Оптимизация	ФИО:
Осенний семестр 2017- 2018	
Промежуточная контрольная работа	ı

ота			

Теоретическая часть

1.	(3 балла) Что такое выпуклая оболочка множества $S \subseteq \mathbb{R}^n$?
2.	(3 балла) Как определяется коническая оболочка точек $x_1,\dots,x_m\in\mathbb{R}^n$
3.	(3 балла) Что такое относительная внутренность множества?
4.	(3 балла) Что такое опорная гиперплоскость к множеству?
5.	(3 балла) Напишите Ваши любимые 3 свойства сопряженных множеств.
6.	(3 балла) Как определяется двойственный конус?
7.	(3 балла) Что такое якобиан?
8.	(3 балла) Пусть есть сложная функция $f(g(x)):x\in\mathbb{R}^n; g:\mathbb{R}^n\to\mathbb{R}^p; f:\mathbb{R}^p\to\mathbb{R}^1.$ Как считать $\frac{\partial f(g(x))}{\partial x_j}$?
9.	(3 балла) Сформулируйте дифференциальный критерий выпуклости первого порядка.
10.	(3 балла) Напишите Ваши любимые различные 3 операции, сохраняющие выпуклость функции многих переменных.

Задачи

- 11. (4 балла) Найти выпуклую оболочку множества $\{x,y\in\mathbb{R}^2\mid x^2+y^2\leq 1,\ xy=0\}$
- 12. (4 балла) Пусть $S = \{x \in \mathbb{R}^3 \mid x_3 \ge x_1^2 + x_2^2\}$. Постройте опорную гиперплоскость к этому множеству, которая Вам наиболее симпатична.
- 13. (4 балла) Найти сопряженный конус к конусу положительных полуопределенных матриц.
- 14. (4 балла) Посчитать $\nabla f(x)$, если $f(x) = (x x_0)^T A(x x_0)$, матрица A при этом симметрична.
- 15. (4 балла) Является ли функция $\lambda_{max}(A)$ выпуклой? Какое ограничение на матрицу нужно при этом наложить? Покажите, что это условие существенно.
- 16. (6 баллов) Вывести уравнение гиперплоскости, разделяющей множества $S_1 = \{x \in \mathbb{R}^2 \mid x_2(x_1-1) \geq 3, x_1 < 1\}$ и $S_2 = \{x \in \mathbb{R}^2 \mid (x_2+4)(x_1+2) \geq 3, x_1 > -2\}$
- 17. (6 баллов) Найти сопряженное множество к $\{(x,t)\in\mathbb{R}^{n+1}\mid \|x\|\leq t\}$
- 18. (6 баллов) Посчитать $\frac{\partial f}{\partial A}$, если $f(x) = (x x_0)^T A (x x_0)$, матрица A при этом симметрична.
- 19. (7 баллов) Показать, что функция $f(x) = \prod_{i=1}^{n} (1 e^{-x_i})^{\lambda_i}$ вогнута на множестве таких $x: \left\{ x \in \mathbb{R}^n_{++} \mid \sum_{i=1}^n \lambda_i e^{-x_i} \leq 1 \right\}$. Здесь $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ положительные константы.

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Итог
Баллов:	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	30
Оценка:											

Задача	11	12	13	14	15	16	17	18	19	Итог
Баллов:	4	4	4	4	4	6	6	6	7	45
Оценка:										