

# CT 系统参数标定及图像重建

## 摘 要

本文首先分析了 CT 成像原理，得出射线投影数据与射线经过样本的长度代数关系，并与图像位置关系相结合求得旋转角度，旋转中心，即探测器单元间距。其次，由滤波反投影法重建 CT 图像求解问题二、三。最后，综合建模过程中所出现的问题及解决方法，改进标定精度和稳定性。

对于问题一，通过 180 组投影数据拟合分析，得到椭圆吸收峰值最大的点所对应的峰间探测器数量间隔，根据给定的几何信息求出探测器间距。通过找到峰值距离差与旋转角度  $\theta$  的关系，进而标定出每次旋转的角度。最后，我们通过分析投影数据形心与模板质心的关系得到旋转中心的位置。

对于问题二，我们根据 CT 的衰减模型，基于滤波反投影法，利用 iradon 变换，比较附件二 iradon 变化后图像与原图像误差，做平移、缩放、归一化处理，确定重建路径，并对所得结果与样本做相关性分析，判断是否能较好重建。利用已确定图像调整方式，对附件三进行重建，可得位置介质的位置形状和吸收率。将附件四中十个点在空间中位置信息转换为对应附件三重建后 excel 文件中位置，即可求得十个点的吸收率。

对于问题三，我们利用同问题二的方法得到其相关信息。

对于问题四，利用问题一所标定的数据进行方差分析、chowtest 稳定性分析讨论标定数据的精度和稳定性。利用同样的标定模型，通过改变椭圆和圆的相对位置以及小圆的大小，间接增加了样本点的数量，从而提高了拟合的精确性，减小了误差，提高了稳定性。

关键字：CT 系统 iradon 变换 滤波反投影 图像处理 线性回归 质心投影  
Chowtest 相关性

## 一、问题重述

CT(Computed Tomography)可以在不破坏样品的情况下,利用样品对射线能量的吸收特性对生物组织和工程材料的样品进行断层成像,由此获取样品内部的结构信息。一种典型的二维 CT 系统如图 1 所示,平行入射的 X 射线垂直于探测器平面,每个探测器单元看成一个接收点,且等距排列。X 射线的发射器和探测器相对位置固定不变,整个发射-接收系统绕某固定的旋转中心逆时针旋转 180 次。对每一个 X 射线方向,在具有 512 个等距单元的探测器上测量经位置固定不动的二维待检测介质吸收衰减后的射线能量,并经过增益等处理后得到 180 组接收信息。

CT 系统安装时往往存在误差,从而影响成像质量,因此需要对安装好的 CT 系统进行参数标定,即借助于已知结构的样品(称为模板)标定 CT 系统的参数,并据此对未知结构的样品进行成像。

请建立相应的数学模型和算法,解决以下问题:

(1) 在正方形托盘上放置两个均匀固体介质组成的标定模板,模板的几何信息如图 2 所示,相应的数据文件见附件 1,其中每一点的数值反映了该点的吸收强度,这里称为“吸收率”。对应于该模板的接收信息见附件 2。请根据这一模板及其接收信息,确定 CT 系统旋转中心在正方形托盘中的位置、探测器单元之间的距离以及该 CT 系统使用的 X 射线的 180 个方向。

(2) 附件 3 是利用上述 CT 系统得到的某未知介质的接收信息。利用(1)中得到的标定参数,确定该未知介质在正方形托盘中的位置、几何形状和吸收率等信息。另外,请具体给出图 3 所给的 10 个位置处的吸收率,相应的数据文件见附件 4。

(3) 附件 5 是利用上述 CT 系统得到的另一个未知介质的接收信息。利用(1)中得到的标定参数,给出该未知介质的相关信息。另外,请具体给出图 3 所给的 10 个位置处的吸收率。

(4) 分析(1)中参数标定的精度和稳定性。在此基础上自行设计新模板、建立对应的标定模型,以改进标定精度和稳定性,并说明理由。

(1)-(4)中的所有数值结果均保留 4 位小数。同时提供(2)和(3)重建得到的介质吸收率的数据文件(大小为  $256 \times 256$ ,格式同附件 1,文件名分别为 problem2.xls 和 problem3.xls)

