Conectivitate. Muchii și puncte critice

Definiții

- O muchie *e* a lui G se numeşte **critică** (sau **punte**, sau **muchie de articulaţie**) dacă prin eliminarea ei crește numărul de componente conexe ale grafului (G – *e* are mai multe componente conexe decât G). Un graf conex fără punți se numește **2-muchie conex**.
- Un vârf *v* al lui G se numeşte **critic** (sau de **articulaţie**) dacă prin eliminarea lui crește numărul de componente conexe ale grafului (G – *v* are mai multe componente conexe decât G). Un graf conex fără puncte critice se numește **2- conex.**
- O **componentă biconexă** a lui G este un subgraf indus maximal, conex care nu are puncte critice (adică 2-conex). Două componente biconexe ale unui graf nu au muchii în comun, ***dar pot avea în comun vârfuri*** (puncte critice).

Pentru o rețea este important să studiem cât este de ***robustă*** *(de "bine conectată"), care sunt* ***punctele vulnerabile*** *a căror defectare alterează comunicarea între puncte din rețea, mai exact există puncte între care nu se mai poate transmite informații. O rețea neorientată conexă este k-conexă (k-muchie conexă) dacă orice mulțime de vârfuri (muchii) de cardinal mai mic decât k eliminăm din rețea, obținem tot o rețea conexă. Astfel, o rețea fără puncte critice este 2-conexă.*

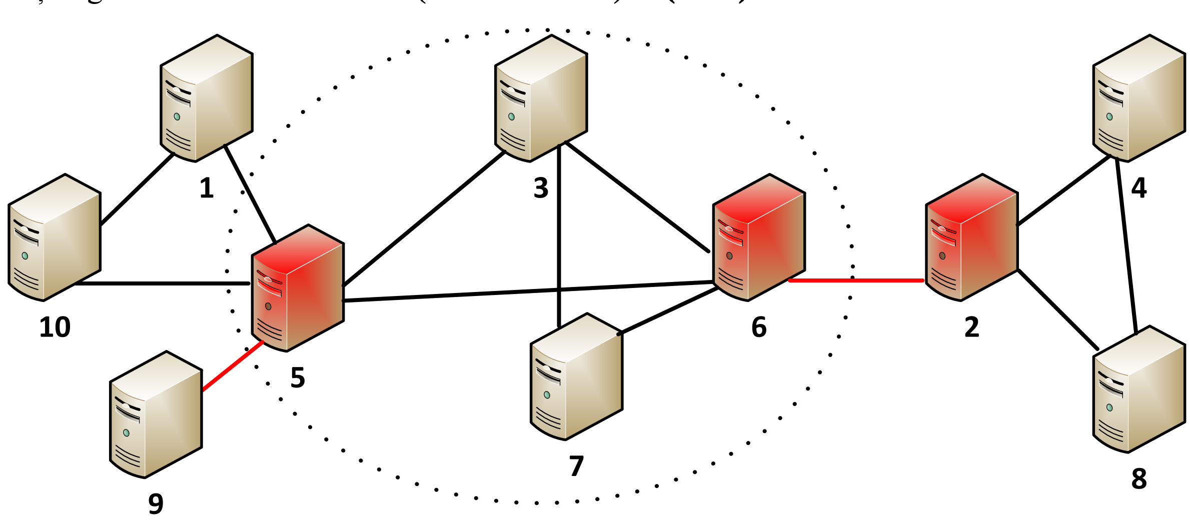
Probleme

1. Se dă o rețea cu n>2 noduri numerotate 1, 2, …, n prin numărul de noduri n și perechile de noduri între care există legături directe prin care se pot trimite mesaje. Printr-o legătură directă pot comunica în ambele sensuri. Între oricare două noduri ale rețelei se pot trimite mesaje direct sau prin puncte intermediare (rețeaua este conexă).

a) O legătură directă în rețea este considerată critică dacă după defectarea sa există cel puțin două noduri ale rețelei între care nu se mai pot trimite mesaje. Să se determine toate legăturile critice ale rețelei. Dacă nu există astfel de legături se va afișa mesajul "retea 2 muchie-conexa" **O(n+m)**

b) Un nod al rețelei este considerat vulnerabil dacă după defectarea sa există cel puțin două noduri ale rețelei între care nu se mai pot trimite mesaje. Să se determine toate nodurile vulnerabile ale rețelei. Dacă nu există astfel de puncte se va afișa mesajul "retea biconexa" **O(n+m)**

c) Să se determine un număr maxim de noduri care determină o subrețea conexă (formată păstrând doar legăturile directe între nodurile selectate) fără noduri vulnerabile. Se vor afișa nodurile acestei subrețele și legăturile directe dintre ele (în orice ordine). **O(n+m)**



graf.in	**graf.out**
10 13 1 5 1 10 3 5 5 6 5 9 5 10 3 6 3 7 6 7 2 4 2 6 2 8 4 8	Legaturi critice 5 9 2 6 Noduri vulnerabile 2 5 6 Subretea 3 5 6 7 3 5 3 6 3 7 6 7 5 6

Observație – O rețea cu legături critice și noduri vulnerabile prezintă probleme de securitate, deoarece un atac extern asupra unei astfel de legături sau într-un astfel de nod întrerupe comunicarea între noduri ale rețelei.

2. https://www.infoarena.ro/problema/biconex

Grafuri orientate - Sortarea topologică . Tare-conexitate în grafuri orientate.

1. **Sortarea topologică –** Pentru **problema C2 din primul laborator, să se afișeze în plus, dacă** proiectul se poate realiza, o ordine în care se pot efectua activitățile (astfel încât să se respecte dependențele dintre ele). **O(n+m)**
   https://www.infoarena.ro/problema/sortaret

2. **Componente tare conexe într-un graf orientat O(n+m)**
   https://www.infoarena.ro/problema/ctc