$$x_n = \left\{\frac{2n}{3}\right\} \cdot \frac{20n+1}{n^2+2}$$

$$x_1 = \left\{\frac{2}{3}\right\} \cdot \frac{21}{3} = \frac{2}{3} \cdot \frac{21}{3} = \frac{14}{3}$$

$$x_2 = \left\{\frac{4}{3}\right\} \cdot \frac{41}{6} = \frac{1}{3} \cdot \frac{41}{6} = \frac{41}{18}$$

$$x_3 = \left\{2\right\} \cdot \frac{61}{11} = 0 \cdot \frac{61}{11} = 0$$

$$x_4 = \left\{\frac{8}{3}\right\} \cdot \frac{81}{18} = \frac{2}{3} \cdot \frac{81}{18} = 3$$

$$x_5 = \left\{\frac{10}{3}\right\} \cdot \frac{101}{27} = \frac{1}{3} \cdot \frac{101}{27} = \frac{101}{81}$$

$$x_6 = \left\{4\right\} \cdot \frac{121}{38} = 0 \cdot \frac{121}{38} = 0$$

$$x_7 = \left\{\frac{14}{3}\right\} \cdot \frac{141}{51} = \frac{2}{3} \cdot \frac{141}{51} = \frac{94}{51}$$

$$x_8 = \left\{\frac{16}{3}\right\} \cdot \frac{161}{68} = \frac{1}{3} \cdot \frac{161}{68} = \frac{161}{204}$$

$$x_9 = \left\{6\right\} \cdot \frac{181}{83} = 0 \cdot \frac{181}{83} = 0$$

$$x_{10} = \left\{\frac{20}{3}\right\} \cdot \frac{201}{102} = \frac{2}{3} \cdot \frac{201}{102} = \frac{67}{51}$$

$$X_{11} = \frac{1}{3} \cdot \cancel{\frac{447}{266}} \; \frac{221}{123} = \frac{221}{369}$$

$$X_{12} = 0$$

$$X_{13} = \frac{2}{3} \cdot \frac{261}{171} = \frac{58}{57}$$

$$X_{14} = \frac{1}{3} \cdot \frac{281}{198} = \frac{281}{594}$$

$$X_{15} = 0$$

$$X_{16} = \frac{2}{3} \cdot \frac{321}{258} = \frac{107}{129}$$

$$X_{17} = \frac{1}{3} \cdot \frac{341}{291} = \frac{341}{873}$$

$$X_{18} = 0$$

$$X_{19} = \frac{254}{363}$$

$$X_{20} = \frac{401}{1206}$$

1.1) подпоследовательность, умноженная на $\frac{1}{3}$ – (а)
подпоследовательность, умноженная на $\frac{2}{3}$ – (б)
подпоследовательность, умноженная на 0 – (в)

(а), (б) и (в) ~~сходятся~~ стремятся к 0. $\overline{\lim} x_n = \frac{14}{3}$, $\underline{\lim} x_n = 0$.

т.к. (а), (б) и (в) стремятся к 0 $\Rightarrow$ вся последовательность стремится к 0, значит она сходящаяся.

1.2) для (а):

$\inf(а) = 0$, $\sup(а) = \frac{41}{18}$

для (б):

$\inf(б) = 0$, $\sup(б) = \frac{14}{3}$

для (в):

$\inf(в) = 0$, $\sup(в) = 0$

$\sup(x_n) = \max(\sup(а), \sup(б), \sup(в)) = \cancel{\sup(б)} = \frac{14}{3}$

$\inf(x_n) = \min(\cancel{\sup(а), \sup}(\inf(а), \inf(б), \inf(в)) = \cancel{\inf(а)}$

$= 0$

$\overline{\lim} x_n = \sup x_n = \frac{14}{3}$

$\underline{\lim} x_n = \inf x_n = 0$

1.3) $\max x_n = \frac{14}{3}$, $\min x_n = 0$

~~т.к.~~

1.4) $\forall \varepsilon > 0$, $n \geq n_0$: $|(b) - A| < \varepsilon$

$A = 0$

т.к. все члены подпоследовательности равны 0, то: $|(b) - 0| = 0 < \varepsilon$

$\Downarrow$

$\forall \varepsilon > 0$ можно взять $n_0 = 1$

$\forall \varepsilon > 0$, начиная с $n_0 = 1$, все элементы подпоследовательности попадают в $U_\varepsilon(A)$.