

# Теория Фильтрации и Прогнозирование данных

Липатов Данила МСМТ 243  
Лабораторная работа №1

## Пункт 1

Графики считанных данных из файла ‘AAMWPgfz0.050-year.dat’ X, Y относительно времени, выраженных в годах с шагом 18 суток.

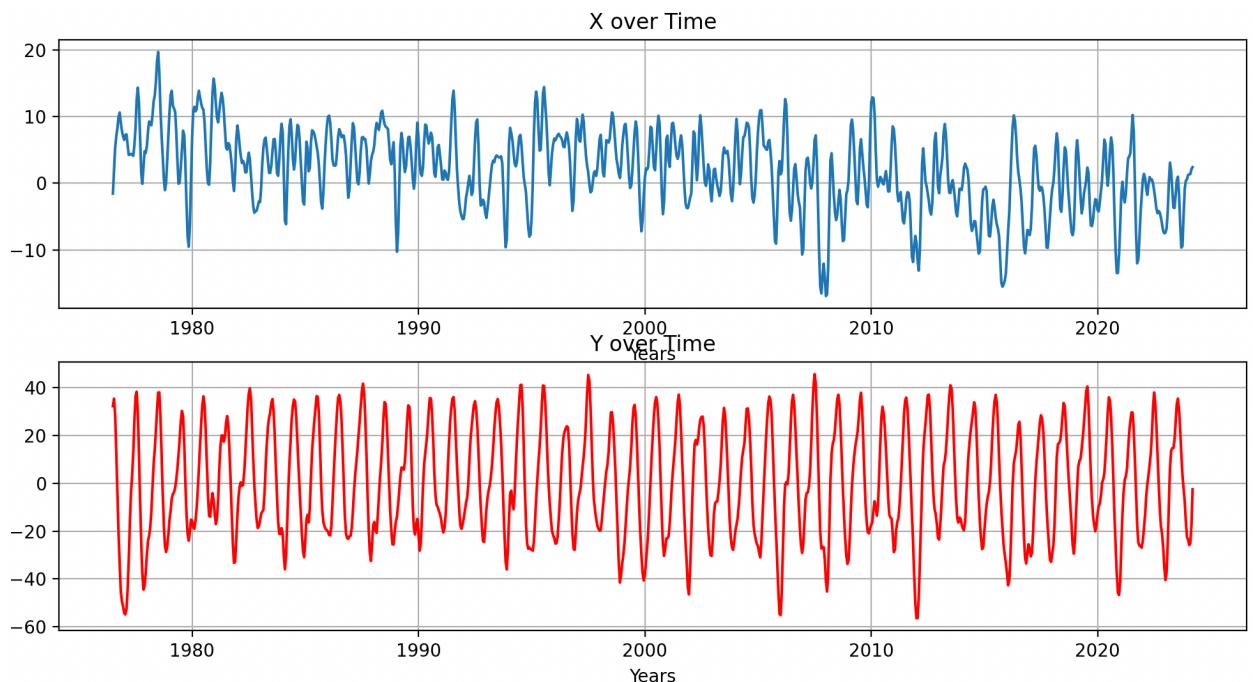


Рис. 1 Графики X , Y отн-но времени в годах.

Далее применялось БПФ на исходные данные относительно X и Y и нормировались на кол-во элементов в массиве (т.к. данных по X и по Y одинаковое кол-во, то нет разницы длину какого массива выбирать)

Код для БПФ на ЯП Python представлен ниже

```
X_fft = np.fft.fft(X) / N
Y_fft = np.fft.fft(Y) / N
freqs = np.fft.fftfreq(N, dT)
```

Полученные спектрограммы (ограниченные положительной частью) представлены на Рис. 2:

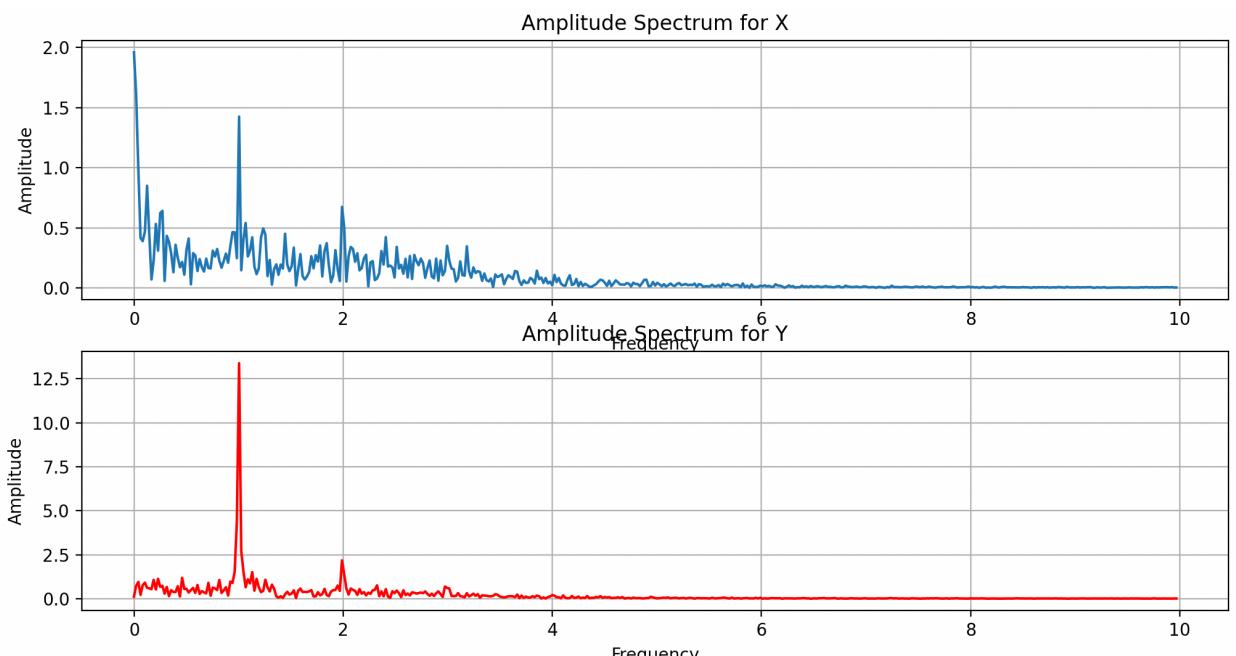


Рис. 2 Спектрограммы для X и Y

На Рис.3 представлены графики периодограмм:

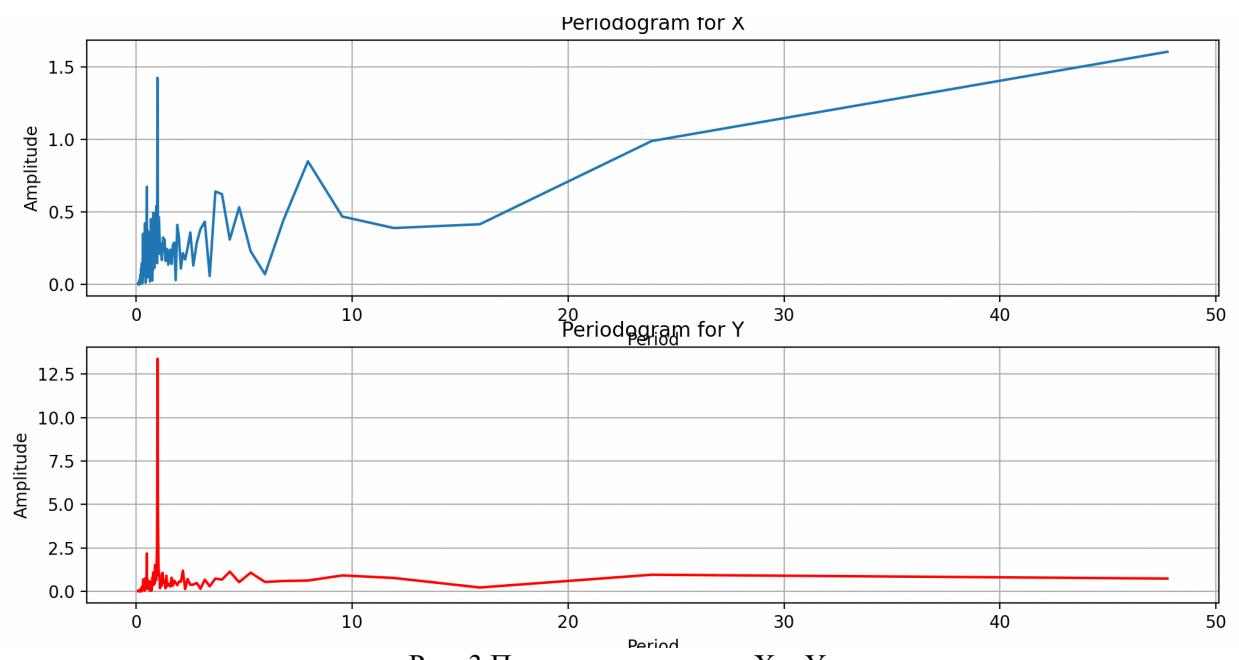


Рис. 3 Периодограммы для X и Y

Далее необходимо было объединить X, Y в комплексный ряд и так же найти спектрограмму

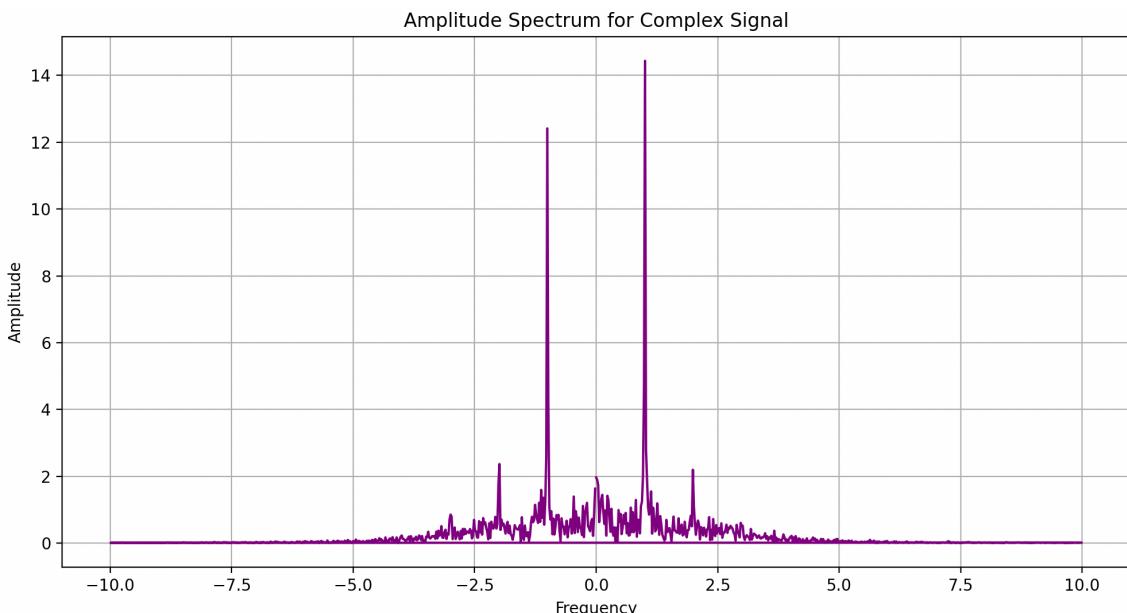


Рис. 4 Спектрограммы для комплексного ряда

Аналогично X, Y находим периодограмму комплексного ряда, представлен на Рис. 5

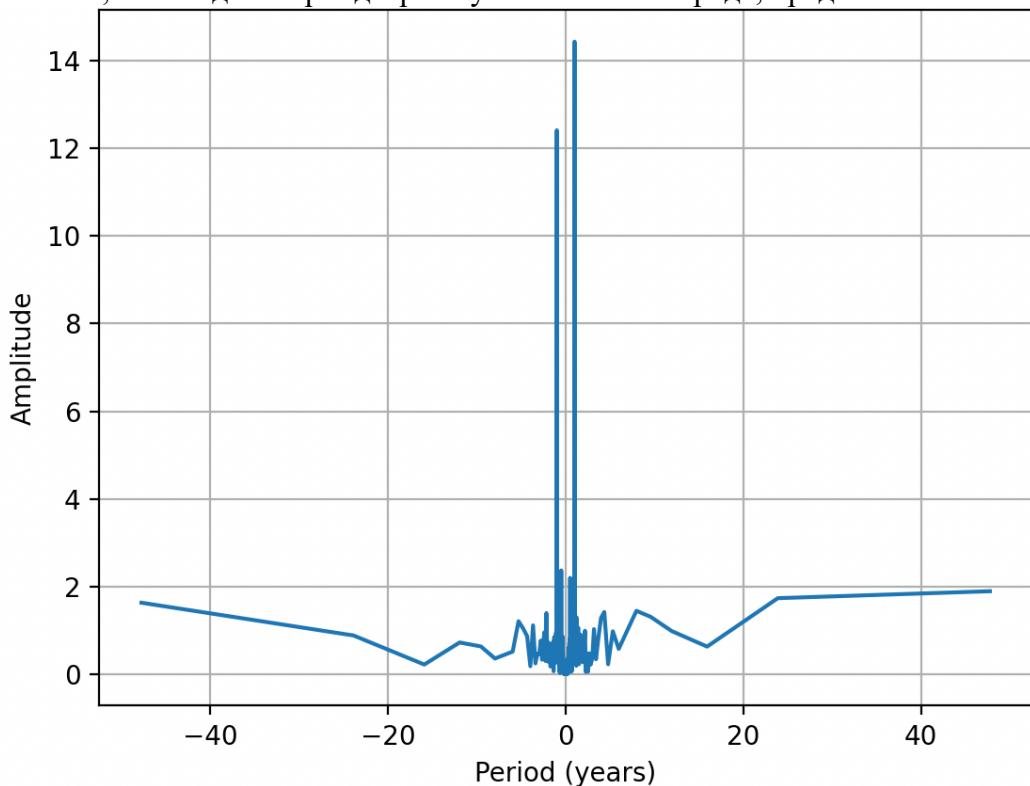


Рис. 5 Периодограммы для комплексного ряда

## Пункт 2

Для нахождения  $C_k$  и  $C_{-k}$  было принято найти максимальную амплитуду в представленной спектрограмме комплексного сигнала

$C_k (9.572570525037774+10.808369373899941j)$   
 $C_{-k} (-6.749056607483512+10.419948328481139j)$   
 Dominant frequency: 1.0052356020951552 Hz  
 Dominant frequency: -1.0052356020951552 Hz

```

Amplitude for positive frequency (C_k): 14.437969212443978
Phase for positive frequency (C_k): 0.845959043897614 rad
Amplitude for negative frequency (C_-k): 12.414712572558162
Phase for negative frequency (C_-k): 2.14555676711411 rad

```

Если сравнивать результаты Ск и С-k с формулой 1.8, то получим следующие результаты:

$$\begin{aligned} C_k & (4.81064 - 5.36691i) \\ C_{-k} & (-3.34553 - 5.22865i) \end{aligned}$$

Оказывается, прямая реализация БПФ средствами доп модулей Python (numpy) считает элементы по определению  $r * \exp(i\theta)$

Если рассмотреть данные результаты как  $r / 2 * \exp(-I * \theta)$  из приведенных выше вычислений, то результаты сойдутся.

### Пункт 3

Для моделирование собственного сигнала на основе входных данных

$$a = 18, b = 10, c = 2002$$

Необходимо было отнормировать амплитуды гармоник, согласно задаче и отмасштабировать их.

```

# Модельный сигнал как сумма трёх гармоник
X_model = (A1 * np.cos(2 * np.pi * t / T1 + phi1) +
            A2 * np.cos(2 * np.pi * t / T2 + phi2) +
            A3 * np.cos(2 * np.pi * t / T3 + phi3))

```

Где

# Периоды (в годах)

$$T1 = 0.5$$

$$T2 = 1$$

$$T3 = 4.6$$

# Амплитуды гармоник, нормализованные

$$A1 = (a / 31) * 20$$

$$A2 = (b / 12) * 20$$

$$A3 = ((c - 2000) / 50) * 20$$

Получены следующие графики:

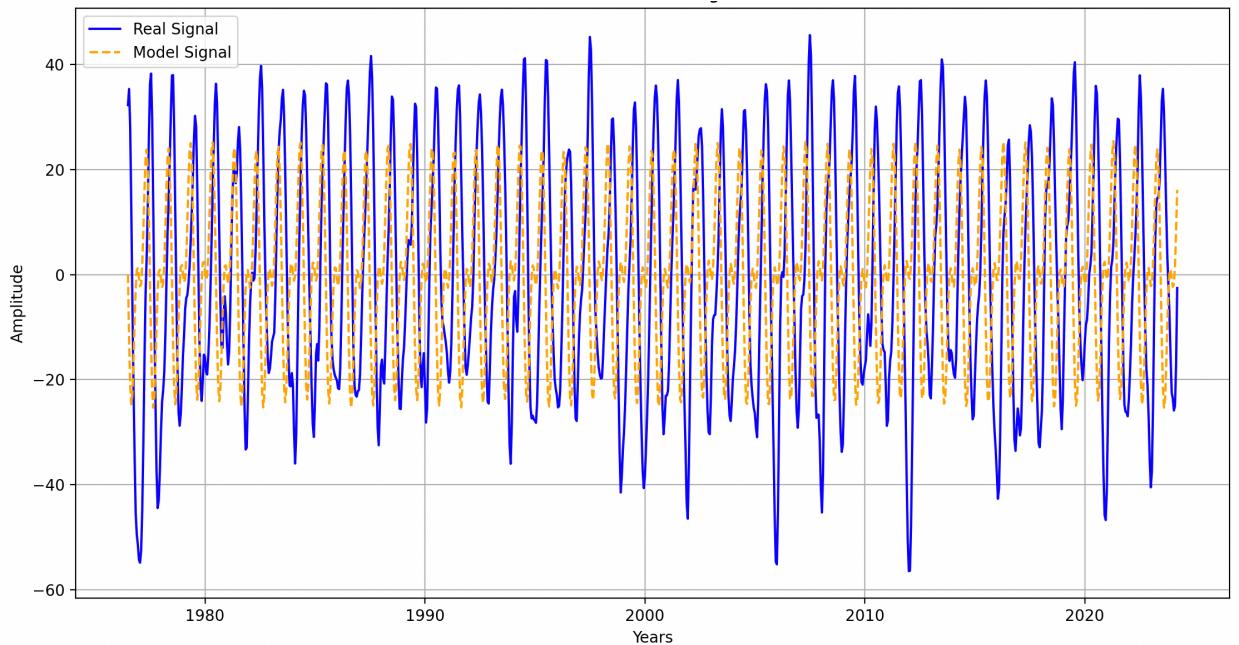


Рис. 6 Смоделированный сигнал против реального

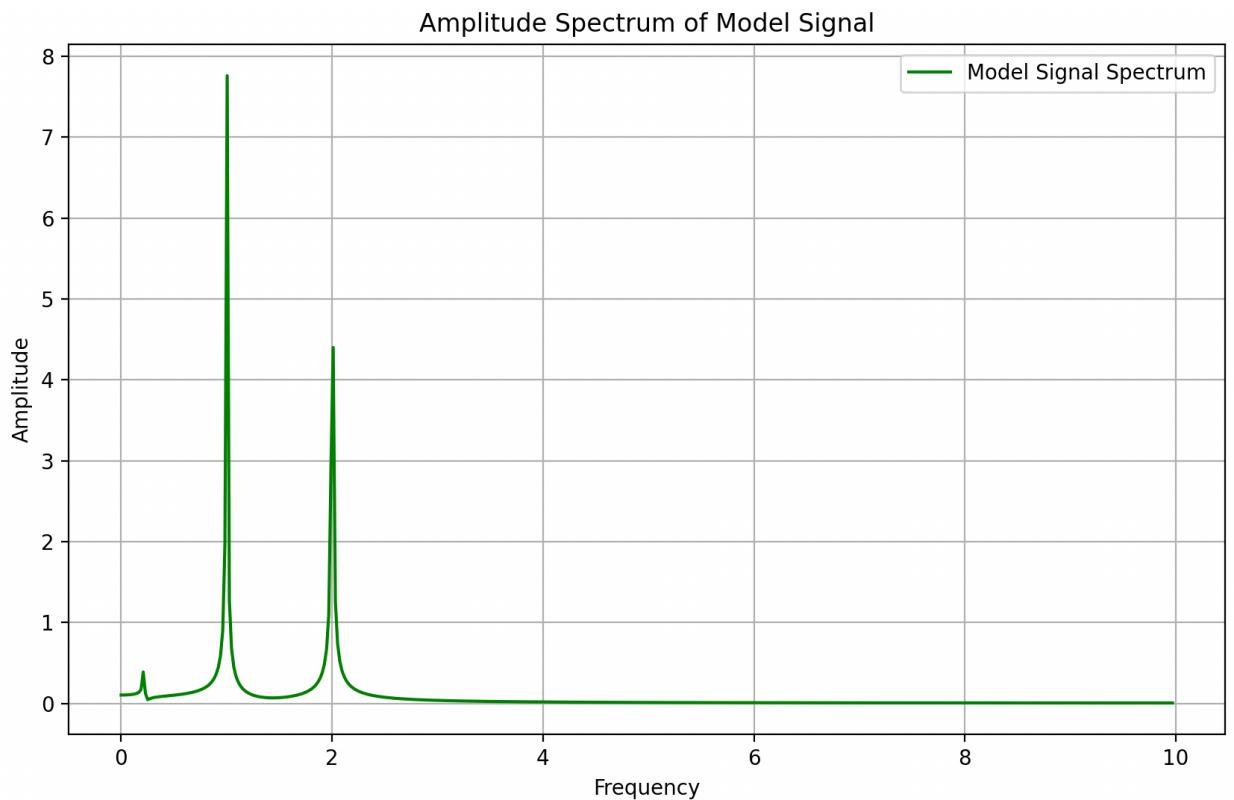


Рис. 7 Спектрограмма смоделированного сигнала

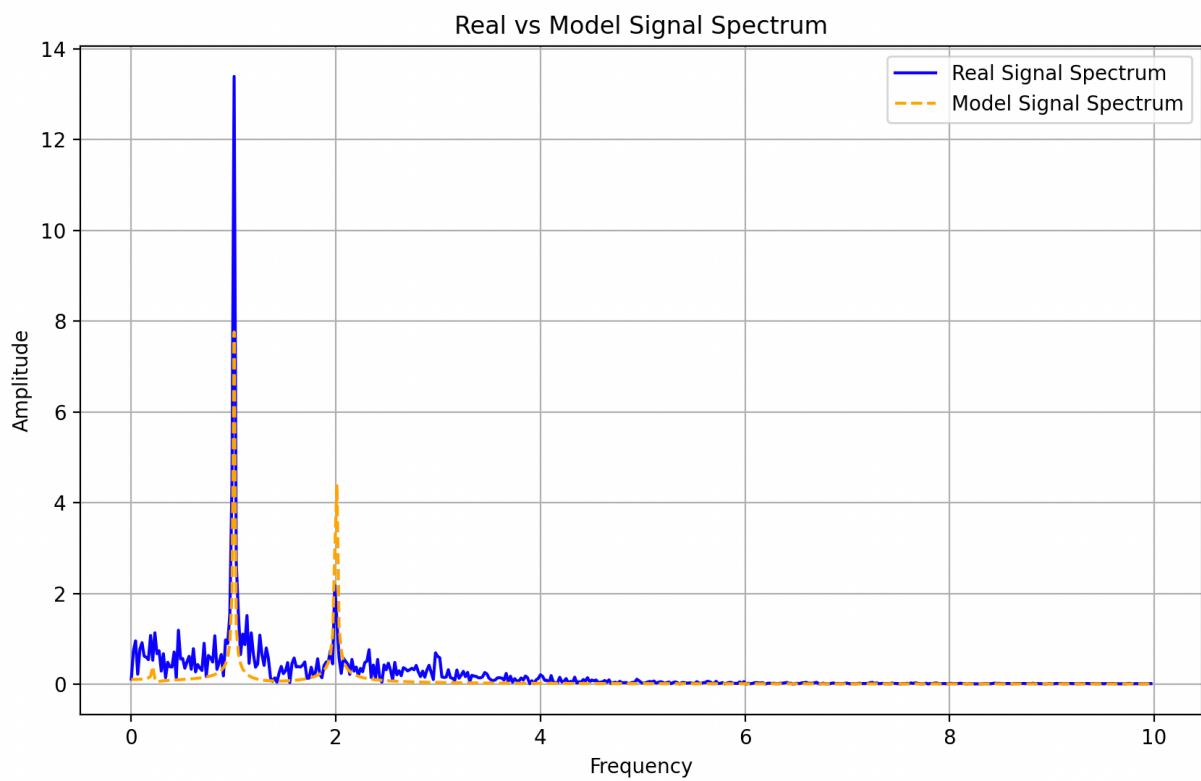


Рис. 8 Спектрограмма смоделированного сигнала, наложенного на реальный