

Banco de Dados

Álgebra Relacional

Prof. Enzo Seraphim



Operações da Álgebra Relacional – Introdução

- A álgebra relacional é composta por um conjunto de operações utilizadas para manipular Relações como um todo
- Toda Operação Relacional é definida sobre uma ou mais relações, e seu resultado sempre é uma relação, a qual pode ser utilizada em operações subsequentes
- Do ponto de vista algébrico, uma relação é um elemento imutável, atômico. Assim, não existem operações de inclusão ou modificação de tuplas, ou de definição de relações



Operações da Álgebra Relacional – Introdução

- Os operadores Relacionais são definidos tendo por objetivo atender:
 - **As restrições de uma Álgebra** de maneira a garantir propriedades desejáveis e permitir a preservação (ou o controle) dessas propriedades nas relações resultantes
 - **As necessidades de Implementação**, de maneira a que cada operador corresponda a um algoritmo que possa ser executado num computador, realizando aquela operação numa base de dados nele armazenado



Operações da Álgebra Relacional – Introdução

- As operações relacionais podem ser divididas em 3 grupos:
 - Operações sobre Conjuntos
 - União
 - Interseção
 - Diferença
 - Complemento
 - Produto Cartesiano
 - Complemento Ativo
 - Operações Relacionais Unárias
 - Seleção
 - Projeção



Operações da Álgebra Relacional – Introdução

- ...

- Operações Relacionais Binárias
 - Junção
 - Divisão



Operações da Álgebra Relacional – Introdução

- Além disso a álgebra relacional utiliza uma notação (relativamente) padrão, a qual incorpora ainda mais duas “operações”, embora estas não sejam operações no sentido matemático do termo:
 - Atribuição de Nome a Relações
 - Permite atribuir um nome a uma relação que não tenha - em particular a relações que são o resultado de uma expressão da álgebra relacional:
 - Nome \leftarrow Expressão da Álgebra Relacional



Operações da Álgebra Relacional – Introdução

- ...

- Substituição de Nomes de Atributos

- Permite dar um novo nome para os atributos uma relação que resulta de uma operação da Álgebra Relacional:
 - NomeRelação (NomeAtributo, ...) \leftarrow Expressão da Álgebra Relacional



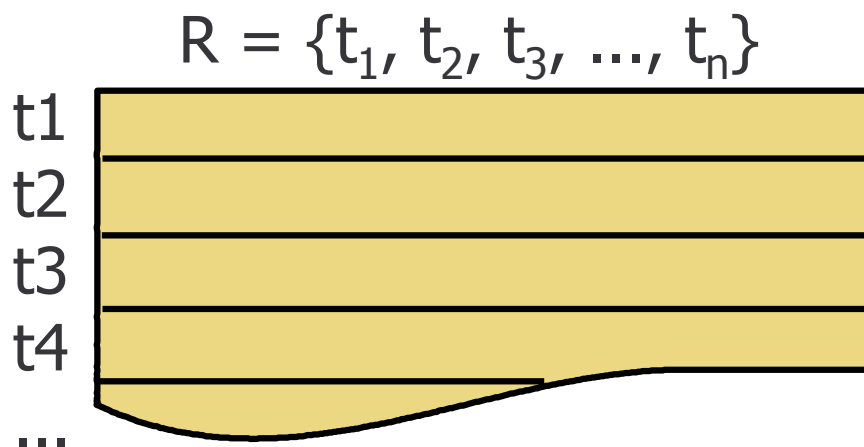
Operações da Álgebra Relacional – Introdução

- Por exemplo:
 - $\text{Aluno} = \{\text{Nome}, \text{Idade}, \text{Curso}\}$
 - $\text{Professor} = \{\text{Nome}, \text{Idade}, \text{Depto}\}$
- Atribuição de Nome à Relações
 - $\text{Pessoa} \leftarrow \text{Aluno} \cup \text{Professor}$



Operações da Álgebra Relacional – Operações sobre Conjuntos

- O grupo das Operações sobre Conjuntos da Álgebra Relacional Corresponde às operações usuais da Teoria dos Conjuntos
- Dentro da Álgebra Relacional elas são definidas considerando-se que cada relação é um conjunto de tuplas





Operações da Álgebra Relacional – Operações sobre Conjuntos

Para que duas relações possam ser operadas por uma operação sobre conjunto, é necessário que ambas as relações sejam “Compatíveis de Domínio” (ou “*Union Compatible*”)



Operações da Álgebra Relacional – Operações sobre Conjuntos

- Duas relações $R(A_1, A_2, \dots, A_n)$ e $S(B_1, B_2, \dots, B_n)$ são ditas Compatíveis de Domínio se ambas têm o mesmo grau n e se $\text{Dom}(A_i) = \text{Dom}(B_i)$, $1 \leq i \leq n$
- Ou seja, duas relações são Compatíveis de Domínio quando além de ter o mesmo número de atributos, cada par de atributos correspondentes têm o mesmo domínio

Aluno = {Nome, Idade, Curso}
Professor = {Nome, Idade, Depto}
Funcionário = {Nome, Depto, Idade}

$\text{Dom}(\text{nome}) = \text{Char}(30)$
 $\text{Dom}(\text{idade}) = \text{int}$
 $\text{Dom}(\text{Curso}) = \text{Char}(5)$
 $\text{Dom}(\text{Depto}) = \text{Char}(5)$



Operações da Álgebra Relacional – Operações sobre Conjuntos

- Duas relações $R(A_1, A_2, \dots, A_n)$ e $S(B_1, B_2, \dots, B_n)$ são ditas Compatíveis de Domínio se ambas têm o mesmo grau n e se $\text{Dom}(A_i) = \text{Dom}(B_i)$, $1 \leq i \leq n$
- Ou seja, duas relações são Compatíveis de Domínio quando além de ter o mesmo número de atributos, cada par de atributos correspondentes têm o mesmo domínio

Aluno = {Nome
Professor = {No
Funcionário = {

Aluno é compatível com
Professor, mas não
com Funcionário

ome) = Char(30)
idade) = int
urso) = Char(5)
epto) = Char(5)



Operações da Álgebra Relacional – Operações sobre Conjuntos

- Note-se que a semântica de uma relação não é importante, mas sim sua estrutura. No caso a ordem dos atributos vale mais do que o fato dos tipos de dados serem distintos
- As operações binárias sobre conjuntos da Álgebra Relacional somente podem operar sobre pares de relações Compatíveis em Domínio



Operações da Álgebra Relacional – Operações sobre Conjuntos

- Tais operações são as usuais da teoria dos conjuntos:
 - União $\rightarrow R \cup S$
 - O resultado contém todas as tuplas de S, e todas as tuplas de R, porém tuplas que estão em ambas aparecem apenas uma vez
 - Interseção $\rightarrow R \cap S$
 - O resultado contém apenas as tuplas que estão em R e também em S
 - Diferença $\rightarrow R - S$
 - O resultado contém as tuplas que estão em R mas não estão em S



Operações da Álgebra Relacional – Operações sobre Conjuntos

- Devido às necessidades de consulta, as vezes considera-se uma outra operação:
 - União Exclusiva $\rightarrow R \cup | S$
 - O resultado contém as tuplas que estão em S ou em R, mas não as tuplas que estão em ambas



Operações da Álgebra Relacional – Operações sobre Conjuntos – Exemplos

Aluno = {Nome, Idade, Curso} =
{<Zeca, 25, computação>,
<Zico, 18, eletrônica>,
<Juca, 21, odontologia>,
<Tuca, 18, computação> }

Professor = {Nome, Idade, Depto} =
{<Zeca, 25, computação>,
<Ari, 30, computação>,
<Eva, 27, eletrônica>}

Interseção

Aluno \cap Professor =
{Nome, Idade, Curso}
{<Zeca, 25, computação>}

Convenciona-se usar os
nomes dos atributos da
relação da esquerda,
quando não especificado



Operações da Álgebra Relacional – Operações sobre Conjuntos – Exemplos

Aluno = {Nome, Idade, Curso} =
{<Zeca, 25, computação>,
<Zico, 18, eletrônica>,
<Juca, 21, odontologia>,
<Tuca, 18, computação> }

Professor = {Nome, Idade, Depto} =
{<Zeca, 25, computação>,
<Ari, 30, computação>,
<Eva, 27, eletrônica>}

