

מעבדה ג' – ניסוי במלכודת פאול

מבוא

לעתים קרובות במדע אנו רוצים לבדוק רכיב בסיסי במערכת כלשהי, ולחזור את תכונותיו. דוגמה בולטת לכך היא מחקר של תכונותיהם של אטומים בודדים. כדי לחזור אותם בודד, טבעי שנרצה לקבע את מיקומו למרחב. אם אותו אטום הינו חלקיק טעון, הגיוני לנסות לבודד את החליק בעזרת פוטנציאלי חשמלי, אך חוקי האלקטרודינמיקה קובעים כי לפוטנציאלי החשמלי אין מינימום למרחב. ההשלכה הפיזיקאלית המיידית של עובדה זו, היא שלא ניתן לבנות מלכודת לחליק טעון בעזרת שדה חשמלי סטטי בלבד.

מלכודת פאול מתגברת על הבעיה זו בצורה מתוחכמת למדי. אמןם לא נוכל לקבל מינימום לפוטנציאלי, אך על ידי שימוש בפוטנציאלי קאודרופולי משתנה בזמן, ניתן לבנות מלכודת כך שבכל כיוון שאליו יפנה החליק הוא ירגש בכך מחדיר לכיוון מרכז המערכת. רעיון זה, שאותו הגה פאול עוד בשנות ה-50 פרץ דרך למחקרם ובאים על חלקיים בודדים, וכיידם פיתוחים טכנולוגיים רבים בגין בניית מאיצי חלקיים ועוד. תרומתו של פאול ושל המערכת שפיתח למדע היא כה משמעותית, עד שהוא קיבל פרס נובל על עבודתו.

בניסוי זה תחקרו מערכת דומה, בה ניתן ללכוד חלקיים מקרוסקופיים ותחקרו את האינטראקציה בין החליק הלכוד לשדה החשמלי שכולא אותו.

בכונה לניסוי, עליום להתכוון בשני כיוונים – הראשון ניסיוני, והשני התיאורטי. הקולוקוויום לקרהת הניסוי יהיה שיחה של כ-30 דקות ובה נדבר על הנושאים שהתבקשתם ללמידה.

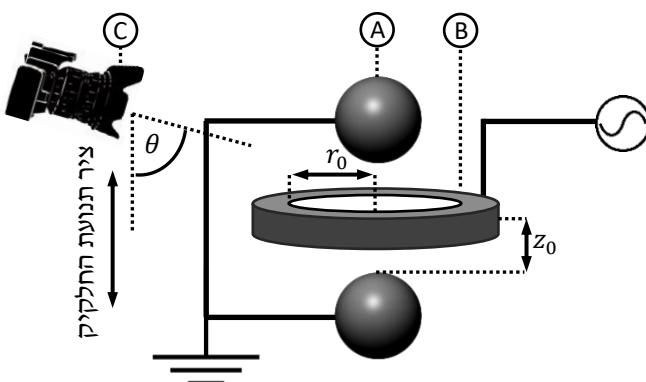
מערכת הניסוי

תרשים של מערכת הניסוי נמצא בתחתית העמוד. המערכת מורכבת משתי אלקטרוודות כדוריות (בקוטר $= 2R = 9.5 \pm 0.3\text{mm}$ ובמרחק $2z_0 = 11 \pm 0.3\text{mm}$ אחת מן השניה) ואלקטרודה טבענית (בעל דיזס פנימי $= r_0 = 9.5 \pm 0.3\text{mm}$). את הטבעה נחבר למתח AC (V_{AC}) ואילו את הכדורים נחבר למתח DC או להארקה (ניתן להוסף מתח V_{DC} על הcador העליון). חשוב לציין - המערכת זהה בין ניסויים, ולכן עליכם לוודא את הגודלים הללו במידת ותראו להשתמש בהם.

