

Лабораторная работа №3

Интерполяция и среднеквадратичное приближение функций

Михалькевич Д.Н.
гр. 221701

Вариант 8

Задание 1.

In[1800]:=

```
f[x_] = Exp[2 x -  $\frac{2 x^2}{7}$ ] * ArcTan[ $\frac{3 x^2}{14} + \frac{5}{6}$ ];
```

In[1801]:=

```
n = 6;
```

In[1802]:=

```
a = 0;  
b = 6;  
h =  $\frac{b - a}{n}$ ;  
data = N[Table[{a + i h, f[a + i h]}, {i, 0, n}]];
```

In[1806]:=

```
Grid[data, Frame → All]
```

Out[1806]=

0.	0.694738
1.	4.4902
2.	18.0492
3.	37.7209
4.	41.3258
5.	24.5617
6.	8.07549

In[1807]:=

```
dataX = Table[data[[i, 1]], {i, n + 1}];  
dataY = Table[data[[i, 2]], {i, n + 1}];
```

а) построить интерполяционный многочлен Лагранжа

In[1809]:=

```
LagrangeInterpolation[dataX_, dataY_, n_] := 
$$\sum_{i=1}^n \text{dataY}[[i]] * \text{Product}[\text{If}[i \neq j, (x - \text{dataX}[[j]]) / (\text{dataX}[[i]] - \text{dataX}[[j]]), 1], \{j, 1, \text{Length}[\text{dataX}]\}];$$

  [произв... [условный оператор [длина
  Ln = LagrangeInterpolation[data[[All, 1]], data[[All, 2]], n + 1] // Simplify
  [всё [всё [упростить
```

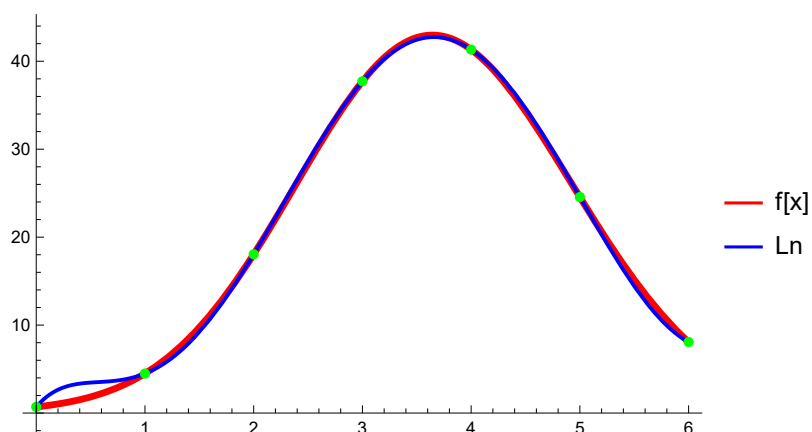
Out[1810]=

$0.694738 + 14.4989 x - 28.1172 x^2 + 23.8088 x^3 - 7.26886 x^4 + 0.914503 x^5 - 0.0407415 x^6$

In[1811]:=

```
graph1 = Plot[f[x], {x, a, b}, PlotStyle -> {Red, Thickness[0.01]}];
  [график функции [стиль графика [кр... [толщина
graph2 = Plot[Ln, {x, a, b}, PlotStyle -> Blue];
  [график функции [стиль граф... [синий
graph3 = ListPlot[data, PlotStyle -> {PointSize[0.015], Green}];
  [диаграмма раз... [стиль графика [размер точки [зелёный
Legended[Show[graph1, graph2, graph3], LineLegend[{Red, Blue}, {"f[x]", "Ln"}]]
  [с леген... [показать [легенда с к... [кр... [синий
```

Out[1814]=



б) создать таблицу конечных разностей функции f(x)

```
In[1815]:=
Array[diff, {n + 1, n + 1}, {0, 0}];
|массив
For[k = 1, k ≤ n, k++,
|цикл ДЛЯ
    For[i = n, i ≥ n - k, i--, diff[i, k] = 0]];
|цикл ДЛЯ
For[i = 0, i ≤ n, i++, diff[i, 0] = data[[i + 1, 2]]];
|цикл ДЛЯ
For[k = 1, k ≤ n, k++,
|цикл ДЛЯ
    For[i = 0, i ≤ n - k, i++,
|цикл ДЛЯ
        diff[i, k] = diff[i + 1, k - 1] - diff[i, k - 1]]];
tab = Array[diff, {n + 1, n + 1}, {0, 0}];
|массив
Grid[tab, Frame → All]
|таблица |рамка |всё
```

Out[1820]=

0.694738	3.79546	9.76356	-3.65092	-18.5285	36.4057	-29.3339
4.4902	13.559	6.11264	-22.1794	17.8772	7.07186	0
18.0492	19.6717	-16.0668	-4.3022	24.9491	0	0
37.7209	3.60489	-20.369	20.6469	0	0	0
41.3258	-16.7641	0.277907	0	0	0	0
24.5617	-16.4862	0	0	0	0	0
8.07549	0	0	0	0	0	0

в) построить второй интерполяционный многочлен Ньютона

```
In[1821]:=
findNewtonInter[dataX_, dataY_, deltaTab_, h_, n_] :=
    dataY[[n]] + Sum[
        (Product[
            (x - dataX[[k]]) / h, {k, 1, i}
        ] * deltaTab[[n - i, i + 1]]
    ], {i, 1, n - 1}];
Pn = findNewtonInter[dataX, dataY, tab, h, n + 1] // Simplify
|упростить
```

Out[1822]=

$$0.694738 + 14.4989 x - 28.1172 x^2 + 23.8088 x^3 - 7.26886 x^4 + 0.914503 x^5 - 0.0407415 x^6$$

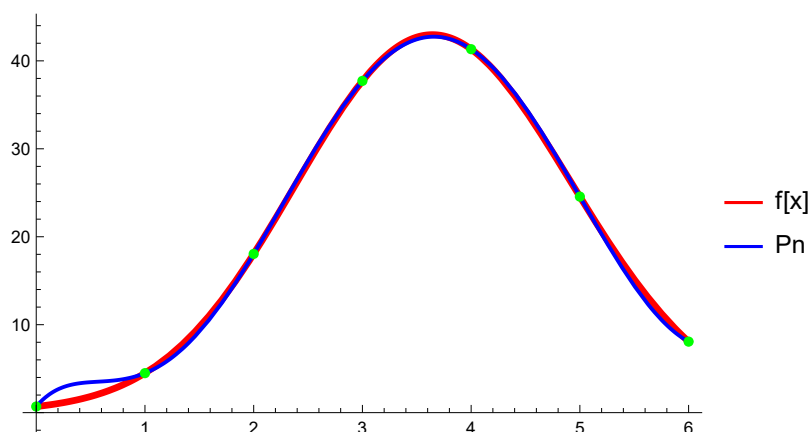
In[1823]:=

```

graph1 = Plot[f[x], {x, a, b}, PlotStyle → {Red, Thickness[0.01]}];
      график функции      стиль графика  кр... толщина
graph2 = Plot[Pn, {x, a, b}, PlotStyle → Blue];
      график функции      стиль граф... синий
graph3 = ListPlot[data, PlotStyle → {PointSize[0.015], Green}];
      диаграмма раз... стиль графика  размер точки  зелёный
Legended[Show[graph1, graph2, graph3], LineLegend[{Red, Blue}, {"f[x]", "Pn"}]]
с леген... показать      легенда с к... кр... синий

