

תרגיל מחשב 2:

הערות:

- לכל הטבלאות שיוצגו במהלך העבודה שמות המשתנים הם:

מס' איטרציה – Iteration

השגיאה בין זוג איברים עוקבים $(X_n - X_{(n-1)})$ – error

אפסילון (שגיאה מוחלטת) – E_n

איברי הסדרה – X_n

- לכל הסעיפים הנוגעים לבחינת סדר התכנסות וקבוע התכנסות מתוך הגרף נציין כי

הפונקציה בגרף נתונה ע"י המשוואה: $E_n = (\eta) \cdot \log(E_{n+1}) + \log A$ נראה כי השיפוע והקבוע הם

אכן סדר ההתכנסות (η) וקבוע ההתכנסות (A) :

$$\log(E_n) = \log(E_{n-1}) (\eta) + A$$

$$E_n = (E_{n-1}^\eta) \cdot A$$

$$E_n / ((E_{n-1})^\eta) = A$$

כלומר, זאת אכן הדרך בעזרתה נמצא את סדר ההתכנסות ואת קבוע ההתכנסות.

שאלה 1:

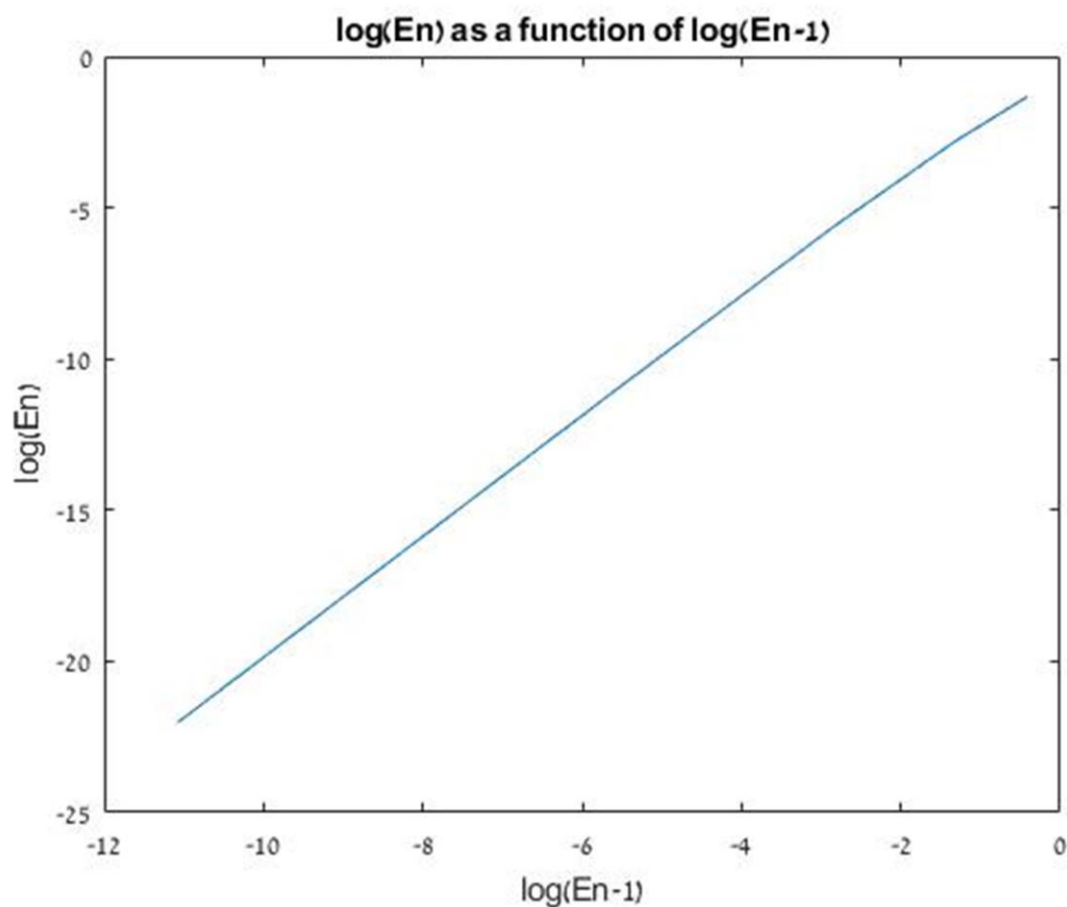
סעיף א:

מצורף כנספח בסוף העבודה.

סעיף ב:

נדרשו 8 איטרציות להתכנסות לפתרון s עם סיבולת של 12 ספרות משמעותיות.

| Iteration | Xn | En | error |
|-----------|--------|------------|------------|
| 0 | 2.5776 | 1.2616 | 1 |
| 1 | 1.977 | 0.66094 | 0.60061 |
| 2 | 1.5798 | 0.26374 | 0.39719 |
| 3 | 1.3751 | 0.059002 | 0.20474 |
| 4 | 1.3198 | 0.00369 | 0.055312 |
| 5 | 1.3161 | 1.5447e-05 | 0.0036746 |
| 6 | 1.3161 | 2.7195e-10 | 1.5447e-05 |
| 7 | 1.3161 | 0 | 2.7195e-10 |
| 8 | 1.3161 | 0 | 0 |



קיבלנו ששיפוע הגרף, סדר ההתכנסות, הוא: 1.98, ואילו הגרף חותך את ציר ה γ בנקודה 0.01196 כלומר קבוע ההתכנסות הוא $A = 1.012$.

