Anexo 6 — Operadores Lineares e Espectro Ressonante

1. Introdução

Este anexo define operadores lineares no domínio $\mathbb{E} = \mathbb{C}_i \oplus \mathbb{C}_j \oplus \mathbb{C}_k$, e desenvolve uma teoria espectral ressonante para a Teoria ERIЯƎ. Isso possibilita o estudo de autovalores, autovetores, decomposição modal e estabilidade de sistemas rotacionais ressonantes.

2. Operadores Lineares Ressonantes

2.1 Definição

Um operador $T : \mathbb{E} \to \mathbb{E}$ é dito **linear ressonante** se:

$$T(aZ_1 + bZ_2) = aT(Z_1) + bT(Z_2), \quad \forall Z_1, Z_2 \in \mathbb{E}, a, b \in \mathbb{R}$$

2.2 Exemplos de Operadores

- Projeção: $\Pi_I : Z \mapsto z_I \in \mathbb{C}_I$
- Rotador: $R_I(\theta) : z_I \mapsto e^{I\theta} z_I$
- EIRE: $Z \mapsto Z^{mi}$
- RIRE: $Z \mapsto Z^{1/(ni)}$

3. Espectro Ressonante

3.1 Definição de Autovalor

$$T(Z) = \lambda Z, \quad Z \in \mathbb{E} \setminus \{0\},\ \lambda \in \mathbb{C}$$

3.2 Propriedades

- Os autovalores podem ser **complexos** ou **hipercomplexos**.
- Os autovetores pertencem a uma direção de fase rotacional coerente.

3.3 Operadores Autoadjuntos

Se $\langle T(Z_1), Z_2 \rangle = \langle Z_1, T(Z_2) \rangle$, então:

- Os autovalores são **reais**;
- Os autovetores são **ortogonais** sob $\langle \cdot, \cdot \rangle$.

4. Decomposição Espectral

Se T é diagonalizável:

$$Z = \sum_k c_k v_k, \quad T(Z) = \sum_k \lambda_k c_k v_k$$

onde v_k são autovetores ressonantes e λ_k seus autovalores.

5. Aplicabilidade Física e Computacional

- Permite decomposição modal de sistemas ressonantes;
- Define estados estacionários $T(Z) = Z$;
- Fundamenta simulações espectrais, filtros rotacionais, e algoritmos de aprendizado ressonante.

6. Conclusão

Com os operadores lineares e a teoria espectral formalizada, a Teoria ERIЯƎ se estrutura como um sistema dinâmico completo. Essa base permite a modelagem de ressonâncias discretas e contínuas, transições de fase e modos acoplados, com aplicações que vão da física à inteligência artificial.