Лабораторная работа №3

Интерполяция и среднеквадратичное приближение функций

Михалькевич Д.Н. гр. 221701

Вариант 8

Задание 1.

```
In[1800]:=
        f[x_{]} = Exp\left[2x - \frac{2x^{2}}{1}\right] * ArcTan\left[\frac{3x^{2}}{1} + \frac{5}{6}\right];
In[1801]:=
          n = 6;
In[1802]:=
        a = 0;
        b = 6;
        data = N[Table[{a+ih, f[a+ih]}, {i, 0, n}]];
                _.. _таблица значений
In[1806]:=
        Grid[data, Frame → All]
        таблица рамка всё
Out[1806]=
         0. 0.694738
         1. 4.4902
         2. 18.0492
         3. 37.7209
         4. 41.3258
         5. 24.5617
             8.07549
In[1807]:=
        dataX = Table[data[i, 1], {i, n + 1}];
                 таблица значений
        dataY = Table[data[i, 2], {i, n + 1}];
                 таблица значений
```

а) построить интерполяционный многочлен Лагранжа

```
In[1809]:=
                          LagrangeInterpolation[dataX_, dataY_, n_] := \sum_{i=1}^{n} dataY[i] *
                                           Product[If[i \neq j, (x - dataX[j]) / (dataX[i] - dataX[j]), 1], \{j, 1, Length[dataX]\}];
                                          произв... условный оператор
                          Ln = LagrangeInterpolation[data[All, 1], data[All, 2], n + 1] // Simplify
Out[1810]=
                          0.694738 + 14.4989 \, x - 28.1172 \, x^2 + 23.8088 \, x^3 - 7.26886 \, x^4 + 0.914503 \, x^5 - 0.0407415 \, x^6 + 0.0407415 
In[1811]:=
                          graph1 = Plot[f[x], \{x, a, b\}, PlotStyle \rightarrow \{Red, Thickness[0.01]\}];
                                                                                                                                      _стиль графика _кр··· _толщина
                                                         график функции
                          graph2 = Plot[Ln, {x, a, b}, PlotStyle → Blue];
                                                         график функции
                                                                                                                                стиль граф… синий
                          graph3 = ListPlot[data, PlotStyle → {PointSize[0.015], Green}];
                                                         диаграмма раз... стиль графика размер точки
                          Legended[Show[graph1, graph2, graph3], LineLegend[{Red, Blue}, {"f[x]", "Ln"}]]
                         с леген... показать
                                                                                                                                                                               легенда с к… кр… синий
Out[1814]=
                          40
                          30
                                                                                                                                                                                                                                                 f[x]
                          20
                                                                                                                                                                                                                                              - Ln
                           10
```

б) создать таблицу конечных разностей функции f (x)

```
In[1815]:=
       Array[diff, {n + 1, n + 1}, {0, 0}];
       массив
       For [k = 1, k \le n, k++,
       цикл ДЛЯ
              For [i = n, i \ge n - k, i - -, diff[i, k] = 0]];
       For [i = 0, i \le n, i++, diff[i, 0] = data[i+1, 2]];
       цикл ДЛЯ
       For [k = 1, k \le n, k++,
       цикл ДЛЯ
          For [i = 0, i \le n - k, i++,
         цикл ДЛЯ
           diff[i, k] = diff[i+1, k-1] - diff[i, k-1]]];
       tab = Array[diff, \{n+1, n+1\}, \{0, 0\}];
       Grid[tab, Frame → All]
       таблица рамка всё
```

Out[1820]=

0.694738	3.79546	9.76356	-3.65092	-18.5285	36.4057	-29.3339
4.4902	13.559	6.11264	- 22.1794	17.8772	7.07186	0
18.0492	19.6717	-16.0668	-4.3022	24.9491	0	0
37.7209	3.60489	- 20.369	20.6469	0	0	0
41.3258	-16.7641	0.277907	0	0	0	0
24.5617	-16.4862	0	0	0	0	0
8.07549	0	0	0	0	0	0

в) построить второй интерполяционный многочлен Ньютона

In[1821]:=

findNewtonInter[dataX_, dataY_, deltaTab_, h_, n_] :=

$$dataY[[n]] + \sum_{i=1}^{n-1} \left(\frac{\prod_{k=1}^{i} \left(\frac{x - dataX[[n]]}{h} + k - 1 \right)}{Factorial[i]} * deltaTab[[n-i, i+1]] \right);$$

Pn = findNewtonInter[dataX, dataY, tab, h, n + 1] // Simplify **УПРОСТИТЬ**

Out[1822]=

 $0.694738 + 14.4989 \times -28.1172 \times^2 + 23.8088 \times^3 - 7.26886 \times^4 + 0.914503 \times^5 - 0.0407415 \times^6$

```
In[1823]:=
       graph1 = Plot[f[x], \{x, a, b\}, PlotStyle \rightarrow \{\text{Red, Thickness}[0.01]\}];
                                        стиль графика кр⋯ толщина
       graph2 = Plot[Pn, {x, a, b}, PlotStyle → Blue];
                график функции
                                     стиль граф… синий
       graph3 = ListPlot[data, PlotStyle → {PointSize[0.015], Green}];
                _диаграмма раз… _ стиль графика _размер точки
       Legended[Show[graph1, graph2, graph3], LineLegend[{Red, Blue}, {"f[x]", "Pn"}]]
       с леген... показать
                                                   легенда с к… кр… синий
Out[1826]=
       40
       30
                                                                      f[x]
       20
                                                                      Pn
       10
```