União

Aluno \cup Professor =
{Nome, Idade, Curso}
{<Zeca, 25, computação>,
<Zico, 18, eletrônica>,
<Juca, 21, odontologia>,
<Tuca, 18, computação>,
<Ari, 30, computação>,
<Eva, 27, eletrônica>}



Operações da Álgebra Relacional – Operações sobre Conjuntos – Exemplos

Aluno = {Nome, Idade, Curso} =
{<Zeca, 25, computação>,
<Zico, 18, eletrônica>,
<Juca, 21, odontologia>,
<Tuca, 18, computação> }

Professor = {Nome, Idade, Depto} =
{<Zeca, 25, computação>,
<Ari, 30, computação>,
<Eva, 27, eletrônica>}

Note-se que a operação
Diferença não é comutativa

Diferença

Aluno - Professor =
{Nome, Idade, Curso}
{<Zico, 18, eletrônica>,
<Juca, 21, odontologia>,
<Tuca, 18, computação>}

Diferença

Professor - Aluno =
{Nome, Idade, Depto}
{<Ari, 30, computação>,
<Eva, 27, eletrônica>}



Operações da Álgebra Relacional – Operações sobre Conjuntos – Exemplos

Aluno = {Nome, Idade, Curso} =
{<Zeca, 25, computação>,
<Zico, 18, eletrônica>,
<Juca, 21, odontologia>,
<Tuca, 18, computação> }

Professor = {Nome, Idade, Depto} =
{<Zeca, 25, computação>,
<Ari, 30, computação>,
<Eva, 27, eletrônica>}

União Exclusiva

Aluno \cup | Professor =
{Nome, Idade, Curso}
{<Zico, 18, eletrônica>,
<Juca, 21, odontologia>,
<Tuca, 18, computação>,
<Ari, 30, computação>,
<Eva, 27, eletrônica>}



Operações da Álgebra Relacional – Operações sobre Conjuntos

- Complemento de uma relação $\neg R$
 - Como na AR Relações são subconjuntos do produto cartesiano dos domínios dos atributos dessa relação, pode-se considerar que o universo de uma relação é o próprio produto cartesiano
 - Seja $R = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$
 - $\text{Universo}(R) = \text{Dom}(A_1) \boxtimes \text{Dom}(A_2) \boxtimes \dots \text{Dom}(A_n)$
 - $\neg R = \text{Universo}(R) - R$
 - $\neg R = \text{Dom}(A_1) \boxtimes \text{Dom}(A_2) \boxtimes \dots \text{Dom}(A_n) - R$



Operações da Álgebra Relacional – Operações sobre Conjuntos

- Complemento de uma relação $\neg R$
 - Essa operação até é usada em situações raríssimas, mas usualmente ela não tem muita serventia prática, pois os domínios dos atributos são usualmente conjunto com muito elementos

Aluno = {Nome, Idade, Curso} =
{<Zeca, 25, computação>,
 <Zico, 18, eletrônica>,
 <Juca, 21, odontologia>,
 <Tuca, 18, computação> }



Operações da Álgebra Relacional – Operações sobre Conjuntos

- Complemento de uma relação $\neg R$
 - Essa operação até é usada em situações raríssimas, mas usualmente ela não tem muita serventia prática, pois os domínios dos atributos são usualmente conjunto com muito elementos

Aluno = {Nome, Idade, Curso} =

$\text{Grau}(\text{Aluno}) = 4$ { $\begin{aligned} &\langle \text{Zeca}, 25, \text{computação} \rangle, \\ &\langle \text{Zico}, 18, \text{eletrônica} \rangle, \\ &\langle \text{Juca}, 21, \text{odontologia} \rangle, \\ &\langle \text{Tuca}, 18, \text{computação} \rangle \end{aligned}$ }

$\text{Dom}(\text{nome}) = \text{char}(30) \rightarrow \text{Grau}(\text{Nome}) = 96^{30}$

$\text{Dom}(\text{Idade}) = \text{int}[0-149] \rightarrow \text{Grau}(\text{Idade}) = 150$

$\text{Dom}(\text{Curso}) = \text{char}(6) \rightarrow \text{Grau}(\text{Curso}) = 96^6$

$$\begin{aligned} \text{Grau}(\neg \text{Aluno}) &= \\ 96^{30} * 150 * 96^6 - 4 &= \\ 3.45 * 10^{73} - 4 \end{aligned}$$





Operações da Álgebra Relacional – Operações sobre Conjuntos

- Assim, foi criada uma outra operação de complemento de relações para a álgebra relacional, mais útil em situações práticas
- Complemento ativo de uma relação \neg^*R
 - A operação da álgebra relacional complemento ativo de uma relação R é definida sobre o conceito de Domínio Ativo de um Atributo da Relação



Operações da Álgebra Relacional – Operações sobre Conjuntos

- Domínio Ativo de um Atributo - $\text{Dom}^*(\text{Atr})(R)$
 - O Domínio Ativo de um Atributo é definido sobre cada relação que o atributo participa
 - O Domínio Ativo de um Atributo Atr definido sobre uma relação R é o conjunto de todos os valores que esse atributo assume nessa relação

Aluno = {Nome, Idade, Curso} =
{<Zeca, 25, computação>,
<Zico, 18, eletrônica>,
<Juca, 21, odontologia>,
<Tuca, 18, computação> }

$\text{Dom}^*(\text{Nome})(\text{Aluno}) =$
 $\{\text{Zeca, Zico, Juca, Tuca}\}$

$\text{Dom}(\text{Idade})(\text{Aluno}) =$
 $\{18, 21, 25\}$

$\text{Dom}(\text{Curso})(\text{Aluno}) =$
 $\{\text{Computação, Eletrônica, Odontologia}\}$

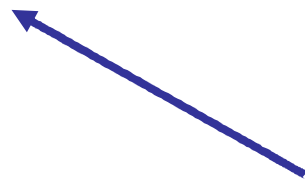


Operações da Álgebra Relacional – Operações sobre Conjuntos

- Complemento ativo de uma relação \neg^*R
 - É o conjunto:
 - $\text{Dom}^*(A_1)(R) \boxtimes \text{Dom}^*(A_2)(R) \boxtimes \dots \text{Dom}^*(A_n)(R) - R$

$$\text{Grau}(\neg^*\text{Aluno}) = \\ (4 * 3 * 3) - 4 = 32$$

$\text{Dom}^*(\text{Nome})(\text{Aluno}) =$
 $\{\text{Zeca}, \text{Zico}, \text{Juca}, \text{Tuca}\}$
 $\text{Dom}(\text{Idade})(\text{Aluno}) =$
 $\{18, 21, 25\}$
 $\text{Dom}(\text{Curso})(\text{Aluno}) =$
 $\{\text{Computação}, \text{Eletrônica}, \text{Odontologia}\}$





Operações da Álgebra Relacional – Operações sobre Conjuntos

- Seja a relação que indica quais departamentos participam da ministração de quais cursos:

Ministra = {Curso, Depto}
 {<Compt., ECO>,
 <Compt., CCO>,
 <Matem., CCO>}

Dom(Depto) = Char(7) Grau(Depto) = 96^7

Dom(Curso) = Char(6) Grau(Curso) = 96^6

$\text{Grau}(\neg \text{Ministra}) = 96^6 * 96^7 - 6 = 5.8 * 10^{25} - 6$



Operações da Álgebra Relacional – Operações sobre Conjuntos

- Seja a consulta:
 - “Quais são os departamentos que não participam de quais cursos”

$\neg^* \text{Ministra} = \{\text{Curso}, \text{Depto}\}$
 $\{ \langle \text{Compt.}, \text{EEL} \rangle, \langle \text{Matem.}, \text{EEL} \rangle, \langle \text{Matem.}, \text{ECO} \rangle \}$

$\text{Ministra} = \{\text{Curso}, \text{Depto}\}$
 $\{ \langle \text{Compt.}, \text{ECO} \rangle, \langle \text{Compt.}, \text{CCO} \rangle, \langle \text{Matem.}, \text{CCO} \rangle, \langle \text{Eletron.}, \text{CCO} \rangle, \langle \text{Eletron.}, \text{ECO} \rangle, \langle \text{Eletron.}, \text{EEL} \rangle, \}$

$\text{Dom}(\text{Depto})\{\text{Ministra}\} = \{\text{ECO}, \text{CCO}, \text{EEL}\}$
 $\text{Dom}(\text{Curso})\{\text{Ministra}\} = \{\text{Computação}, \text{Matemática}, \text{Eletrônica}\}$
 $\text{Grau}(\neg^* \text{Ministra}) = 3 * 3 - \text{Grau}(\text{Ministra}) = 9 - 6 = 3$