```

Out[1826]=



г) построить интерполяционный многочлен Ньютона с помощью функции `InterpolatingPolynomial`

In[1827]:=

```

Np = InterpolatingPolynomial[data, x];
      интерполяционный многочлен
Np = Simplify[Np]
      упростить

```

Out[1828]=

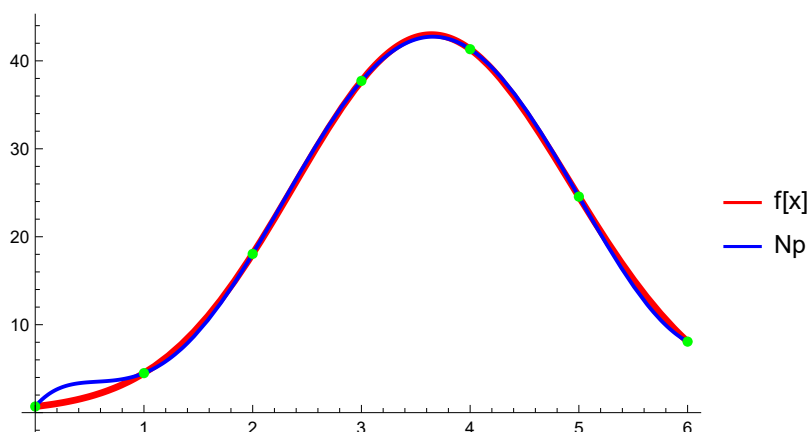
$$0.694738 + 14.4989 x - 28.1172 x^2 + 23.8088 x^3 - 7.26886 x^4 + 0.914503 x^5 - 0.0407415 x^6$$

```

In[1829]:=
graph1 = Plot[f[x], {x, a, b}, PlotStyle → {Red, Thickness[0.01]}];
      график функции      стиль графика  кр...  толщина
graph2 = Plot[Np, {x, a, b}, PlotStyle → Blue];
      график функции      стиль граф...  синий
graph3 = ListPlot[data, PlotStyle → {PointSize[0.015], Green}];
      диаграмма раз...  стиль графика  размер точки  зелёный
Legended[Show[graph1, graph2, graph3], LineLegend[{Red, Blue}, {"f[x]", "Np"}]]
с леген...  показать      легенда с к...  кр...  синий

```

Out[1832]=



д) вычислить значения функции и всех построенных интерполяционных членов

```

In[1833]:=
f[2.4316]
Ln /. x → 2.4316
Pn /. x → 2.4316
Np /. x → 2.4316

```

Out[1833]=

26.9215

Out[1834]=

27.2092

Out[1835]=

27.2092

Out[1836]=

27.2092

е) построить график погрешности интерполирования многочленом Ньютона

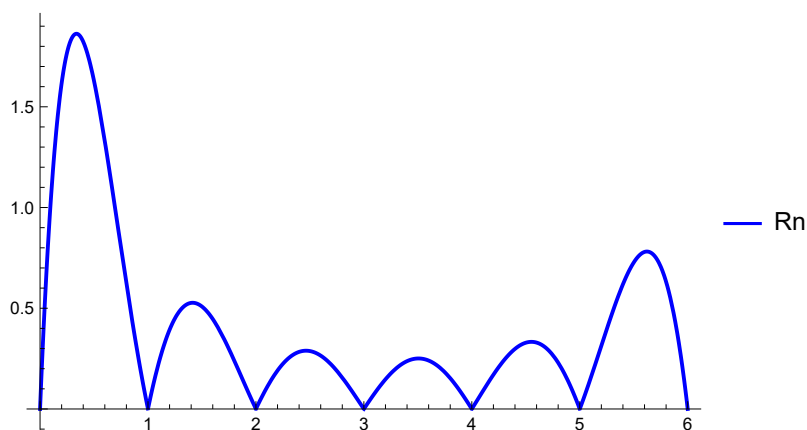
In[1837]:=

```

Rn = Abs[f[x] - Np];
      [абсолютное значение]
graph1 = Plot[Rn, {x, 0, 6}, PlotStyle -> Blue];
      [график функции] [стиль граф... [синий]
Legended[Show[graph1], LineLegend[{Blue}, {"Rn"}]]
[с леген... [показать] [легенда с к... [синий]

```

Out[1839]=



In[1840]:=

```

FindMaximum[{Rn, a ≤ x ≤ b}, x]
[найти максимум]

```

Out[1840]=

```
{1.86248, {x -> 0.337594}}
```

In[1841]:=

```

ClearAll;
[очистить всё]

```

In[1842]:=

```
n = 10;
```

In[1843]:=

```

a = 0;
b = 6;
h = (b - a) / n;
data = N[Table[{a + i h, f[a + i h]}, {i, 0, n}]];
      [таблица значений]

```

In[1847]:=

Grid[data, Frame → All]

[_таблица](#) [_рамка](#) [_всё](#)

Out[1847]=

0.	0.694738
0.6	2.21247
1.2	6.22067
1.8	14.3741
2.4	26.256
3.	37.7209
3.6	42.947
4.2	39.0766
4.8	28.5897
5.4	16.8881
6.	8.07549

In[1848]:=

dataX = Table[data[[i, 1]], {i, n + 1}];

[_таблица значений](#)

dataY = Table[data[[i, 2]], {i, n + 1}];

[_таблица значений](#)

а) построить интерполяционный многочлен Лагранжа

In[1850]:=

$$\text{LagrangeInterpolation}[\text{dataX_}, \text{dataY_}, n_]:= \sum_{i=1}^n \text{dataY}[[i]] *$$

$$\text{Product}[\text{If}[i \neq j, (x - \text{dataX}[[j]]) / (\text{dataX}[[i]] - \text{dataX}[[j])], 1], \{j, 1, \text{Length}[\text{dataX}]\}];$$
[_произв...](#) [_условный оператор](#)[_длина](#)

Ln = LagrangeInterpolation[data[[All, 1]], data[[All, 2]], n + 1] // Simplify

[_всё](#)[_всё](#)[_упростить](#)

Out[1851]=

$$0.694738 + 2.76642 x - 5.25299 x^2 + 13.4646 x^3 - 12.8941 x^4 + 8.22999 x^5 - 3.12782 x^6 + 0.678196 x^7 - 0.0824014 x^8 + 0.00519983 x^9 - 0.000131204 x^{10}$$