г) построить интерполяционный многочлен Ньютона с помощью функции InterpolatingPolynomial

```
In[1829]:=
       graph1 = Plot[f[x], {x, a, b}, PlotStyle \rightarrow {Red, Thickness[0.01]}];
                                       стиль графика кр⋯ толщина
       graph2 = Plot[Np, {x, a, b}, PlotStyle → Blue];
                график функции
                                    стиль граф… синий
       graph3 = ListPlot[data, PlotStyle → {PointSize[0.015], Green}];
                _диаграмма раз… _ стиль графика _размер точки
       Legended[Show[graph1, graph2, graph3], LineLegend[{Red, Blue}, {"f[x]", "Np"}]]
       с леген... показать
                                                 легенда с к… кр… синий
Out[1832]=
       40
       30
                                                                     f[x]
       20
                                                                     Np
       10
```

д) вычислить значения функции и всех построенных интерполяционных членов

```
In[1833]:=
         f[2.4316]
         Ln /. x \rightarrow 2.4316
         Pn /. x \to 2.4316
         Np /. x \rightarrow 2.4316
Out[1833]=
         26.9215
Out[1834]=
         27.2092
Out[1835]=
         27.2092
Out[1836]=
         27.2092
```

е) построить график погрешности интерполирования многочленом Ньютона

```
In[1837]:=
        Rn = Abs[f[x] - Np];
             абсолютное значение
        graph1 = Plot[Rn, \{x, 0, 6\}, PlotStyle \rightarrow Blue];
                 график функции
                                       _стиль граф⋯ _синий
        Legended[Show[graph1], LineLegend[{Blue}, {"Rn"}]]
        с леген··· показать
                                   легенда с к⋯ синий
Out[1839]=
        1.0
                                                                          - Rn
        0.5
In[1840]:=
        FindMaximum[\{Rn, a \le x \le b\}, x]
        найти максимум
Out[1840]=
         \{1.86248, \{x \rightarrow 0.337594\}\}
In[1841]:=
        ClearAll;
        очистить всё
In[1842]:=
         n = 10;
In[1843]:=
        a = 0;
        b = 6;
        data = N[Table[{a+ih, f[a+ih]}, {i, 0, n}]];
               _.. _таблица значений
```

```
In[1847]:=
      Grid[data, Frame → All]
                 рамка всё
      таблица
Out[1847]=
        0. 0.694738
       0.6 2.21247
       1.2 6.22067
       1.8 14.3741
       2.4 26.256
        3. 37.7209
       3.6 42.947
       4.2
           39.0766
       4.8 28.5897
       5.4 16.8881
```

8.07549

In[1848]:=

а) построить интерполяционный многочлен Лагранжа

In[1850]:=

```
LagrangeInterpolation[dataX_, dataY_, n_] := \sum_{i=1}^{n} dataY[i] *
             Product[If[i \neq j, (x - dataX[j]) / (dataX[i] - dataX[j]), 1], \{j, 1, Length[dataX]\}];
            произв... условный оператор
        Ln = LagrangeInterpolation[data[All, 1], data[All, 2], n + 1] // Simplify
                                                                               упростить
Out[1851]=
        0.694738 + 2.76642 x - 5.25299 x^2 + 13.4646 x^3 - 12.8941 x^4 + 8.22999 x^5 -
         3.12782 x^6 + 0.678196 x^7 - 0.0824014 x^8 + 0.00519983 x^9 - 0.000131204 x^{10}
```

10

```
In[1852]:=
        graph1 = Plot[f[x], \{x, a, b\}, PlotStyle \rightarrow \{\text{Red, Thickness}[0.01]\}];
                 график функции
                                          _стиль графика _кр⋯ _толщина
        graph2 = Plot[Ln, {x, a, b}, PlotStyle → Blue];
                 график функции
                                      стиль граф⋯ синий
        graph3 = ListPlot[data, PlotStyle → {PointSize[0.015], Green}];
                 _диаграмма раз... _стиль графика _размер точки
        \label{lem:legended} Legended[Show[graph1, graph2, graph3], LineLegend[\{Red, Blue\}, \{"f[x]", "Ln"\}]]
                                                     легенда с к… кр… синий
       с леген... показать
Out[1855]=
        40
        30
                                                                          f[x]
        20
                                                                         - Ln
```

б) создать таблицу конечных разностей функции f (x)

```
In[1856]:=
       Array[diff, {n+1, n+1}, {0, 0}];
       массив
       For [k = 1, k \le n, k++,
       цикл ДЛЯ
               For [i = n, i \ge n - k, i - -, diff[i, k] = 0]];
       For [i = 0, i \le n, i++, diff[i, 0] = data[i+1, 2]];
       цикл ДЛЯ
       For [k = 1, k \le n, k++,
       цикл ДЛЯ
          For [i = 0, i \le n - k, i++,
         цикл ДЛЯ
           diff[i, k] = diff[i + 1, k - 1] - diff[i, k - 1]]];
       tab = Array[diff, \{n+1, n+1\}, \{0, 0\}];
       Grid[tab, Frame \rightarrow All]
       таблица рамка всё
```

