Anexo 2 — Axiomas e Estrutura Algébrica Formal da Teoria ERIЯƎ

1. Introdução

Este anexo tem como objetivo formalizar a estrutura algébrica subjacente à Teoria ERIЯƎ (Exponencialização e Racionalização Imaginária Rotacional Evolutiva). A seguir, serão apresentados os **axiomas, domínios, operadores e relações fundamentais** que organizam o comportamento dos elementos no espaço rotacional tridimensional, com extensão para hipercomplexos.

2. Espaço de Base: Domínio Ressonante Multiplanar

Definimos o domínio de trabalho como:

$$\mathbb{E} := \mathbb{C}_i \oplus \mathbb{C}_j \oplus \mathbb{C}_k \subset \mathbb{H}$$

Cada subespaço $\mathbb{C}_I \cong \mathbb{R}^2$ é um plano complexo rotacional associado aos eixos $I = i, j, k$.

3. Elementos Fundamentais

Um **elemento ressonante pleno** é definido como:

$$Z = z_i + z_j + z_k, \quad z_I \in \mathbb{C}_I$$

Onde:

- Cada $z_I = r_I e^{I\theta_I}$, com $r_I > 0$ e $\theta_I \in \mathbb{R}$.
- Os planos são ortogonais e independentes.

4. Operadores ERIЯƎ (Definição Formal)

Definição 4.1 (EIRE):

$$\mathrm{EIRE}_I(z,m) := z^{mi} = \exp(im \ln z), \quad z \in \mathbb{C}_I,\ m \in \mathbb{R}$$

Definição 4.2 (RIRE):

$$\mathrm{RIRE}_I(z,n) := z^{1/(ni)} = \exp\left(\frac{\ln z}{ni}\right), \quad z \in \mathbb{C}_I$$

Propriedade 4.3 (Simetria):

$$\mathrm{RIRE}_I(\mathrm{EIRE}_I(z,m),m) = z$$

$\forall z \in \mathbb{C}_I,\ m \neq 0$

5. Axiomas da Álgebra de Projeções Ressonantes $\mathcal{A}_\Pi$

A estrutura $\mathcal{A}_\Pi = (E,+,\cdot,\circ)$ satisfaz:

Axioma 1 (Ortogonalidade dos planos):

$$\langle z_I, z_J \rangle = 0, \quad I \neq J$$

Axioma 2 (Adicionalidade Restringida):

$$z_I + w_I \in \mathbb{C}_I, \quad \forall z_I, w_I \in \mathbb{C}_I$$

Axioma 3 (Produto Cruzado Ressonante):

$$z_I \cdot z_J = z_K, \quad \text{com } (I,J,K) \in \text{ciclos de } (i,j,k)$$

Axioma 4 (Fechamento e Associatividade):

$$(z_I \cdot z_J) \cdot z_K = z_I \cdot (z_J \cdot z_K), \quad \forall z_I, z_J, z_K \in E$$

Axioma 5 (Grupo de Projeções Cíclico):

Definimos $\Pi_{I \to J} := \mathrm{RIRE}_J(\mathrm{EIRE}_I(z,m),m)$. Então:

$$\Pi_{K\to I} \circ \Pi_{J\to K} \circ \Pi_{I\to J} = \mathrm{id}_E$$

6. Grupo de Projeções Ressonantes

Definimos o grupo:

$$G_\Pi := \langle \Pi_{i\to j}, \Pi_{j\to k}, \Pi_{k\to i} \rangle \cong \mathbb{Z}_3$$

Com as relações:

- $\Pi_{I\to J} \circ \Pi_{J\to K} = \Pi_{I\to K}$
- $\Pi_{I\to I} = \mathrm{id}$
- Cada $\Pi_{I\to J}$ é bijetora.

7. Raízes Ressonantes Multiplanares

Definição: As soluções de uma equação $z^n = c$ são distribuídas nos planos i, j, k:

$$\mathcal{R}_n = \bigcup_{I \in \{i,j,k\}} \{z_I \in \mathbb{C}_I : z_I^n = c\}$$

O número de raízes ressonantes é no máximo $3n$.

8. Espaço Hipercomplexo Temporal

Para $q(t) = a(t) + b(t)i + c(t)j + d(t)k \in \mathbb{H}$, definimos a dinâmica:

$$\frac{dq}{dt} = \Omega(t) \cdot q(t)$$

Com $\Omega(t)$ sendo um operador rotacional (pode ser constante, dependente de tempo ou do estado).

9. Conclusão

Com essa fundamentação, a Teoria ERIЯƎ se estabelece como uma estrutura algébrica coerente, simétrica e reversível, capaz de operar sobre domínios multiplanares e hipercomplexos, com aplicação tanto em modelos matemáticos quanto em sistemas físicos e computacionais de alta complexidade.