בניסוי זה, לא בלבד חלקיקים מיקרוסקופיים, אלא חלקיקים מקרוסקופיים טעונים בעלי גודל טיפוסי של כמה עשרות מיקרונים. הכנסת חלקיקים טעונים נעשית בעזרת מזרק – שואבים אבקה המורכבת מחלקיקים בגודלים שונים, ועל ידי לחיצה מהירה על בוכנת המזרק החלקים נשלחים אל תוך המלבודת. בדרך כלל מלבודת חלק מחלקיקים טעונים בתוצאה מהתגשויות, ומיעט מtower אלו נכלאים במלבודת.

במהלך הניסוי נוכל לשנות על מתחי ה-AC וה-DC שימושיים. למתח ה-AC מדירות קבועה שנקבעת על פי תדרות רשת החשמל (כ-50 הרץ), ואמפליטודה שivable להגעה ליותר מ-2,000 וולט. **שים לב – עבודה במתוחים גבוהים דורשת משנה זהירות.**

המדידות בניסוי מתבצעות על ידי צילום במצלמה מהירה, שיכולה למדוד עד כ-250 תמונות בשניה, אשר מחוברת למחשב המעבדה.



מבנה המערכת הניסיונית. המערכת מורכבת מאלקטרודות כדוריות (A) עליהן נקבע מתח DC כלשהו (כדוגמת הארקה) ומאלקטודה טבענית (B) המחברת למתח AC. המערכת כולה נמצאת בתוך מיכל שקווי המגנט עלייה מהפרעוט, ומצולמת על ידי מצלמה מהירה הממוקמת בזווית θ ביחס לכיוון תנועת החלקיק.

חומר רקע לביסוי

חומר הרקע המצורף הינו בסיסי. בכל מקרה בו חסר מידע או הסברים תוכל לגש תומונות אחרים ולבקש עזרה והפניות.

מעקב אחר חלקיקים (particle tracking)

תוצאות המדידה שתקבלו הן אוסף של תומונות המציגות את מיקום החלקיק בזמנים שונים. כל תמונה היא בעצם מטריצה דו מימדית, בשאר כל כניסה שלה היא בעל ערך הנע בין 0 ל- 255 (bit 8), ואיזורים מוארים הם בעלי ערך גבוה (לבן). מtower אוסף התומונות עליהם לדעת לחלץ את מיקומם של החלקיקים בתלות בזמן.

נקודות נוספות למחשבה - כיצד תמייר את מיקום החלקיק בתמונה, הנמדד בPixels, למרחק ביחידות פיסיקליות? על מה חשוב להקפיד בעת ביצוע המדידות כדי לחלק מידע מהתומונות? כיצד תגדירו את אי הودאות במיקום החלקיק בכל תמונה?

תיאורית דגימה (sampling theory)

כל פונקציה נורמליזבילית בקטע $[T, 0]$ ניתן לבתיה בסכום של פונקציות טריגונומטריות בעלות מחזור השווה לחלוקה שלמה של הקטע. בולם, $\forall n \in \mathbb{Z}$ $\left\{ 1, \cos\left(\frac{2\pi n}{T}t\right), \sin\left(\frac{2\pi n}{T}t\right) \right\}$ מהוות בסיס למרחב הפונקציות הנורמליזובילות בקטע $[T, 0]$. משמעות הדבר היא שככל פונקציה f 'סבירה' בקטע סופי ניתנת לבתיה בסכום (טור פורייה) של הפונקציות הטריגונומטריות. לחופין, ניתן לעבור לבתיה מרווחת, וכך נקבל שאט הפונקציה f תוכל להציג בסכום של אקספוננטים מרוכבים בעלי אמפליטודות (C_n) שונות:

$$(1) \quad f(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} C_n e^{-i\omega_n t}, \quad \omega_n = \frac{2\pi}{T}n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

כאשר את מקדמי הפרישה C_n נוכל לחשב על ידי הטלה של הפונקציה f על פונקציות הבסיס:

$$C_n = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) e^{-i\frac{2\pi n}{T}t} dt$$

מסקנה מידית ממשואה (1) היא שרווחצית מדידת התדרים שלנו נקבעת על פי משך המדידה, T , ומתקיים $\frac{1}{T} = \Delta f$. בולם, מדידת פונקציה על קטע זמן סופי מגבילה את הרוחציה שלנו למרחב בתדר.