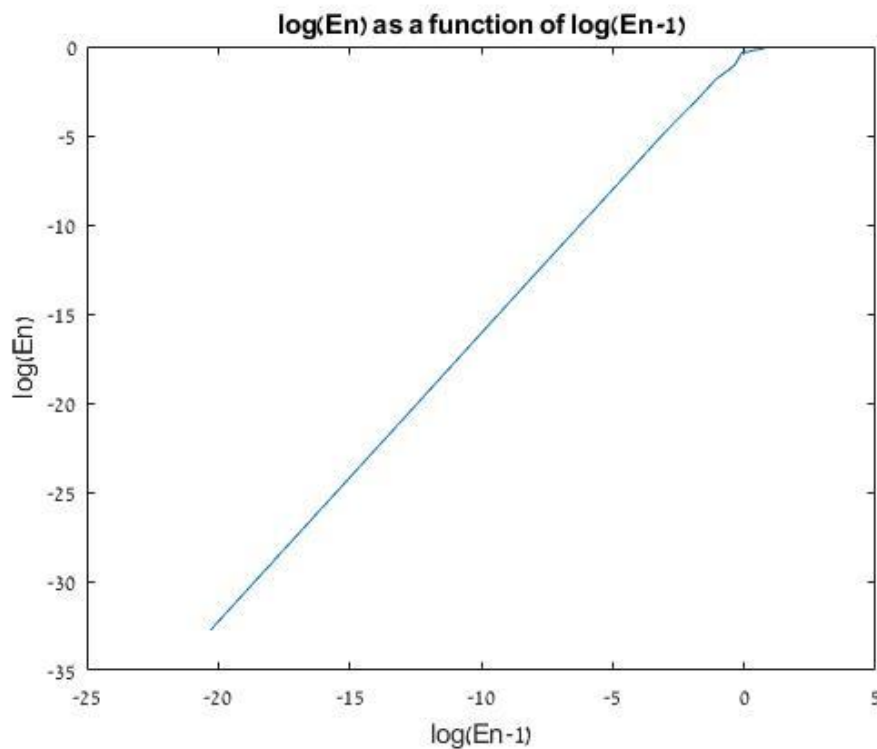
סדר ההתכנסות כמעט זהה לסדר שנידון בכיתה, כלומר סדר 1.98 לעומר 2 וזאת מכיוון שעבדנו (המחשב עבד) עם מספרים סופיים ולכן קיימת שגיאה, אמנם קטנה אך מצטברת.

שאלה 2: (שיטת המיתר)

סעיף א:

נדרשו 12 איטרציות להתכנסות לפתרון s עם סיבולת של 12 ספרות משמעותיות.

| Iteration | X_n | E_n | error |
|-----------|--------|------------|------------|
| 0 | 2.5776 | 1.2616 | 0 |
| 1 | 3.533 | 2.217 | 0.9554 |
| 2 | 2.2256 | 0.90951 | 1.3074 |
| 3 | 2.0111 | 0.69503 | 0.21448 |
| 4 | 1.6607 | 0.34461 | 0.35042 |
| 5 | 1.4763 | 0.16021 | 0.1844 |
| 6 | 1.3633 | 0.047229 | 0.11298 |
| 7 | 1.3237 | 0.0076017 | 0.039627 |
| 8 | 1.3165 | 0.00039535 | 0.0072064 |
| 9 | 1.3161 | 3.408e-06 | 0.00039194 |
| 10 | 1.3161 | 1.5353e-09 | 3.4065e-06 |
| 11 | 1.3161 | 5.9952e-15 | 1.5353e-09 |
| 12 | 1.3161 | 0 | 5.9952e-15 |



כעת קיבלנו ששיפוע הגרף, סדר ההתכנסות, הוא: 1.619, ואילו הגרף חותך את ציר ה y בנקודה: 0.0932 כלומר קבוע ההתכנסות הוא $A = 1.097$.

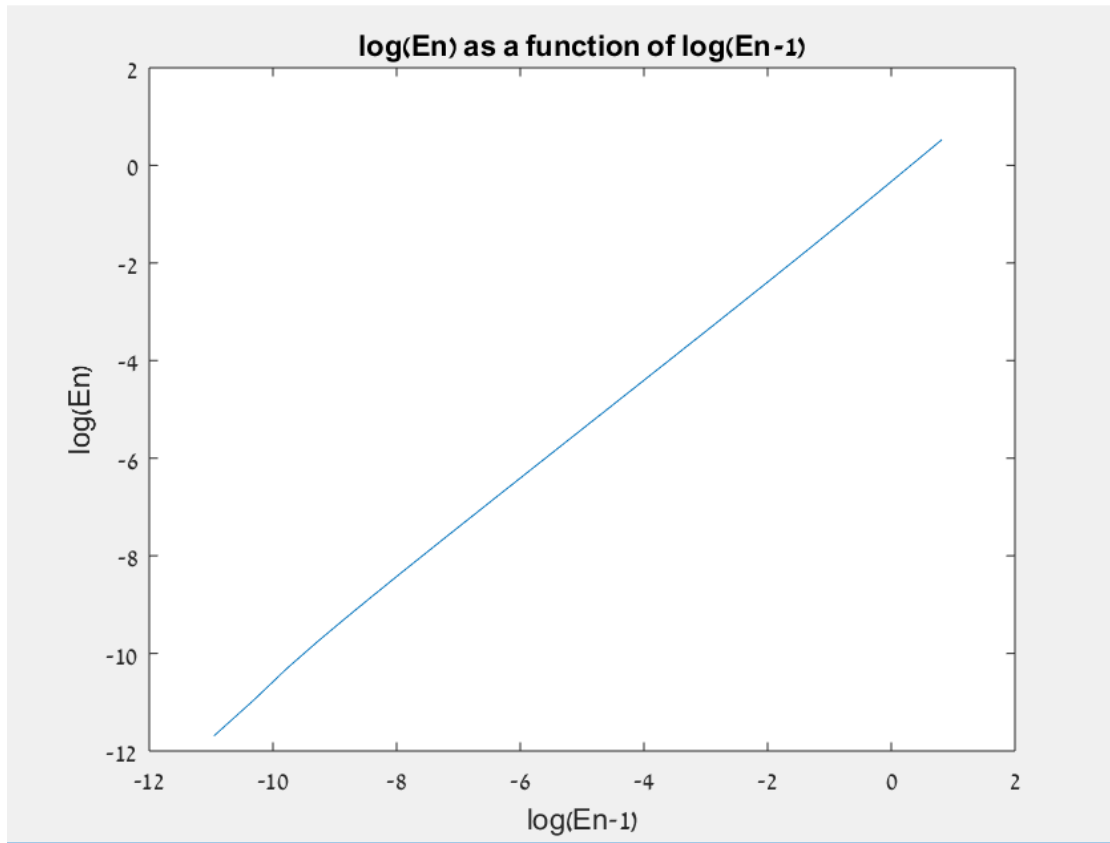
סדר ההתכנסות כמעט זהה לסדר שנידון בכיתה, כלומר סדר 1.618 לעומת 1.619 וזאת מכיוון שעבדנו (המחשב עבד) עם מספרים סופיים ולכן קיימת שגיאה, אמנם קטנה אך מצטברת

