AAG – BI-SPOL-2

Regulární jazyky: Deterministické a nedeterministické konečné automaty. Determinizace konečného automatu. Minimalizace deterministického konečného automatu. Operace s konečnými automaty. Regulární gramatiky, regulární výrazy, regulární rovnice.

1 Regulární jazyky

Věta 1 (Kleeneova věta). *Libovolný jazyk je regulární, právě když je přijímaný konečným automatem*

1.1 Deterministické automaty

Definice 2. ***Deterministický*** *konečný automat je pětice $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, kde*

- *Q - konečná množina stavů*
- *Σ - konečná abeceda*
- *δ - zobrazení $Q \times \Sigma \to Q$*
- *q_0 - počáteční stav*
- *$F \subseteq Q$ - množina koncových stavů*
- **Konfigurace** konečného automatu M (viz výše) je
  - dvojice $(q, w) \in Q \times \Sigma^*$.
  - počáteční - (q_0, w)
  - koncová - (q, ε), kde $q \in F$
- **Přechod** $\vdash_M$ je relace nad $Q \times \Sigma^*$, taková, že $(q, w) \vdash_M (p, w')$ právě tehdy, když $w = aw'$ a $\delta(q, a) = p$ pro nějaké $a \in \Sigma, w \in \Sigma$.
- Jazyk **je přijímaný** DKA automatem M, jestliže existuje přechod z q_0 do $q \in F$.
- DKA nazveme **úplně určený**, když je zobrazení $\delta(q, a)$ definováno pro všechny dvojice stavů a vstupních symbolů.

1.2 Nedeterministické automaty

Definice 3. ***Nedeterministický*** *konečný automat je pětice $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, kde*

- *δ - zobrazení $Q \times \Sigma$ do množiny všech podmnožin Q.*

Stav $q \in Q$ je **dosažitelný**, pokud $\exists w \in \Sigma^* : (q_0, w) \vdash^* (q, \varepsilon)$. Jinak je stav nedosažitelný.

Stav $q \in Q$ je **užitečný**, pokud $\exists w \in \Sigma^*, \exists p \in F : (q, w) \vdash^* (p, \varepsilon)$. Jinak je stav zbytečný.

2 Determinizace konečného automatu

Pro každý NKA platí, že k němu existuje ekvivaletní DKA.

Jako příklad uvedeme NKA:

Determinizaci začneme odstraněním počátečních stavů a jejich nahrazení jedním počátečním stavem.

3 Minimalizace deterministického konečného automatu

TODO

4 Operace s konečnými automaty

- Sjednocení - $L(M) = L(M1) \cup L(M2)$
- Průnik - $L(M) = L(M1) \cap L(M2)$
- Doplněk - Úplně určený DKA, $F' = Q \setminus F$
- Součin - ke koncovému stavu M_1 přidáme počáteční stav M_2; $q_{0,M} = q_{0,M_1}, F_M = F_2$
- Iterace - vytvoříme q_0, který bude zároveň koncový a ze všech původních koncových stavů povede ε přechod do počátečního stavu q_0.

5 Regulární gramatiky

Gramatika $G = (N, \Sigma, P, S)$ je **regulární**, jestliže každé pravidlo má tvar $A \to aB$ nebo $A \to a$, kde $A, B \in N, a \in \Sigma$, nebo tvar $S \to \varepsilon$ v případě, že S se nevyskytuje na pravé straně žádného pravidla.

6 Regulární výrazy

Definice 4. ***Regulární výraz*** *V nad abecedou Σ je definován následujícím způsobem:*

1. *$\emptyset, \varepsilon, a$ jsou regulární výrazy pro všechna $a \in \Sigma$.*
2. *Jsou-li x, y regulární výrazy nad Σ, pak:*

- *$(x + y)$ (sjednocení, alternativa),*
- *$(x.y)$ (zřetězení) a*
- *$(x)^*$ (iterace)*

jsou regulární výrazy nad Σ.

7 Regulární rovnice

Definice 5. *Standardní soustava* ***regulárních rovnic*** *má tvar: $X_i = \alpha_{i0} + \alpha_{i1}X_1 + \alpha_{i2}X_2 + \cdots + \alpha_{in}X_n, 1 \leq i \leq n$, kde $X_1, X_2, \ldots, X_n$ jsou neznámé a α_{ij} jsou regulární výrazy nad abecedou Σ, která neobsahuje $X_1, X_2, \ldots, X_n$.*