Anexo 10 — Multivalência e Ramificação Logarítmica na Teoria ERIЯƎ

1. Introdução

Este anexo trata da formalização do comportamento multivalorado dos operadores exponenciais e logarítmicos no domínio $\mathbb{E}$, que é essencial para garantir a **unicidade**, **reversibilidade** e **coerência algébrica** da Teoria ERIЯƎ. Essa análise fornece o fundamento para o controle de fases, saltos topológicos e seleção de ramos.

2. Logaritmo Multivalorado no Espaço $\mathbb{C}_I$

Para $z = re^{I\theta} \in \mathbb{C}_I$:

$$\ln z = \ln r + I(\theta + 2\pi n), \quad n \in \mathbb{Z}$$

Cada valor de n define um **ramo** do logaritmo.

3. Ramificação no Domínio $\mathbb{E}$

Se $Z = z_i + z_j + z_k \in \mathbb{E}$, então:

$$\ln Z = \sum_{I \in \{i,j,k\}} \left(\ln r_I + I(\theta_I + 2\pi n_I) \right), \quad n_I \in \mathbb{Z}$$

Logo, a função $\ln : \mathbb{E} \to \mathbb{E}$ possui **estrutura de cobertura universal discreta** com coordenadas $(n_i, n_j, n_k) \in \mathbb{Z}^3$.

4. Ramo Principal e Normalização

Definimos o **ramo principal** $\ln_0$ como aquele em que:

$$\theta_I \in (-\pi, \pi], \quad \forall I \in \{i, j, k\}$$

Esse ramo é usado para computação e inversão de operadores (EIRE, RIRE).

5. Operadores de Subida e Descida de Ramo

Definimos:

- $U_I : z_I \mapsto z_I e^{2\pi I}$: operador de subida no plano I;
- U_I^{-1} : operador de descida;
- A aplicação de U_I^n altera a fase $\theta_I \mapsto \theta_I + 2\pi n$.

6. Coerência e Seletor de Ramo Global

Para um sistema ressonante coerente, deve-se impor:

$$(n_i, n_j, n_k) \in \mathbb{Z}^3 \quad \text{com } |n_I - n_J| \leq 1$$

Isso garante que a diferença de fase entre planos não gere saltos catastróficos.

7. Reversibilidade RIRE × EIRE com Ramo Controlado

Com $\ln z$ restrito ao ramo n, temos:

$$RIRE(EIRE(z, m), m) = z \cdot e^{2\pi mn}, \quad \Rightarrow \text{Exato sse } n = 0$$

Portanto, a reversibilidade é **estritamente garantida no ramo principal**, e os demais são acessíveis por operações discretas de salto.

Nota: "A reversibilidade prática requer rastreamento explícito do valor de n."

8. Implicações Geométricas e Topológicas

- O domínio $\mathbb{E}$ é coberto por uma **estrutura helicoidal tridimensional**;
- Cada coordenada de fase forma um **círculo universal** (S^1), e o total é um **torus coberto**;
- A continuidade rotacional impõe **congruência local entre ramos**.

9. Conclusão

A formalização da ramificação logarítmica resolve de forma precisa os aspectos multivalorados da Teoria ERIЯƎ, permitindo:

- Reversibilidade controlada nos operadores exponenciais;
- Simulação de efeitos topológicos e saltos de fase;
- Coerência entre planos e continuidade analítica em $\mathbb{E}$.

Essa estrutura de ramos e operadores de subida/descida habilita o uso da ERIЯƎ em modelos com topologia não-trivial, como análises de vórtices, toros quânticos, e circuitos lógicos de fase.