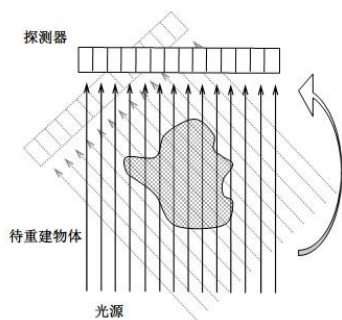


图 1. CT 系统示意图

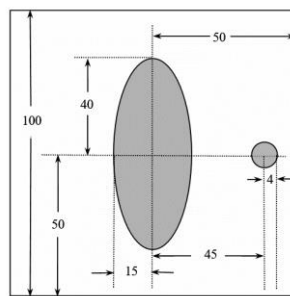


图 2. 模板示意图(单位:mm)

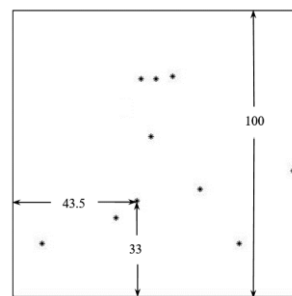


图 3. 10 个位置示意图

## 二、 问题分析

### Ct 工作原理

在 X 射线穿透物体时，射线在物质中会衰减，根据 beer 定理，均匀材料中物体对于 X 射线的线衰减系数为  $\mu$ （对应本文的吸收率），在强度为  $I_0$  的 X 射线行进  $\Delta x$  距离后，强度变为  $I$ ，其强度衰减满足公式  $I = I_0 \cdot e^{-\mu \Delta x}$ ，当  $\Delta x$  无限缩小时 X 射线穿过物体后的投影  $P$ ，可用公式  $P = \ln(I_0/I) = \int_L \mu dx$ ，式中  $L$  为射线方向的直线，在测量单元尺寸缩小以后，数值上等于 X 射线路径上线衰减系数的线积分， $\mu$  在介质不均匀的时候可以写成  $\mu(x,y)$ ，通过投影反求出被积函数  $\mu(x,y)$  就可以得出相应于  $\mu$  分布从而得出密度分布的图像，这个过程就是从投影重建图像<sup>[1]</sup>

#### 2.1 问题一

我们对附件二进行初步分析和观察发现，对每一列即 512 个探测器的吸收数据进行插值处理，部分数据可以明显的看出椭圆和圆的两个吸收峰，并且随着发射—接受系统的旋转，二者吸收峰逐步靠近再逐步分离。在二者完全分离的情况下，我们可以通过拟合此角度对应的接受信息找到大小峰值对应的探测器位置间距，并分析此间距和椭圆圆心与小圆圆心连线的几何关系，得到旋转角度和探测器单元间距的比例关系。

进一步分析，提取每一个角度投影下接受信息的峰值，对此离散数据拟合并找此拟合函数的峰值，由于样本吸收率  $\mu$  均匀则投影  $P$  的线积分与射线经过样本路径长度呈线性相关，所以峰值对应角度应为射线与椭圆长轴平行时探测器的角度。同样我们将大小峰值的探测器间隔与题目给定的参数作比较可以得出具体的探测器间隔。以上两步分析所得数据联立，即可得出旋转角度和探测器单元间距。

在对旋转中心做处理的时候，我们利用投影质心、旋转角度求得旋转中心与模板质心相对位置关系，再利用模板质心已知计算出旋转中心在正方形托盘中的位置。

#### 2.2 问题二

由 CT 原理可知，附件二中投影数据即是正方形模板（下称为 A）的二维 radon 变换后经增益等处理的数据，而 iradon 变换后代表物体吸收率的图像。利用问题一中得到投影数据对应的旋转角度，作为 matlab 内置 iradon 函数的参数。由问题一中得，模板旋转中心与模板中心不重合，而投影数据 iradon 变换后图像（下称为 B）旋转中心与图像中心重合。因此，将 B 图像做平移处理，令其满足 A 中旋转中心与图像中心的相对位置关系，此时 B 中椭圆中心与图像中心重合。但吸收率大小关系仍不一致：由题知，A 为吸收率均匀物质，则在附件一与 B 中各取图像中心处  $4 \times 4$  的矩阵，取平均值，根据二者比例关系对 B 进行缩放，B 与 A 能较好的重合。对附件 3 做如上相同处理，重建图像。由重建图像可得对应 10 个点的吸收率。