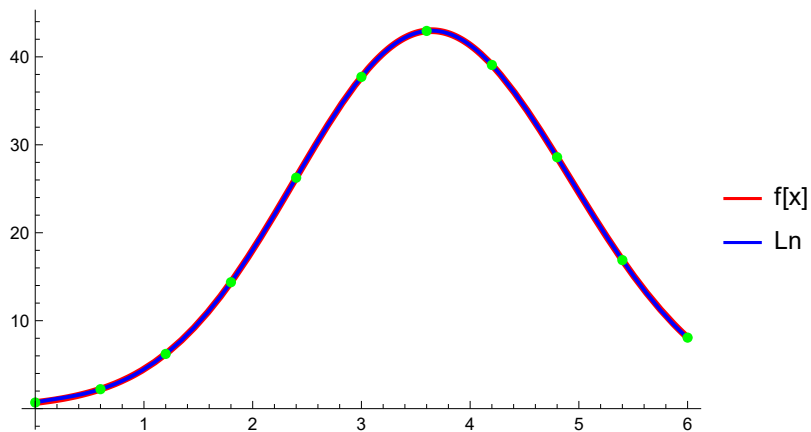
In[1852]:=

```

graph1 = Plot[f[x], {x, a, b}, PlotStyle → {Red, Thickness[0.01]}];
      график функции      стиль графика  кр... толщина
graph2 = Plot[Ln, {x, a, b}, PlotStyle → Blue];
      график функции      стиль граф... синий
graph3 = ListPlot[data, PlotStyle → {PointSize[0.015], Green}];
      диаграмма раз... стиль графика  размер точки  зелёный
Legended[Show[graph1, graph2, graph3], LineLegend[{Red, Blue}, {"f[x]", "Ln"}]]
с леген... показать      легенда с к... кр... синий

```

Out[1855]=



в) построить второй интерполяционный многочлен Ньютона

In[1862]:=

```
findNewtonInter[dataX_, dataY_, deltaTab_, h_, n_] :=
  dataY[[n]] + Sum[ $\left( \frac{\prod_{k=1}^i \left( \frac{x - \text{dataX}[[n]]}{h} + k - 1 \right)}{\text{Factorial}[i]} * \text{deltaTab}[[n - i, i + 1]] \right)$ , {i, 1, n - 1}];
Pn = findNewtonInter[dataX, dataY, tab, h, n + 1] // Simplify
```

[упростить](#)

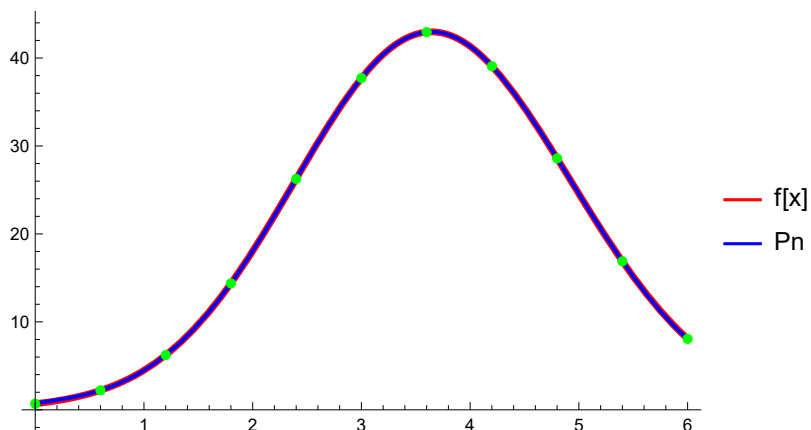
Out[1863]=

$$0.694738 + 2.76642 x - 5.25299 x^2 + 13.4646 x^3 - 12.8941 x^4 + 8.22999 x^5 - 3.12782 x^6 + 0.678196 x^7 - 0.0824014 x^8 + 0.00519983 x^9 - 0.000131204 x^{10}$$

In[1864]:=

```
graph1 = Plot[f[x], {x, a, b}, PlotStyle -> {Red, Thickness[0.01]}];
graph2 = Plot[Pn, {x, a, b}, PlotStyle -> Blue];
graph3 = ListPlot[data, PlotStyle -> {PointSize[0.015], Green}];
Legended[Show[graph1, graph2, graph3], LineLegend[{Red, Blue}, {"f[x]", "Pn"}]]
```

Out[1867]=



г) построить интерполяционный многочлен Ньютона с помощью функции InterpolatingPolynomial

In[1868]:=

```
Np = InterpolatingPolynomial[data, x];
Np = Simplify[Np]
```

[упростить](#)

Out[1869]=

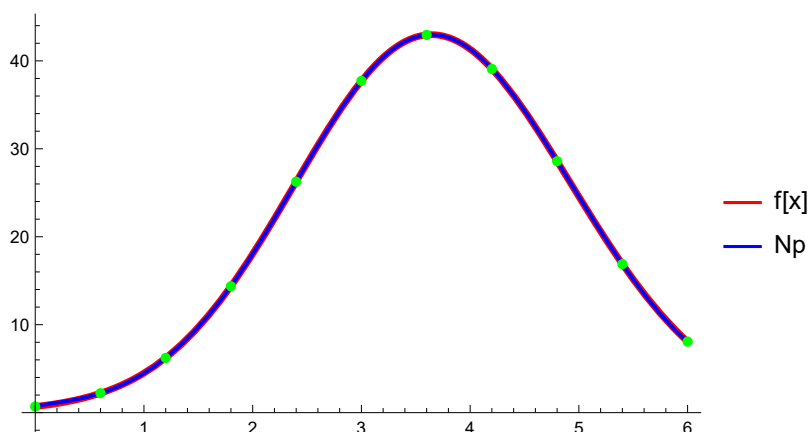
$$0.694738 + 2.76642 x - 5.25299 x^2 + 13.4646 x^3 - 12.8941 x^4 + 8.22999 x^5 - 3.12782 x^6 + 0.678196 x^7 - 0.0824014 x^8 + 0.00519983 x^9 - 0.000131204 x^{10}$$

```

In[1870]:=
graph1 = Plot[f[x], {x, a, b}, PlotStyle → {Red, Thickness[0.01]}];
      график функции      стиль графика  кр...  толщина
graph2 = Plot[Np, {x, a, b}, PlotStyle → Blue];
      график функции      стиль граф...  синий
graph3 = ListPlot[data, PlotStyle → {PointSize[0.015], Green}];
      диаграмма раз...  стиль графика  размер точки  зелёный
Legended[Show[graph1, graph2, graph3], LineLegend[{Red, Blue}, {"f[x]", "Np"}]]
с леген...  показать      легенда с к...  кр...  синий