בנוסף למוגביה זה, במצבים נצטרך להתייחס גם לדיסקרטיות המדידה - בין כל דגימה של הפונקציה f קיים מרוחז זמן סופי. נניח כי אנו דוגמים בכל מרוחז זמן Δt ובזמן T , נקבל סה"כ N דגימות, כאשר $\frac{T}{\Delta t} = N$. מכאן שאנו דוגמים את הפונקציה f ומתקבלים את סט הערכים (t_n) f כאשר $t_n = t_{n-1} + \Delta t$ עבור

$N = 1, 2, \dots, n$. התמרת הפורייה שנתקבל הינה התמרת פורייה דיסקרטית:

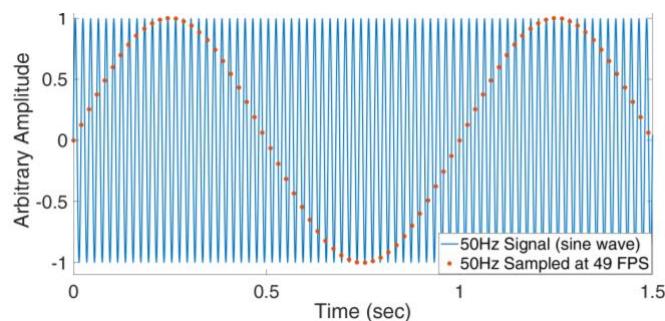
$$(2) \quad F_n(\omega_n) = \sum_{n=0}^{N-1} f(t_n) e^{-i\omega_n t}$$

וההתמרה ההפוכה היא:

$$(3) \quad f(t_n) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} F_n(\omega_n) e^{i\omega_n t}$$

מתוך הדיסקרטיות במדידות נקבל מגבלה נוספת, והוא צמצום טווח המדרים אותם נוכל לזהות. תדרות הדגימה המינימאלית הנדרשת בכדי לקבוע תדר של גל סינוס היא 2 דוגמאות לפחות (לדוגמה, נקודת המינימום והמקסימום של הגל). ומכאן שנוכל למדוד רק תדריות f העומדות בתנאי $f_c < f < \frac{f_c}{2}$, כאשר $\frac{1}{\Delta t} = f_c$ נקראת תדרית Nyquist (ביקוויסט). משמעות הדבר היא שאם נצלם תמונות בתדרות $f > f_c$ נוכל לזהות למרחב פורייה רק תדרים הקטנים מ- $\frac{f_{ps}}{2}$. ומה יקרה אם קיים תדר במערכת הגדל מפעמים תדריות הדגימה שלנו? התדרים הגבוהים אינם בעלים, אלה מופיעים בערכיהם "שייררים" (aliases) בתחום התדרים שנראה בהתמרה. תופעה זו נקראת aliasing, והיא הסיבה שלעיתים נדמה שగלי רכיב מסתובבים לאט מאוד (אף בכיוון ההפוך). כדי להמיחס את התופעה, השתמש בדוגמה פשוטה – גל סינוס בתדרות 50Hz (ראו תרשימים). נניח כי אותן הסינוסואידי מתנדנד, ואנו מודדים בתדרות נמוכות כמעט במעט מתדרות התנדנדות שלו (כלומר הזמן בין דוגמאות עוקבות גדול במעט זמן המחרור של הגל), ונניח שבמדידה כלשהי מדדנו את שיא הגל. עד לממדידה הבאה שלנו, הגל הספיק להתנדנד מחרור אחד, ועוד קצת, כך שלא נמדד את אותו הערך, אלא את ערך הפונקציה בנקודה מסוימת כמעט במעט. אם ממשיר למדוד את אותןzas במשך זמן רב, בכל מדידה נקבל את ערך הפונקציה בנקודה שונה מעט שונה במחזור, ולאט לאט נוכל לקבל את צורת הגל המקורי. עם זאת, תדרות הגל שנראה תהיה שונה, ותהיה קשורה להפרש בין התדריות, אך צורתה של הפונקציה המחרורית תשאר זהה. לרוב, אנשים מנסים להימנע מהתופעה בכל שיכן, אך לעיתים היא שימושית (לדוגמה, שימוש בסטרובוסקופ). בניסוי נוכל להשתמש באפקט זה כדי למדוד את מסלול החלקיק ברזולוציה גבוהה כרצוננו, כשההמחרור היחיד שנשלם הוא במשך הצילום.