Out[1861]=

0.694											
2.21247 4.00821 4.14527 -0.41 \ 685 -3.72 \ 863 2.05245 2.58755 -4.85 \ 35 2.32918 3.18191 0 6.22067 8.15348 3.72842 -4.14 \ 548 -1.67 \ 548 4.64 -2.26 \ 594 -2.52 \ 5.51109 0 0 14.3741 11.8819 -0.41 \ 75.82 \ 705 \ 165 2.96383 2.37406 -4.79 \ 026 2.98677 0 0 0 26.256 11.4648 -6.23 \ 783 -2.85 \ 5.33789 -2.41 \ 71.80 \ 62 0 0 0 0 0 37.7209 5.22613 -9.09 \ 2.48006 2.92169 -4.21 \ 969 0 0 0 0 0 0 0 42.947 -3.87 \ 66.61 \ 648 5.40175 -1.298 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	0.694	1.51773	2.49048	1.65479	- 2 . 07 %	-1.65	3.70943	-1.12	-3.73%	6.06079	- 2 .87 %
6.22067 8.15348 3.72842 -4.14 -1.67 4.64 -2.26 -2.52 5.51109 0 0 14.3741 11.8819 -0.41 -5.82 2.96383 2.37406 -4.79 2.98677 0 0 0 26.256 11.4648 -6.23 -2.85 5.33789 -2.41 -1.80 0 0 0 0 37.7209 5.22613 -9.09 2.48006 2.92169 -4.21 0 0 0 0 0 42.947 -3.87 -6.61 5.40175 -1.298 0 0 0 0 0 0 39.0766 -10.4 -1.21 4.10375 0 0 0 0 0 0 0 28.5897 -11.7 2.88902 0 0 0 0 0 0 0 0 0 16.8881 -8.81 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	738				164	699		188	162		888
6.22067 8.15348 3.72842 -4.14 -1.67 4.64 -2.26 -2.52 5.51109 0 14.3741 11.8819 -0.41 -5.82 2.96383 2.37406 -4.79 2.98677 0 0 0 26.256 11.4648 -6.23 -2.85 5.33789 -2.41 -1.80 0 0 0 0 37.7209 5.22613 -9.09 2.48006 2.92169 -4.21 0 0 0 0 0 42.947 -3.87 -6.61 5.40175 -1.298 0 0 0 0 0 0 39.0766 -10.4 -1.21 4.10375 0 0 0 0 0 0 0 28.5897 -11.7 2.88902 0 0 0 0 0 0 0 0 16.8881 -8.81 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	2.21247	4.00821	4.14527	-0.41%	-3.72 ·	2.05245	2.58755	-4.85	2.32918	3.18191	0
14.3741 11.8819 -0.41 \ -5.82 \ 2.96383 2.37406 -4.79 \ 0.26 2.98677 0 0 26.256 11.4648 -6.23 \ 871 -2.85 \ 5.33789 -2.41 \ -1.80 \ 0 0 0 0 37.7209 5.22613 -9.09 \ 654 2.48006 2.92169 -4.21 \ 0 0 0 0 0 42.947 -3.87 \ 041 -6.61 \ 048 5.40175 -1.298 0 0 0 0 0 0 39.0766 -10.4 \ 041 -1.21 \ 04.10375 0 0 0 0 0 0 0 0 28.5897 -11.7 \ 046 2.88902 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 16.8881 -8.81 \ 026 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 <				685	863			35			
14.3741 11.8819 -0.41 \ 75.82 \ 2.96383 2.37406 -4.79 \ 026 2.98677 0 0 26.256 11.4648 -6.23 \ 783 -2.85 \ 783 5.33789 -2.41 \ -1.80 \ 0 0 0 0 37.7209 5.22613 -9.09 \ 654 2.48006 2.92169 -4.21 \ 969 0 0 0 0 42.947 -3.87 \ 041 -6.61 \ 5.40175 -1.298 0 0 0 0 0 0 39.0766 -10.4 \ 041 -1.21 \ 04.10375 0 0 0 0 0 0 0 0 28.5897 -11.7 \ 02.88902 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 16.8881 -8.81 \ 026 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	6.22067	8.15348	3.72842	-4.14	-1.67%	4.64	-2.26%	-2.52%	5.51109	0	0
705 165 026				548	618		594	432			
26.256 11.4648 -6.23 \ 871 -2.85 \ 871 5.33789 -2.41 \ 62 -1.80 \ 96 0 0 0 0 37.7209 5.22613 -9.09 \ 654 2.48006 2.92169 -4.21 \ 969 0 0 0 0 0 42.947 -3.87 \ 941 -6.61 \ 648 5.40175 -1.298 0 0 0 0 0 0 39.0766 -10.4 \ 869 -121 \ 4.10375 0 0 0 0 0 0 0 28.5897 -11.7 \ 2.88902 0 0 0 0 0 0 0 0 0 16.8881 -8.81 \ 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	14.3741	11.8819	-0.41	-5.82%	2.96383	2.37406	-4.79	2.98677	0	0	0
26.256 11.4648 -6.23 \ 871 -2.85 \ 783 5.33789 -2.41 \ 62 -1.80 \ 349 0 0 0 0 37.7209 5.22613 -9.09 \ 654 2.48006 2.92169 -4.21 \ 969 0 0 0 0 0 42.947 -3.87 \ 6461 \ 648 5.40175 -1.298 0 0 0 0 0 0 39.0766 -10.4 \ 869 -1.21 \ 4.10375 0 0 0 0 0 0 0 28.5897 -11.7 \ 016 2.88902 0 0 0 0 0 0 0 0 16.8881 -8.81 \ 26 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0			705 %	165			026				
871 783 62 349 37.7209 5.22613 -9.09 \ 654 2.48006 2.92169 -4.21 \ 969 0 0 0 0 0 42.947 -3.87 \ 041 -6.61 \ 5.40175 -1.298 0 0 0 0 0 0 0 39.0766 -10.4 \ 041 -1.21 \ 04.10375 0 0 0 0 0 0 0 0 28.5897 -11.7 \ 016 2.88902 0 0 0 0 0 0 0 0 0 16.8881 -8.81 \ 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0			7								
37.7209 5.22613 -9.09 \ 654 2.48006 2.92169 -4.21 \ 969 0 0 0 0 0 0 42.947 -3.87 \ 041 -6.61 \ 048 5.40175 -1.298 0 0 0 0 0 0 0 39.0766 -10.4 \ 048 -1.21 \ 040 4.10375 0 0 0 0 0 0 0 28.5897 -11.7 \ 040 2.88902 0 0 0 0 0 0 0 0 0 16.8881 -8.81 \ 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	26.256	11.4648	-6.23	-2.85%	5.33789	-2.41	-1.80	0	0	0	0
			871	783		62	349				
42.947 -3.87 \ 041 -6.61 \ 048 5.40175 -1.298 0 0 0 0 0 0 0 39.0766 -10.4 \ 058 -1.21 \ 058 4.10375 0 0 0 0 0 0 0 0 28.5897 -11.7 \ 068 2.88902 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 16.8881 -8.81 \ 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	37.7209	5.22613	-9 . 09%	2.48006	2.92169	-4.21	0	0	0	0	0
041 648 39.0766 -10.4% -1.21% 4.10375 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 <t< td=""><td></td><td></td><td>654</td><td></td><td></td><td>969</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></t<>			654			969					
39.0766 -10.4 \ 869 -1.21 \ 4.10375 0 0 0 0 0 0 0 28.5897 -11.7 \ 016 2.88902 0 0 0 0 0 0 0 0 16.8881 -8.81 \ 26 0 0 0 0 0 0 0 0	42.947	-3.87	-6.61	5.40175	-1.298	0	0	0	0	0	0
869 473 28.5897 -11.7 2.88902 0 0 0 0 0 0 0 0 16.8881 -8.81 0 0 0 0 0 0 0 0 0		041	648								
28.5897 -11.7 \(\) 2.88902 0 0 0 0 0 0 0 0 16.8881 -8.81 \(\) 26 0 0 0 0 0 0 0 0 0	39.0766	-10.4	-1.21	4.10375	0	0	0	0	0	0	0
016		869	473								
16.8881 -8.81 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	28.5897	-11.7	2.88902	0	0	0	0	0	0	0	0
26		016									
	16.8881	-8.81	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8.07549 0 0 0 0 0 0 0 0		26									
	8.07549	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