Operações da Álgebra Relacional – Operações sobre Conjuntos

- Produto Cartesiano: $R \times S$
 - A operação da álgebra relacional Produto Cartesiano de duas Relações, tal como as demais operações sobre conjuntos, também não leva em conta a estrutura de cada relação
 - Assim, a operação Produto Cartesiano de duas relações R e S tem como resultado uma relação que tem como atributos a concatenação dos atributos da relação R e da relação S , e tem como tuplas todas as combinações possíveis de valores de R com valores de S
 - Esta operação difere das demais operações sobre conjuntos, no sentido de que, ao contrário das demais, não impõe que as relações devam ser Compatíveis de Domínio

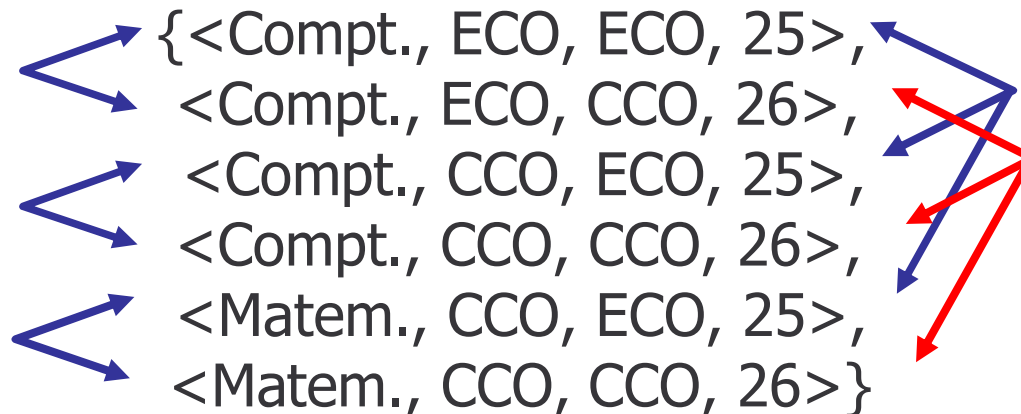


Operações da Álgebra Relacional – Operações sobre Conjuntos

Ministra = {Curso, Depto}
{<Compt., ECO>,
<Compt., CCO>,
<Matem., CCO>}

D#Matric = {Depto, Dia}
{<ECO, 25>,
<CCO, 26>}

Ministra X D#Matric = {Curso, Mdepto, Ddepto, Dia}


$$\begin{aligned} &\{<\text{Compt.}, \text{ECO}, \text{ECO}, 25>,\ \\ &\quad <\text{Compt.}, \text{ECO}, \text{CCO}, 26>,\ \\ &\quad <\text{Compt.}, \text{CCO}, \text{ECO}, 25>,\ \\ &\quad <\text{Compt.}, \text{CCO}, \text{CCO}, 26>,\ \\ &\quad <\text{Matem.}, \text{CCO}, \text{ECO}, 25>,\ \\ &\quad <\text{Matem.}, \text{CCO}, \text{CCO}, 26>\} \end{aligned}$$

Operações da Álgebra Relacional – Operações Relacionais Unárias

- As operações relacionais levam em conta a estrutura interna das relações, em termos de quais são os atributos que as compõem.
- Ou seja, não tratam as relações apenas como um conjunto de tuplas, mas como um subconjunto de produtos cartesianos de domínios de atributos.
 - $R = \{Atr_1, Atr_2, Atr_3, \dots, Atr_n\}$
- Existem basicamente 2 operações relacionais unárias:
 - Seleção
 - Projeção

	Atr ₁	Atr ₂	Atr ₃	Atr ₄	...
t1					
t2					
t3					
t4					
...					



Operações da Álgebra Relacional –

Operações Relacionais Unárias - Seleção

- Operação de Seleção - $\sigma_{\text{(condição)}}R$
 - A operação de seleção aplicada sobre uma relação R resulta num subconjunto das tuplas de R que satisfazem à <condição> indicada
 - A <condição> sempre é uma operação de comparação (=, >, <, etc) de um atributo da relação com:
 - Uma constante
 - Ou com outro atributo da própria relação, comparando valores de dois atributos da mesma tupla



Operações da Álgebra Relacional –

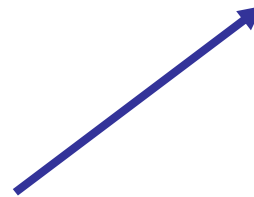
Operações Relacionais Unárias - Seleção

Aluno = {Nome, Idade, Curso} =
{<Zeca, 25, computação>,
 <Zico, 18, eletrônica>,
 <Juca, 21, odontologia>,
 <Tuca, 18, computação> }

Resultado:
{<Juca, 21, odontologia>}

- Por Exemplo:
 - Selecione os Alunos que fazem odontologia.
 - Corresponde a operação $\sigma_{(\text{curso} = \text{"odontologia"})}$ Aluno

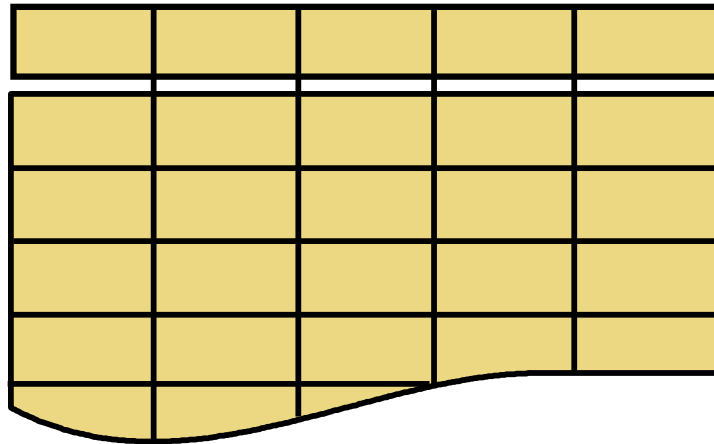
Note-se que neste caso a condição compara um atributo da relação com uma constante



Operações da Álgebra Relacional –

Operações Relacionais Unárias - Seleção

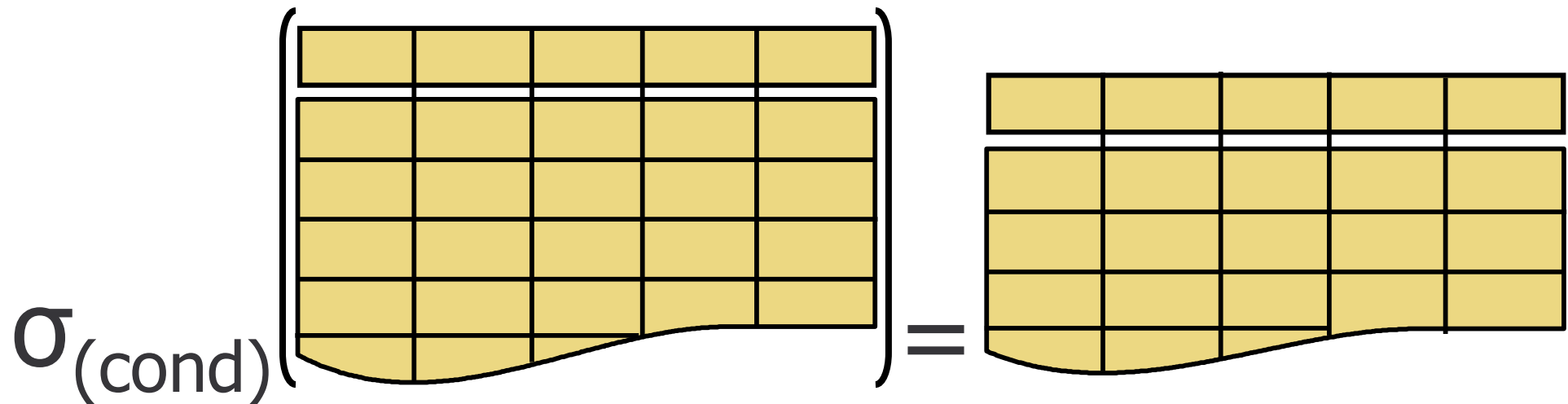
- Intuitivamente, a operação de Seleção pode ser vista como escolhendo-se algumas “linhas” da tabela que é a relação



