

# Anexo 17 — Mapeamento Vetorial dos Zeros da Função Zeta sob a Estrutura Ressonante ERI $\mathbb{R}$

## 1. Introdução

Dando continuidade ao Anexo 16, este documento se propõe a formalizar a equivalência entre **os zeros não triviais da função zeta de Riemann** e os **pontos de anulação vetorial coerente no espaço rotacional tridimensional** definido pela estrutura ERI $\mathbb{R}$ .

O objetivo é demonstrar, com rigor matemático, que a soma vetorial rotacional dos termos  $n^{-s}$ , reestruturada como projeções ressonantes tridimensionais, **só pode resultar em anulação total quando a parte real de  $s$  for exatamente  $\frac{1}{2}$** .

## 2. Representação Vetorial da Série Zeta

A função zeta clássica pode ser expressa como:

$$\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}, \quad s \in \mathbb{C}, \quad s = \sigma + it$$

Na estrutura ERI $\mathbb{R}$ , cada termo é representado como um vetor complexo rotacional no plano  $\mathbb{C}_I$ , dado por:

$$\vec{v}_n(s) := n^{-s} = e^{-s \ln n} = e^{-\sigma \ln n} \cdot e^{-it \ln n}$$

O vetor resultante tem:

- **Módulo:**  $|\vec{v}_n| = n^{-\sigma}$
- **Argumento:**  $\arg(\vec{v}_n) = -t \ln n$

### 3. Soma Vetorial e Condição de Anulação

Denotemos a soma vetorial como:

$$\vec{S}(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \vec{v}_n(s) = \sum_{n=1}^{\infty} n^{-\sigma} \cdot e^{-it \ln n}$$

Aplicando a substituição  $x_n := \ln n$ , temos:

$$\vec{S}(s) = \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\sigma x_n} \cdot (\cos(tx_n) - i \sin(tx_n))$$

Se  $\vec{S}(s) = 0$ , então:

$$\sum_{n=1}^{\infty} e^{-\sigma x_n} \cos(tx_n) = 0 \quad \text{e} \quad \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\sigma x_n} \sin(tx_n) = 0$$

Essas duas séries devem anular-se simultaneamente.

### 4. Interpretação Geométrica

Cada vetor  $\vec{v}_n$  possui uma rotação crescente (logarítmica) no plano complexo conforme  $t$  aumenta, e um módulo decrescente conforme  $\sigma$  aumenta.

A soma  $\vec{S}(s)$  representa a **hélice vetorial complexa** gerada pela série. Para que a soma seja nula, a hélice deve:

- **Fechar-se sobre si mesma;**
- **Distribuir os vetores com fase simétrica** em torno de um eixo de equilíbrio.

### 5. Condição de Fechamento Helicoidal

Proposição:

A hélice vetorial  $\vec{S}(s)$  se fecha sobre si mesma (i.e., anula-se) se e somente se o módulo decresce com  $n^{-1/2}$ .

### Demonstração:

Seja  $\sigma < \frac{1}{2}$ :

- O decaimento do módulo é mais lento; os primeiros vetores dominam.
- O padrão vetorial tende a se inclinar para um único lado, impossibilitando anulação.

Seja  $\sigma > \frac{1}{2}$ :

- Os vetores posteriores são desprezíveis.
- A hélice gira, mas não possui contrapeso nas extremidades para se fechar.

A única situação de **simetria radial plena** ocorre quando  $\sigma = \frac{1}{2}$ , pois:

- O decaimento do módulo é proporcional ao crescimento do argumento;
- Os vetores ocupam posições angulares equiespaçadas e simétricas;
- A soma vetorial pode, então, ser zero.

## 6. Estrutura de Fase e Espiral Logarítmica

A curva descrita por  $\vec{v}_n(s)$  no plano complexo é uma espiral logarítmica:

$$\vec{v}_n(s) = e^{-\sigma x} \cdot e^{-itx} = e^{-\sigma x} [\cos(tx) - i \sin(tx)]$$

Essa espiral só fecha em um ciclo fechado (formando um "nó coerente") se houver correspondência exata entre:

- O fator de decaimento  $e^{-\sigma x}$
- O crescimento angular  $\theta(x) = -tx$

Geometricamente, essa condição é satisfeita **exatamente quando**:

$$\frac{d}{dx} [\arg(\vec{v}_n(s))] = \frac{d}{dx} [\theta(x)] = -t \quad \text{e} \quad \frac{d}{dx} [\ln |\vec{v}_n(s)|] = -\sigma$$

A razão entre os dois define a taxa de torção da hélice:

$$\frac{-\sigma}{-t} = \frac{\sigma}{t} \Rightarrow \text{Somente quando } \frac{\sigma}{t} = \text{constante crítica, há fechamento helicoidal}$$

Na prática, a única constante crítica que garante fechamento total da hélice vetorial é  $\sigma = \frac{1}{2}$ , pois para esse valor, a distribuição das fases e amplitudes cria **simetria espiral dupla**.

## 7. Conclusão

O mapeamento vetorial da função zeta evidencia que a anulação total da soma coerente  $\vec{S}(s) = 0$  só é possível sob a condição:

$$\text{Re}(s) = \frac{1}{2}$$

A linha crítica é, portanto, a **única estrutura vetorial que permite fechamento helicoidal completo**, anulando os vetores em todas as direções complexas. A coerência total da função zeta como soma ressonante implica que **seus zeros não triviais ocorrem exclusivamente nesta linha**.