Evidencia 16. Transformaciones y combinaciones de funciones

Parte 1

En los problemas 1 a 10, use (1) y (2) para determinar si la función y = f(x) es par, impar o ni par ni impar.

1.
$$f(x) = 4 - x^2$$

2.
$$f(x) = x^2 + 2x$$

3.
$$f(x) = x^3 - x + 4$$

4.
$$f(x) = x^5 + x^3 + x$$

5.
$$f(x) = 3x - \frac{1}{x}$$

6.
$$f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$$

7.
$$f(x) = 1 - \sqrt{1 - x^2}$$

8.
$$f(x) = \sqrt[3]{x^3 + x}$$

9.
$$f(x) = |x^3|$$

10.
$$f(x) = x|x|$$

En los problemas 11 a 14, indique si la función y = f(x), cuya gráfica se presenta, es par, impar o ni par ni impar.

11.

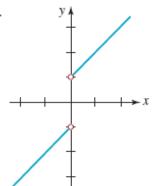


FIGURA 5.2.15 Gráfica para el problema 11

13.

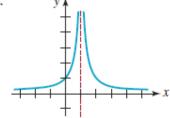


FIGURA 5.2.17 Gráfica para el problema 13

12

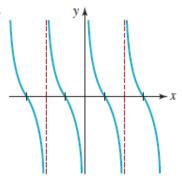


FIGURA 5.2.16 Gráfica para el problema 12

14.

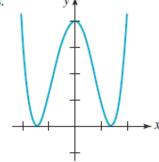


FIGURA 5.2.18 Gráfica para el problema 14

En los problemas 33 a 36, use la gráfica de la función y = f(x)que se indica en la figura, para graficar las funciones siguientes:

$$a) \quad y = f(x) + 2$$

$$b) \quad y = f(x) - 2$$

$$c) \quad y = f(x+2)$$

a)
$$y = f(x) + 2$$
 b) $y = f(x) - 2$
c) $y = f(x + 2)$ d) $y = f(x - 5)$
e) $y = -f(x)$ f) $y = f(-x)$

$$e)$$
 $y = -f(x)$

$$f$$
) $y = f(-x)$

33.

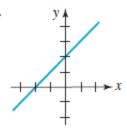


FIGURA 5.2.23 Gráfica para el problema 33

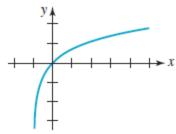


FIGURA 5.2.24 Gráfica para el problema 34

35.

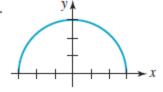


FIGURA 5.2.25 Gráfica para el problema 35

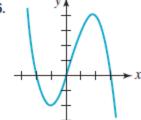


FIGURA 5.2.26 Gráfica para el problema 36

En los problemas 39 a 42, halle la ecuación de la gráfica final después de aplicar las transformaciones indicadas a la gráfica de y = f(x).

- **39.** La gráfica de $f(x) = x^3$ desplazada 5 unidades hacia arriba y 1 unidad hacia la derecha.
- **40**. La gráfica de $f(x) = x^{2/3}$, estirada verticalmente 3 unidades, y a continuación desplazada 2 unidades hacia la derecha.
- **41**. La gráfica de $f(x) = x^4$, reflejada en el eje x y desplazada 7 unidades hacia la izquierda.
- **42**. La gráfica de f(x) = 1/x, reflejada en el eje y y desplazada 5 unidades hacia la izquierda y 10 unidades hacia abajo.

Parte 2

En los problemas 1 a 8, halle las funciones f + g, f - g, fg y f/g y describa sus dominios.