```

Out[1873]=



д) вычислить значения функции и всех построенных интерполяционных членов

```

In[1874]:=
Print["f[2.4316] = ", f[2.4316]]
      печатать
Print["Ln[2.4316] = ", Ln /. x → 2.4316]
      печатать
Print["Pn[2.4316] = ", Pn /. x → 2.4316]
      печатать
Print["Np[2.4316] = ", Np /. x → 2.4316]
      печатать

f[2.4316] = 26.9215
Ln[2.4316] = 26.9217
Pn[2.4316] = 26.9217
Np[2.4316] = 26.9217

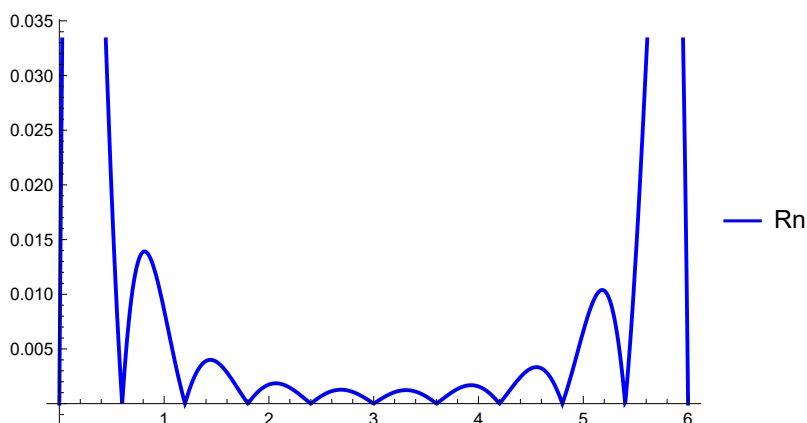
```

е) построить график погрешности интерполирования многочленом Ньютона

In[1878]:=

```
Rn = Abs[f[x] - Np];
graph1 = Plot[Rn, {x, 0, 6}, PlotStyle -> Blue];
Legended[Show[graph1], LineLegend[{Blue}, {"Rn"}]]
```

Out[1880]=



In[1881]:=

```
FindMaximum[{Rn, a ≤ x ≤ b}, x]
```

Out[1881]=

```
{0.0139167, {x -> 0.813098}}
```

ж) Увеличение количества узлов интерполяции привело к снижению погрешности интерполяции, что указывает на прямую зависимость точности интерполирования от числа узлов.

Задание 2.

In[1882]:=

```
n = 6;
```

In[1883]:=

```
For[ $i = 0, i \leq n, i++, t_i = \cos\left[\frac{\pi i (2i + 1)}{2n + 2}\right];$ 
  [цикл для] [косинус]
```

$$x_i = \frac{(a + b)}{2} + \frac{(b - a)}{2} * t_i;$$

```
data = N[Table[{ $x_i$ , f[ $x_i$ ]}, { $i$ , 0, n}]];
[.. [таблица значений]
```

```
dataX = Table[data[[ $i$ , 1]], { $i$ , n + 1}];
[таблица значений]
```

```
dataY = Table[data[[ $i$ , 2]], { $i$ , n + 1}];
[таблица значений]
```

```
Grid[data, Frame -> All]
[таблица] [рамка] [всё]
```

Out[1887]=

5.92478	8.96065
5.34549	17.8712
4.30165	37.6296
3.	37.7209
1.69835	12.674
0.654506	2.44561
0.0752163	0.807045

а) создать таблицу разделенных разностей функции

In[188]:=

```

findDividedDiff[dataX_, dataY_, first_, last_] := If[first + 1 == last,
условный оператор
  (dataY[[last]] - dataY[[first]]) / (dataX[[last]] - dataX[[first]], (findDividedDiff[dataX, dataY, first + 1, last] -
    findDividedDiff[dataX, dataY, first, last - 1]) / (dataX[[last]] - dataX[[first]])]
Array[diff, {n + 1, n + 1}, {0, 0}];
массив
For[k = 1, k ≤ n, k++,
цикл ДЛЯ
  For[i = n, i ≥ n - k, i--, diff[i, k] = 0]];
цикл ДЛЯ
For[i = 0, i ≤ n, i++, diff[i, 0] = data[[i + 1, 2]];
цикл ДЛЯ
For[k = 1, k ≤ n, k++,
цикл ДЛЯ
  For[i = 0, i ≤ n - k, i++,
цикл ДЛЯ
    diff[i, k] = findDividedDiff[dataX, dataY, i + 1, k + i + 1]];
tab = Array[diff, {n + 1, n + 1}, {0, 0}];
массив
Grid[tab, Frame → All]
таблица рамка всё

```

Out[1894]=

8.96065	-15.3819	2.18505	3.49609	0.867531	0.044576	-0.0362799
17.8712	-18.9285	-8.04024	-0.170478	0.632603	0.256798	0
37.6296	-0.0701471	-7.41849	-3.13801	-0.720794	0	0
37.7209	19.2424	4.0263	-0.0916238	0	0	0
12.674	9.79875	4.29428	0	0	0	0
2.44561	2.82857	0	0	0	0	0
0.807045	0	0	0	0	0	0

In[1895]:=

```

diffRes = Table[diff[i, k], {i, 0, n}, {k, 1, n}];
таблица значений

```

б) построить интерполяционный многочлен Ньютона

In[1896]:=

```

findNewtonDividedDiff[dataX_, dataY_, n_, diff_] :=
  dataY[[1]] +  $\sum_{i=1}^n \text{diff}[[1, i]] * \prod_{k=1}^i (x - \text{dataX}[[k]])$ 

```

In[1897]:=

```

Pnr = findNewtonDividedDiff[dataX, dataY, n, diffRes] // Simplify
упростить

```

Out[1897]=

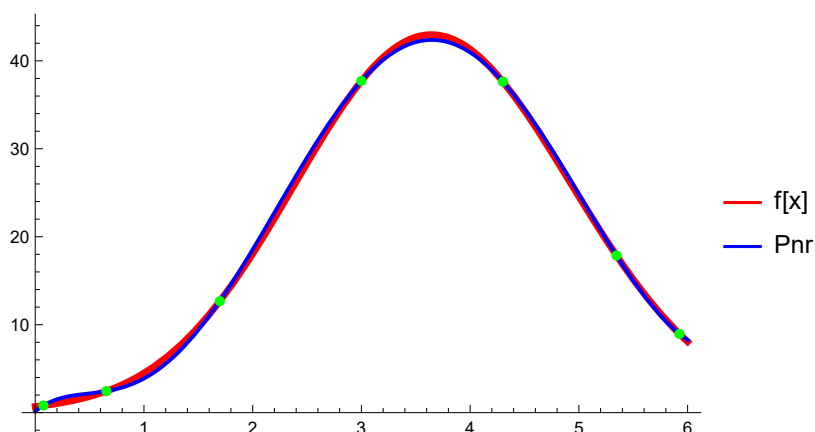
$$0.146237 + 10.2329 x - 20.6896 x^2 + 19.6905 x^3 - 6.26444 x^4 + 0.803726 x^5 - 0.0362799 x^6$$

```

In[1898]:=
graph1 = Plot[f[x], {x, a, b}, PlotStyle → {Red, Thickness[0.01]}];
      график функции      стиль графика  кр...  толщина
graph2 = Plot[Pnr, {x, a, b}, PlotStyle → Blue];
      график функции      стиль граф...  синий
graph3 = ListPlot[data, PlotStyle → {PointSize[0.015], Green}];
      диаграмма раз...  стиль графика  размер точки  зелёный
Legended[Show[graph1, graph2, graph3], LineLegend[{Red, Blue}, {"f[x]", "Pnr"}]]
с леген...  показать      легенда с к...  кр...  синий