Operações da Álgebra Relacional –

Operações Relacionais Unárias - Seleção

- Intuitivamente, a operação de Seleção pode ser vista como escolhendo-se algumas “linhas” da tabela que é a relação





Operações da Álgebra Relacional –

Operações Relacionais Unárias - Seleção

- Existem consultas que comparam dois atributos da mesma relação. Essa forma em geral é aplicada sobre relações que resultam de um produto cartesiano:
 - *Selecione os departamentos em que cada aluno cumpre as disciplinas de seu curso*
 - Corresponde a seqüência de operações:
 - $\text{AlunoDepto} \leftarrow \text{Aluno} \times \text{Ministra}$
 - $\text{AlunoDepto} = \{\text{Nome}, \text{Idade}, \text{ACurso}, \text{Mcurso}, \text{Depto}\}$
 - $\sigma_{(\text{acurso} = \text{mcurso})} \text{AlunoDepto}$



Operações da Álgebra Relacional –

Operações Relacionais Unárias - Seleção

- Note-se que ambos os atributos comparados devem pertencer à Relação
- A seleção verifica tupla por tupla se a condição é satisfeita. Sempre que for, aquela tupla passa para a relação resultado. Quando dois atributos são comparados, verifica-se o valor de ambos na mesma tupla



Operações da Álgebra Relacional – Operações Relacionais Unárias - Projeção

- Operação de Projeção - $\pi_{\text{(atributos)}} R$
 - A operação de projeção aplicada sobre um relação R resulta numa relação que tem apenas os atributos indicados na lista de <atributos>
 - A lista de <atributos> é um subconjunto do conjunto de atributos da própria relação



Operações da Álgebra Relacional –

Operações Relacionais Unárias - Projeção

Aluno = {Nome, Idade, Curso} =
{<Zeca, 25, computação>,
<Zico, 18, eletrônica>,
<Juca, 21, odontologia>,
<Tuca, 18, computação> }

{<Zeca, 25>,
<Zico, 18>,
<Juca, 21>,
<Tuca, 18> }

- **Consulta:** *Obtenha o nome e idade dos Alunos*
- Corresponde a seguinte operação: $\pi_{(\text{Nome}, \text{Idade})} \text{ Aluno}$
- O que resulta na relação: {Nome, Idade}
- Contendo as seguintes tuplas:



Operações da Álgebra Relacional –

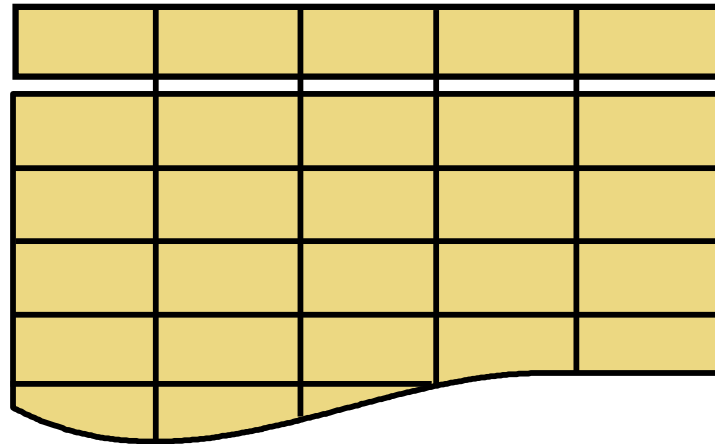
Operações Relacionais Unárias - Projeção

- Considerações sobre a operação de projeção
 - O resultado de uma operação de projeção é uma relação, o que significa que não devem existir tuplas repetidas no resultado
 - Se a lista de atributos <atributos> contiver uma chave da relação, então pode-se ter certeza de que o resultado não terá tuplas repetidas
 - Se a lista de atributos <atributos> não contiver uma chave da relação, então poderá haver mais de uma tupla que tenham o mesmo valor para todos os atributos da lista. Nesse caso, tuplas repetidas devem ser eliminadas (operação de eliminação de tuplas replicadas)

Operações da Álgebra Relacional –

Operações Relacionais Unárias - Projeção

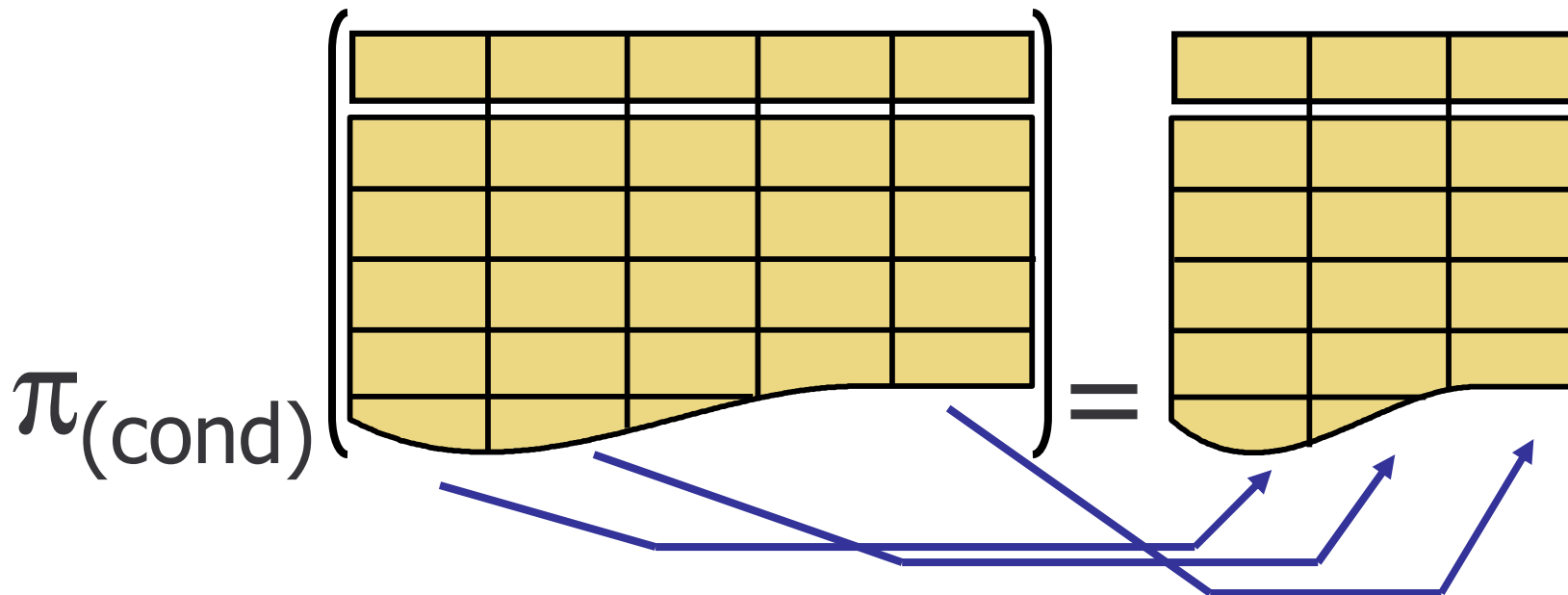
- A operação de Projeção pode ser vista como escolhendo-se algumas “Colunas” da tabela



Operações da Álgebra Relacional –

Operações Relacionais Unárias - Projeção

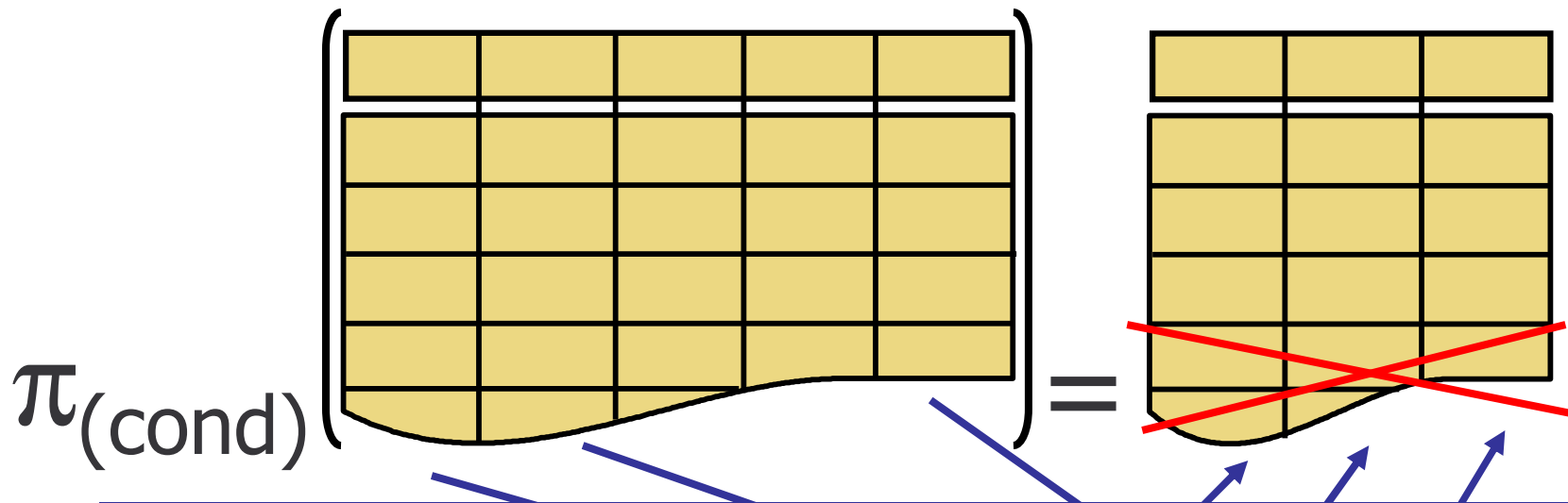
- A operação de Projeção pode ser vista como escolhendo-se algumas “Colunas” da tabela



Operações da Álgebra Relacional –

Operações Relacionais Unárias - Projeção

- A operação de Projeção pode ser vista como escolhendo-se algumas “Colunas” da tabela



Note-se que numa operação de Projeção, algumas tuplas podem ser eliminadas, diminuindo também algumas “linhas” da tabela

Operações da Álgebra Relacional – Exemplo envolvendo operadores unários

Matricula= {NomeA, Disciplina, Nota} =

{<Zeca, SCE-125, 8.5>,
<Zeca, SCE-148, 8.0>,
<Zeca, SCE-180, 7.5>,
<Zico, SCE-148, 5.2>,
<Juca, SCE-125, 6.0>,
<Juca, SCE-148, 7.0>}

*"Listar as notas que os alunos
tiraram na disciplina SCE-125"*

$\pi_{\{Nota, Nome\}}(\sigma_{(disciplina = "SCE-125")}(Matricula))$

**{<Zeca, SCE-125, 8.5>,
<Juca, SCE-125, 6.0>}**

Operações da Álgebra Relacional – Exemplo envolvendo operadores unários

Matricula= {NomeA, Disciplina, Nota} =

{<Zeca, SCE-125, 8.5>,
<Zeca, SCE-148, 8.0>,
<Zeca, SCE-180, 7.5>,
<Zico, SCE-148, 5.2>,
<Juca, SCE-125, 6.0>,
<Juca, SCE-148, 7.0>}

*"Listar as notas que os alunos
tiraram na disciplina SCE-125"*

$\pi_{\{Nota, Nome\}}(\sigma_{(disciplina = "SCE-125")}(Matricula))$

Resultado:

{<Zeca, 8.5>, <Juca, 6.0>}

{<Zeca, SCE-125, 8.5>,
<Juca, SCE-125, 6.0>}

Operações da Álgebra Relacional – Exemplo envolvendo operadores unários

Matricula= {NomeA, Disciplina, Nota} =

{<Zeca, SCE-125, 8.5>,
<Zeca, SCE-148, 8.0>,
<Zeca, SCE-180, 7.5>,
<Zico, SCE-148, 5.2>,
<Juca, SCE-125, 6.0>,
<Juca, SCE-148, 7.0>}

"Listar as disciplinas que o aluno Zico esta matriculado"

$\pi_{\{disciplina\}}(\sigma_{(nome = "Zico")}(Matricula))$

{<Zico, SCE-148, 5.2>}

Operações da Álgebra Relacional – Exemplo envolvendo operadores unários

Matricula= {NomeA, Disciplina, Nota} =

{<Zeca, SCE-125, 8.5>,
<Zeca, SCE-148, 8.0>,
<Zeca, SCE-180, 7.5>,
<Zico, SCE-148, 5.2>,
<Juca, SCE-125, 6.0>,
<Juca, SCE-148, 7.0>}

**Resultado:
{SCE-148}**

Note-se que embora a resposta
seja um único valor, o resultado
ainda é uma tupla

*"Listar as disciplinas que o aluno
Zico esta matriculado"*

$\pi_{\{disciplina\}}(\sigma_{(nome = "Zico")}(Matricula))$

~~{<Zico, SCE-148, 5.2>}~~

Operações da Álgebra Relacional – Exemplo envolvendo operadores unários

Matricula= {Nome, Disciplina, Nota} =

{<Zeca, 25, computação>,
<Zico, 18, eletrônica>,
<Juca, 21, odontologia>,
<Tuca, 18, computação> }

Professor = {Nome, Idade, Depto} =

{<Zeca, 25, computação>,
<Ari, 30, computação>,
<Eva, 27, eletrônica> }

*"Listar a idade e o nome dos
alunos e professores da base"*

Aux1 $\leftarrow \pi_{\{Nome, Idade\}}(Aluno)$
Aux2 $\leftarrow \pi_{\{Nome, Idade\}}(Professor)$
Pessoas $\leftarrow Aux1 \cup Aux2$

Resultado:

{<Zeca,25>,<Zico,18>,<Juca,21>,
<Tuca,18>,<Ari,30>,<Eva,27> }

Operações da Álgebra Relacional – Exemplo envolvendo operadores unários

Matricula= {Nome, Disciplina, Nota} =
{<Zeca, 25, computação>,
<Zico, 18, eletrônica>,
<Juca, 21, odontologia>,
<Tuca, 18, computação> }

*"Listar as disciplinas em que os
alunos de computação se
matricularam"*

Matricula= {NomeA, Disciplina, Nota} =
{<Zeca, SCE-125, 8.5>,
<Zico, SCE-148, 5.2>,
<Juca, SCE-125, 6.0>,
<Juca, SCE-148, 7.0>}

$\pi_{\{Disciplina\}}(\sigma_{(curso = \text{"computação"})}$
 $(\sigma_{(nome = nomeA)}(Aluno \times Matricula))$

Operações da Álgebra Relacional

$X = \{\text{Nome, Idade, Curso, NomeA, Disciplina, Nota}\} =$
 $\{ \langle \text{Zeca, 25, computação, Zeca, SCE-125, 8.5} \rangle,$
 $\quad \langle \text{Zico, 18, eletrônica, Zeca, SCE-125, 8.5} \rangle,$
 $\quad \langle \text{Juca, 21, odontologia, Zeca, SCE-125, 8.5} \rangle,$
 $\quad \langle \text{Tuca, 18, computação, Zeca, SCE-125, 8.5} \rangle,$
 $\langle \text{Zeca, 25, computação, Zico, SCE-148, 5.2} \rangle,$
 $\quad \langle \text{Zico, 18, eletrônica, Zico, SCE-148, 5.2} \rangle,$
 $\quad \langle \text{Juca, 21, odontologia, Zico, SCE-148, 5.2} \rangle,$
 $\quad \langle \text{Tuca, 18, computação, Zico, SCE-148, 5.2} \rangle,$
 $\langle \text{Zeca, 25, computação, Juca, SCE-125, 6.0} \rangle,$
 $\quad \langle \text{Zico, 18, eletrônica, Juca, SCE-125, 6.0} \rangle,$
 $\quad \langle \text{Juca, 21, odontologia, Juca, SCE-125, 6.0} \rangle,$
 $\quad \langle \text{Tuca, 18, computação, Juca, SCE-125, 6.0} \rangle,$
 $\langle \text{Zeca, 25, computação, Juca, SCE-148, 7.0} \rangle,$
 $\quad \langle \text{Zico, 18, eletrônica, Juca, SCE-148, 7.0} \rangle,$
 $\quad \langle \text{Juca, 21, odontologia, Juca, SCE-148, 7.0} \rangle,$
 $\quad \langle \text{Tuca, 18, computação, Juca, SCE-148, 7.0} \rangle \}$

Operações da Álgebra Relacional

$X = \{\text{Nome, Idade, Curso, NomeA, Disciplina, Nota}\} =$

$\{$
 $\langle \text{Zeca}, 25, \text{computação}, \text{Zeca}, \text{SCE-125}, 8.5 \rangle,$
 $\langle \text{Zico}, 18, \text{eletrônica}, \text{Zeca}, \text{SCE-125}, 8.5 \rangle,$
 $\langle \text{Juca}, 21, \text{odontologia}, \text{Zeca}, \text{SCE-125}, 8.5 \rangle,$
 $\langle \text{Tuca}, 18, \text{computação}, \text{Zeca}, \text{SCE-125}, 8.5 \rangle,$
 $\langle \text{Zeca}, 25, \text{computação}, \text{Zico}, \text{SCE-148}, 5.2 \rangle,$
 $\langle \text{Zico}, 18, \text{eletrônica}, \text{Zico}, \text{SCE-148}, 5.2 \rangle,$
 $\langle \text{Juca}, 21, \text{odontologia}, \text{Zico}, \text{SCE-148}, 5.2 \rangle,$
 $\langle \text{Tuca}, 18, \text{computação}, \text{Zico}, \text{SCE-148}, 5.2 \rangle,$
 $\langle \text{Zeca}, 25, \text{computação}, \text{Juca}, \text{SCE-125}, 6.0 \rangle,$
 $\langle \text{Zico}, 18, \text{eletrônica}, \text{Juca}, \text{SCE-125}, 6.0 \rangle,$
 $\langle \text{Juca}, 21, \text{odontologia}, \text{Juca}, \text{SCE-125}, 6.0 \rangle,$
 $\langle \text{Tuca}, 18, \text{computação}, \text{Juca}, \text{SCE-125}, 6.0 \rangle,$
 $\langle \text{Zeca}, 25, \text{computação}, \text{Juca}, \text{SCE-148}, 7.0 \rangle,$
 $\langle \text{Zico}, 18, \text{eletrônica}, \text{Juca}, \text{SCE-148}, 7.0 \rangle,$
 $\langle \text{Juca}, 21, \text{odontologia}, \text{Juca}, \text{SCE-148}, 7.0 \rangle,$
 $\langle \text{Tuca}, 18, \text{computação}, \text{Juca}, \text{SCE-148}, 7.0 \rangle \}$

$\pi_{\{\text{Disciplina}\}}(\sigma_{(\text{curso}=\text{"computação"})}$
 $(\sigma_{(\text{nome}=\text{nomeA})}$
 $(\text{Aluno x Matricula}))$

Operações da Álgebra Relacional

$X = \{\text{Nome, Idade, Curso, NomeA, Disciplina, Nota}\} =$

$\{$
 $\langle \text{Zeca}, 25, \text{computação}, \text{Zeca}, \text{SCE-125}, 8.5 \rangle,$
 $\langle \text{Zico}, 18, \text{eletrônica}, \text{Zeca}, \text{SCE-125}, 8.5 \rangle,$
 $\langle \text{Juca}, 21, \text{odontologia}, \text{Zeca}, \text{SCE-125}, 8.5 \rangle,$
 $\langle \text{Tuca}, 18, \text{computação}, \text{Zeca}, \text{SCE-125}, 8.5 \rangle,$
 $\langle \text{Zeca}, 25, \text{computação}, \text{Zico}, \text{SCE-148}, 5.2 \rangle,$
 $\langle \text{Zico}, 18, \text{eletrônica}, \text{Zico}, \text{SCE-148}, 5.2 \rangle,$
 $\langle \text{Juca}, 21, \text{odontologia}, \text{Zico}, \text{SCE-148}, 5.2 \rangle,$
 $\langle \text{Tuca}, 18, \text{computação}, \text{Zico}, \text{SCE-148}, 5.2 \rangle,$
 $\langle \text{Zeca}, 25, \text{computação}, \text{Juca}, \text{SCE-125}, 6.0 \rangle,$
 $\langle \text{Zico}, 18, \text{eletrônica}, \text{Juca}, \text{SCE-125}, 6.0 \rangle,$
 $\langle \text{Juca}, 21, \text{odontologia}, \text{Juca}, \text{SCE-125}, 6.0 \rangle,$
 $\langle \text{Tuca}, 18, \text{computação}, \text{Juca}, \text{SCE-125}, 6.0 \rangle,$
 $\langle \text{Zeca}, 25, \text{computação}, \text{Juca}, \text{SCE-148}, 7.0 \rangle,$
 $\langle \text{Zico}, 18, \text{eletrônica}, \text{Juca}, \text{SCE-148}, 7.0 \rangle,$
 $\langle \text{Juca}, 21, \text{odontologia}, \text{Juca}, \text{SCE-148}, 7.0 \rangle,$
 $\langle \text{Tuca}, 18, \text{computação}, \text{Juca}, \text{SCE-148}, 7.0 \rangle$
 $\}$

Operações da Álgebra Relacional – Exemplo envolvendo operadores unários

$X = \{\text{Nome, Idade, Curso, NomeA, Disciplina, Nota}\} =$

$\{ \langle \text{Zeca, 25, computação, Zeca, SCE-125, 8.5} \rangle, \\ \langle \text{Zico, 18, eletrônica, Zico, SCE-148, 5.2} \rangle, \\ \langle \text{Juca, 21, odontologia, Juca, SCE-125, 6.0} \rangle, \\ \langle \text{Juca, 21, odontologia, Juca, SCE-148, 7.0} \rangle, \}$

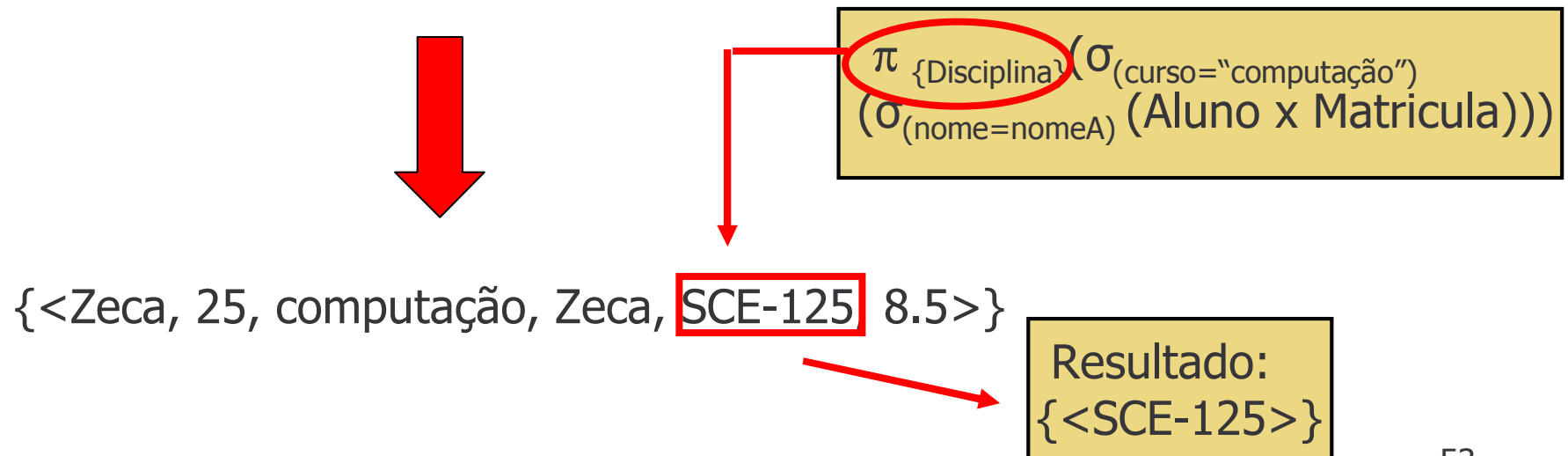


$\pi_{\{\text{Disciplina}\}}(\sigma_{(\text{curso} = \text{"computação"})}$
 $(\sigma_{(\text{nome} = \text{nomeA})}(\text{Aluno x Matricula}))$

$\{ \langle \text{Zeca, 25, computação, Zeca, SCE-125, 8.5} \rangle \}$

Operações da Álgebra Relacional – Exemplo envolvendo operadores unários

$X = \{\text{Nome, Idade, Curso, NomeA, Disciplina, Nota}\} =$
 $\{ \langle \text{Zeca, 25, computação, Zeca, SCE-125, 8.5} \rangle,$
 $\langle \text{Zico, 18, eletrônica, Zico, SCE-148, 5.2} \rangle,$
 $\langle \text{Juca, 21, odontologia, Juca, SCE-125, 6.0} \rangle,$
 $\langle \text{Juca, 21, odontologia, Juca, SCE-148, 7.0} \rangle, \}$





Operações da Álgebra Relacional – Propriedade dos operadores unários

- O operador Seleção é comutativo
 - $\sigma_{\langle \text{condição-A} \rangle}(\sigma_{\langle \text{condição-B} \rangle})$
- Dessa forma, uma seqüência de seleção pode ser executada em qualquer ordem, ou pode ser transformada numa única seleção com uma condição conjuntiva (termos cujo valor é VERDADEIRO ou FALSO, ligados pelo operador E (AND))
 - $\sigma_{\langle \text{condição-1} \rangle}(\sigma_{\langle \text{condição-2} \rangle}(\dots(\sigma_{\langle \text{condição-n} \rangle}(R))))$
 - $\sigma_{\langle \text{condição-1} \rangle \text{ E } \langle \text{condição-2} \rangle \text{ E } \dots \langle \text{condição-n} \rangle}(R)$



Operações da Álgebra Relacional – Propriedade dos operadores unários

- Operador de Projeção não é comutativo
- Além disso, se $\{Atribs_B\}$ contém $\{Atribs_A\}$, então ambas as expressões seguintes são corretas, e vale a igualdade:

- $\pi_{\{Atribs_A\}}(\pi_{\{Atribs_B\}}R) = \pi_{\{Atribs_A\}}R$



Operações da Álgebra Relacional – Operações Relacionais Binárias

- Teoricamente, se apenas as seguintes operações forem definidas, todas as demais operações podem ser definidas a partir delas:
 - \cup - União
 - $-$ - Diferença
 - \times - Produto Cartesiano
 - σ - Seleção
 - π - Projeção
- Por exemplo, a operação de Interseção pode ser definida através apenas da união e diferença
 - $R \cap S = (R \cup S) - ((R - S) \cup (S - R))$



Operações da Álgebra Relacional – Operações Relacionais Binárias

- Todas as operações relacionais binárias da álgebra relacional são possíveis de serem definidas através de produto cartesiano e outras operações do conjunto básico, e assim, estritamente falando, são desnecessárias
- No entanto, principalmente devido ao fato que podem ser desenvolvidos algoritmos mais eficientes para determinadas operações “compostas” do que seria possível utilizando apenas combinações de algoritmos das operações básicas, consideram-se como fazendo parte da álgebra relacional diversas outras operações, chamadas genericamente de **Operações Relacionais Binárias**



Operações da Álgebra Relacional – Operações Relacionais Binárias

- Em geral após uma operação Produto Cartesiano é necessário comparar um ou um grupo de atributos de uma das relações originais com um atributo ou grupo de atributos compatíveis em domínio da outra relação
- Por exemplo, seja a consulta:
 - “Listar as disciplinas em que os alunos de computação se matricularam”
 - Aluno = {Nome, Idade, Curso}
 - Matricula = {NomeA, Disciplina, Nota}
 - Resultado:
 - $\pi_{\{Disciplina\}}(\sigma_{(curso = \text{“computação”})}(\sigma_{(Nome = NomeA)}(Matricula \times Aluno)))$

②

①

Operações da Álgebra Relacional –

Operações relacionais binárias - Junção

- É muito mais eficiente um algoritmo que somente grave as tuplas que atendem ao critério de seleção “associado” ao produto Cartesiano, do que gravar todas as tuplas geradas e depois relê-las uma a uma selecionando aquelas que atendem à condição da seleção
- Por ser muito comum, essa operação foi incluída entre as operações da Álgebra Relacional, sendo denominada **JUNÇÃO (“Join”)**

$$\pi_{\{Disciplina\}}(\sigma_{(curso = \text{"computação"})}(\sigma_{(Nome = NomeA)}(Matricula \times Aluno)))$$

(Matricula \boxtimes Aluno)
(Nome = NomeA)

Operações da Álgebra Relacional – Operações relacionais binárias - Junção

- Operação de Junção - $R \bowtie S$ (condição-j)
 - A condição de Junção <condição-j> é da forma:
 - <comp_atratr₁> E <comp_atratr₂> E ... E <comp_atratr_n>
 - <comp_atratr1> é uma comparação entre atributos, ou conjunto de atributos, da forma:
 - Atrib_R θ Atrib_S
 - Onde Atrib_R é um atributo da relação esquerda R, Atrib_S é um atributo da relação direita S, Atrib_R e Atrib_S têm o mesmo domínio, e θ é uma operação de comparação válida no domínio desses atributos
 - $\pi_{\{Disciplina\}}(\sigma_{\text{curso = "computação"}}(\text{Matricula X Aluno})_{\text{Nome=NomeA}})$



(Matricula \bowtie Aluno)
(Nome = NomeA) e (Curso = "Computação")



Operações da Álgebra Relacional –

Operações relacionais binárias - Junção

- Existem diversas variações sobre a operação de Junção, todas elas definidas em razão de sua ampla utilização, e levando-se em conta que assim definidas, cada uma viabiliza uma implementação mais eficiente do que seria possível pela execução das operações elementares que teoricamente a implementa
- Cada operação de Junção tem uma definição própria de como são tratados os atributo envolvidos na comparação, e como são tratadas tuplas onde os atributos envolvidos na comparação têm valor nulo



Operações da Álgebra Relacional –

Operações relacionais binárias - Junção

- Operação de Junção - θ
 - Uma operação de junção denominada Junção - θ (ou θ -join), onde pode ser usado qualquer operador θ válido no domínio dos atributos comparados, é uma das mais genéricas
 - Na operação de Junção - θ , os atributos envolvidos na comparação aparecem ambos na relação resultado, e tuplas com valores nulos nos atributos envolvidos na comparação não aparecem no resultado



Operações da Álgebra Relacional –

Operações relacionais binárias - Junção

- Operações Equi-Junção
 - É comum a operação θ de comparação ser a igualdade, o que é interessante, por simplificar o algoritmo de comparação. Portanto é interessante dispor de uma operação de junção equivalente à Junção $-\theta$ que compare todos os atributos envolvidos com o operador igual ($=$). Essa operação é chamada Equi-junção (ou Equi-join)
 - Como na operação de junção $-\theta$, os atributos envolvidos na comparação aparecem ambos na relação resultado, resultando em pares de atributos com valores idênticos na relação resultado. Tuplas com valores nulos nos atributos envolvidos na comparação também não aparecem no resultado



Operações da Álgebra Relacional –

Operações relacionais binárias - Junção

- Operações Equi-Junção

- É comum a operação θ de comparação ser a igualdade, o que é interessante, por simplificar o algoritmo de comparação.

Portanto é interessante dizer de uma operação de junção

Existem duas maneiras de simbolizar essa operação:

$$R \bowtie_{\langle \text{condição}_j \rangle} S \quad \text{ou} \quad R \bowtie_{\langle \text{AtribR}, \text{AtribS} \rangle} S$$

- Como na operação de junção - θ , os atributos envolvidos na comparação aparecem ambos na relação resultado, resultando em pares de atributos com valores idênticos na relação resultado. Tuplas com valores nulos nos atributos envolvidos na comparação também não aparecem no resultado



Operações da Álgebra Relacional –

Operações relacionais binárias - Junção

- Operação de Junção Natural - $\mathbf{R} * \mathbf{S}_{\langle \text{atrib_R}, \text{atrib_S} \rangle}$
 - Como os atributos comparados numa operação de Equi-Junção aparecem em pares com valores idênticos na relação resultado, um de cada par pode ser eliminado. A operação de junção natural é semelhante à operação de Equi-Junção, porém dos atributos comparados (pela operação de igualdade), apenas os originários de uma das relações operadas aparecem na relação resultado
 - Na operação Junção Natural $\mathbf{R} * \mathbf{S}$, dos atributos envolvidos na comparação aparecem apenas os originários da relação R na relação resultado. Tuplas com valores nulos nos atributos envolvidos na comparação também não aparecem no resultado