в) построить второй интерполяционный многочлен Ньютона

```
In[1862]:=
        findNewtonInter[dataX_, dataY_, deltaTab_, h_, n_] :=
           dataY[n] + \sum_{i=1}^{n-1} \left( \frac{\prod_{k=1}^{i} \left( \frac{x-datax[n]}{h} + k - 1 \right)}{Factorial[i]} * deltaTab[n-i, i+1] \right);
        Pn = findNewtonInter[dataX, dataY, tab, h, n + 1] // Simplify
                                                                      УПРОСТИТЬ
Out[1863]=
        0.694738 + 2.76642 x - 5.25299 x^2 + 13.4646 x^3 - 12.8941 x^4 + 8.22999 x^5 -
         3.12782 \, x^6 + 0.678196 \, x^7 - 0.0824014 \, x^8 + 0.00519983 \, x^9 - 0.000131204 \, x^{10}
In[1864]:=
        graph1 = Plot[f[x], \{x, a, b\}, PlotStyle \rightarrow \{Red, Thickness[0.01]\}];
                                          _стиль графика _кр⋯ _толщина
                  график функции
        graph2 = Plot[Pn, {x, a, b}, PlotStyle → Blue];
                  график функции
                                         стиль граф… синий
        graph3 = ListPlot[data, PlotStyle → {PointSize[0.015], Green}];
                  диаграмма раз… _ стиль графика _ размер точки
        Legended[Show[graph1, graph2, graph3], LineLegend[{Red, Blue}, {"f[x]", "Pn"}]]
        с леген показать
                                                         легенда с к… кр… синий
Out[1867]=
        40
        30
                                                                              f[x]
        20
                                                                               Pn
        10
```

г) построить интерполяционный многочлен Ньютона с помощью функции InterpolatingPolynomial

```
In[1868]:=
        Np = InterpolatingPolynomial[data, x];
              интерполяционный многочлен
        Np = Simplify[Np]
              упростить
Out[1869]=
        0.694738 + 2.76642 \times -5.25299 \times^2 + 13.4646 \times^3 - 12.8941 \times^4 + 8.22999 \times^5 -
          3.12782 x^6 + 0.678196 x^7 - 0.0824014 x^8 + 0.00519983 x^9 - 0.000131204 x^{10}
```

```
In[1870]:=
       graph1 = Plot[f[x], \{x, a, b\}, PlotStyle \rightarrow \{\text{Red, Thickness}[0.01]\}];
                                         стиль графика кр⋯ толщина
                 график функции
       graph2 = Plot[Np, \{x, a, b\}, PlotStyle \rightarrow Blue];
                 график функции
                                      стиль граф… синий
       graph3 = ListPlot[data, PlotStyle → {PointSize[0.015], Green}];
                 _диаграмма раз… _ стиль графика _размер точки
       Legended[Show[graph1, graph2, graph3], LineLegend[{Red, Blue}, {"f[x]", "Np"}]]
                                                    _легенда с к⋯ _кр⋯ _синий
       с леген показать
Out[1873]=
       40
       30
                                                                        f[x]
       20
                                                                        Np
       10
```