```

Out[1901]=



в) построить интерполирующую функцию

```

In[1902]:=
Intf = Interpolation[data];
      интерполировать

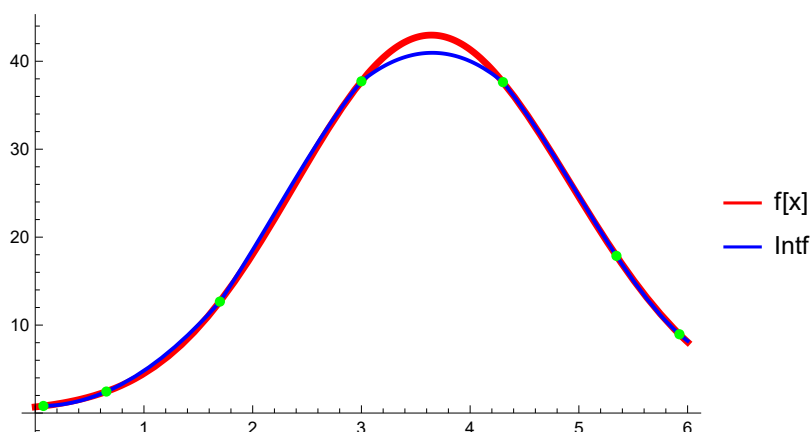
```

```

In[1903]:=
graph1 = Plot[f[x], {x, a, b}, PlotStyle → {Red, Thickness[0.01]}];
      график функции      стиль графика  кр...  толщина
graph2 = Plot[Intf[x], {x, dataX[[n + 1]], b}, PlotStyle → Blue];
      график функции      стиль граф...  синий
graph3 = ListPlot[data, PlotStyle → {PointSize[0.015], Green}];
      диаграмма раз...  стиль графика  размер точки  зелёный
Legended[Show[graph1, graph2, graph3], LineLegend[{Red, Blue}, {"f[x]", "Intf"}]]
с леген...  показать      легенда с к...  кр...  синий

```

Out[1906]=



г) вычислить значения функции и построенных интерполяционных многочленов

```
In[1907]:=
Print["f[2.4316]= ", f[2.4316]];
|печатать
Print["Pnr[2.4316]= ", Pnr /. x → 2.4316];
|печатать
Print["Intf[2.4316]= ", Intf[2.4316]];
|печатать
f[2.4316] = 26.9215
Pnr[2.4316] = 27.6144
Intf[2.4316] = 27.4296
```

д) найти максимумы абсолютных погрешностей интерполирования функции

```
In[1910]:=
AbsPnr[x_] := Abs[f[x] - Pnr];
|абсолютное значение
Maximize[{AbsPnr[x], a ≤ x ≤ b}, x]
|максимизировать
```

```
Out[1911]=
{0.715443, {x → 2.32743}}
```

```
In[1912]:=
AbsIntf[x_] := Abs[f[x] - Intf[x]];
|абсолютное значение
Maximize[{AbsIntf[x], dataX[[n + 1]] ≤ x ≤ dataX[[1]]}, x]
|максимизировать
```

```
Out[1913]=
{2.01529, {x → 3.63449}}
```


При $n = 10$

In[1914]:=

```

n = 10;

For[i = 0, i ≤ n, i++, ti = Cos[ $\frac{(Pi * (2 * i + 1))}{2 * n + 2}$ ]];
    цикл для      косинус

xi =  $\frac{(a + b)}{2} + \frac{(b - a)}{2} * t_i$ ;

data = N[Table[{xi, f[xi]}, {i, 0, n}]];
    таблица значений

dataX = Table[data[[i, 1]], {i, n + 1}];
    таблица значений

dataY = Table[data[[i, 2]], {i, n + 1}];
    таблица значений

Grid[data, Frame → All]
    таблица    рамка    всё

```

Out[1919]=

5.96946	8.42713
5.7289	11.5679
5.26725	19.3243
4.62192	32.0811
3.8452	42.4385
3.	37.7209
2.1548	21.1347
1.37808	8.16243
0.732751	2.81857
0.271104	1.18551
0.0305357	0.738418

а) создать таблицу разделенных разностей функции

In[1920]:=

```
findDividedDiff[dataX_, dataY_, first_, last_] := If[first + 1 == last,
_условный оператор
  (dataY[[last]] - dataY[[first]]) / (dataX[[last]] - dataX[[first]], (findDividedDiff[dataX, dataY, first + 1, last] -
    findDividedDiff[dataX, dataY, first, last - 1]) / (dataX[[last]] - dataX[[first]])]
Array[diff, {n + 1, n + 1}, {0, 0}];
_массив
For[k = 1, k ≤ n, k++,
_цикл ДЛЯ
  For[i = n, i ≥ n - k, i--, diff[i, k] = 0]];
_цикл ДЛЯ
For[i = 0, i ≤ n, i++, diff[i, 0] = data[[i + 1, 2]];
_цикл ДЛЯ
For[k = 1, k ≤ n, k++,
_цикл ДЛЯ
  For[i = 0, i ≤ n - k, i++,
_цикл ДЛЯ
    diff[i, k] = findDividedDiff[dataX, dataY, i + 1, k + i + 1]];
tab = Array[diff, {n + 1, n + 1}, {0, 0}];
_массив
Grid[tab, Frame → All]
_таблица _рамка _всё
```

Out[1926]=

8.42713	-13.0\558	5.33429	1.96998	-0.87\283\9	-0.37\727\2	-0.01\079\19	0.022\2605	0.006\46377	0.000\6566\88	-0.00\011\170\5
11.5679	-16.8\016	2.67966	3.82412	0.247\458	-0.33\610\5	-0.11\299\8	-0.01\158\84	0.002\72173	0.001\3201	0
19.3243	-19.7\679	-4.52\383	3.14883	1.44873	0.155\531	-0.05\510\09	-0.02\644\3	-0.00\480\065	0	0
32.0811	-13.3\348	-11.6\63	-1.36\026	0.843\844	0.405\386	0.077\0123	-0.00\130\339	0	0	0
42.4385	5.58173	-8.30\711	-4.09\755	-0.73\277	0.070\319	0.082\9967	0	0	0	0
37.7209	19.624	1.80205	-1.81\685	-0.98\409\7	-0.24\628\5	0	0	0	0	0
21.1347	16.7012	5.92129	0.868\651	-0.25\276\1	0	0	0	0	0	0
8.16243	8.28086	4.28502	1.40558	0	0	0	0	0	0	0
2.81857	3.53746	2.39094	0	0	0	0	0	0	0	0
1.18551	1.8585	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.738\418	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