1.
$$f(x) = x^2 + 1$$
, $g(x) = 2x^2 - x$

2.
$$f(x) = x^2 - 4$$
, $g(x) = x + 3$

3.
$$f(x) = x$$
, $g(x) = \sqrt{x-1}$

4.
$$f(x) = x - 2$$
, $g(x) = \frac{1}{x + 8}$

5.
$$f(x) = 3x^3 - 4x^2 + 5x$$
, $g(x) = (1 - x)^2$

6.
$$f(x) = \frac{4}{x-6}$$
, $g(x) = \frac{x}{x-3}$

7.
$$f(x) = \sqrt{x+2}$$
, $g(x) = \sqrt{5-5x}$

8.
$$f(x) = \frac{1}{x^2 - 9}$$
, $g(x) = \frac{\sqrt{x + 4}}{x}$

En los problemas 11 a 14, halle las funciones $f \circ g$ y $g \circ f$ y describa sus dominios.

11.
$$f(x) = x^2 + 1$$
, $g(x) = \sqrt{x - 1}$

12.
$$f(x) = x^2 - x + 5$$
, $g(x) = -x + 4$

13.
$$f(x) = \frac{1}{2x-1}$$
, $g(x) = x^2 + 1$

14.
$$f(x) = \frac{x+1}{x}$$
, $g(x) = \frac{1}{x}$

--

En los problemas 25 y 26, determine $(f \circ g \circ h)(x) = f(g(h(x)))$.

25.
$$f(x) = \sqrt{x}$$
, $g(x) = x^2$, $h(x) = x - 1$

26.
$$f(x) = x^2$$
, $g(x) = x^2 + 3x$, $h(x) = 2x$

En los problemas 29 y 30, determine $(f \circ f \circ f)(x) = f(f(f(x)))$.

29.
$$f(x) = 2x - 5$$

30.
$$f(x) = x^2 - 1$$

Parte 3

En los problemas 9 a 34, trace la gráfica de la función definida por partes que se indique. Halle todas las intersecciones con los ejes de la gráfica. Indique todos los números para los cuales la función es discontinua.

9.
$$y = \begin{cases} -x, & x \le 1 \\ -1, & x > 1 \end{cases}$$

10.
$$y = \begin{cases} x - 1, & x < 0 \\ x + 1, & x \ge 0 \end{cases}$$

11.
$$y = \begin{cases} -3, & x < -3 \\ x, & -3 \le x \le 3 \\ 3, & x > 3 \end{cases}$$

12.
$$y = \begin{cases} -x^2 - 1, & x < 0 \\ 0, & x = 0 \\ x^2 + 1, & x > 0 \end{cases}$$

17.
$$y = |x + 3|$$

18.
$$y = -|x - 4|$$

19.
$$y = 2 - |x|$$

20.
$$y = -1 - |x|$$

21.
$$y = -2 + |x + 1|$$

22.
$$y = 1 - \frac{1}{2}|x - 2|$$

23.
$$y = -|5 - 3x|$$

24.
$$y = |2x - 5|$$

25.
$$y = |x^2 - 1|$$

26.
$$v = |4 - x^2|$$

27.
$$y = |x^2 - 2x|$$

28.
$$y = |-x^2 - 4x + 5|$$

30.
$$y = |\sqrt{x} - 2|$$

31.
$$y = |x^3 - 1|$$

En los problemas 37 a 40, halle la fórmula definida por partes de la función f cuya gráfica se muestra. Suponga que el dominio de f es $(-\infty, \infty)$.

37.

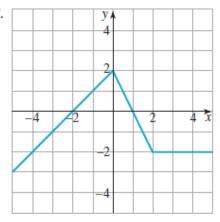


FIGURA 5.4.9 Gráfica para el problema 37

38.

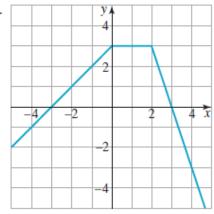


FIGURA 5.4.10 Gráfica para el problema 38

39.

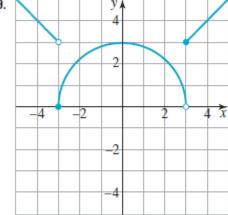


FIGURA 5.4.11 Gráfica para el problema 39

40.

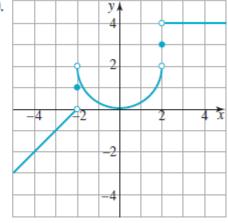


FIGURA 5.4.12 Gráfica para el problema 40