חישבו – כיצד נראה גל סינוס מהצורה $(2\pi t/T) \sin(\epsilon - T)$?



הדגם של תופעת aliasing במרחב הזמן. גל סינוס בעל תדרות 50Hz (כחול) אותו אנו דוגמים בתדרות נמוכות במעט (כתום). ניתן לראות כיצד דגימה בתדרות קרובות לתדרות התנדנדות מאפשרת ציפוי במסלול החלקיק ברזולוציה מרחבית גבוהה.

רקע תיאורטי על מלכודת פאול

הסיבה המרכזית ללמידה את התיאוריה הבסיסית שמאחורי הניסוי היא כדי לקבל כלים שיאפשרו לכם לבצע את הניסוי, לקבל אינטואציה, ובהמשך להגיע לניסויים מעוניינים בשיש לכם�能ות התוצאות. יחד עם קובץ זה מצורפים שני מאמרים – הרצאת הנובל של ולפגאנג פאול, ומאמר מתוך עיתון אמריקאי למור פיזיקה, שמכיל תיאור לא רע של המערכת אותה עבדו.

ראשית, עליכם להציג את הנושא – מדוע מלכודת שכזו היא חשובה ו שימושית, מדוע מערכת סטטיסטית איננה מספיקה כדי לכוד חלקיקים טעונים, ואיך מערכת דינמית פותרת את הבעיה.

שנית, עליכם להכיר ולהבין את התיאוריה שנוגעת לניסוי ישירות. לשם כך, מצורף לכם מאמר שימושי המסביר את עיקרי הדברים (הקובץ בשם 'Paul trap' Storing macroscopic particles in a 'Paul trap'). **שים לב** – הרצאת הנובל של פאול נועדה בעיקר להעשרה ובמהור נוספת, ולא במקור העיקרי למידה שלכם.

במהלך הקריאה רשמו לעצמכם – מה קובע את יציבות החלקיק (אם ניתן לקבל זאת מאנלייזת יחידות?) כיצד אתם מעריכים שתראתה תנועת החלקיק במלכודת (עם ו בלי חיבור)? איזה גדים מעוניינים תוכלו לחלץ לגבי החלקיק על ידי מדידות שונות? שימו לב שהמערכת אותה נתנו תיאורטית איננה זהה למערכת הניסוי – מהי ההצדקה להשניתות התיאורטי בן רלוונטי אליכם?

הנחיות לביצוע הניסוי

על מנת להכיר את המערכת באופן ראשוני, ביצעו תחיליה את המדידות הבאות.