д) вычислить значения функции и всех построенных интерполяционных членов

```
In[1874]:=
        Print["f[2.4316] = ", f[2.4316]]
        печатать
        Print["Ln[2.4316] = ", Ln /. x \rightarrow 2.4316]
        Print["Pn[2.4316] = ", Pn /. x \rightarrow 2.4316]
        печатать
        Print["Np[2.4316] = ", Np /. x \rightarrow 2.4316]
        печатать
        f[2.4316] = 26.9215
        Ln[2.4316] = 26.9217
        Pn[2.4316] = 26.9217
        Np[2.4316] = 26.9217
```

е) построить график погрешности интерполирования многочленом Ньютона

```
In[1878]:=
        Rn = Abs[f[x] - Np];
             абсолютное значение
        graph1 = Plot[Rn, \{x, 0, 6\}, PlotStyle \rightarrow Blue];
                  график функции
                                        стиль граф… синий
        Legended[Show[graph1], LineLegend[{Blue}, {"Rn"}]]
        с леген··· показать
                                    легенда с к… синий
Out[1880]=
        0.035
        0.030
        0.025
        0.020
                                                                             Rn
        0.015
        0.010
        0.005
In[1881]:=
        FindMaximum[\{Rn, a \le x \le b\}, x]
        найти максимум
Out[1881]=
          \{0.0139167, \{x \rightarrow 0.813098\}\}
```

ж) Увеличение количества узлов интерполяции привело к снижению погрешности интерполяции, что указывает на прямую зависимость точности интерполирования от числа узлов.

Задание 2.

In[1882]:=

n = 6;

$$\begin{aligned} & \text{For} \left[\text{$i=0$, $i\leq n$, $i++$, $t_i = \text{$Cos$} \left[\frac{(\text{Pi}*(2*i+1))}{\text{$kocuhyc$}} \right]$;} \right] ; \end{aligned}$$

$$x_i = \frac{(a+b)}{2} + \frac{(b-a)}{2} * t_i;$$

data =
$$N[Table[{x_i, f[x_i]}, {i, 0, n}]];$$

_.. таблица значений

dataX = Table[data[i, 1], {i, n + 1}];

таблица значений

dataY = Table[data[i, 2], {i, n + 1}];

таблица значений

Grid[data, Frame → All]

рамка всё таблица

Out[1887]=

5.92478	8.96065
5.34549	17.8712
4.30165	37.6296
3.	37.7209
1.69835	12.674
0.654506	2.44561
0.0752163	0.807045

а) создать таблицу разделенных разностей функции

```
In[1888]:=
       findDividedDiff[dataX_, dataY_, first_, last_] := If[first + 1 == last,
          (dataY[[last]] - dataY[[first]])
                                          , (findDividedDiff[dataX, dataY, first + 1, last] -
           dataX[[last]] - dataX[[first]]
              findDividedDiff[dataX, dataY, first, last - 1]) / (dataX[[last]] - dataX[[first]])
       Array[diff, \{n+1, n+1\}, \{0, 0\}];
       массив
       For [k = 1, k \le n, k++,
       цикл ДЛЯ
              For [i = n, i \ge n - k, i - -, diff[i, k] = 0]];
              цикл ДЛЯ
       For [i = 0, i \le n, i++, diff[i, 0] = data[i+1, 2]];
       цикл ДЛЯ
       For [k = 1, k \le n, k++,
       цикл ДЛЯ
          For [i = 0, i \le n - k, i++,
         цикл ДЛЯ
           diff[i, k] = findDividedDiff[dataX, dataY, i + 1, k + i + 1]]];
       tab = Array[diff, \{n+1, n+1\}, \{0, 0\}];
             массив
       Grid[tab, Frame → All]
       таблица рамка всё
Out[1894]=
```

8.96065	-15.3819	2.18505	3.49609	0.867531	0.044576	-0.0362799
17.8712	-18.9285	-8.04024	-0.170478	0.632603	0.256798	0
37.6296	-0.0701471	-7.41849	-3.13801	-0.720794	0	0
37.7209	19.2424	4.0263	-0.0916238	0	0	0
12.674	9.79875	4.29428	0	0	0	0
2.44561	2.82857	0	0	0	0	0
0.807045	0	0	0	0	0	0

In[1895]:= diffRes = Table[diff[i, k], {i, 0, n}, {k, 1, n}]; таблица значений

б) построить интерполяционный многочлен Ньютона

```
In[1896]:=
         findNewtonDividedDiff[dataX_, dataY_, n_, diff_] :=
          dataY[[1]] + \sum_{i=1}^{n} diff[[1, i]] * \prod_{k=1}^{n} (x - dataX[[k]])
In[1897]:=
         Pnr = findNewtonDividedDiff[dataX, dataY, n, diffRes] // Simplify
Out[1897]=
         0.146237 + 10.2329 \times -20.6896 \times^2 + 19.6905 \times^3 - 6.26444 \times^4 + 0.803726 \times^5 - 0.0362799 \times^6
```

```
In[1898]:=
       graph1 = Plot[f[x], \{x, a, b\}, PlotStyle \rightarrow \{\text{Red, Thickness}[0.01]\}];
                график функции
                                        стиль графика кр⋯ толщина
       graph2 = Plot[Pnr, \{x, a, b\}, PlotStyle \rightarrow Blue];
                                      стиль граф… синий
                график функции
       graph3 = ListPlot[data, PlotStyle → {PointSize[0.015], Green}];
                _диаграмма раз... _стиль графика _размер точки
       Legended[Show[graph1, graph2, graph3], LineLegend[{Red, Blue}, {"f[x]", "Pnr"}]]
       с леген показать
                                                  легенда с к… кр… синий
Out[1901]=
       40
       30
                                                                      f[x]
       20
                                                                      Pnr
       10
    в) построить интерполирующую функцию
In[1902]:=
       Intf = Interpolation[data];
              _интерполировать
In[1903]:=
       graph1 = Plot[f[x], \{x, a, b\}, PlotStyle \rightarrow \{\text{Red, Thickness}[0.01]\}];
                график функции
                                        _стиль графика _кр⋯ _толщина
       graph2 = Plot[Intf[x], {x, dataX[n + 1], b}, PlotStyle → Blue];
                график функции
                                                      _стиль граф⋯ _синий
       graph3 = ListPlot[data, PlotStyle → {PointSize[0.015], Green}];
                диаграмма раз... стиль графика размер точки
       Legended[Show[graph1, graph2, graph3], LineLegend[{Red, Blue}, {"f[x]", "Intf"}]]
       _с леген⋯ _показать
                                                   _легенда с к⋯ _кр⋯ _синий
Out[1906]=
       40
       30
                                                                      f[x]
       20
                                                                      Intf
       10
```

