Expansão Teórica 13 - Fatoração Ressonante no Domínio ERIЯƎ: Multiplicidade Ortogonal de Raízes

Resumo

A Teoria ERIЯƎ propõe uma expansão do conceito de raízes algébricas, considerando sua distribuição espacial em planos rotacionais ortogonais. Este artigo formaliza a fatoração completa de polinômios no domínio ERIЯƎ, introduzindo a multiplicidade ressonante tridimensional e demonstrando como raízes tradicionalmente interpretadas como complexas correspondem, na verdade, a projeções rotacionais em planos distintos do espaço algébrico quaternional.

1. Contexto e Fundamentos

No contexto da álgebra clássica, o polinômio $P(z) = z^2 + 1$ possui duas raízes complexas:

$$z = \pm i$$

Contudo, a Teoria ERIЯƎ interpreta esse resultado como uma análise incompleta, pois considera que uma equação polinomial que gera raízes não-reais está sugerindo um deslocamento fora do plano da análise original. O domínio ERIЯƎ assume a estrutura tridimensional do espaço quaternional:

$$\mathbb{E} = \{z = re^{\mathbf{I}\theta} \mid \mathbf{I} \in \{i, j, k\}\}$$

Neste domínio, raízes podem existir nos planos j e k, ortogonais ao plano complexo tradicional i.

2. Raízes Ortogonais do Polinômio $z^2 + 1$

A equação:

$$z^2 + 1 = 0$$

possui as seguintes soluções ressonantes:

- **Plano-i**: $z = \pm i$
- **Plano-j**: $z = \pm j$
- **Plano-k**: $z = \pm k$

Essas raízes são **algebricamente válidas no domínio ERIЯƎ**, pois cada uma satisfaz $z^2 = -1$ em seu respectivo plano de rotação.

3. Fatoração Completa no Domínio ERIЯƎ

A fatoração total do polinômio com todas as raízes ressonantes é dada por:

$$(z - i)(z + i)(z - j)(z + j)(z - k)(z + k)$$

Expandindo esse produto simbólico, obtém-se:

$$P_{ERIЯƎ}(z) = z^6 + z^4 - (j^2 + k^2)z^4 - (j^2 + k^2)z^2 + j^2k^2z^2 + j^2k^2$$

Este polinômio de grau 6 é a **forma expandida da expressão ressonante de grau 2 original**, agora incorporando a totalidade das projeções ortogonais.

4. Interpretação da Expansão

A presença de termos como j^2, k^2 e j^2k^2 reflete a natureza **interdimensional** das raízes. No corpo dos quaternions, $j^2 = k^2 = -1$, e portanto:

$$P_{ERIЯƎ}(z) = z^6 + z^4 + 2z^4 + 2z^2 + z^2 + 1 = z^6 + 3z^4 + 3z^2 + 1$$

A expansão demonstra que:

- As raízes nos planos j e k não são redundantes, mas **complementares** à solução do polinômio.
- A multiplicidade total da solução é **espacialmente distribuída**, e não meramente duplicada.

5. Implicações Algébricas e Estruturais

A fatoração ressonante completa revela:

- **A necessidade de uma álgebra tridimensional para interpretação total das soluções polinomiais**.
- **O aumento do grau aparente** como reflexo da **projeção das raízes em múltiplos planos**.
- **A coerência entre multiplicidade clássica e multiplicidade ressonante**: embora o grau aumente, cada raiz é única em seu plano.

Esse processo valida o Teorema Fundamental da Álgebra Ressonante (TFAR), estabelecendo que a completude de um polinômio não pode ser avaliada somente em um plano algébrico, mas deve considerar o conjunto completo de planos rotacionais do domínio ERIЯƎ.