שאלה 3:

סעיף א:

NR0

| Iteration | X_n | E_n | error |
|-----------|--------|------------|------------|
| 0 | 5 | 3 | 1 |
| 1 | 4.2703 | 2.2703 | 0.72973 |
| 2 | 3.6967 | 1.6967 | 0.57356 |
| 3 | 3.2503 | 1.2503 | 0.44641 |
| 4 | 2.9075 | 0.90744 | 0.34284 |
| 5 | 2.6485 | 0.64852 | 0.25892 |
| 6 | 2.4567 | 0.45671 | 0.19181 |
| 7 | 2.3174 | 0.31743 | 0.13928 |
| 8 | 2.2182 | 0.21822 | 0.099214 |
| 9 | 2.1487 | 0.14872 | 0.069503 |
| 10 | 2.1007 | 0.10069 | 0.04803 |
| 11 | 2.0679 | 0.067842 | 0.032844 |
| 12 | 2.0456 | 0.045556 | 0.022286 |
| 13 | 2.0305 | 0.030517 | 0.015039 |
| 14 | 2.0204 | 0.020409 | 0.010109 |
| 15 | 2.0136 | 0.013632 | 0.0067767 |
| 16 | 2.0091 | 0.0090972 | 0.0045347 |
| 17 | 2.0061 | 0.0060665 | 0.0030307 |
| 18 | 2.0041 | 0.0040426 | 0.0020239 |
| 19 | 2.0027 | 0.0026918 | 0.0013508 |
| 20 | 2.0018 | 0.0017907 | 0.00090119 |
| 21 | 2.0012 | 0.0011896 | 0.00060109 |
| 22 | 2.0008 | 0.00078869 | 0.00040086 |
| 23 | 2.0005 | 0.00052139 | 0.0002673 |
| 24 | 2.0004 | 0.00034317 | 0.00017823 |
| 25 | 2.0002 | 0.00022435 | 0.00011882 |
| 26 | 2.0002 | 0.00014511 | 7.9239e-05 |
| 27 | 2.0001 | 9.2229e-05 | 5.2878e-05 |
| 28 | 2.0001 | 5.6998e-05 | 3.5231e-05 |
| 29 | 2 | 3.3391e-05 | 2.3607e-05 |
| 30 | 2 | 1.7494e-05 | 1.5897e-05 |
| 31 | 2 | 8.3672e-06 | 9.1265e-06 |
| 32 | 2 | 0 | 8.3672e-06 |
| 33 | 2 | 0 | 0 |



כעת קיבלנו ששיפוע הגרף, סדר ההתכנסות, הוא: 1.022 , ואילו הגרף חותך את ציר ה y בנקודה -0.35 כלומר קבוע ההתכנסות הוא $A = 0.704$.

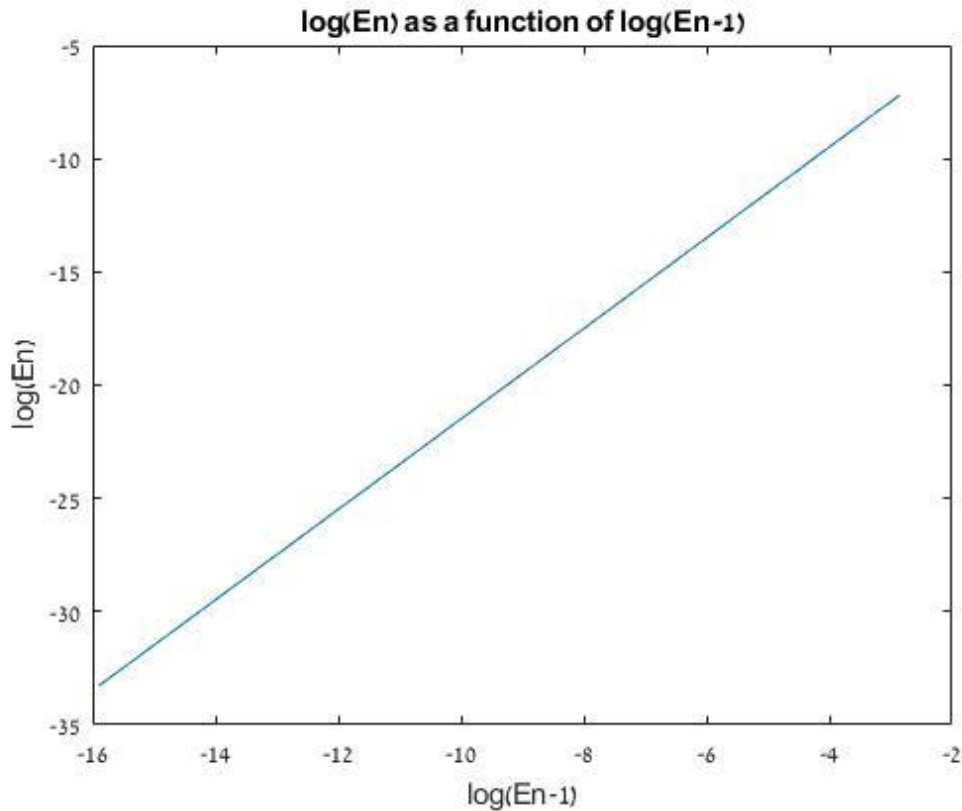
כעת קיבלנו קצב התכנסות לינארי (כמעט) וזאת כיוון שלשורש S היה ריבוי $q > 1$.

אך עם זאת לא קיבלנו $\eta = 1$ אלא $\eta = 1.022$ וזאת כיוון שעבדנו עם מספרים סופיים ולכן קיבלנו שגיאה מצטברת.

NR0

NR1

| Iteration | Xn | En | error | V_xn | V_En | V_error |
|-----------|--------|------------|------------|--------|------------|------------|
| 0 | 5 | 3 | 1 | 2.5776 | 0.57762 | 1 |
| 1 | 4.2703 | 2.2703 | 0.72973 | 1.9425 | 0.057547 | 0.63517 |
| 2 | 3.6967 | 1.6967 | 0.57356 | 1.9993 | 0.00074951 | 0.056797 |
| 3 | 3.2503 | 1.2503 | 0.44641 | 2 | 1.2487e-07 | 0.00074938 |
| 4 | 2.9075 | 0.90744 | 0.34284 | 2 | 3.5527e-15 | 1.2487e-07 |
| 5 | 2.6485 | 0.64852 | 0.25892 | 2 | 0 | 3.5527e-15 |
| 6 | 2.4567 | 0.45671 | 0.19181 | | | |
| 7 | 2.3174 | 0.31743 | 0.13928 | | | |
| 8 | 2.2182 | 0.21822 | 0.099214 | | | |
| 9 | 2.1487 | 0.14872 | 0.069503 | | | |
| 10 | 2.1007 | 0.10069 | 0.04803 | | | |
| 11 | 2.0679 | 0.067842 | 0.032844 | | | |
| 12 | 2.0456 | 0.045556 | 0.022286 | | | |
| 13 | 2.0305 | 0.030517 | 0.015039 | | | |
| 14 | 2.0204 | 0.020409 | 0.010109 | | | |
| 15 | 2.0136 | 0.013632 | 0.0067767 | | | |
| 16 | 2.0091 | 0.0090972 | 0.0045347 | | | |
| 17 | 2.0061 | 0.0060665 | 0.0030307 | | | |
| 18 | 2.0041 | 0.0040426 | 0.0020239 | | | |
| 19 | 2.0027 | 0.0026918 | 0.0013508 | | | |
| 20 | 2.0018 | 0.0017907 | 0.00090119 | | | |
| 21 | 2.0012 | 0.0011896 | 0.00060109 | | | |
| 22 | 2.0008 | 0.00078869 | 0.00040086 | | | |
| 23 | 2.0005 | 0.00052139 | 0.0002673 | | | |
| 24 | 2.0004 | 0.00034317 | 0.00017823 | | | |
| 25 | 2.0002 | 0.00022435 | 0.00011882 | | | |
| 26 | 2.0002 | 0.00014511 | 7.9239e-05 | | | |
| 27 | 2.0001 | 9.2229e-05 | 5.2878e-05 | | | |
| 28 | 2.0001 | 5.6998e-05 | 3.5231e-05 | | | |
| 29 | 2 | 3.3391e-05 | 2.3607e-05 | | | |
| 30 | 2 | 1.7494e-05 | 1.5897e-05 | | | |
| 31 | 2 | 8.3672e-06 | 9.1265e-06 | | | |
| 32 | 2 | 0 | 8.3672e-06 | | | |
| 33 | 2 | 0 | 0 | | | |



כעת קיבלנו ששיפוע הגרף, סדר ההתכנסות, הוא 1.998 , ואילו הגרף חותך את ציר ה γ בנקודה - 1.501- כלומר קבוע ההתכנסות הוא $A = 0.223$.

כעת קיבלנו קצב התכנסות ריבועי (כמעט) וזאת כיוון שתיקנו את הריבוי של השורש S להיות 1 .

אך עם זאת לא קיבלנו $\eta = 2$ אלא $\eta = 1.998$ וזאת כיוון שעבדנו עם מספרים סופיים ולכן קיבלנו שגיאה מצטברת.

סעיף ג:

תחילה נחשב את הריבוי q באמצעות הקשר הנתון:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left[\frac{(x-2) \cdot (x^2 + 2)}{(5x^2 - 4x + 6)} \right] / (x-2) = \frac{(x^2 + 2)}{(5x^2 - 4x + 6)} = \{x \rightarrow 2\} = 1/3$$

לכן קיבלנו כי $q = 3$.

NR0

NR1

NR2

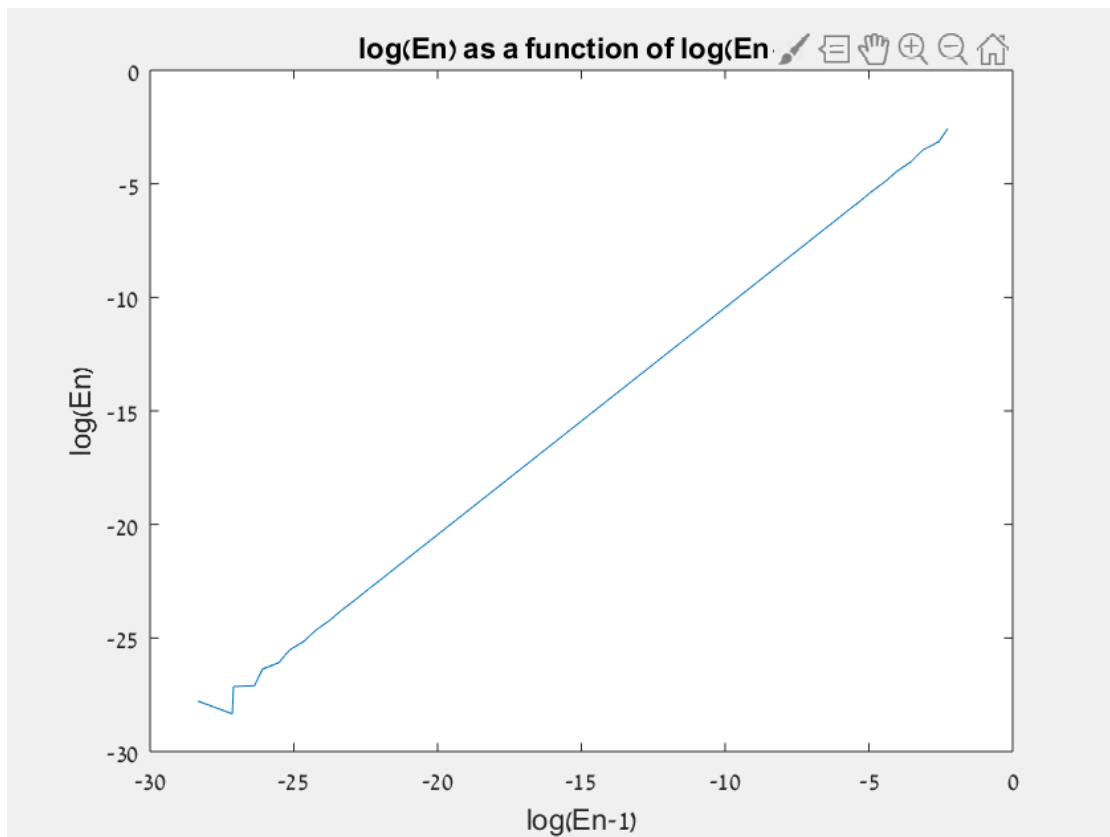
| Iteration | Xn | En | error | Xn | En | error | V_xn | V_En | V_error |
|-----------|--------|------------|------------|--------|------------|------------|--------|------------|------------|
| 0 | 5 | 3 | 1 | 5 | 3 | 1 | 2.5776 | 0.57762 | 1 |
| 1 | 4.2703 | 2.2703 | 0.72973 | 2.8108 | 0.81081 | 2.1892 | 1.9425 | 0.057547 | 0.63517 |
| 2 | 3.6967 | 1.6967 | 0.57356 | 2.1079 | 0.10787 | 0.70294 | 1.9993 | 0.00074951 | 0.056797 |
| 3 | 3.2503 | 1.2503 | 0.44641 | 2.0025 | 0.0024781 | 0.10539 | 2 | 1.2487e-07 | 0.00074938 |
| 4 | 2.9075 | 0.90744 | 0.34284 | 2 | 1.242e-07 | 0.0024782 | 2 | 3.5527e-15 | 1.2487e-07 |
| 5 | 2.6485 | 0.64852 | 0.25892 | 1.9987 | 0.0012718 | 0.0012717 | 2 | 0 | 3.5527e-15 |
| 6 | 2.4567 | 0.45671 | 0.19181 | 2 | 1.1298e-06 | 0.0012707 | | | |
| 7 | 2.3174 | 0.31743 | 0.13928 | 2.0091 | 0.0090898 | 0.0090909 | | | |
| 8 | 2.2182 | 0.21822 | 0.099214 | 2 | 1.6813e-05 | 0.009073 | | | |
| 9 | 2.1487 | 0.14872 | 0.069503 | 2 | 1.147e-05 | 2.8283e-05 | | | |
| 10 | 2.1007 | 0.10069 | 0.04803 | 2 | 2.3359e-05 | 1.1889e-05 | | | |
| 11 | 2.0679 | 0.067842 | 0.032844 | 2 | 1.0733e-06 | 2.2285e-05 | | | |
| 12 | 2.0456 | 0.045556 | 0.022286 | 1.9863 | 0.0137 | 0.013699 | | | |
| 13 | 2.0305 | 0.030517 | 0.015039 | 2 | 4.0431e-05 | 0.01374 | | | |
| 14 | 2.0204 | 0.020409 | 0.010109 | 2 | 0 | 4.0431e-05 | | | |
| 15 | 2.0136 | 0.013632 | 0.0067767 | 2 | 0 | 0 | | | |
| 16 | 2.0091 | 0.0090972 | 0.0045347 | | | | | | |
| 17 | 2.0061 | 0.0060665 | 0.0030307 | | | | | | |
| 18 | 2.0041 | 0.0040426 | 0.0020239 | | | | | | |
| 19 | 2.0027 | 0.0026918 | 0.0013508 | | | | | | |
| 20 | 2.0018 | 0.0017907 | 0.00090119 | | | | | | |
| 21 | 2.0012 | 0.0011896 | 0.00060109 | | | | | | |
| 22 | 2.0008 | 0.00078869 | 0.00040086 | | | | | | |
| 23 | 2.0005 | 0.00052139 | 0.0002673 | | | | | | |
| 24 | 2.0004 | 0.00034317 | 0.00017823 | | | | | | |
| 25 | 2.0002 | 0.00022435 | 0.00011882 | | | | | | |
| 26 | 2.0002 | 0.00014511 | 7.9239e-05 | | | | | | |
| 27 | 2.0001 | 9.2229e-05 | 5.2878e-05 | | | | | | |
| 28 | 2.0001 | 5.6998e-05 | 3.5231e-05 | | | | | | |
| 29 | 2 | 3.3391e-05 | 2.3607e-05 | | | | | | |
| 30 | 2 | 1.7494e-05 | 1.5897e-05 | | | | | | |
| 31 | 2 | 8.3672e-06 | 9.1265e-06 | | | | | | |
| 32 | 2 | 0 | 8.3672e-06 | | | | | | |
| 33 | 2 | 0 | 0 | | | | | | |

שאלה 4:

סעיף א:

| Iteration | Xn | En | error |
|-----------|--------|------------|------------|
| 0 | 1.5708 | 0.3247 | 1 |
| 1 | 2 | 0.10451 | 0.4292 |
| 2 | 1.8186 | 0.076899 | 0.18141 |
| 3 | 1.9389 | 0.043415 | 0.12031 |
| 4 | 1.866 | 0.029478 | 0.072893 |
| 5 | 1.9135 | 0.017982 | 0.04746 |
| 6 | 1.8837 | 0.011779 | 0.029762 |
| 7 | 1.9029 | 0.0073841 | 0.019163 |
| 8 | 1.8907 | 0.004763 | 0.012147 |
| 9 | 1.8985 | 0.0030175 | 0.0077805 |
| 10 | 1.8936 | 0.0019339 | 0.0049514 |
| 11 | 1.8967 | 0.0012304 | 0.0031643 |
| 12 | 1.8947 | 0.00078647 | 0.0020169 |
| 13 | 1.896 | 0.00050122 | 0.0012877 |
| 14 | 1.8952 | 0.00032004 | 0.00082126 |
| 15 | 1.8957 | 0.0002041 | 0.00052414 |
| 16 | 1.8954 | 0.00013027 | 0.00033437 |
| 17 | 1.8956 | 8.3099e-05 | 0.00021337 |
| 18 | 1.8954 | 5.3028e-05 | 0.00013613 |
| 19 | 1.8955 | 3.3831e-05 | 8.6859e-05 |
| 20 | 1.8955 | 2.1587e-05 | 5.5418e-05 |
| 21 | 1.8955 | 1.3773e-05 | 3.536e-05 |
| 22 | 1.8955 | 8.788e-06 | 2.2561e-05 |
| 23 | 1.8955 | 5.6071e-06 | 1.4395e-05 |
| 24 | 1.8955 | 3.5776e-06 | 9.1847e-06 |
| 25 | 1.8955 | 2.2827e-06 | 5.8603e-06 |
| 26 | 1.8955 | 1.4564e-06 | 3.7391e-06 |
| 27 | 1.8955 | 9.2927e-07 | 2.3857e-06 |
| 28 | 1.8955 | 5.9292e-07 | 1.5222e-06 |
| 29 | 1.8955 | 3.7831e-07 | 9.7123e-07 |
| 30 | 1.8955 | 2.4138e-07 | 6.1969e-07 |
| 31 | 1.8955 | 1.5401e-07 | 3.9539e-07 |
| 32 | 1.8955 | 9.8265e-08 | 2.5228e-07 |
| 33 | 1.8955 | 6.2698e-08 | 1.6096e-07 |
| 34 | 1.8955 | 4.0004e-08 | 1.027e-07 |
| 35 | 1.8955 | 2.5525e-08 | 6.5528e-08 |
| 36 | 1.8955 | 1.6285e-08 | 4.181e-08 |
| 37 | 1.8955 | 1.0391e-08 | 2.6677e-08 |
| 38 | 1.8955 | 6.6296e-09 | 1.7021e-08 |
| 39 | 1.8955 | 4.2305e-09 | 1.086e-08 |
| 40 | 1.8955 | 2.6987e-09 | 6.9293e-09 |
| 41 | 1.8955 | 1.7225e-09 | 4.4212e-09 |
| 42 | 1.8955 | 1.0985e-09 | 2.8209e-09 |
| 43 | 1.8955 | 7.0141e-10 | 1.7999e-09 |
| 44 | 1.8955 | 4.4698e-10 | 1.1484e-09 |
| 45 | 1.8955 | 2.8575e-10 | 7.3273e-10 |
| 46 | 1.8955 | 1.8177e-10 | 4.6751e-10 |
| 47 | 1.8955 | 1.1653e-10 | 2.983e-10 |
| 48 | 1.8955 | 7.3797e-11 | 1.9033e-10 |
| 49 | 1.8955 | 4.7639e-11 | 1.2144e-10 |
| 50 | 1.8955 | 2.9843e-11 | 7.7482e-11 |
| 51 | 1.8955 | 1.9594e-11 | 4.9437e-11 |
| 52 | 1.8955 | 1.1949e-11 | 3.1543e-11 |
| 53 | 1.8955 | 8.177e-12 | 2.0126e-11 |
| 54 | 1.8955 | 4.6645e-12 | 1.2842e-11 |
| 55 | 1.8955 | 3.529e-12 | 8.1934e-12 |
| 56 | 1.8955 | 1.6989e-12 | 5.2278e-12 |
| 57 | 1.8955 | 1.6369e-12 | 3.3358e-12 |
| 58 | 1.8955 | 4.9161e-13 | 2.1285e-12 |
| 59 | 1.8955 | 8.6664e-13 | 1.3582e-12 |
| 60 | 1.8955 | 0 | 8.6664e-13 |

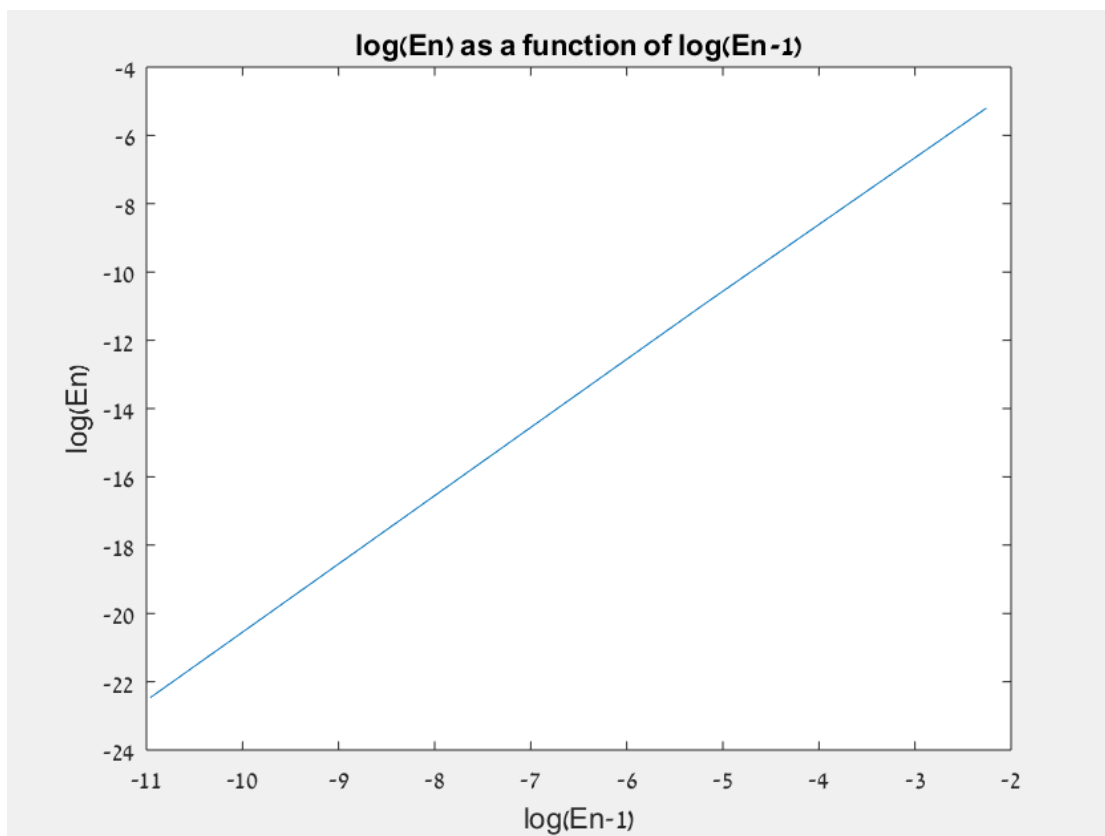
ניתן לראות שהשיטה התכנסה לפתרון $x = 1.8955$.



כעת באופן דומה, שיפוע הגרף, כלומר קצב ההתכנסות הוא 0.966 כלומר לינארי (כמעט). ואילו נק' החיתוך בציר ה y היא -0.983 ולכן הקבוע A הוא $e^{(-0.983)}$ כלומר 0.374.

כיוון שהשורש שאליו התכנסה השיטה הוא מריבוי 1 אזי גם באופן תיאורטי קצב ההתכנסות של השיטה הוא לינארי ולכן קיים הבדל מינורי בין קצב ההתכנסות שקיבלנו $\eta = 0.966$ לקצב התיאורטי אותו היינו אמורים לקבל $\eta = 1$ וזאת כיוון שעבדנו (המחשב עבד) עם ייצוג מספרים סופי, ולכן קיבלנו שגיאה מצטברת.

| Iteration | X_n | E_n | error |
|-----------|--------|--------------|--------------|
| 0 | 1.5708 | 0.3247 | 1 |
| 1 | 2 | 0.10451 | 0.4292 |
| 2 | 1.901 | 0.0055013 | 0.099004 |
| 3 | 1.8955 | $1.7378e-05$ | 0.0054839 |
| 4 | 1.8955 | $1.7473e-10$ | $1.7378e-05$ |
| 5 | 1.8955 | 0 | $1.7473e-10$ |
| 6 | 1.8955 | 0 | 0 |



כעת באופן דומה, שיפוע הגרף, כלומר קצב ההתכנסות הוא 1.984 כלומר ריבועי (כמעט). ואילו נק' החיתוך בציר ה γ היא -0.637 ולכן הקבוע A הוא $e^{(-0.637)}$ כלומר 0.528 .

כעת בשיטת NR קיבלנו קצב התכנסות ריבועי לעומת שיטת נק' השבת בסעיף א שבה קיבלנו קצב התכנסות לינארי.

סעיף ג:

על מנת למצוא שורשים נוספים למשוואה $f(x)=0$ נמצא את התחום שבה שיטת נקודת השבת תתכנס ע"י דרישה של התנאי $|g'(x)| < 1$ כלומר, אי השוויון $|\cos(x)| < 1/2$.

כלומר קיבלנו שהשיטה תתכנס (בוודאות) עבור $\pi/3 > x > 2\pi/3$, $-\pi/3 < x < -2\pi/3$.

לכן כיוון שבחרנו x בתחום החיובי כעת נבחר x בתחום השלילי, לדוגמא: $-\pi/2$.

| Iteration | X_n | E_n | error |
|-----------|---------|------------|------------|
| 0 | -1.5708 | 0.3247 | 1 |
| 1 | -2 | 0.10451 | 0.4292 |
| 2 | -1.901 | 0.0055013 | 0.099004 |
| 3 | -1.8955 | 1.7378e-05 | 0.0054839 |
| 4 | -1.8955 | 1.7473e-10 | 1.7378e-05 |
| 5 | -1.8955 | 0 | 1.7473e-10 |
| 6 | -1.8955 | 0 | 0 |

השיטה התכנה לשורש השלילי -1.8955 (לעומת תנאי התחלתי $x=\pi/2$ בו השיטה התכנסה ל 1.8955).

קיים שורש נוסף למשוואה ב $x=0$ אך לא ניתן לקבוע תחום התכנסות אליו באמצעות הפונקציה הנתונה $g(x)$ מכיוון ש $x=0$ לא נמצא בתחום התכנסות.

סעיף ד:

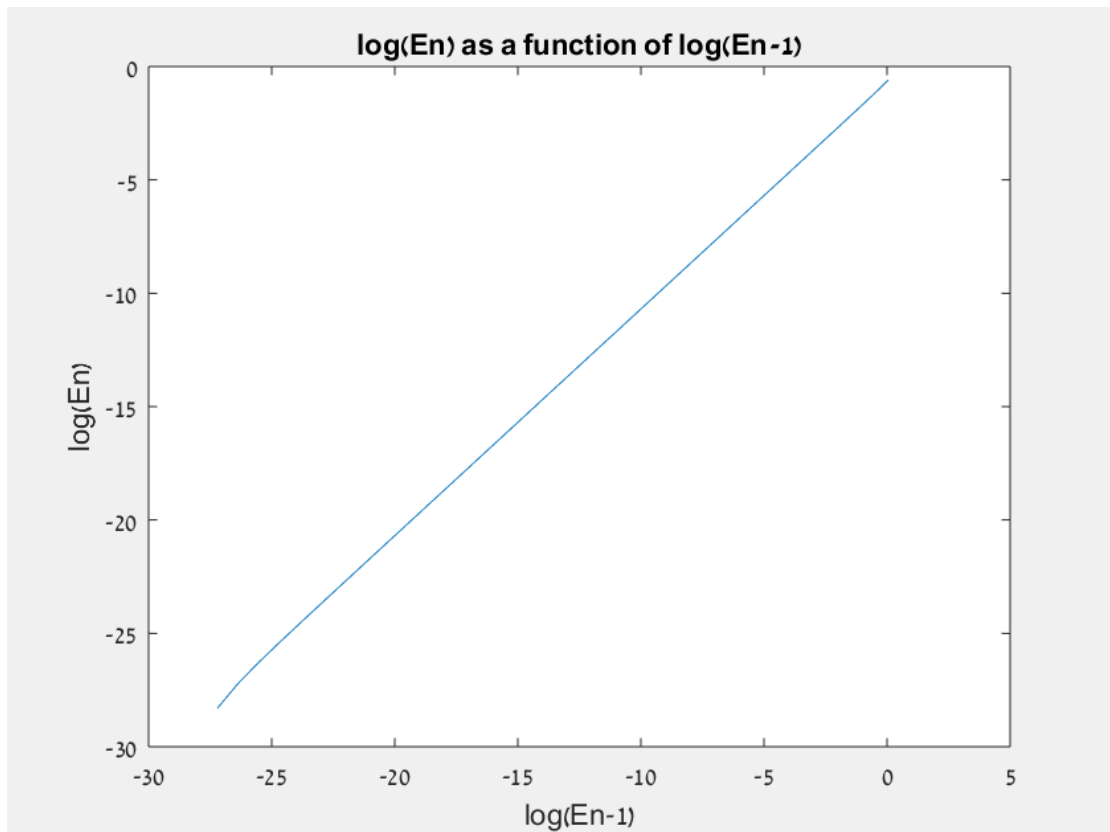
נמצא את התחום שבה שיטת נקודת השבת תתכנס ע"י דרישה של התנאי $|g'(x)| < 1$.

נקבל כי עבור התחום: $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$ השיטה תתכנס (בוודאות).

לכן נבחר $X_1 = \sqrt{3}$.

| Iteration | Xn | En | error |
|-----------|------------|------------|------------|
| 0 | 1.7321 | 1.7321 | 1 |
| 1 | 1.0472 | 1.0472 | 0.68485 |
| 2 | 0.55107 | 0.55107 | 0.49613 |
| 3 | 0.27915 | 0.27915 | 0.27192 |
| 4 | 0.14003 | 0.14003 | 0.13912 |
| 5 | 0.070072 | 0.070072 | 0.069958 |
| 6 | 0.035043 | 0.035043 | 0.035029 |
| 7 | 0.017523 | 0.017523 | 0.017521 |
| 8 | 0.0087614 | 0.0087614 | 0.0087612 |
| 9 | 0.0043807 | 0.0043807 | 0.0043807 |
| 10 | 0.0021904 | 0.0021904 | 0.0021904 |
| 11 | 0.0010952 | 0.0010952 | 0.0010952 |
| 12 | 0.00054759 | 0.00054759 | 0.00054759 |
| 13 | 0.0002738 | 0.0002738 | 0.0002738 |
| 14 | 0.0001369 | 0.0001369 | 0.0001369 |
| 15 | 6.8449e-05 | 6.8449e-05 | 6.8449e-05 |
| 16 | 3.4224e-05 | 3.4224e-05 | 3.4224e-05 |
| 17 | 1.7112e-05 | 1.7112e-05 | 1.7112e-05 |
| 18 | 8.5561e-06 | 8.5561e-06 | 8.5561e-06 |
| 19 | 4.278e-06 | 4.278e-06 | 4.278e-06 |
| 20 | 2.139e-06 | 2.139e-06 | 2.139e-06 |
| 21 | 1.0695e-06 | 1.0695e-06 | 1.0695e-06 |
| 22 | 5.3476e-07 | 5.3476e-07 | 5.3476e-07 |
| 23 | 2.6738e-07 | 2.6738e-07 | 2.6738e-07 |
| 24 | 1.3369e-07 | 1.3369e-07 | 1.3369e-07 |
| 25 | 6.6845e-08 | 6.6844e-08 | 6.6845e-08 |
| 26 | 3.3422e-08 | 3.3422e-08 | 3.3422e-08 |
| 27 | 1.6711e-08 | 1.6711e-08 | 1.6711e-08 |
| 28 | 8.3556e-09 | 8.3551e-09 | 8.3556e-09 |
| 29 | 4.1778e-09 | 4.1773e-09 | 4.1778e-09 |
| 30 | 2.0889e-09 | 2.0884e-09 | 2.0889e-09 |
| 31 | 1.0444e-09 | 1.0439e-09 | 1.0444e-09 |
| 32 | 5.2222e-10 | 5.2171e-10 | 5.2222e-10 |
| 33 | 2.6111e-10 | 2.606e-10 | 2.6111e-10 |
| 34 | 1.3056e-10 | 1.3005e-10 | 1.3056e-10 |
| 35 | 6.5278e-11 | 6.4768e-11 | 6.5278e-11 |
| 36 | 3.2639e-11 | 3.2129e-11 | 3.2639e-11 |
| 37 | 1.6319e-11 | 1.5809e-11 | 1.6319e-11 |
| 38 | 8.1597e-12 | 7.6497e-12 | 8.1597e-12 |
| 39 | 4.0799e-12 | 3.5699e-12 | 4.0799e-12 |
| 40 | 2.0399e-12 | 1.5299e-12 | 2.0399e-12 |
| 41 | 1.02e-12 | 5.0998e-13 | 1.02e-12 |
| 42 | 5.0998e-13 | 0 | 5.0998e-13 |

כעת השיטה מתכנסת לפתרון $x = 0$.



שיפוע הגרף, כלומר קצב ההתכנסות הוא 0.9998 כלומר לינארי (כמעט). ואילו נק' החיתוך בציר ה y היא -0.693 ולכן הקבוע A הוא $e^{-0.693}$ כלומר 0.5.

כיוון שהשורש שאליו התכנסה השיטה הוא מריבוי 1 אזי גם באופן תיאורטי קצב ההתכנסות של השיטה הוא לינארי ולכן קיים הבדל מינורי בין קצב ההתכנסות שקיבלנו $\eta = 0.9998$ לקצב התיאורטי אותו היינו אמורים לקבל $\eta = 1$. וזאת כיוון שעבדנו (המחשב עבד) עם ייצוג מספרים סופי, ולכן קיבלנו שגיאה מצטברת.

2 מרחב - פונקציה

שם: פ. קיסוס
מס': 206018749

שם: פ. בן זמ
מס': 316333079

1 תא

$$f(x) = x^4 - 3 = 0$$

ל. גרסה המשוואה

צ"ל קטע $[a, b]$ ובו נחיש החלף a שיהיה התכנסות השל
ניסיון - רבסון. מן $b=5$

נבא, האם חזק החלף להתכנסות השל:

$$f'(x) = 4x^3 \neq 0, \forall x \in [1, 5]$$

1.

הנצרות רציפה וחלופית ממש f $x \in [1, 5]$ ולכן הפונקציה מונוטונית.

$$f''(x) = 12x^2 \neq 0, \forall x \in [1, 5]$$

2.

כאשר הנצרות חלופית רציפה וחלופית ממש, ולכן אין קץ ביטול בקטע.

$$f(1) \cdot f(5) = -2 \cdot 625 = -1250 < 0$$

3.

$$\left| \frac{f(5)}{f'(5)} \right| = \frac{625}{500} = \frac{5}{4} < 5 - 1 = 4 \quad \left| \frac{f(1)}{f'(1)} \right| = \left| \frac{-2}{4} \right| = \frac{1}{2} < 5 - 1 = 4$$

4.

כאשר כל הנצרות מתקיימים ולכן השלף מתכנס.

שורש המשוואה הם $s_{1,2} = \pm 3^{\frac{1}{4}}$ וכיוון שהקטע הוא בהכרח
חלופי ממש אזי בהכרח השלף מתכנס לשורש $s = 3^{\frac{1}{4}}$.