 $\{2.01529, \{x \rightarrow 3.63449\}\}$

г) вычислить значения функции и построенных интерполяционных многочленов

```
In[1907]:=
       Print["f[2.4316] = ", f[2.4316]];
       печатать
       Print["Pnr[2.4316] = ", Pnr /. x \rightarrow 2.4316];
       Print["Intf[2.4316] = ", Intf[2.4316]];
       печатать
       f[2.4316] = 26.9215
       Pnr[2.4316] = 27.6144
       Intf[2.4316] = 27.4296
    д) найти максимумы абсолютных погрешностей интерполирования
    функции
In[1910]:=
       AbsPnr[x_] := Abs[f[x] - Pnr];
                       _абсолютное значение
       Maximize[{AbsPnr[x], a \le x \le b}, x]
       максимизировать
Out[1911]=
         \{0.715443, \{x \rightarrow 2.32743\}\}
In[1912]:=
       AbsIntf[x_] := Abs[f[x] - Intf[x]];
                        абсолютное значение
       \label{eq:maximize} \texttt{Maximize[{AbsIntf[x], dataX[[n+1]] \le x \le dataX[[1]]}, x]}
       максимизировать
Out[1913]=
```

При n = 10

$$\begin{split} &\text{n = 10;} \\ &\text{For} \left[\text{i = 0, i \le n, i++, t}_{\text{i}} = \text{Cos} \left[\frac{(\text{Pi} * (2 * \text{i} + 1))}{\text{косинус}} \right]; \\ &\text{цикл ДЛЯ} \end{split} \right]$$

$$x_i = \frac{(a+b)}{2} + \frac{(b-a)}{2} * t_i;$$

data = N[Table[{x_i, f[x_i]}, {i, 0, n}]];
$$\lfloor \cdot \cdot \rfloor$$
таблица значений

dataY = Table[data[i, 2], {i, n + 1}]; _таблица значений

Grid[data, Frame → All]

таблица рамка всё

Out[1919]=

5.96946	8.42713
5.7289	11.5679
5.26725	19.3243
4.62192	32.0811
3.8452	42.4385
3.	37.7209
2.1548	21.1347
1.37808	8.16243
0.732751	2.81857
0.271104	1.18551
0.0305357	0.738418

а) создать таблицу разделенных разностей функции

In[1920]:=

```
findDividedDiff[dataX_, dataY_, first_, last_] := If[first + 1 == last,
                                               условный оператор
  findDividedDiff[dataX, dataY, first, last - 1]) / (dataX[[last]] - dataX[[first]])
Array[diff, {n + 1, n + 1}, {0, 0}];
массив
For [k = 1, k \le n, k++,
цикл ДЛЯ
      For [i = n, i \ge n - k, i - -, diff[i, k] = 0]];
      цикл ДЛЯ
For [i = 0, i \le n, i++, diff[i, 0] = data[i+1, 2]];
цикл ДЛЯ
For [k = 1, k \le n, k++,
цикл ДЛЯ
  For [i = 0, i \le n - k, i++,
 цикл ДЛЯ
   diff[i, k] = findDividedDiff[dataX, dataY, i + 1, k + i + 1]]];
tab = Array[diff, \{n+1, n+1\}, \{0, 0\}];
    массив
Grid[tab, Frame → All]
таблица рамка всё
```

Out[1926]=

8.42713	-13.0	5.33429	1.96998	-0.87%	-0.37%	-0.01	0.022%	0.006%	0.000%	-0.00%
	558			283 %	727 %	079 ·	2605	46377	6566	011
				9	2	19			88	170 %
										5
11.5679	-16.8%	2.67966	3.82412	0.247	-0.33%	-0.11%	-0.01%	0.002%	0.001%	0
	016			458	610:	299 :	158	72173	3201	
					5	8	84			
19.3243	- 19.7 %	-4 . 52 %	3.14883	1.44873	0.155	-0.05%	-0.02%	-0.00%	0	0
	679	383			531	5 1 0 :	644 :	480		
						0 9	3	065		
32.0811	-13.3	-11.6	-1.36%	0.843	0.405	0.077%	-0.00%	0	0	0
	348	63	026	844	386	0123	130 %			
							339			
42.4385	5.58173	-8.30%	-4.09·	-0.73%	0.070%	0.082%	0	0	0	0
		711	755	277	319	9967				
37.7209	19.624	1.80205	-1.81	-0.98%	-0.24	0	0	0	0	0
			685	409 :	628 :					
				7	5					
21.1347	16.7012	5.92129	0.868	-0.25%	0	0	0	0	0	0
			651	276 %						
				1						
8.16243	8.28086	4.28502	1.40558	0	0	0	0	0	0	0
2.81857	3.53746	2.39094	0	0	0	0	0	0	0	0
1.18551	1.8585	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.738%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
418										

In[1927]:=

б) построить интерполяционный многочлен Ньютона

In[1928]:=

findNewtonDividedDiff[dataX_, dataY_, n_, diff_] := dataY[[1]] + $\sum_{i=1}^{n}$ diff[[1, i]] * $\prod_{k=1}^{i}$ (x - dataX[[k]])

In[1929]:=

Pnr = findNewtonDividedDiff[dataX, dataY, n, diffRes] // Simplify упростить

Out[1929]=

 $0.685488 + 1.76152 \text{ x} - 1.12705 \text{ x}^2 + 6.95728 \text{ x}^3 - 7.53604 \text{ x}^4 + 5.64755 \text{ x}^5 2.36477 \, x^6 + 0.539365 \, x^7 - 0.0674256 \, x^8 + 0.00433954 \, x^9 - 0.000111705 \, x^{10}$ In[1930]:=

```
graph1 = Plot[f[x], \{x, a, b\}, PlotStyle \rightarrow \{\text{Red, Thickness}[0.01]\}];
                график функции
                                       стиль графика кр⋯ толщина
       graph2 = Plot[Pnr, \{x, a, b\}, PlotStyle \rightarrow Blue];
                                      стиль граф… синий
                график функции
       graph3 = ListPlot[data, PlotStyle → {PointSize[0.015], Green}];
                _диаграмма раз... _стиль графика _размер точки
       Legended[Show[graph1, graph2, graph3], LineLegend[{Red, Blue}, {"f[x]", "Pnr"}]]
       с леген показать
                                                  легенда с к… кр… синий
Out[1933]=
       40
       30
                                                                      f[x]
       20
                                                                      Pnr
       10
    в) построить интерполирующую функцию
In[1934]:=
       Intf = Interpolation[data];
              _интерполировать
In[1935]:=
       graph1 = Plot[f[x], \{x, a, b\}, PlotStyle \rightarrow \{\text{Red, Thickness}[0.01]\}];
                                       _стиль графика _кр⋯ _толщина
                график функции
       graph2 = Plot[Intf[x], {x, dataX[n + 1], b}, PlotStyle → Blue];
                график функции
                                                      стиль граф… синий
       graph3 = ListPlot[data, PlotStyle → {PointSize[0.015], Green}];
                диаграмма раз... стиль графика размер точки
       Legended[Show[graph1, graph2, graph3], LineLegend[{Red, Blue}, {"f[x]", "Intf"}]]
       с леген... показать
                                                  _легенда с к⋯ _кр⋯ _синий
Out[1938]=
       40
       30
                                                                     f[x]
       20
                                                                     Intf
       10
```

г) вычислить значения функции и построенных интерполяционных многочленов

```
In[1939]:=
       Print["f[2.4316] = ", f[2.4316]];
       печатать
       Print["Pnr[2.4316] = ", Pnr /. x \rightarrow 2.4316];
       Print["Intf[2.4316] = ", Intf[2.4316]];
       печатать
       f[2.4316] = 26.9215
       Pnr[2.4316] = 26.9306
       Intf[2.4316] = 26.9622
    д) найти максимумы абсолютных погрешностей интерполирования
    функции
In[1942]:=
       AbsPnr[x_] := Abs[f[x] - Pnr];
                       _абсолютное значение
       Maximize[{AbsPnr[x], a \le x \le b}, x]
       максимизировать
Out[1943]=
         \{0.0101214, \{x \rightarrow 1.03802\}\}
In[1944]:=
       AbsIntf[x_] := Abs[f[x] - Intf[x]];
                        абсолютное значение
       \label{eq:maximize} \texttt{Maximize[{AbsIntf[x], dataX[[n+1]] \le x \le dataX[[1]]}, x]}
       максимизировать
Out[1945]=
```

 $\{0.449978, \{x \rightarrow 3.42761\}\}$

Задание 3.

По результатам 1 и 2 задания видно, что погрешность интерполирования зависит от числа узлов (чем больше узлов, тем выше точность) и от расположения их на отрезке (погрешность интерполирования многочленом степени п будет минимальной при использовании чебышевских узлов интерполяции по сравнению с равноотстоящими).

Задание 4.

3.6 42.947 4.2 39.0766 4.8 28.5897 5.4 16.8881 6. 8.07549

```
In[1946]:=
       n = 10;
       data = N[Table[{ih, f[ih]}, {i, 0, n}]];
             ___ таблица значений
       Grid[data, Frame → All]
                 рамка всё
       таблица
Out[1949]=
        0. 0.694738
       0.6 2.21247
       1.2 6.22067
       1.8 14.3741
       2.4 26.256
        3. 37.7209
```

б) выполнить интерполяцию сплайном с помощью функции Interpolation

```
In[1950]:=
       Sf = Interpolation[data, Method → "Spline"];
            интерполировать
                                   метод
       graph1 = Plot[f[x], \{x, a, b\}, PlotStyle \rightarrow \{\text{Red, Thickness}[0.01]\}];
                график функции
                                        _стиль графика _кр⋯ _толщина
       graph2 = Plot[Intf[x], \{x, dataX[n+1], b\}, PlotStyle \rightarrow Blue];
                график функции
                                                       стиль граф⋯ синий
       graph3 = ListPlot[data, PlotStyle → {PointSize[0.015], Green}];
                 диаграмма раз... стиль графика размер точки
       Legended[Show[graph1, graph2, graph3], LineLegend[{Red, Blue}, {"f[x]", "Sf"}]]
       с леген... показать
                                                   легенда с к… _кр… _синий
Out[1954]=
       40
       30
                                                                      - f[x]
       20
                                                                       Sf
       10
```

г) вычислить значения функции и построенных интерполяционных сплайнов

```
In[1955]:=
        f[2.4316]
        Sf[2.4316]
Out[1955]=
        26.9215
Out[1956]=
        26.9202
```

Задание 5.

5.4 16.8881 8.07549

```
In[1957]:=
       n = 10;
       b = 6;
       data = N[Table[{ih, f[ih]}, {i, 0, n}]];
             _ таблица значений
       dataX = Table[data[i, 1], {i, n + 1}];
              таблица значений
       dataY = Table[data[i, 2], {i, n + 1}];
              таблица значений
       Grid[data, Frame \rightarrow All]
       таблица
                 рамка _всё
Out[1963]=
        0. 0.694738
       0.6 2.21247
       1.2 6.22067
       1.8 14.3741
       2.4 26.256
        3. 37.7209
       3.6 42.947
       4.2 39.0766
       4.8 28.5897
```

а) аппроксимировать с помощью метода наименьших квадратов функцию многочленом первой степени

In[1964]:=

res = LinearSolve [Table [Table [If [i + k == 0,
$$\sum_{j=1}^{n+1} 1$$
, $\sum_{j=1}^{n+1} dataX[[j]]^{i+k}]$, {i, 0, 1}], {k, 0, 1}], [решить лин...

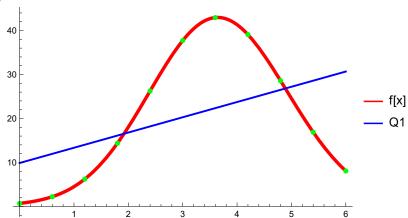
$$\begin{array}{l} \text{Table} \Big[\text{If} \Big[\textbf{i} = \textbf{0}, \sum_{j=1}^{n+1} \text{dataY[[j]]}, \sum_{j=1}^{n+1} \left(\text{dataY[[j]]} * \text{dataX[[j]]}^i \right) \Big], \{\textbf{i}, \textbf{0}, \textbf{1} \} \Big] \Big]; \\ \text{| таб···} \Big[\text{условный ојытратор} \end{array}$$

polRes = 0; For
$$[i = 0, i \le 1, i++, polRes = polRes + res $[i + 1] * x^i]$;
 Цикл ДЛЯ$$

Q1 = polRes

Out[1967]=

Out[1971]=



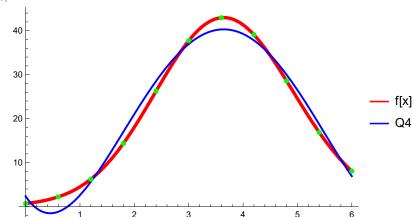
б) аппроксимировать с помощью метода наименьших квадратов функцию многочленом второй степени

```
In[1972]:=
       res = LinearSolve [Table [Table [If [i + k == 0, \sum_{j=1}^{n+1} 1, \sum_{j=1}^{n+1} dataX[[j]]^{i+k}], {i, 0, 2}], {k, 0, 2}], [решить лин...
          polRes = 0;
       For [i = 0, i \le 2, i++, polRes = polRes + res[i+1] * x^i];
       цикл ДЛЯ
       Q2 = polRes
       graph1 = Plot[f[x], \{x, a, b\}, PlotStyle \rightarrow \{\text{Red, Thickness}[0.01]\}];
                график функции
                                       стиль графика кр… толщина
       graph2 = Plot[Q2, {x, a, b}, PlotStyle → Blue];
                                   стиль граф… синий
                график функции
       graph3 = ListPlot[data, PlotStyle → {PointSize[0.015], Green}];
                диаграмма раз... стиль графика размер точки
       Legended[Show[graph1, graph2, graph3], LineLegend[{Red, Blue}, {"f[x]", "Q2"}]]
       с леген... показать
                                                 легенда с к... кр... синий
Out[1975]=
       -9.51762 + 25.0168 x - 3.59167 x^{2}
Out[1979]=
       40
       30
                                                                    f[x]
       20
                                                                     Q2
       10
```

в) найти многочлены наилучшего среднеквадратичного приближения третьей и четвертой степеней

```
In[1980]:=
       Q3 = Fit [data, \{1, x, x^2, x^3\}, x]
       graph1 = Plot[f[x], {x, a, b}, PlotStyle \rightarrow {Red, Thickness[0.01]}];
                 график функции
                                         Стиль графика кр⋯ толщина
       graph2 = Plot[Q3, \{x, a, b\}, PlotStyle \rightarrow Blue];
                                     стиль граф⋯ синий
                 график функции
       graph3 = ListPlot[data, PlotStyle → {PointSize[0.015], Green}];
                 _диаграмма раз… _ стиль графика _размер точки
       Legended[Show[graph1, graph2, graph3], LineLegend[{Red, Blue}, {"f[x]", "Q3"}]]
       [с леген⋯ [показать
                                                   легенда с к… кр… синий
Out[1980]=
       -1.40168 + 3.5246 x + 5.80178 x^{2} - 1.04372 x^{3}
Out[1984]=
       40
       30
                                                                        f[x]
       20
                                                                       Q3
       10
```

In[1985]:= Q4 = Fit [data, $\{1, x, x^2, x^3, x^4\}, x$] graph1 = Plot[f[x], $\{x, a, b\}$, PlotStyle $\rightarrow \{\text{Red, