

## מעבדה ג' – ניסוי במלכודת פאול

### מבוא

לעיתים קרובות במדע אנו רוצים לבודד רכיב בסיסי במערכת כלשהי, ולחקור את תכונותיו. דוגמה בולטת לכך היא מחקר של תכונותיהם של אטומים בודדים. כדי לחקור אטום בודד, טבעי שנרצה לקבע את מיקומו במרחב. אם אותו אטום הינו חלקיק טעון, הגיוני לנסות ללכוד את החלקיק בעזרת פוטנציאל חשמלי, אך חוקי האלקטרודינמיקה קובעים כי לפוטנציאל החשמלי אין מינימום במרחב. ההשלכה הפיזיקאלית המיידית של עובדה זו, היא שלא ניתן לבנות מלכודת לחלקיק טעון בעזרת שדה חשמלי סטטי בלבד.

מלכודת פאול מתגברת על הבעיה הזו בצורה מתוחכמת למדי. אמנם לא נוכל לקבל מינימום לפוטנציאל, אך על ידי שימוש בפוטנציאל קאודרופולי משתנה בזמן, ניתן לבנות מלכודת כך שבכל כיוון שאליו יפנה החלקיק הוא ירגיש כוח מחזיר לכיוון מרכז המערכת. רעיון זה, שאותו הגה פאול עוד בשנות ה-50 פרץ דרך למחקרים רבים על חלקיקים בודדים, וקידם פיתוחים טכנולוגיים רבים כגון בניית מאיצי חלקיקים ועוד. תרומתו של פאול ושל המערכת שפיתח למדע היא כה משמעותית, עד שהוא קיבל פרס נובל על עבודתו.

בניסוי זה תחקרו מערכת דומה, בה ניתן ללכוד חלקיקים מקרוסקופיים ותחקרו את האינטראקציה בין החלקיק הלכוד לשדה החשמלי שכולא אותו.

כהכנה לניסוי, עליכם להתכונן בשני כיוונים – הראשון ניסיוני, והשני התיאורטי. הקולוקוויום לקראת הניסוי יהיה שיחה של כ-30 דקות ובה נדבר על הנושאים שהתבקשתם ללמוד.

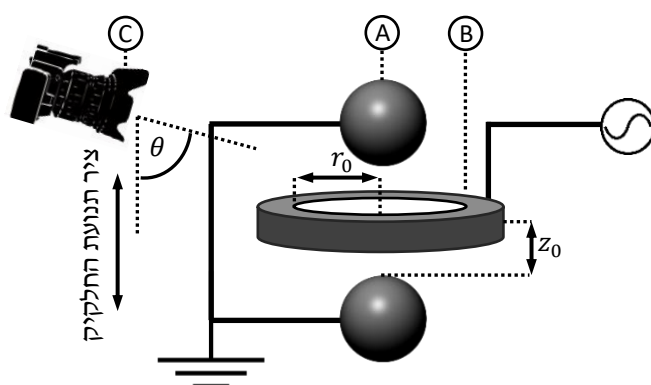
## מערכת הניסוי

תרשים של מערכת הניסוי נמצא בתחתית העמוד. המערכת מורכבת משתי אלקטרודות כדוריות ( $2R = 9.5 \pm 0.3mm$  ובמרחק  $2z_0 = 11 \pm 0.3mm$  אחת מן השנייה) ואלקטרודה טבעתית (בעלת רדיוס פנימי  $r_0 = 9.5 \pm 0.3mm$ ). את הטבעת נחבר למתח AC ( $V_{AC}$ ) ואילו את הכדורים נחבר למתח DC או להארקה (ניתן להוסיף מתח  $V_{DC}$  על הכדור העליון). חשוב לציין - המערכת זזה בין ניסויים, ולכן עליכם לוודא את הגדלים הללו במידה ותרצו להשתמש בהם.

בניסוי זה, לא נלכוד חלקיקים מיקרוסקופיים, אלא חלקיקים מקרוסקופיים טעונים בעלי גודל טיפוסי של כמה עשרות מיקרונים. הכנסת חלקיקים טעונים נעשית בעזרת מזרק – שואבים אבקה המורכבת מחלקיקים בגדלים שונים, ועל ידי לחיצה מהירה על בוכנת המזרק החלקיקים נשלחים אל תוך המלכודת. בדרכם אל מרכז המלכודת חלק מחלקיקים נטענים כתוצאה מהתנגשויות, ומעט מתוך אלו נכלאים במלכודת.

במהלך הניסוי נוכל לשלוט על מתחי ה-AC וה-DC שמופעלים. למתח ה-AC תדירות קבועה שנקבעת על פי תדירות רשת החשמל (כ-50 הרץ), ואמפליטודה שיכולה להגיע למעל 2,000 וולט. **שימו לב – עבודה במתחים גבוהים דורשת משנה זהירות.**

המדידות בניסוי מתבצעות על ידי צילום במצלמה מהירה, שיכולה למדוד עד כ-250 תמונות בשנייה, אשר מחוברת למחשב המעבדה.



מבנה המערכת הניסויית. המערכת מורכבת מאלקטרודות כדוריות (A) עליהן נקבע מתח DC כלשהו (כדוגמת הארקה) ומאלקטרודה טבעתית (B) המחוברת למתח AC. המערכת כולה נמצאת בתוך מיכל שקוף המגן עליה מהפרעות, ומצולמת על ידי מצלמה מהירה הממוקמת בזווית  $\theta$  ביחס לכיוון תנועת החלקיק.

חומר הרקע המצורף הינו בסיסי. בכל מקרה בו חסר מידע או הסברים תוכלו לגשת למקורות אחרים ולבקש עזרה והפניות.

מעקב אחר חלקיקים (particle tracking)

תוצאות המדידה שתקבלו הן אוסף של תמונות המציגות את מיקום החלקיק בזמנים שונים. כל תמונה היא בעצם מטריצה דו מימדית, כשאר כל כניסה שלה היא בעלת ערך הנע בין 0 ל-255 (8 bit), ואיזורים מוארים הם בעלי ערך גבוה (לבן). מתוך אוסף התמונות עליכם לדעת לחלץ את מיקומם של החלקיקים כתלות בזמן.

נקודות נוספות למחשבה - כיצד תמירו את מיקום החלקיק בתמונה, הנמדד בפיקסלים, למרחק ביחידות פיסיקליות? על מה חשוב להקפיד בעת ביצוע המדידות כדי לחלץ מידע מהתמונות? כיצד תגדירו את אי הודאות במיקום החלקיק בכל תמונה?

תיאורית דגימה (sampling theory)

כל פונקציה נורמליזבילית בקטע  $[0, T]$  ניתן לכתיבה כסכום של פונקציות טריגונומטריות בעלות מחזור השווה לחלוקה שלמה של הקטע. כלומר,  $\forall n \in \mathbb{N}$ ,  $\left\{1, \cos\left(\frac{2\pi n}{T}t\right), \sin\left(\frac{2\pi n}{T}t\right)\right\}$  מהוות בסיס למרחב הפונקציות הנורמליזביליות בקטע  $[0, T]$ . משמעות הדבר היא שכל פונקציה  $f(t)$  'סבירה' בקטע סופי ניתנת לכתיבה כסכום (טור פורייה) של הפונקציות הטריגונומטריות. לחלופין, ניתן לעבור לכתיבה מרוכבת, וכך נקבל שאת הפונקציה  $f(t)$  נוכל להציג כסכום של אקספוננטים מרוכבים בעלי אמפליטודות  $(C_n)$  שונות:

$$(1) \quad f(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} C_n e^{-i\omega_n t}, \quad \omega_n = \frac{2\pi}{T} n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

כאשר את מקדמי הפרישה  $C_n$  נוכל לחשב על ידי הטלה של הפונקציה  $f(t)$  על פונקציות הבסיס:

$$C_n = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) e^{-i\frac{2\pi n}{T}t} dt$$

מסקנה מיידית ממשוואה (1) היא שרזולוציית מדידת התדרים שלנו שלנו נקבעת על פי משך המדידה,  $T$ , ומתקיים  $\Delta f = \frac{1}{T}$ . כלומר, מדידת פונקציה על קטע זמן סופי מגבילה את הרזולוציה שלנו במרחב בתדר.

בנוסף למגבלה זה, במציאות נצטרך להתייחס גם לדיסקרטיות המדידה - בין כל דגימה של הפונקציה  $f(t)$  קיים מרווח זמן סופי. נניח כי אנו דוגמים בכל מרווח זמן  $\Delta t$  ובזמן  $T$ , נקבל סה"כ  $N$  דגימות, כאשר  $N = \frac{T}{\Delta t}$ . מכאן שאנו דוגמים את הפונקציה  $f(t)$  ומקבלים את סט הערכים  $f(t_n)$  כאשר  $t_n = t_{n-1} + \Delta t$  עבור

$n = 1, 2, \dots, N$ . התמרת הפורייה שנקבל הינה התמרת פורייה דיסקרטית:

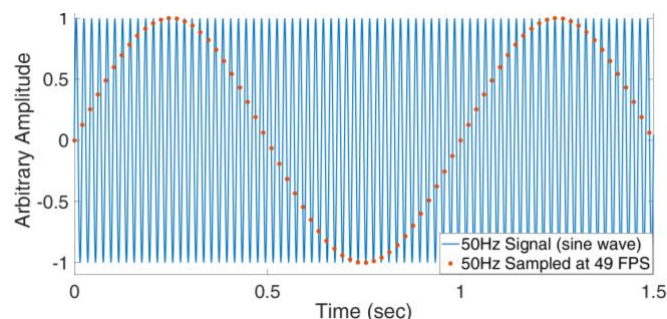
$$(2) \quad F_n(\omega_n) = \sum_{n=0}^{N-1} f(t_n) e^{-i\omega_n t}$$

וההתמרה ההפוכה היא:

$$(3) \quad f(t_n) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} F_n(\omega_n) e^{i\omega_n t}$$

מתוך הדיסקרטיות במדידות נקבל מגבלה נוספת, והיא צמצום טווח התדרים אותם נוכל לזהות. תדירות הדגימה המינימאלית הנדרשת בכדי לקבוע תדר של גל סינוס היא 2 דגימות למחזור (לדוגמה, נקודת המינימום והמקסימום של הגל). ומכאן שנוכל למדוד רק תדירויות  $f$  העומדות בתנאי  $-f_c < f < f_c$ , כאשר  $f_c = \frac{1}{2\Delta t}$  נקראת תדירות נייקוויסט (Nyquist). משמעות הדבר היא שאם נצלם תמונות בתדירות  $f_{ps}$  נוכל לזהות במרחב פורייה רק תדרים הקטנים מ- $\frac{f_{ps}}{2}$ . ומה יקרה אם קיים תדר במערכת הגדול מפעמיים תדירות הדגימה שלנו? התדרים הגבוהים אינם נעלמים, אלה מופיעים כערכים "שיקריים" (*aliases*) בתוך תחום התדרים שנראה בהתמרה. תופעה זו נקראת *aliasing*, והיא הסיבה שלעיתים נדמה שגלגלי רכב מסתובבים לאט מאוד (ואף בכיוון ההפוך). כדי להמחיש את התופעה, נשתמש בדוגמה פשוטה – גל סינוס בתדירות 50Hz (ראו תרשים). נניח כי האות הסינוסואידלי מתנדנד, ואנו מודדים בתדירות נמוכה במעט מתדירות התנודות שלו (כלומר הזמן בין דגימות עוקבות גדול במעט מזמן המחזור של הגל), ונניח שבמדידה כלשהי מדדנו את שיא הגל. עד למדידה הבאה שלנו, הגל הספיק להתנדנד מחזור אחד, ועוד קצת, כך שלא נמדד את אותו הערך, אלא את ערך הפונקציה בנקודה מוזזת במעט. אם נמשיך למדוד את האות במשך זמן רב, בכל מדידה נקבל את ערך הפונקציה בנקודה מעט שונה במחזור, ולאט לאט נוכל לקבל את צורת הגל המקורית. עם זאת, תדירות הגל שנראה תהיה שונה, ותהיה קשורה להפרש בין התדירויות, אך צורתה של הפונקציה המחזורית תשאר זהה. לרוב, אנשים מנסים להימנע מהתופעה ככל שניתן, אך לעיתים היא שימושית (לדוגמה, שימוש בסטרובוסקופ). בניסוי נוכל להשתמש באפקט זה כדי למדוד את מסלול החלקיק ברזולוציה גבוהה כרצוננו, כשהמחיר היחיד שנשלם הוא במשך הצילום.

חישובו - כיצד יראה גל סינוס מהצורה  $\sin(2\pi t/T)$  הנמדד בתדירות דגימה  $1/(T-\epsilon)$ ?



הדגמה של תופעת ה-aliasing במרחב הזמן. גל סינוס בעל תדירות 50Hz (כחול) אותו אנו דוגמים בתדירות נמוכה במעט (כתום). ניתן לראות כיצד דגימה בתדירות קרובה לתדירות התנודות מאפשרת צפייה במסלול החלקיק ברזולוציה מרחבית גבוהה.

הסיבה המרכזית ללמוד את התיאוריה הבסיסית שמאחורי הניסוי היא כדי לקבל כלים שיאפשרו לכם לבצע את הניסוי, לקבל אינטואיציה, ובהמשך להגיע לניסויים מעניינים כשיש לכם כלים לניתוח התוצאות. יחד עם קובץ זה מצורפים שני מאמרים – הרצאת הנובל של וולפגאנג פאול, ומאמר מתוך עיתון אמריקאי למורי פיסיקה, שמכיל תיאור לא רע של המערכת איתה תעבדו.

ראשית, עליכם להציג את הנושא - מדוע מלכודת שכזו היא חשובה ושימושית, מדוע מערכת סטטית איננה מספיקה כדי ללכוד חלקיקים טעונים, ואיך מערכת דינאמית פותרת את הבעיה.

שנית, עליכם להכיר ולהבין את התיאוריה שנוגעת לניסוי ישירות. לשם כך, מצורף לכם מאמר שימושי המסביר את עיקרי הדברים (הקובץ בשם 'Storing macroscopic particles in a 'Paul trap'). **שימו לב** - הרצאת הנובל של פאול נועדה בעיקר להעשרה וכמקור נוסף, ולא כמקור העיקרי ללמידה שלכם.

במהלך הקריאה רשמו לעצמכם – מה קובע את יציבות החלקיק (האם ניתן לקבל זאת מאנליזת יחידות?) כיצד אתם מצפים שתראה תנועת החלקיק במלכודת (עם ובלי חיכוך)? איזה גדלים מעניינים תוכלו לחלץ לגבי החלקיק על ידי מדידות שונות? שימו לב שהמערכת אותה תנתחו תיאורטית איננה זהה למערכת הניסוי - מהי ההצדקה לכך שהניתוח התיאורטי כן רלוונטי אליכם?

## הנחיות לביצוע הניסוי

על מנת להכיר את המערכת באופן ראשוני, בצעו תחילה את המדידות הבאות.

- כווננו את מתח ה-AC ל-1800V, ואת מתח ה-DC ל-0 (השאירו את האלקטרודות הכדוריות מוארקות).
- הזריקו חלקיקי אבקה למערכת.
- הגדירו זמן חשיפה ארוך (מעל 10ms), וכווננו את הפוקוס במצלמה עד שתראו את החלקיקים הלכודים.
- במידה ונלכדו מספר חלקיקים במלכודת, ניתן להוציא חלקיקים מהמערכת על ידי שינוי מתח ה-AC. עשו זאת עד שנותר חלקיק אחד במערכת.
- הגדירו זמן חשיפה קצר, וצלמו את תנועת החלקיק בשתי תדירויות דגימה שונות (fps) – 235 הרץ ו-49.5 הרץ. צילום של כ-1,000 תמונות יספיק. שמירה בפורמט TIFF היא אופטימלית, ומשמרת את מרבית המידע מהתמונות שצילמתם.
- **בכו את מקור המתח ונתקו את המעגל החשמלי.** בצעו מדידת כיוול - הכניסו נייר מילימטרי למערכת, וצלמו אותו.

כעת, התבוננו באוסף התמונות שצילמתם בתוכנת Fiji (ImageJ) (גורו את תיקיית התמונות אל חלון התוכנה). לחצו על *Image->Adjust->Brightness/Contrast* (. שנו את ההגדרות עד שתוכלו לראות בבירור את החלקיק מבעד לרעש. התבוננו בתנועת החלקיק בשתי תדירויות הדגימה – כיצד נראית תנועת החלקיק?

בעזרת הכלי ה-*Straight Line*, ציירו קו שעובר על גבי החלקיק. מדדו את הסיגנל לאורך הקו על ידי לחיצה על *Analyze->Plot Profile*. איך נראה הפרופיל? מהו רעש הרקע במדידה? האם ניתן (וצריך) ולשפר את יחס הסיגנל לרעש (SNR)?

בבית - השתמשו בתוצאות המדידה ובמידע שהוצאתם מ-*ImageJ* (לדוגמה, גבול הרעש, צורת החלקיק וכו') כדי לנתח את התוצאות בעזרת הקוד לחילוץ מיקום החלקיק כפונקציה של הזמן. אפיינו את תנועת החלקיק (בצורה גרפית).

**הסבר נוסף לגבי תוכנת Fiji וביצוע המרה בין מספר פיקסלים למרחקים ביחידות פיסיקליות מופיע בסוף המסמך.**

## המשך הניסוי

בניסוי תוכלו לשנות את מתחי ה-AC וה-DC במערכת. מה תוכלו ללמוד על החלקיק מתגובתו לשינויים בערכים אלו? תכננו את המדידות הבאות.

## הנחיות לכתיבת דו"ח המעבדה

את הדו"ח יש לכתוב כמאמר ([מאמר לדוגמה](#)). ניתן לכתוב את המאמר בעברית או באנגלית.

המאמר צריך לכלול:

1. תקציר – פסקה המסבירה בקצרה את מהות הניסוי ואת התוצאות המרכזיות.
2. מבוא – הצגת הנושא והסברים כלליים. ניתן להפנות למאמרים אחרים כדי לשמור על שטף הקריאה ולהימנע מכניסה לפרטים מיותרים. אין צורך לפתח משוואות או להעמיס בתיאוריה, אלא אם זה עוזר להבין את הניסוי.
3. מבנה המערכת וניתוח התמונות – הציגו בקצרה את המערכת ואת אופן ביצוע המדידות. הראו לקורא כיצד נראית תמונה טיפוסית, איך הבדלתם בין מיקום החלקיק והרקע, ואיך מצאתם את מיקומו.
4. הצגת התוצאות – לפני הצגת ניתוחים מורכבים, הציגו את התנהגות המערכת במקרה טיפוסי (מיקום החלקיק כתלות בזמן וכו'). בעזרת תוצאות אלו הגדירו את הגדלים המעניינים ונתחו אותם (אם זה בניסוי בסיסי או כחלק מהרחבה שלכם). ראשית הציגו את התוצאות בצורה איכותית וגרפית, ואז בצורה כמותית (התאמות ותיאוריה). השתמשו בתיאוריה כדי להסביר את התוצאות ולחלץ גדלים מעניינים. במידה ויש לכם הסבר תיאורטי חדש לתופעה או תוצאות של סימולציות נומריות, תוכלו לשלב אותם יחד עם התוצאות או כחלק נפרד בעבודה.
5. סיכום – סיכום קצר של המסרים המרכזיים (מה תרצו לוודא שהקורא לא פספס).
6. הפניות ונספחים (כל מה שלא נכנס למאמר, אבל חשוב שיופיע).

נקודות נוספות:

אורך המאמר צריך להיות עד כ-8 עמודים (לא כולל נספחים והפניות), אך אפשר גם מעט יותר ארוך (אם יש בעיה לעשות זאת, צרו איתי קשר). אין מניעה לכתוב מאמר קצר יותר (להיפך), כל עוד הוא כתוב בצורה ברורה ומשכנעת. העבודה צריכה להיות כתובה בצורה ממוקדת: חישבו איך כל חלק בעבודה תורם להבנה הכללי (לדוגמה - איך המבוא עוזר לקורא להיכנס לנושא ולהבין את תיאור התוצאות?). הקפידו על כתיבה מדעית והצגה עניינית של התוצאות. הציגו את אי הודאות במדידות (ביחוד כאי הודאות לא זניחה ביחס לגודל הנמדד).

בעת בדיקת העבודה אתן משקל מרכזי לשלוש נקודות הבאות:

- כתיבה ברורה ומדויקת המאפשרת קריאה שוטפת.
- הצגה ברורה של התוצאות – האם קורא שלא מכיר את הניסוי יכול להבין בקלות איך המערכת מתנהגת ואת הטענות המרכזיות מתוך הגרפים והטקסט?
- ניתוח תוצאות ואפיון המערכת בצורה מלאה, מעניינת ומשכנעת.

מומלץ לבקש ממישהו\י שלא מכיר\ה הניסוי לקרוא את העבודה. האם הבינו את העבודה בלי צורך בהבהרות מצידכם?

אני זמין לשאלות והבהרות.

בהצלחה!

### הורדה

הורידו את התוכנה בגרסה המתאימה למערכת ההפעלה שלכם מהאתר:

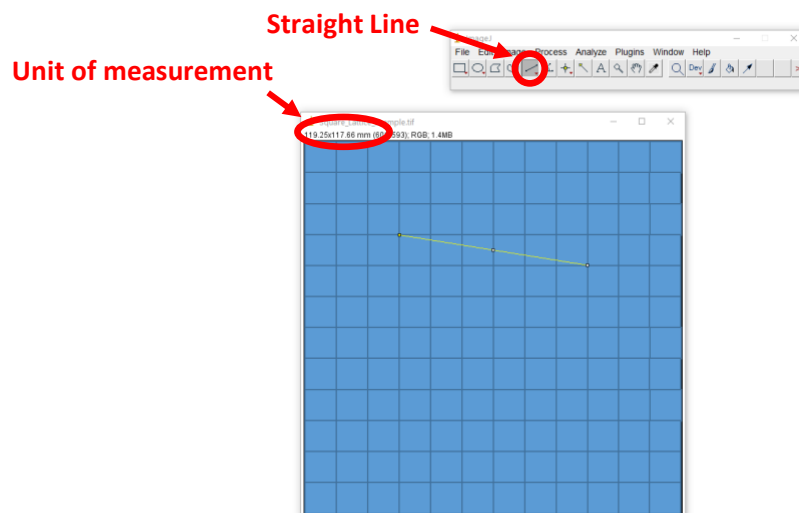
<https://imagej.net/software/fiji/downloads>

כדי להפעיל את התוכנה, יש לחלץ את התיקיה שהורדתם (*Extract All*) ולפתוח את הקובץ בשם *ImageJ.exe*.

### ביצוע מדידות בעזרת ImageJ

כדי לפתוח את התמונה הרצויה, גרו אותה אל מסך התוכנה שנפתח. אפשרות נוספת היא לגשת אל התמונה הרצויה דרך לשונית *File → Open*.

כעת, דרך סרגל הכלים בחרו ב- *Straight Line* כמתואר בתמונה:



בכדי לבצע מדידה, יש לסמן בעזרת העכבר על התמונה את המרחק הרצוי וללחוץ על המקשים "*Ctrl*" + "*M*" (בו זמנית). דרך נוספת היא דרך הלשונית *Analyze → Measure*. את היחידות בהן בוצעו המדידות ניתן לראות בפינה העליונה של התמונה (בהמשך הקובץ נמצא הסבר כיצד ניתן לבחור יחידות ולכיל את המדידות).

כעת תיפתח טבלה המרכזת את המדידות שלכם. ניתן לבצע מספר מדידות ברציפות.

כדי לנתח את התוצאות בתוכנה שתבחרו, ניתן להעתיק את המדידות מהטבלה או לשמור אותן בקובץ *CSV*.

The image shows the 'Results' window in ImageJ. It contains a table with the following data:

	Area	Mean	Min	Max	X	Y	Angle	Length
1	11.968	150.602	111.333	153	59.623	34.325	-9.120	302.828
2	10.668	149.678	111.333	153	32.440	62.202	-68.475	53.535

A red circle highlights the 'Length' column, and a red arrow points to it from the label 'Your measurements'.

ניתן גם למדוד את פרופיל ההארה לאורך התמונה בעזרת לחיצה על המקשים "*Ctrl*" + "*K*", או דרך הלשונית

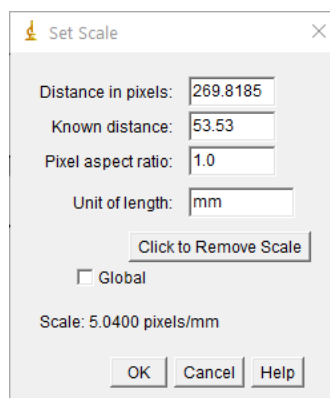
*Analyze → Plot Profile*. אם תרצו להשתמש במידע בתוכנה נוספת תוכלו לשמור את הנתונים לקובץ *CSV*.



## כיוול התמונות

כדי לבצע מדידות ביחידות אורך אמיתיות במקום ביחידות של מספר פיקסלים, יש לבצע כיוול. משמעות הכיוול הינה המרה בין מספר פיקסלים לבין יחידות אורך בעלות משמעות. את הכיוול נבצע על ידי מדידת אורך של אובייקט בתמונה שאת אורכו אנו יודעים במציאות (לדוגמה, משבצות בדף), והמרת האורך הנמדד במספר פיקסלים, לאורך ביחידות פיסיקליות.

- בחרו בתמונה אובייקט בעל אורך ידוע וסמנו אותו בעזרת ה-*Straight-Line* (לדוגמה, נייר מילימטרי או סרגל).
- בחרו בלשונית *Set Scale* → *Analyze*. בשורת *Distance in pixel* יהיה רשום (באופן אוטומטי) אורכו של האובייקט שבחרתם ביחידות של מספר פיקסלים.
- כעת, בשורת *Known Distance* הקלידו את המרחק הידוע של האובייקט, ובשורת *Unit of length* הקלידו את שם היחידות שאיתן בחרתם לעבוד (*...cm,mm,m*).
- שימו לב שאחרי ביצוע הכיוול היחס בין מספר הפיקסלים ליחידות מרחק פיסיקליות יופיע בתחתית החלון.
- ניתן ללחוץ על *Global* על מנת לשמור את הכיוול הנוכחי גם לכל התמונות הבאות שתכניסו לתוכנה (הכיוול ישמר עד שתסגרו את התוכנה).



הערות לגבי הכיוול:

- מומלץ לוודא את הכיוול שביצעתם על ידי מדידת מרחקים ידועים נוספים בתמונה.
- שימו לב שהכיוול נכון עבור קונפיגורציית הניסוי הספציפי הנוכחי. אם המצלמה או המערכת זו עד למדידה הבאה, נדרש כיוול נפרד.
- רצוי לכייל מרחקים על בסיס אובייקטים הנמצאים במרכז התמונה, ושאורכם מהווה חלק גדול מגודל התמונה (חישבו מדוע).