Operações da Álgebra Relacional –

Operações relacionais binárias - Junção

- Assim, é comum considerar-se 3 operações Relacionais Binárias concentradas na Operação Produto Cartesiano:
 - Operação Junção - Theta $\rightarrow \mathbf{R} \bowtie \mathbf{S}_{\langle \text{condição}_J \rangle}$
 - Operação Equi - Junção $\rightarrow \mathbf{R} \bowtie \mathbf{S}_{\langle \text{Atrib}_R, \text{Atrib}_S \rangle}$
 - Operação Junção Natural $\rightarrow \mathbf{R}^* \mathbf{S}_{\langle \text{Atrib}_R, \text{Atrib}_S \rangle}$



Operações da Álgebra Relacional –

Operações relacionais binárias - Divisão

- Operação de Divisão - **$R \div S$**
 - Outra Operação Relacional Binária, sem uma ligação intuitiva direta com o produto cartesiano (embora sua definição conceitual o utilize), é a chamada *Divisão*:
 - $T \leftarrow R \div S$
 - Onde S é uma relação cujos atributos são um subconjunto dos atributos da relação R, ou seja
 - $R(A) \div S(B)$, onde $B \subseteq A$ e,
 - T(C) será da forma $C=A-B$

Operações da Álgebra Relacional –

Operações relacionais binárias - Divisão

Matricula = {Nome, Disciplina, Nota} =

{<Zeca, SCE-125, 8.5>,
<Zeca, SCE-148, 8.0>,
<Zeca, SCE-180, 7.5>,
<Zico, SCE-148, 5.2>,
<Juca, SCE-125, 6.0>,
<Juca, SCE-148, 7.0>}

Quais alunos cursam todas as disciplinas ministradas pelo Prof. Adão?

Aulas = {NomeProf, Disciplina} =

{<Adão, SCE-125>,
<Adão, SCE-148>,
<Eva, SCE-180>}

$\pi_{\{\text{NomeA}, \text{Disciplina}\}}(\text{Matricula}) \div$
 $\pi_{\{\text{Disciplina}\}}(\sigma_{(\text{NomeProf.} = \text{"Adão"})}(\text{Aulas}))$



Operações da Álgebra Relacional –

Operações relacionais binárias - Divisão

Matricula= {Nome, Disciplina, Nota} =

{<Zeca, SCE-125, 8.5>,
<Zeca, SCE-148, 8.0>,
<Zeca, SCE-180, 7.5>,
<Zico, SCE-148, 5.2>,
<Juca, SCE-125, 6.0>,
<Juca, SCE-148, 7.0>}

Aulas = {NomeProf, Disciplina} =

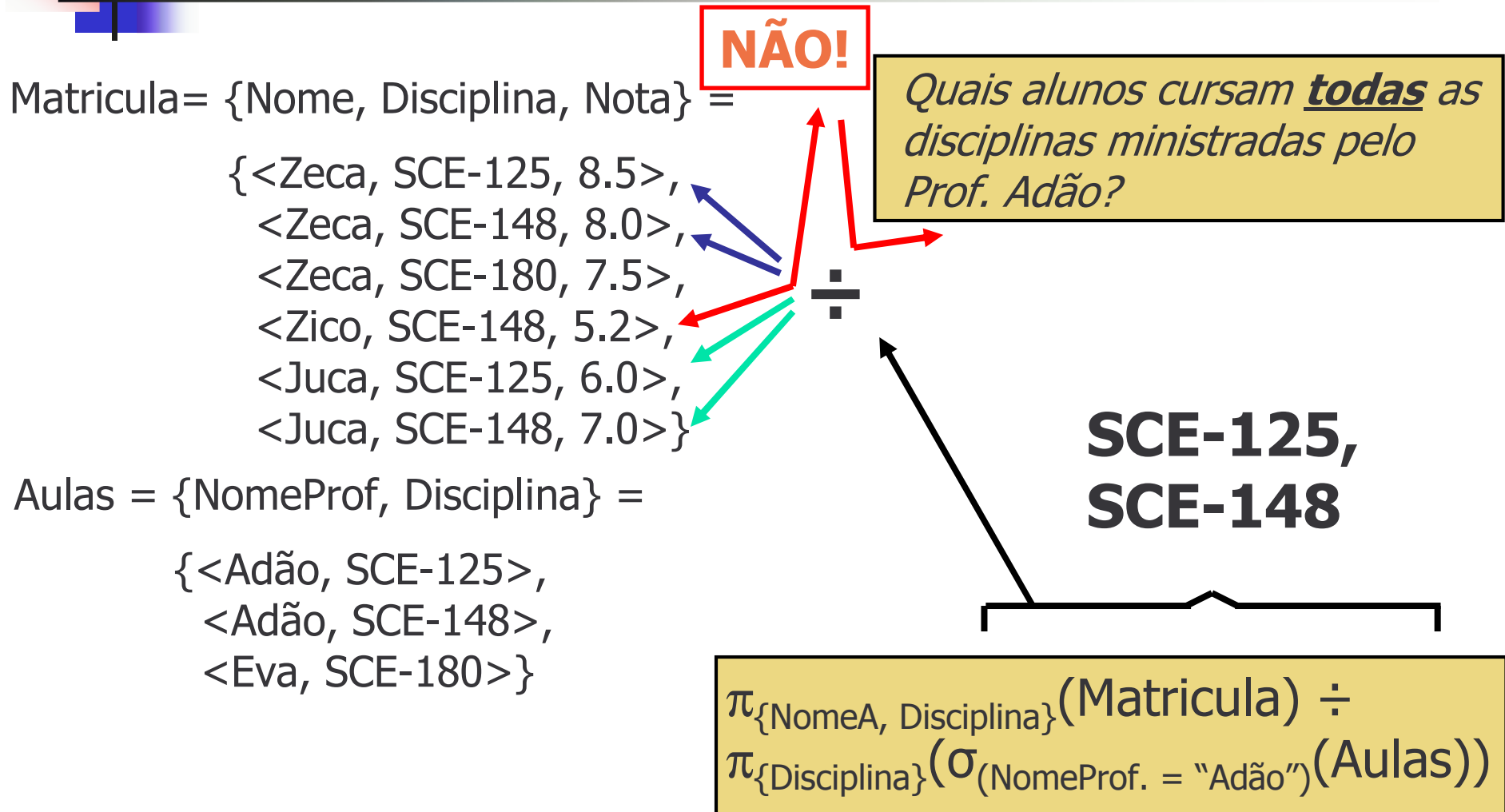
{<Adão, SCE-125>,
<Adão, SCE-148>,
<Eva, SCE-180>}

**SCE-125,
SCE-148**



Operações da Álgebra Relacional –

Operações relacionais binárias - Divisão



Operações da Álgebra Relacional –

Operações relacionais binárias - Divisão

Matricula = {Nome, Disciplina, Nota} =

{<Zeca, SCE-125, 8.5>,
<Zeca, SCE-148, 8.0>,
<Zeca, SCE-180, 7.5>,
<Zico, SCE-148, 5.2>,
<Juca, SCE-125, 6.0>,
<Juca, SCE-148, 7.0>}

Aulas = {NomeProf, Disciplina} =

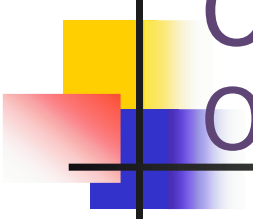
{<Adão, SCE-125>,
<Adão, SCE-148>,
<Eva, SCE-180>}

*Quais alunos cursam **todas** as disciplinas ministradas pelo Prof. Adão?*

$\pi_{\{\text{NomeA}, \text{Disciplina}\}}(\text{Matricula}) \div$
 $\pi_{\{\text{Disciplina}\}}(\sigma_{(\text{NomeProf.} = \text{"Adão"})}(\text{Aulas}))$



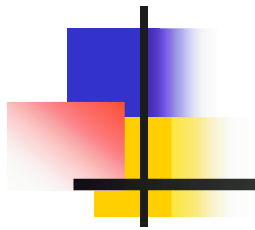
Resultado = { Zeca, Juca }



Operações da Álgebra Relacional –

Operações relacionais binárias - Divisão

- Ou seja:
 - $T(C) \leftarrow R(C,B) \div S(B)$
- A operação divisão pode ser intuitivamente percebida como uma divisão inteira, em que se buscam os registros $T(C)$ cujos valores $T_r(C)$ ocorrem juntamente com todos os valores $T_s(B)$.
- Isto é: para cada valor $T_r(C)$ existe uma sub-relação $S(B)$ completa em $R(C,B)$



Banco de Dados

Álgebra Relacional

Prof. Enzo Seraphim

FIM