## 2.3 问题三

同问题二分析。

## 2.4 问题四

对于问题一求解出来的标定信息。我们通过采用不同方法时的方差分析，稳定性分析求解其精度和稳定性特点。

在设计新模板的问题上，我们可以根据问题一的标定模型，通过改变模板的形状位置大小等特征以增加模型内的拟合数据，使得标定模型的方差变小，稳定性增加。

## 三、模型假设

- 1、以圆盘上椭圆的长轴为 Y 轴，短轴为 X 轴建立直角坐标系，以题图向上的方向为 Y 轴正向，以题图向右的方向为 X 轴的正向，定义为  $\Gamma_0$  系。
- 2、题图上的探测器从左到右编号从 1 到 512
- 3、定义以旋转中心为原点，X、Y 轴方向同  $\Gamma_0$  系的直角坐标系为  $\Gamma_1$  系
- 4、定义探测器轴线为一维坐标系，原点是旋转中心到轴线垂足所在位置
- 5、假设旋转角度均匀变化

## 四、符号说明

$\theta_i$	第 $i$ 次透射射线与 Y 轴正半轴的夹角
$\Delta s$	探测器之间的间距
$C_s$	旋转中心投影到探测器轴线上的垂足到第一个探测器的距离
$\bar{x}$	椭圆和圆系统的质心在 $\Gamma_1$ 系中 x 轴坐标
$\bar{y}$	椭圆和圆系统的质心在 $\Gamma_1$ 系中 y 轴坐标
$\bar{X}$	椭圆和圆系统的质心在 $\Gamma_0$ 系中 x 轴坐标
$\bar{Y}$	椭圆和圆系统的质心在 $\Gamma_0$ 系中 y 轴坐标
$s$	探测器轴线上的点到探测器轴系原点的距离
$a$	旋转中心在 $\Gamma_0$ 系中的 x 轴坐标
$b$	旋转中心在 $\Gamma_0$ 系中的 y 轴坐标
$\Delta n$	间隔的探测器个数

## 五、模型的建立和求解

### 5.1 引理

质心的投影位置等于 Radon 变换后的质心【2】

证

$$\begin{aligned}s(\theta) &= \frac{1}{M} \int_{-\infty}^{\infty} s g(s, \theta) ds \\&= \frac{1}{M} \int_{-\infty}^{\infty} s \left[ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \cdot \delta(s - x \cos \theta - y \sin \theta) dx dy \right] ds \\&= \frac{1}{M} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \cdot \left[ \int_{-\infty}^{\infty} s \delta(s - x \cos \theta - y \sin \theta) ds \right] dx dy.\end{aligned}$$

其中  $M = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dx dy = \int_{-\infty}^{\infty} g(s, \theta) ds$

对 $\delta$ 函数作化简可得

$$\begin{aligned}s(\theta) &= \frac{1}{M} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) [x \cos \theta + y \sin \theta] dx dy \\&= \left[ \frac{1}{M} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x f(x, y) dx dy \right] \cos \theta \\&\quad + \left[ \frac{1}{M} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} y f(x, y) dx dy \right] \sin \theta \\&= \bar{x} \cos \theta + \bar{y} \sin \theta.\end{aligned}$$

即质心在探测器方向上的投影与 radon 变化后函数数据质心重合。

### 5.2 问题一模型的求解

#### 5.2.1 旋转角度与探测器单元间距的求解

分析正方形模板的几何关系（图 2）可知  $\Delta s \cdot \Delta n = L \cdot \sin \theta$  式（1），可得  $\Delta n = L / \Delta s \cdot \sin \theta$ ，如图 1，遍历附件二中两峰值分离的投影数据，用 matlab 内置的拟合函数拟合  $\Delta n$  与  $\theta$ ，得拟合图像峰值  $B = 162.6516$ ，则  $A = L/B = 0.2767$

将  $A = 0.2767$  代入式（1），可得  $\theta = \arcsin \left( \frac{A \cdot \Delta n}{L} \right)$ 。分析所得 83 组  $\theta$  值，发现其近似均匀增加，用 matlab 内置函数作线性拟合，并求出剩余的旋转角度。附件“answer.xls”为所求得角度，其中角度与附件二旋转角度一一对应。

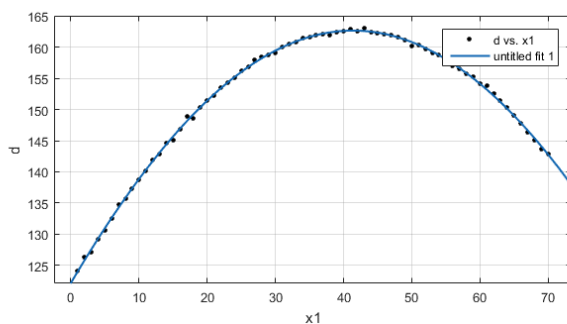


图 1

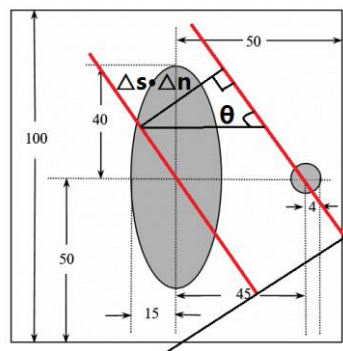


图 2

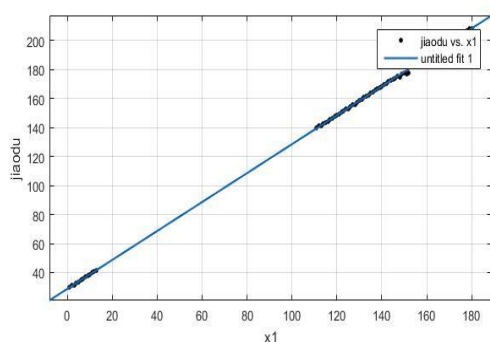
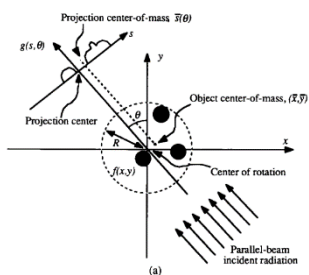


图 3

### 5.2.2 旋转中心的求解

如图所示,任意的一个形状的模板,利用  $\Gamma_1$  系,在透射角位  $\theta$  时,有如下的模型



首先求解  $\bar{X}$ ,  $\bar{Y}$

由给定的图形关于 X 轴对称切分布均匀, 可以得到

$$\bar{Y}=0$$

由椭圆和圆自身的对称性可知, 先分别找出两图形的质心再求总质心的到每个分形质点的距离比  $s_1/s_2$  与质量比成反比, 由于均匀分布, 即与面积成反比

$$\bar{X} = (S_{\text{圆}} / (S_{\text{圆}} + S_{\text{椭圆}})) * (s_1 + s_2) = 1.1688$$

由  $\Gamma_0$  与  $\Gamma_1$  的坐标变换关系

$$a = \bar{X} - \bar{x} \quad b = \bar{Y} - \bar{y}$$

令  $g(s, \theta)$  整个托盘为沿  $\theta$  方向投影的 Radon 变换（线积分）  
由引理可得 Radon 变换后的质心

$$\bar{S}(\theta_i) = \bar{x} \cos \theta_i + \bar{y} \sin \theta_i$$

$$\text{令 } \bar{S}_r(\theta_i) = C_s + \bar{S}(\theta_i)$$

由  $\bar{S}(\theta_i)$  的定义可以写出

$$\bar{S}_r(\theta_i) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} s g(s - C_s, \theta) ds}{\int_{-\infty}^{\infty} g(s - C_s, \theta) ds}$$

因此，对 180 个标定的角度按 0-180 排列的数据得到矩阵

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & \cos \theta_0 & \sin \theta_0 \\ 1 & \cos \theta_1 & \sin \theta_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \cos \theta_{n-1} & \sin \theta_{n-1} \end{bmatrix}}_A \underbrace{\begin{bmatrix} C_s \\ \bar{x} \\ \bar{y} \end{bmatrix}}_z = \underbrace{\begin{bmatrix} \bar{S}_r(\theta_0) \\ \bar{S}_r(\theta_1) \\ \vdots \\ \bar{S}_r(\theta_{n-1}) \end{bmatrix}}_y$$

