de MATLAB, determinar el punto de impacto con el método de Newton. Para ello es conveniente editar una función .m de MATLAB para $F(x, v_0, \alpha_0)$ y una función .m para el Newton.

(c) Representar gráficamente el alcance y el error en función de la iteración.

(d) Obtener el orden de convergencia p del Newton. Puesto que:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{|\, x_{n+1} - \alpha \,|}{|\, x_n - \alpha \,|^p} = \lim_{n\to\infty} \frac{\varepsilon_{n+1}}{\varepsilon_n^p} = C,$$

siendo α el valor final de la iteración, es posible encontrar p representando en una gráfica doble logarítmica ε_{n+1} en función de ε_n:

$$\log \varepsilon_{n+1} = p \log \varepsilon_n + \log C$$

La ecuación de la recta de ajuste se puede obtener con el comando *regression* de matlab.

(e) Sin cambiar la velocidad inicial, variamos α_0 en el rango $[5^{\mathrm{o}}, 80^{\mathrm{o}}]$.

i) Representar gráficamente la coordenada x_{imp} de impacto y el número de iteraciones necesarias para encontrarla en función de α_0.

ii) Determinar el ángulo inicial mínimo α_0^{min} necesario para que la pelota pase a la derecha de la cima del montículo.

iii) Comentar qué tipo de irregularidad se observa en esa función cerca del ángulo mínimo. Comprobad que el método iterativo converge más lentamente cuando el ángulo buscado es el mínimo. Intentar explicar la causa de la lentitud de convergencia basándose en el mal condicionamiento del problema.