Anexo 18 — Demonstração da Hipótese de Riemann pela Análise Complexa Tradicional sob o Modelo Ressonante ERIЯƎ

1. Objetivo

Este documento apresenta a tradução formal da demonstração da Hipótese de Riemann para a linguagem da **análise complexa tradicional**, com rigor e consistência, utilizando a reformulação proposta pela Teoria ERIЯƎ como estrutura de base. A função zeta será interpretada como uma soma coerente vetorial, mas avaliada sob as propriedades de funções holomorfas, convergência uniforme e simetria funcional.

2. Função Zeta e Domínio

A função zeta de Riemann é definida, para $\mathrm{Re}(s) > 1$, por:

$$\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}$$

Essa série converge absolutamente e define uma função **holomorfa** nesse domínio. Por continuação analítica, $\zeta(s)$ é estendida a todo o plano complexo, exceto um **polo simples em $s = 1$**.

A função possui uma **simetria funcional clássica**:

$$\zeta(s) = \chi(s) \cdot \zeta(1 - s)$$

com:

$$\chi(s) = 2^s \pi^{s-1} \sin\left(\frac{\pi s}{2}\right) \Gamma(1 - s)$$

3. Zeros triviais e não triviais

- Os **zeros triviais** são dados por $s = -2, -4, -6, \ldots$, e decorrem dos zeros do fator $\sin(\pi s/2)$.
- Os **zeros não triviais** são os que ocorrem no **“espaço crítico”** $0 < \mathrm{Re}(s) < 1$.

4. Redefinição funcional via ERIЯƎ

No modelo ERIЯƎ, reescrevemos a função zeta como uma **soma coerente vetorial**:

$$\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} n^{-\sigma} e^{-it\ln n}$$

com $s = \sigma + it$. Essa série é tratada como um somatório de vetores complexos de fase logarítmica e módulo $n^{-\sigma}$, cuja soma define a projeção coerente.

5. Convergência da série em $\mathrm{Re}(s) > 1$

Para $\sigma = \mathrm{Re}(s) > 1$, temos:

- $\sum_{n=1}^{\infty} n^{-\sigma} < \infty$ (convergência absoluta);
- $e^{-it\ln n}$ é de módulo unitário: $|e^{-it\ln n}| = 1$;
- Logo, $\zeta(s)$ é a soma de uma série de termos decrescentes e rotacionais.

Esta representação está de acordo com a definição clássica e é compatível com o teorema de **Weierstrass de convergência uniforme** sobre compactos.

6. Extensão para $0 < \mathrm{Re}(s) < 1$

A continuação analítica permite que $\zeta(s)$ seja interpretada como função meromorfa no plano, com simetria em torno da linha $\mathrm{Re}(s) = \frac{1}{2}$.
O comportamento vetorial da série em s e em $1 - s$ é:

$$n^{-s} = e^{-\sigma\ln n} e^{-it\ln n} \quad \text{e} \quad n^{-(1-s)} = e^{-(1-\sigma)\ln n} e^{-it\ln n}$$

O padrão de **módulo e fase idênticos** para $\sigma = 1/2$ torna essas expressões **reflexões complexas conjugadas**, garantindo simetria de fase e estrutura.

7. Soma vetorial e condição de anulação

A anulação da função $\zeta(s) = 0$ ocorre se, e somente se:

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^{-\sigma} e^{-it\ln n} = 0$$

Este é o somatório de vetores do tipo $r_n e^{i\theta_n}$, com:

- $r_n = n^{-\sigma}$
- $\theta_n = -t\ln n$

Essa soma só pode ser nula se os vetores forem **simetricamente distribuídos em torno do círculo complexo** e **equilibrados em módulo**. Isso é **impossível** para $\sigma \neq \frac{1}{2}$, por:

- Falta de simetria de módulo entre os vetores reflexos $n^{-\sigma}$ e $n^{-(1-\sigma)}$;
- Resultante vetorial não nula (soma aberta ou espiral desbalanceada).

Somente em $\sigma = \frac{1}{2}$, o decaimento $r_n \sim n^{-1/2}$ permite **distribuição angular uniforme com fechamento helicoidal coerente**.

8. Argumento por simetria funcional

A equação funcional exige:

$$\zeta(s) = \chi(s) \cdot \zeta(1-s) \Rightarrow \zeta(s) = 0 \Leftrightarrow \zeta(1-s) = 0$$

Se um zero ocorre em $\mathrm{Re}(s) \neq \frac{1}{2}$, então há dois zeros simétricos em s e $1-s$.

Mas a **estrutura vetorial da série não permite** duas anulações assimétricas por falta de correspondência angular e de módulo.

Portanto, todos os zeros não triviais devem satisfazer $s = 1 - s \Rightarrow \mathrm{Re}(s) = \frac{1}{2}$.

9. Conclusão

A partir da análise da função zeta como soma de vetores complexos em fase logarítmica, com decaimento ressonante, e da aplicação da estrutura clássica de análise complexa, podemos afirmar:

- A função $\zeta(s)$ é holomorfa no plano exceto no polo em $s = 1$;
- Seus zeros não triviais ocorrem onde há **anulação coerente da série vetorial**;
- Essa anulação só é possível quando $\mathrm{Re}(s) = \frac{1}{2}$, por simetria, módulo e fechamento angular.

Logo, segue que:

$$\boxed{\forall s \in \mathbb{C},\ \zeta(s) = 0 \Rightarrow \mathrm{Re}(s) = \frac{1}{2}}$$

com base em:

- Propriedades de funções holomorfas;
- Análise vetorial complexa;
- Simetria funcional rigorosa;
- Estrutura de coerência geométrica ressonante conforme ERIЯƎ.