利用线性代数知识求解得到

$$C_s = 71.0404 \quad \bar{x} = 10.4582 \quad \bar{y} = -6.4192$$

$$\text{由此可以得到 } a = -9.2894 \quad b = 6.4192$$

并且  $C_s / \Delta s = 256.7416$  即旋转中心在探测器的投影位置

## 5.3 问题二模型的求解

### 5.3.1 CT 图像重建

经查阅资料后，我们选取了较为常用的滤波反投影（Filtered back-projection, FBP）重建算法作为本题 CT 重建算法。具体过程为：先把由探测器上获得的投影数据与滤波器函数进行卷积运算，得到各方向卷积滤波后的投影数据，然后将其沿各自方向进行反投影，再对每个单元格进行叠加得到重建图像。本题借助 matlab 中 iradon 函数实现上述过程。

### 5.3.2 matlab 工具箱 Iradon 的参数选择

本题参数不多且要求精度尽可能搞，因此选用 cubic 作为插值函数，Ram-Lak 作为滤波器函数。Ram-Lak 函数优点为重建图像边缘清晰，缺点为会出现 Gibbs 现象。

旋转角度则选取问题一中求解出的角度，见附件“problem1.xls”

设定矩阵大小为 512x512

### 5.3.3 图像处理

由问题一中得，模板旋转中心与模板中心不重合，相对坐标  $(\bar{x}, \bar{y})$  为 (10.4582, -6.4192)。而投影数据 iradon 变换后图像（下称为 B）旋转中心与图像中心重合。则将 B 图像沿  $\vec{a} = (10.4582, -6.4192)$  平移  $|\vec{a}|$  距离，令其旋转中心与图像中心的相对位置关系与 A 中一致，此时 B 中椭圆中心与图像中心重合。但吸收率大小关系仍不一致：由题知，A 为吸收率均匀物质，则在附件一与 B 中各取图像中心处 4x4 的矩阵，取平均值，根据二者比例关系对 B 进行缩放，令 B 与 A 能较好的重合。最后，以图像中心为中心，裁剪为 256x256 矩阵大小的图像（图 4）。同样，对附件三进行 iradon 变换后作如上“平移⇒缩放⇒裁剪”得到重建图像。

### 5.3.4 给定点的吸收率

以正方形托盘左上角为原点，水平方向为 y 轴（对应“problem2.xls”的行向量），竖直方向为 x 轴，建立坐标系。求得 10 个点的坐标，并对应至矩阵中矩阵单元，取其值即为吸收率。见附件“answer.xls 问题 2”页

### 5.3.5 相关性分析

将图像矩阵按行向量顺序连接成一维列向量，求得重建向量和样本向量为 0.9882，可认为重建矩阵与样本相似度较好。

## 5.4 问题三模型的求解

同问题二分析求解。图像如图 5。吸收率见附件“answer.xls 问题 3”页

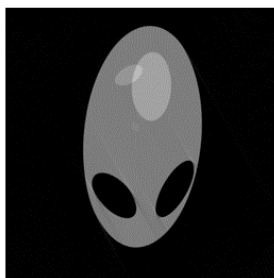


图 4

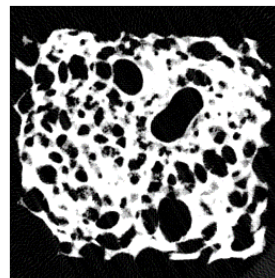


图 5



## 5.5 问题四的求解

问题四求参数标定的精度和稳定性。我们首先对各个参数标定进行误差分析。

通过线性回归复相关系数: 指的是多元回归系数, 表示模型中  $y$  值与估计  $y$  值之间的相关系数, 实际上是皮尔逊相关。取值范围是  $(0,1)$ , 没有负值。 $R$  越大表明模型越好。但是  $R$  值多大算是最好, 并没有定论, 通常在社会学科中,  $R>0.4$  就算是足够好了; 但是在科学领域,  $R>0.8$  才算可以。

$$R = \frac{\sum(y - \bar{y})(\hat{y} - \bar{\hat{y}})}{\sqrt{\sum(y - \bar{y})^2 \sum(\hat{y} - \bar{\hat{y}})^2}}$$

$R^2$  可以反映出该模型的置信度

剩余标准差: 它等于误差均方的算术平方根, 就是残差的标准差, 其大小反映了用建立的模型预测未来的精度。剩余标准差小, 就说明建立的模型好。

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-2}}$$

该系数可以反映模型的精度

### 5.5.1 $\theta$ 的标定误差

在对  $\theta$  进行标定时, 我们首先通过椭圆和圆的两个吸收峰没有重叠的 83 组数据进行线性拟合, 可以假设每次增加的度数为  $0.999^\circ$ 。对中间两个吸收峰重叠的 97 组数据我们采用假设的  $0.999^\circ$  增量依次递增。