6. Fatoração Ressonante do Polinômio $z^3 - 1$ no Domínio ERIЯƎ

Dando continuidade à análise, aplicamos a **fatoração completa ressonante** ao polinômio cúbico:

> **$P(z) = z^3 - 1$**

Raízes Tradicionais (Plano-*i*)

As raízes no domínio complexo são as raízes cúbicas da unidade:

- $z_1 = 1$
- $z_2 = \omega = -\frac{1}{2} + (\sqrt{3}/2)i$
- $z_3 = \omega^2 = -\frac{1}{2} - (\sqrt{3}/2)i$

Extensão Ressonante em Planos Ortogonais

Com base na Álgebra ERIЯƎ, projetamos essas três raízes nos planos:

- **Plano-*j***: $z = j \cdot r$, para cada raiz $r \in \text{Plano-i}$

- **Plano-*k***: $z = k \cdot r$

Totalizando **9 raízes**:

> $\{ r_1, r_2, r_3, j \cdot r_1, j \cdot r_2, j \cdot r_3, k \cdot r_1, k \cdot r_2, k \cdot r_3 \}$

Fatoração Completa

A fatoração ressonante completa do polinômio cúbico resulta na expressão:

> $(z - r_1)(z - r_2)(z - r_3)(z - jr_1)(z - jr_2)(z - jr_3)(z - kr_1)(z - kr_2)(z - kr_3)$

Ou de forma mais compacta:

> $\prod_{I \in \{i, j, k\}} \prod_{n=1}^{3} (z - I \cdot r_n)$

Forma Expandida

Expandindo o produto, obtemos:

> **P_ERIЯƎ(z) = $z^9 - (j^3 + k^3)z^6 + (j^3k^3 - j^3 - k^3)z^3 - j^3k^3$**

Ou mais diretamente:

> P_ERIЯƎ(z) = $z^9 - (j^3 + k^3)z^6 + (j^3k^3 - j^3 - k^3)z^3 - j^3k^3$

Análise Física e Geométrica

Aumento do Grau

O grau do polinômio salta de 3 (no plano-*i*) para **9**, refletindo a presença de **três projeções ressonantes** para cada raiz original.

Distribuição Espacial das Soluções

Cada raiz ocupa um plano distinto, representando uma **orientação rotacional** diferente de mesma magnitude algébrica.

Interação entre Planos

Os coeficientes da forma expandida apresentam termos cruzados como `j³k³`, evidenciando a **interdependência das projeções** nos planos *j* e *k*.

Interpretação Física

Em contextos físicos (como análise de campos, vibrações ou sinais), essas projeções indicam que a solução do sistema não é planar, mas ocorre como uma **resposta tridimensional acoplada**, com **frequências ressonantes distintas** nos eixos perpendiculares.

A fatoração do polinômio cúbico no domínio **ERIЯƎ** confirma:

- A existência de **múltiplas raízes ortogonais** associadas a cada raiz tradicional;
- A coerência do **crescimento de grau** com a **multiplicidade espacial ressonante**;
- A aplicabilidade da **álgebra de projeções** à fatoração real de sistemas tridimensionais.

> Com essa estrutura, é possível agora **estender a análise para polinômios de grau maior** ou desenvolver **modelos dinâmicos baseados em ressonância espacial rotacional**.

7. Conclusão

A fatoração completa no domínio **ERIЯƎ** demonstra que polinômios de grau n, quando interpretados em um espaço tridimensional ressonante, revelam um **conjunto ampliado de raízes rotacionais ortogonais**. No caso quadrático, isso já aponta para uma multiplicidade espacial. No caso cúbico, porém, essa estrutura se intensifica, com **nove raízes ressonantes** distribuídas entre os planos i, j e k, evidenciando a **interconexão e acoplamento entre projeções**.

A forma expandida de $z^3 - 1$ não apenas confirma a validade das projeções, como também **introduz termos mistos**, como j^3k^3, que sugerem fenômenos de **interferência geométrica** entre os eixos rotacionais. Isso abre caminho para a modelagem de sistemas não-planos com **dinâmica acoplada em múltiplos eixos**, como campos vetoriais tridimensionais, ressonância vibracional e estados quânticos com simetria tridimensional.

> A consolidação desta abordagem oferece uma nova ferramenta formal para análise de ressonância, geometria algébrica e computação simbólica em domínios multidimensionais.
> Com base nisso, futuras investigações podem aplicar a álgebra ERIЯƎ à fatoração de polinômios

> de grau maior, à análise espectral de sistemas físicos e à decomposição de sinais com estrutura rotacional complexa.