- בוכנו את מתח ה-AC ל-1800, ואת מתח ה-DC ל-0 (השאיו את האלקטרודות הבודדות מוארקות).
- הזריקו חלקיקי אבקה למערכת.
- הגדירו זמן חשיפה ארוך (מעל 10 ms), ובוכנו את הפוקוס במצלמה עד שתראו את החלקיקים הלכודים.
- במדידה ונלבדו מספר חלקיקים במלכודות, ניתן להוציא חלקיקים מהמערכת על ידי שינוי מתח ה-AC. עשו זאת עד שנותר חלקיק אחד במערכת.
- הגדירו זמן חשיפה קצר, וצלמו את תנועת החלקיק בשתי מדירות דגימה שונות (fps) – 235 הרץ ו-49.5 הרץ. צילום של כ-1,000 תמונות יספיק. שמירה בפורמט *TIFF* היא אופטימלית, ומשמרת את מרבית המידיע מהתמונות שצילמתם.
- **בבו את מקור המתוח ונתקו את המיגל החשמלי.** ביצעו מדידת ביול - הבנינו נייר מילימטרי למערכת, וצלמו אותו.

כעת, התבוננו באוסף התמונות שצילמתם בתוכנת (*JImage Fiji*) (גררו את תיקיית התמונות אל חלון התוכנה). לחוץ על *Image->Adjust->Brightness/Contrast* (.) שנו את הגדרות עד שתוכלו לראות בבירור את החלקיק מעבד לרעיש. התבוננו בתנועת החלקיק בשתי מדירות הדגימה – כיצד נראה תנועת החלקיק?

בעזרת הכלי *Straight Line*, ציירו קו שעובר על גבי החלקיק. מזוין את הסיגנל לאורק הקו על ידי לחיצה על *Analyze->Plot Profile*. איך נראה הפרופיל? מהו רעש הרקע במדידה? האם ניתן (וצריך) ולשפר את יחס הסיג널 לרעיש (*SNR*)?

בבית - השתמשו בתוצאות המדידה ובמידע שהוציאתם מ-*JImage* (לדוגמה, גבול הרעיש, צורת החלקיק וכו') כדי לנתח את התוצאות בעזרת הקוד לחילוץ מיקום החלקיק כפונקציה של הזמן. אפיינו את תנועת החלקיק (בצורה גרפית).

הסבר נוספת לגבי תוכנת *Fiji* וביצוע המרה בין מספר פיקסלים למרחקים ייחודיים פיזיקליים מופיע בסוף המסמך.

המשך הניסוי

בניסוי תוכלנו לשנות את מתחי ה-AC וה-DC במערכת. מה תוכלנו למדוד על החלקיק מתגובהו לשינויים בערכיהם אלו? תכנו את המדידות הבאות.

הנחיות לבתיות דוח המעבדה

את הדוח יש לכתוב במאמר ([מאמר לדוגמה](#)). ניתן לכתוב את המאמר בעברית או באנגלית.
המאמר צריך לכלול:

1. תקציר – פסקה המסבירה בקצרה את מהות הניסוי ואת התוצאות המרכזיות.
2. מבוא – הצגת הנושא והסבירים כלליים. ניתן להפנות למאמרים אחרים כדי לשמר על שטף הקריאה ולהימנע מכך נסבך לפרטים מיותרים. אין צורך לפתח משוואות או להעמיס בתיאוריה, אלא אם זה עוזר להבין את הניסוי.
3. מבנה המערכת וניתוח התמונות – הציגו בקצרה את המערכת ואת אופן ביצוע המדידות. הראו לקרוא כיצד נראה תמונה טיפוסית, איך הבדלים בין מיקום החלקיק והrukע, ואיך מצאתם את מיקומו.
4. הצגת התוצאות – לפני הצגת ניתוחים מורכבים, הציגו את התנהלות המערכת במקרה טיפוסי (מיקום החלקיק כתלות בזמן וכו'). בעדרת תוצאות אלו הגדירו את הגדים המעוניינים ונתחנו אותם (אם זה בניסוי בסיסי או חלק מהרחבתה שלהם). ראשית הציגו את התוצאות בצורה איקוטית וגרפית, וזה בצורה כמותית (התאמות ותיאוריה). השתמשו בתיאוריה כדי להסביר את התוצאות ולהליץ גדים מעוניינים. במידה יש לכם הסבר תיאורטי חדש לתופעה או תוצאות של סימולציות נומריות, תוכלו לשלב אותם יחד עם התוצאות או חלק נפרד בעבודה.
5. סיכום – סיכום קצר של המסרם המרכזים (מה תרצו לוודא שהקורא לא פפס).
6. הפניות ונספחים (כל מה שלא נכנס למאמר, אבל חשוב שיופיע).