利用 83 组数据, 对此假设进行假设检验。

$$f(x) = p1 \cdot x + p2$$

Coefficients (with 95% confidence bounds):

$$p1 = 0.999 \quad (0.9964, 1.002)$$

$$p2 = 28.69 \quad (28.34, 29.04)$$

$R^2=0.9999$  该模型的线性回归置信度为 99.99%

精度分析  $SSE$ (和方差、误差平方和)=0.6369  $SSE/\hat{y}$  十分趋近于 0, 该模型是相当精确的

稳定性分析 Chowtest 检验

对参与线性回归的 83 个数据进行 Chowtest 检验, 从前 4 个点拟合开始以 1 为步长增加参与拟合的点的个数, 每一次迭代的线性函数斜率与上一次进行比较, 如果变化的显著性小于 0.05, 则可认为斜率没有变化, 最后我们能得到显著性判段矩阵  $h$ , 其中 0 的个数远多于 1 的个数, 所以可以认为该数据是稳定的。

### 5.5.2 探测器之间的距离标定误差

我们在对探测器距离进行标定的时候，是寻找两个峰值距离的变换关系。先通过拟合找到两峰对应的探测器位置 P1,P2  $L_{max} * \cos \theta = L_{\theta}$ ，其中  $L = \Delta_n * (P2 - P1)$ 。 $P2 - P1$  是按余弦规律变换的，实际上就是用余弦函数拟合找出  $L_{\theta_{max}}$  通过余弦函数拟合

$$f(x) = a_0 + a_1 * \cos(x * w) + b_1 * \sin(x * w)$$

Coefficients (with 95% confidence bounds):

$$a_0 = 23.85 (-40.98, 88.68)$$

$$a_1 = 98.3 (33.77, 162.8)$$

$$b_1 = 98 (71, 125)$$

$$w = 0.01894 (0.01435, 0.02353)$$

拟合的确定系数  $R^2 = 0.9999$ ，该模型的置信度为 99.99%

精确度分析  $SSE = 0.285$

该模型能较精确的确定余弦函数的峰值  $L_{\theta_{max}}$  对应了 p 个探测器的距离

$$\text{则 } p * \Delta_n = 45\text{mm} \quad p = 162.6516 \quad \Delta_n = 0.2767$$

其中用傅里叶八次变换对两峰值做拟合

### 5.5.3 旋转中心标定误差

在求旋转中心的时候用以下方式求三个参数的时候

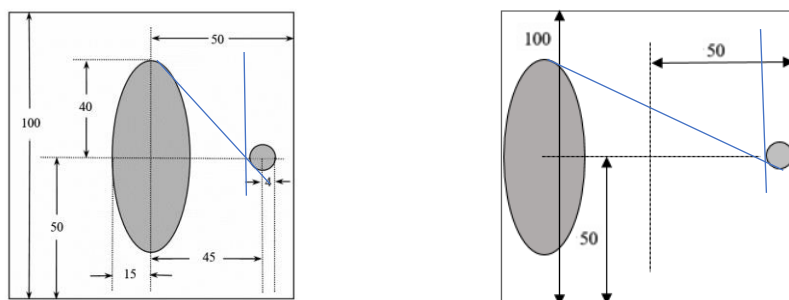
$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & \cos \theta_0 & \sin \theta_0 \\ 1 & \cos \theta_1 & \sin \theta_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \cos \theta_{n-1} & \sin \theta_{n-1} \end{bmatrix}}_A \underbrace{\begin{bmatrix} c_s \\ \bar{x} \\ \bar{y} \\ z \end{bmatrix}}_z = \underbrace{\begin{bmatrix} \bar{s}_r(\theta_0) \\ \bar{s}_r(\theta_1) \\ \vdots \\ \bar{s}_r(\theta_{n-1}) \end{bmatrix}}_y$$

误差来自旋转角度的测量，从而导致矩阵 A 与真实的旋转角度矩阵  $A_0$  有一定偏差。另外，来自环境的少量高斯白噪声对 Radon 变换后的函数产生的附加影响，对三个参数的标定也会产生一定影响。

