№ 20.3 [illegible]

$$\begin{cases} \dfrac{dy_1}{dx} = 3y_1 + y_2 \\ \dfrac{dy_2}{dx} = 8y_1 + y_2 \end{cases}$$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 8 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\det(A - kE) = 0$$

$$\begin{vmatrix} 3-k & 1 \\ 8 & 1-k \end{vmatrix} = (3-k)(1-k) - 8 = 0$$

$$3 - 3k - k + k^2 - 8 = 0$$

$$k^2 - 4k - 5 = 0$$

$$D = 16 + 20 = 36$$

$$k_1 = \frac{4-6}{2} = -1$$

$$k_2 = \frac{4+6}{2} = 5$$

Поиск собственных векторов по формуле $(A - k_i E)\, x^{(i)} = 0$; Составл

При $k = 5$:

$$(3-5)\, C_1 + C_2 = 0$$

$$-2C_1 + C_2 = 0$$

$C_2 = 2C_1$, собственный вектор $\begin{pmatrix} C_1 \\ 2C_1 \end{pmatrix}$

При $k = -1$:

$$4C_1 + C_2 = 0$$

$C_1 = -\frac{1}{4} C_2$, собственный вектор $\begin{pmatrix} C_2 \\ -4C_2 \end{pmatrix}$

$$\vec{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_1 \\ 2C_1 \end{pmatrix} e^{5x} + \begin{pmatrix} C_2 \\ -4C_2 \end{pmatrix} e^{-x} =$$

$$= \begin{pmatrix} C_1 e^{5x} + C_2 e^{-x} \\ 2C_1 e^{5x} - 4C_2 e^{-x} \end{pmatrix} \leftarrow \text{Ответ.}$$

[illegible]

№ 20.4

$$\begin{cases} \dfrac{dy_1}{dx} = -y_1 + 8y_2 \\[2ex] \dfrac{dy_2}{dx} = y_1 + y_2 \end{cases}$$

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 8 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\det(A - kE) = 0$$

$$\begin{vmatrix} -1-k & 8 \\ 1 & 1-k \end{vmatrix} = (-1-k)(1-k) - 8 = 0$$

$$-1 + k - k + k^2 - 8 = 0$$

$$k^2 = 9, \quad k_2 = -3, \quad k_1 = 3$$

$\{ e^{3x}; e^{-3x} \}$ - фундаментальная система решений

Поиск собственных векторов по формуле
(сокращ.) $(A - k_i E) x^{(i)} = 0$:

При $k_1 = 3$:

$(-1-3) C_1 + 8 C_2 = 0$

$C_2 = \frac{1}{2} C_1$, собственный вектор $\begin{pmatrix} 2C_1 \\ C_1 \end{pmatrix}$

При $k = -3$

$(-1+3) C_1 + 8 C_2 = 0$

$C_1 = -4 C_2$, собственный вектор $\begin{pmatrix} -4C_2 \\ C_2 \end{pmatrix}$

$$\vec{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2C_1 \\ C_1 \end{pmatrix} e^{3x} + \begin{pmatrix} -4C_2 \\ C_2 \end{pmatrix} e^{-3x} =$$

$$= \begin{pmatrix} 2C_1 e^{3x} - 4C_2 e^{-3x} \\ C_1 e^{3x} + C_2 e^{-3x} \end{pmatrix} \leftarrow \text{ответ}$$