In[1927]:=

```
diffRes = Table[diff[i, k], {i, 0, n}, {k, 1, n}];
```

[таблица значений](#)

б) построить интерполяционный многочлен Ньютона

In[1928]:=

```
findNewtonDividedDiff[dataX_, dataY_, n_, diff_] :=
```

$$\text{dataY}[[1]] + \sum_{i=1}^n \text{diff}[[1, i]] * \prod_{k=1}^i (x - \text{dataX}[[k]])$$

In[1929]:=

```
Pnr = findNewtonDividedDiff[dataX, dataY, n, diffRes] // Simplify
```

[упростить](#)

Out[1929]=

$$0.685488 + 1.76152 x - 1.12705 x^2 + 6.95728 x^3 - 7.53604 x^4 + 5.64755 x^5 - 2.36477 x^6 + 0.539365 x^7 - 0.0674256 x^8 + 0.00433954 x^9 - 0.000111705 x^{10}$$

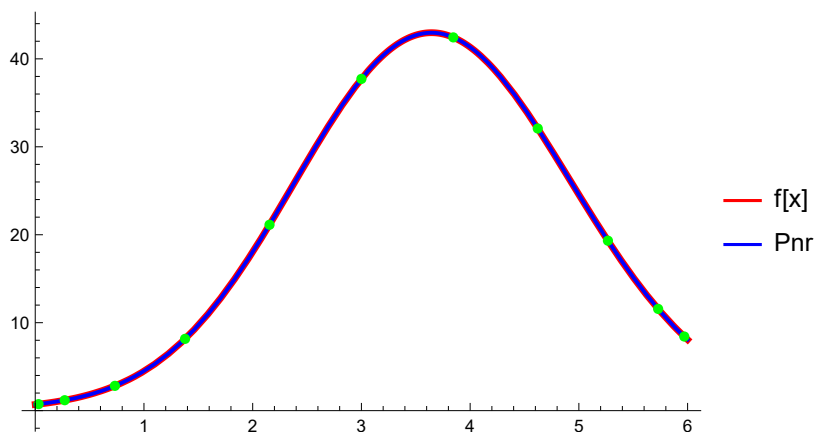
In[1930]:=

```

graph1 = Plot[f[x], {x, a, b}, PlotStyle → {Red, Thickness[0.01]}];
      график функции      стиль графика  кр... толщина
graph2 = Plot[Pnr, {x, a, b}, PlotStyle → Blue];
      график функции      стиль граф... синий
graph3 = ListPlot[data, PlotStyle → {PointSize[0.015], Green}];
      диаграмма раз... стиль графика  размер точки  зелёный
Legended[Show[graph1, graph2, graph3], LineLegend[{Red, Blue}, {"f[x]", "Pnr"}]]
с леген... показать      легенда с к... кр... синий

```

Out[1933]=



в) построить интерполирующую функцию

In[1934]:=

```

Intf = Interpolation[data];
      интерполировать

```

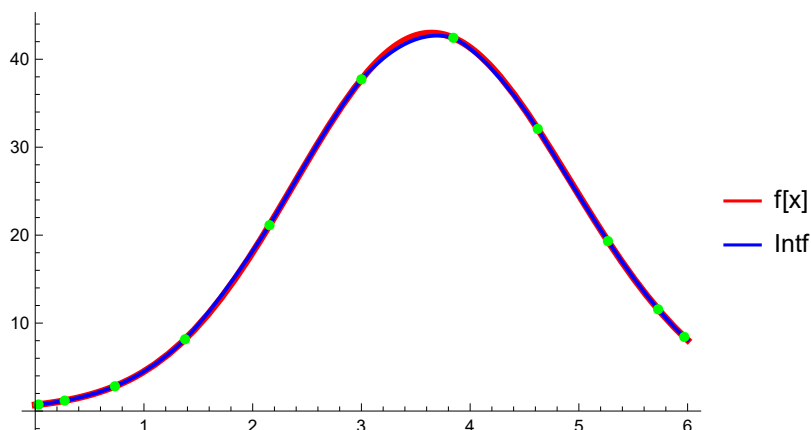
In[1935]:=

```

graph1 = Plot[f[x], {x, a, b}, PlotStyle → {Red, Thickness[0.01]}];
      график функции      стиль графика  кр... толщина
graph2 = Plot[Intf[x], {x, dataX[[n + 1]], b}, PlotStyle → Blue];
      график функции      стиль граф... синий
graph3 = ListPlot[data, PlotStyle → {PointSize[0.015], Green}];
      диаграмма раз... стиль графика  размер точки  зелёный
Legended[Show[graph1, graph2, graph3], LineLegend[{Red, Blue}, {"f[x]", "Intf"}]]
с леген... показать      легенда с к... кр... синий

```

Out[1938]=



г) вычислить значения функции и построенных интерполяционных многочленов

```
In[1939]:=
Print["f[2.4316] = ", f[2.4316]];
|печатать
Print["Pnr[2.4316] = ", Pnr /. x -> 2.4316];
|печатать
Print["Intf[2.4316] = ", Intf[2.4316]];
|печатать
f[2.4316] = 26.9215
Pnr[2.4316] = 26.9306
Intf[2.4316] = 26.9622
```

д) найти максимумы абсолютных погрешностей интерполирования функции

```
In[1942]:=
AbsPnr[x_] := Abs[f[x] - Pnr];
|абсолютное значение
Maximize[{AbsPnr[x], a ≤ x ≤ b}, x]
|максимизировать
```

```
Out[1943]=
{0.0101214, {x -> 1.03802}}
```

```
In[1944]:=
AbsIntf[x_] := Abs[f[x] - Intf[x]];
|абсолютное значение
Maximize[{AbsIntf[x], dataX[[n + 1]] ≤ x ≤ dataX[[1]]}, x]
|максимизировать
```

```
Out[1945]=
{0.449978, {x -> 3.42761}}
```

Задание 3.

По результатам 1 и 2 задания видно, что погрешность интерполирования зависит от числа узлов (чем больше узлов, тем выше точность) и от расположения их на отрезке (погрешность интерполирования многочленом степени n будет минимальной при использовании чебышевских узлов интерполяции по сравнению с равноотстоящими).

Задание 4.