נקודות נוספות:

אורק המאמר צריך להיות עד כ-8 עמודים (לא כולל נספחים והפניות), אך אפשר גם מעט יותר או פחות (אם יש בעיה לעשות זאת, צרו איתי קשר). אין מנגעה לכתב מאמר קצר יותר (להיפך), כל עוד הוא כתוב בצורה ברורה ו邏輯ית. העבודה צריכה להיות כתובה בצורה מוקדמת: חישבו איך כל חלק בעבודה תורם להבנה הכללי (דוגממה – איך המבואה עוזר לקרוא להיכנס לנושא ולהבין את תיאור התוצאות?). הקפידו על כתיבה מדעית והציגו עניינית של התוצאות. הציגו את אי הودאות במידידות (ביחוד למי הודאות לא זניחה ביחס לגודל הנמדד).

בעת בדיקת העבודה אתן משקל מركזלי לשולש נקודות הבאות:

- כתיבה ברורה ומדויקת המאפשרת קריאה שוטפת.
- הצגה ברורה של התוצאות – האם קורא שלא מכיר את הניסוי יוכל להבין איך המערכת מתנהגת ואת הטענות המרכזיות מתוך הגרפים והטקסט?
- ניתוח תוצאות ואפיון המערכת בצורה מלאה, מעניינת ו邏輯ית.

מומלץ לבקש ממשהו/י שלא מכיר/ה הניסוי לקרוא את העבודה. האם הבינו את העבודה בלי צורך בהבהרות מצדכם ?

אני זמין לשאלות והבהרות.

בצלחה!

הסבר לשימוש בתוכנת Fiji / ImageJ

הוודה

הורידו את התוכנה בגרסה המתאימה למערכת הפעלה שלכם מהאתר:

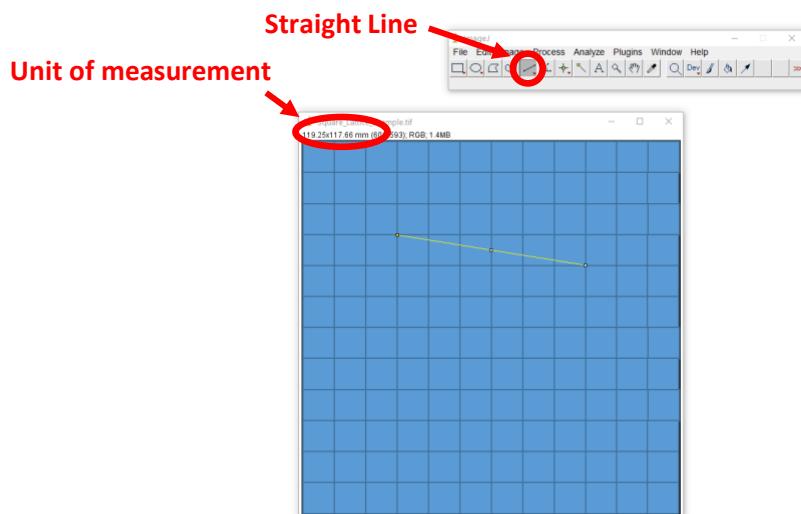
<https://imagej.net/software/fiji/downloads>

כדי להפעיל את התוכנה, יש להלץ את התקינה שהורדתם (*Extract All*) ולפתח את הקובץ בשם *.ImageJ.exe*.

ביצוע מדידות בעזרת ImageJ

כדי לפתח את התמונה הרצוי, גררו אותה אל מסך התוכנה שנפתחה. בנוסף נספה היא לגשת אל התמונה הרצוי דרך לשונית *File → Open*.