### 5.5.4 新模板的设计和标定模型建立

在原标定模型的基础上，为了减小误差，我们要设法得到更多的参考数据。

在标定的过程中，由。。。的分析可以得到误差主要来自 radon 函数的拟合以及两组峰从开始到中间相接触这一段的采样值线性回归分析。所以首先需要增加两个吸收图像的宽度以获取更多的 radon 函数信息，在模板上也即增加投影线的长度。另一方面，我们需要尽量拉开起始条件下两个图形的距离以便在两个吸收峰靠近时得到更多的角度数据组。



#### 5.5.4.a

通过移位后,可以明显看到经过 Y 轴正向与两圆的公切线夹角增大, 也就是说从开始的投影角到取样角我们可以得到更多组的数据。经过这样改进, 在线性回归的步骤可以得到更精确的线性回归模型。这种情况的极限情况, 就是把椭圆与左边界相切, 圆与右边界相切

#### 5.5.4.b

通过适当增加小圆的直径, 在用傅里叶八次变换对小峰进行拟合的时候, 我们可以用到更多的探测器数据, 因此可以得到更准确的 Radon 变换拟合模型。

综合 a,b 两种方法, 在增大小圆面积的前提下把两圆放到模板边界, 找到合适的小圆面积进行投影, 总可以找到一组模型使得误差最小。

## 六、模型评价与改进

优点：本模型对 CT 系统的旋转中心位置、X 射线投射角度、探测器间距等参数标定的处理, 即在理论上符合 CT 系统的工作原理, 又能较快速便捷的对需要的数值进行采集拟合。特别是在计算旋转中心的模型上基本不受模型形状的影响。同时对 Cs 参数的计算有利于在实际应用中快速分析出旋转中心的偏移量, 有利于修正。

其次, 在拟合的实际操作中, 拟合函数的方差都很小, 并且  $R^2$  的置信度也非常接近 1, 所以拟合的模型是十分精确和稳定的。

缺点：本模型的参数标定, 由于进行了两次插值拟合, 并且在旋转角度的标定上利用线性回归的方法, 对等间角旋转的预测, 都可能导致标定参数与实际值有误差。其次, 本模型没有考虑环境噪声的影响。同样在进行 lradon 变换的过程中我们也利用预测的“等间角”值, 这些因素都有可能最终导致最终标定的参数以及用该模型进行重建的图像与实际有差异。

模型的改进：

①在对旋转角度进行标定的时候, 可以利用椭圆和圆的几何关系, 令  $r$  为截距长度, 求出割线的长度  $t_{\theta_{\text{椭}}}(\theta, r)$  和  $t_{\theta_{\text{圆}}}(\theta, r)$  的和

$$t_{\theta}(\theta, r) = t_{\theta_{\text{椭圆}}}(\theta, r) + t_{\theta_{\text{圆}}}(\theta, r)$$

$$\left. \frac{\partial t_{\theta}(\theta, r)}{\partial r} \right|_{r=r(\theta)} = 0 \text{ 时}$$

对应 Radon 吸收谱上的极大值。

再利用本文的模型即可更精确的解出每一个 $\theta$ 值。

②本文的模型利用 IRadon 变换对图像进行重建, 该函数的原型需要角间值均匀。实际上, 当我们能够精确得到每一个 $\theta_i$ 时候, 我们通过中心切片定理, 把每一个傅里叶后的 radon 函数更准确的按 $\theta_i$ 投影到二维傅里叶平面上, 再进行反快速傅里叶变换, 即可得到更精确的重建图像。

## 七、引用

- 【1】 张朝宗, 郭志平, 张朋等. 工业 CT 技术和原理[M]. 北京: 科学出版社  
, 2009, 6: 9-11
- 【2】 STEPHEN G.AZEVEDO,DANIEL J.SHNEBERK,J.PATRICK FITCH,HARRY E.MART  
Calculation of the Rotational Centers in Computed Tomography Sinograms [J]  
IEEE TRANSACTIONS ON NUCLEAR SCIENCE, VOL. 31. NO. 4, AUGUST 1990
- 【3】 毛小渊 二维 CT 图像重建算法研究 [D] 南昌: 南昌航空大学, 2016 年 6 月
- 【4】 朱立平, 林志英 滤波反投影图像重建算法分析及 MATLAB 实现 [J]  
信息与电脑 (理论版) 2013
- 【5】 马晨欣, 江桦, 闫镔 CT 平行投影的快速重建算法研究与实现 [J]  
信息工程大学学报 2010