In[1946]:=

```
n = 10;
b
h =  $\frac{b}{n}$ ;
data = N[Table[{i h, f[i h]}, {i, 0, n}]];
Grid[data, Frame → All]
```

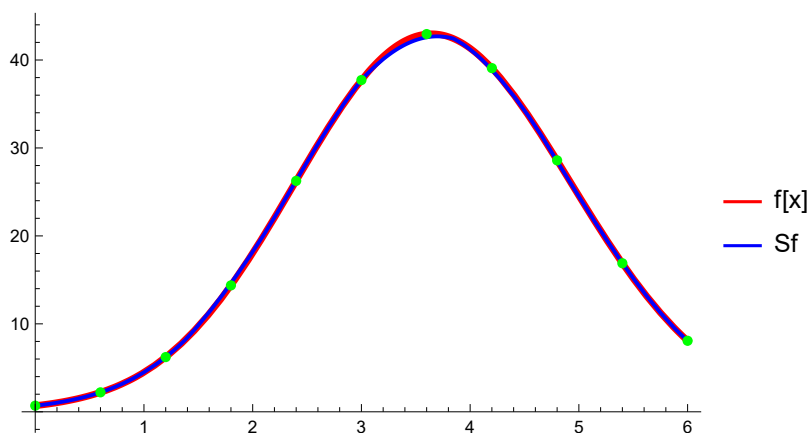
Out[1949]=

0.	0.694738
0.6	2.21247
1.2	6.22067
1.8	14.3741
2.4	26.256
3.	37.7209
3.6	42.947
4.2	39.0766
4.8	28.5897
5.4	16.8881
6.	8.07549

б) выполнить интерполяцию сплайном с помощью функции Interpolation

```
In[1950]:=
Sf = Interpolation[data, Method → "Spline"];
graph1 = Plot[f[x], {x, a, b}, PlotStyle → {Red, Thickness[0.01]}];
graph2 = Plot[Intf[x], {x, dataX[[n + 1]], b}, PlotStyle → Blue];
graph3 = ListPlot[data, PlotStyle → {PointSize[0.015], Green}];
Legended[Show[graph1, graph2, graph3], LineLegend[{Red, Blue}, {"f[x]", "Sf"}]]
```

Out[1954]=



г) вычислить значения функции и построенных интерполяционных сплайнов

```
In[1955]:=
f[2.4316]
Sf[2.4316]
```

Out[1955]=

26.9215

Out[1956]=

26.9202

Задание 5.

In[1957]:=

```

n = 10;
b = 6;
h =  $\frac{b}{n}$ ;
data = N[Table[{i h, f[i h]}, {i, 0, n}]];
      ⋮ ⋮ таблица значений
dataX = Table[data[[i, 1]], {i, n + 1}];
      ⋮ таблица значений
dataY = Table[data[[i, 2]], {i, n + 1}];
      ⋮ таблица значений
Grid[data, Frame → All]
      ⋮ таблица ⋮ рамка ⋮ всё

```

Out[1963]=

0.	0.694738
0.6	2.21247
1.2	6.22067
1.8	14.3741
2.4	26.256
3.	37.7209
3.6	42.947
4.2	39.0766
4.8	28.5897
5.4	16.8881
6.	8.07549

а) аппроксимировать с помощью метода наименьших квадратов функцию многочленом первой степени

In[1964]:=

```
res = LinearSolve[Table[Table[If[i + k == 0, Sum[1, {j, 1, n+1}], Sum[dataX[[j]]^i+k], {i, 0, 1}], {k, 0, 1}],
  Table[If[i == 0, Sum[dataY[[j]], {j, 1, n+1}], Sum[(dataY[[j]] * dataX[[j]]^i), {i, 0, 1}]], {i, 0, 1}];

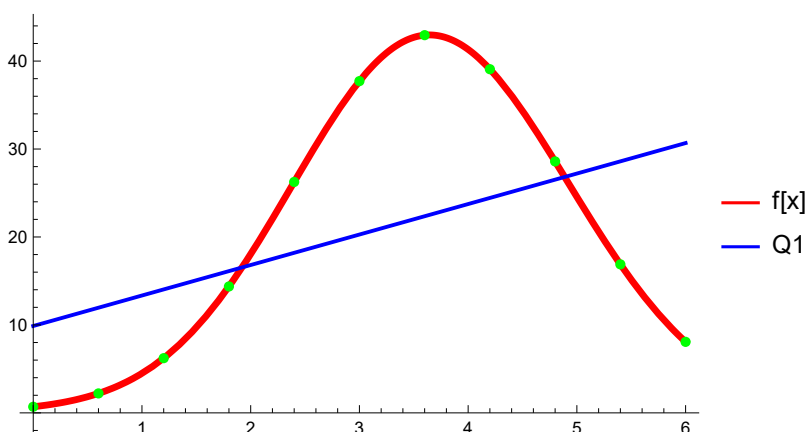
polRes = 0;
For[i = 0, i <= 1, i++, polRes = polRes + res[[i + 1]] * x^i];

Q1 = polRes
graph1 = Plot[f[x], {x, a, b}, PlotStyle -> {Red, Thickness[0.01]}];
graph2 = Plot[Q1, {x, a, b}, PlotStyle -> Blue];
graph3 = ListPlot[data, PlotStyle -> {PointSize[0.015], Green}];
Legended[Show[graph1, graph2, graph3], LineLegend[{"f[x]", "Q1"}]]
```

Out[1967]=

9.87738 + 3.46681 x

Out[1971]=



б) аппроксимировать с помощью метода наименьших квадратов функцию многочленом второй степени

In[1972]:=

```
res = LinearSolve[Table[Table[If[i + k == 0, Sum[1, {j, 1, n+1}], Sum[dataX[[j]]^i+k], {i, 0, 2}], {k, 0, 2}],
```

```
Table[If[i == 0, Sum[dataY[[j]], {j, 1, n+1}], Sum[(dataY[[j]] * dataX[[j]]^i), {i, 0, 2}]]];
```

```
polRes = 0;
```

```
For[i = 0, i ≤ 2, i++, polRes = polRes + res[[i + 1]] * x^i];
```

```
цикл ДЛ
```

```
Q2 = polRes
```

```
graph1 = Plot[f[x], {x, a, b}, PlotStyle → {Red, Thickness[0.01]}];
```

```
график функции стиль графика [кр... толщина
```

```
graph2 = Plot[Q2, {x, a, b}, PlotStyle → Blue];
```

```
график функции стиль граф... синий
```

```
graph3 = ListPlot[data, PlotStyle → {PointSize[0.015], Green}];
```

```
диаграмма раз... стиль графика размер точки зелёный
```