כעת, דרך סרגל הכלים בחוץ ב- *Straight Line* במתואר בתמונה:



כדי לבצע מדידה, יש לסמן בעזרת העבר את המרחק הרצוי ולהזע על המקלים "M" (בו זמני). דרך נוספת היא דרך הלשונית *Analyze → Measure*. את הייחדות בהן בוצעו המדידות ניתן לראות בפינה העליונה של התמונה (בהמשך הקובץ נמצא הסבר כיצד ניתן לבצע ייחודת ולכיל את המדידות).

כעת תיפתח טבלה המרכזת את המדידות שלכם. ניתן לבצע מספר מדידות ברציפות.

כדי לנתח את התוצאות בתוכנה שתבחרו, ניתן להעתיק את המדידות מהטבלה או לשמר אותן בקובץ *CSV*.

	Area	Mean	Min	Max	X	Y	Angle	Length
1	11.968	150.602	111.333	153	59.623	34.325	-9.120	302.828
2	10.668	149.678	111.333	153	32.440	62.202	-68.475	53.535

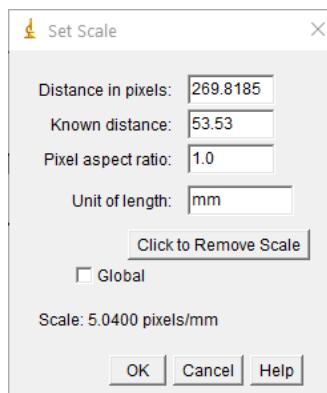
Your measurements

ניתן גם למדוד את פרופיל ההארה לאורק התמונה בעזרת לחיצה על המקלים "K", או דרך הלשונית *Analyze->Plot Profile*. אם תרצו להשתמש במידע בתוכנה נוספת נספה תובילו לשומר את הנתונים לקובץ *CSV*.

כיוון התמונות

כדי לבצע מדידות ביחידות אורך אמיתיות במקום ביחידות של מספר פיקסלים, יש לבצע כיוון. משמעות הכיוול הינה המרת בין מספר פיקסלים לבין יחידות אורך בעלות משמעות. את הכוון נבצע על ידי מדידת אורך של אובייקט בתמונה שאות אורכו אנו יודעים במדויקות (לדוגמה, משבצות בדף), והמרת האורך הנמדד במספר פיקסלים, לאורך ביחידות פיסיקליות.

- בחרו בתמונה אובייקט בעל אורך ידוע וסמן אותו באמצעות *Straight-Line Analyze* (לדוגמה, נייר מילימטרי או סרגל).
- בחרו בלשונית *Analyze* → *Set Scale*. בשורת *Distance in pixel* יהיה רשום (באופן אוטומטי) אורכו של האובייקט שבחרתם ביחידות של מספר פיקסלים.
- בעת, בשורת *Known Distance* הקלידו את המרחק הידוע של האובייקט, ובשורת *Unit of length* הקלידו את שם היחידות שאיתן בחרתם לעבוד (*...cm, mm, m*).
- שימו לב שאחרי ביצוע הכוון נקבע הקשר בין מספר הפיקסלים ליחידות מרחק פיסיקליות יופיע בתחום החילון.
- ניתן לחזק על *Global* על מנת לשמור את הכוון הנוכחי גם לכל התמונות הבאות שתוכנiso לתוכנה (הכוון ישמר עד שתסגורו את התוכנה).



הערות לגבי הכוון:

- מומלץ לוודא את הכוון שביצעתם על ידי מדידת מרחקים ידועים נוספים בתמונה.
- שימו לב שהכוון נIRON עבור קונפיגורציית הניסוי הספציפי הנוכחי. אם המצלמה או המערכת זו עד לממדידה הבאה, נדרש כיוון נפרד.
- רצוי לכיל מרחקים על בסיס אובייקטים הנמצאים במרכז התמונה, ושאורךם מהוות חלק גדול מוגדל בתמונה (חישבו מדווק).