### 【附录】

如下均为 MATLAB 中运行的代码

**每个旋转角度下最大间距拟合：**

```
load('xishou.mat');
for j=111:180
clearvars -except d j xishou;
tmp=fliplr(xishou(:,j));
tuokaishi=1;
while(tmp(1)==0) tuokaishi=tuokaishi+1; tmp(1)=[]; end
ok=1;
while(tmp(ok)~=0)
    ok=ok+1;
end
yuankaishi=tuokaishi;
for i=1:ok-1
    tmp2(i)=tmp(1);
    yuankaishi=yuankaishi+1;
    tmp(1)=[];
end
while(tmp(1)==0) tmp(1)=[]; yuankaishi=yuankaishi+1;end
tmp=fliplr(tmp);
while(tmp(1)==0) tmp(1)=[]; end
tmp=fliplr(tmp);

[fitresult1,gof]=createFit(yuankaishi:yuankaishi+length(tmp)-1,tmp);
fun=@(x)fitresult1(x);
fun2=@(x)-fitresult1(x);
[max1,val]=fminbnd(fun2,yuankaishi,yuankaishi+length(tmp)-1);
left=fzero(fun,[yuankaishi-2,yuankaishi]);
right=fzero(fun,[yuankaishi+length(tmp)-1,yuankaishi+length(tmp)+1]);
chang=8/(right-left);

[fitresult2,gof]=createFit(tuokaishi:tuokaishi+length(tmp2)-1,tmp2);
fun=@(x)fitresult2(x);
fun2=@(x)-fitresult2(x);
[max2,val]=fminbnd(fun2,tuokaishi,tuokaishi+length(tmp2)-1);

d(j)=max1-max2;
end

load('d.mat');
for i=1:110
    d(1)=[];
```

```

end
x1=1:70;
[xData, yData] = prepareCurveData( x1, d );
ft = fitype( 'fourier1' );
opts = fitoptions( 'Method', 'NonlinearLeastSquares' );
opts.Display = 'Off';
[fitresult, gof] = fit( xData, yData, ft, opts );
fun=@(x)-fitresult(x);
[max1,val]=fminbnd(fun,1,70);

clear;
load('d.mat');
jiaodu=acos(d./1.626516217678137e+02)/pi()*180;
jiaodu=abs(jiaodu);
for i=111:152
    jiaodu(i)=180-jiaodu(i);
end
for i=153:180
    jiaodu(i)=180+jiaodu(i);
end
for i=14:110
    jiaodu(14)=[];
end
x1=[1:13,111:180];

```

### 图像处理代码：

```

clear;
load('xishou.mat');
load('A.mat');
load('jiaodu.mat');
load('tu3.mat');

for i=1:180
    X1(i)=28.69+i*0.999;
end
I=iradon(tu3,X1,512,'cubic','Ram-Lak',512);
ypian=34;
xpian=23;
I=I(xpian:xpian+470,ypian:ypian+470);
for i=471:512
    for j=471:512
        I(i,j)=0;
    end
end

```

```

end
l=imresize(l,0.7059);
l=l(54:309,54:309);
zhong=l(126:129,126:129);
zhong=zhong(:);
zhong=mean(zhong);
%l=l./0.4908;
imshow(l);

clear;
load('tu2nihe.mat');
load('quyangdian.mat');
tu=tu2nihe;
for i=1:10
    x=ceil(quyangdian(i,1)/0.390625);
    y=ceil((100-quyangdian(i,2))/0.390625);
    myans(i)=tu(x,y);
end

```

#### **旋转中心求解的代码：**

```

clear;
load('jiaodu.mat');
load('xishou.mat');
jiaodu=[jiaodu(:,153:180),jiaodu(:,1:152)];
num=180;
for i=1:num;
    X(i,1)=1;
    X(i,2)=cos(jiaodu(i)/180*pi());
    X(i,3)=sin(jiaodu(i)/180*pi());
end
for i=1:num
    for j=1:512
        tmp(j)=j*45/162.6516217678137*xishou(j,i);
    end
    Y(i)=sum(tmp)/sum(xishou(:,i));
end
Y=Y';
AA=X'*X;
Y=X'*Y;
Y=inv(AA)*Y;
load('tu1nihe.mat');
load('A.mat');
A=A(:);
B=tu1nihe(:);

t=corrcoef([A B]);

```