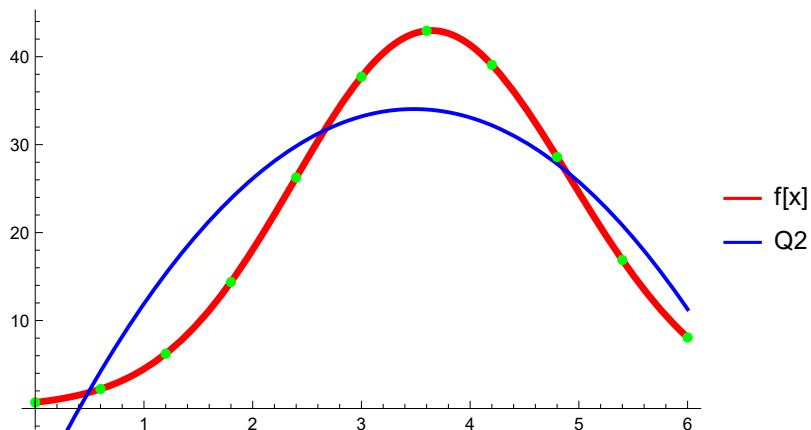
```
Legended[Show[graph1, graph2, graph3], LineLegend[{"f[x]", "Q2"}]]
```

```
с леген... показать легенда с к... [кр... синий
```

Out[1975]=

```
- 9.51762 + 25.0168 x - 3.59167 x^2
```

Out[1979]=



в) найти многочлены наилучшего среднеквадратичного приближения третьей и четвертой степеней

In[1980]:=

```
Q3 = Fit[data, {1, x, x^2, x^3}, x]
```

[\[согласовать\]](#)

```
graph1 = Plot[f[x], {x, a, b}, PlotStyle -> {Red, Thickness[0.01]}];
```

[\[график функции\]](#)

[\[стиль графика\]](#)

[\[кр...](#)

[\[толщина\]](#)

```
graph2 = Plot[Q3, {x, a, b}, PlotStyle -> Blue];
```

[\[график функции\]](#)

[\[стиль граф...](#)

[\[синий\]](#)

```
graph3 = ListPlot[data, PlotStyle -> {PointSize[0.015], Green}];
```

[\[диаграмма раз...](#)

[\[стиль графика\]](#)

[\[размер точки\]](#)

[\[зелёный\]](#)

```
Legended[Show[graph1, graph2, graph3], LineLegend[{Red, Blue}, {"f[x]", "Q3"}]]
```

[\[с леген...](#)

[\[показать\]](#)

[\[легенда с к...](#)

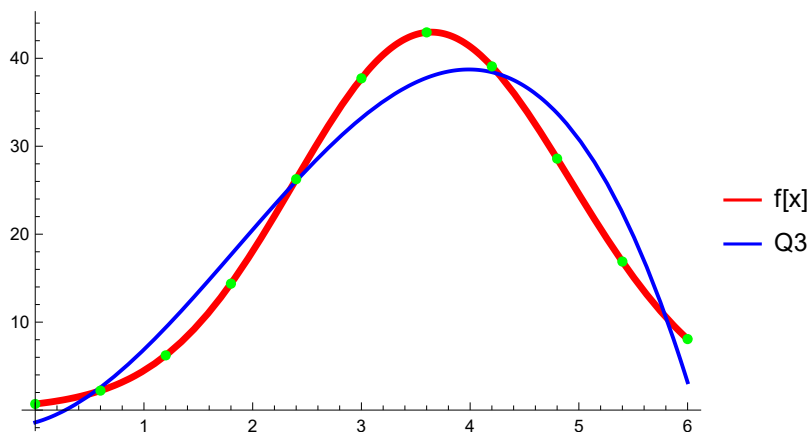
[\[кр...](#)

[\[синий\]](#)

Out[1980]=

$$-1.40168 + 3.5246 x + 5.80178 x^2 - 1.04372 x^3$$

Out[1984]=



In[1985]:=

```
Q4 = Fit[data, {1, x, x^2, x^3, x^4}, x]
```

[\[согласовать\]](#)

```
graph1 = Plot[f[x], {x, a, b}, PlotStyle → {Red, Thickness[0.01]}];
```

[\[график функции\]](#)

[\[стиль графика\]](#)

[\[кр...](#)

[\[толщина\]](#)

```
graph2 = Plot[Q4, {x, a, b}, PlotStyle → Blue];
```

[\[график функции\]](#)

[\[стиль граф...](#)

[\[синий\]](#)

```
graph3 = ListPlot[data, PlotStyle → {PointSize[0.015], Green}];
```

[\[диаграмма раз...](#)

[\[стиль графика\]](#)

[\[размер точки\]](#)

[\[зелёный\]](#)

```
Legended[Show[graph1, graph2, graph3], LineLegend[{Red, Blue}, {"f[x]", "Q4"}]]
```

[\[с леген...](#)

[\[показать\]](#)

[\[легенда с к...](#)

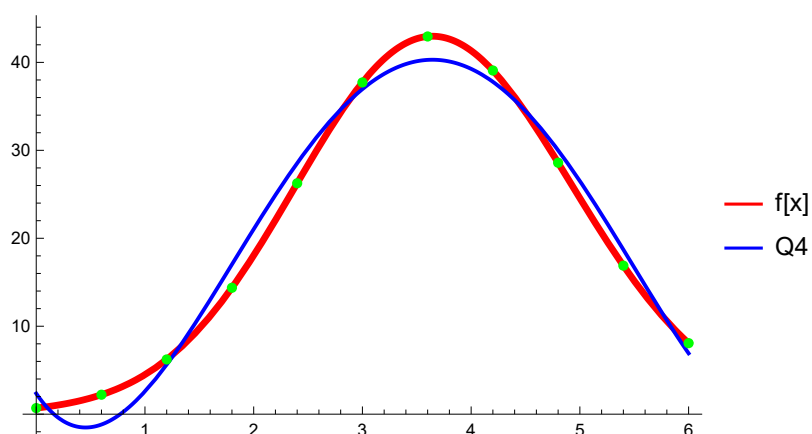
[\[кр...](#)

[\[синий\]](#)

Out[1985]=

$$2.35026 - 18.188 x + 23.8956 x^2 - 5.86874 x^3 + 0.402086 x^4$$

Out[1989]=



д) вычислить значения функции и построенных многочленов

In[1990]:=

```
graph1 = Plot[Q1, {x, a, b}, PlotStyle → Orange];
graph2 = Plot[Q2, {x, a, b}, PlotStyle → Red];
graph3 = Plot[Q3, {x, a, b}, PlotStyle → Gray];
graph4 = Plot[Q4, {x, a, b}, PlotStyle → {Blue, Thickness[0.01]}];
dots = ListPlot[data, PlotStyle → {PointSize[0.015], Green}];
Legended[Show[graph1, graph2, graph3, graph4, dots],
  LineLegend[{Orange, Red, Gray, Blue}, {"Q1[x]", "Q2[x]", "Q3[x]", "Q4[x]"}]]
```

Out[1995]=

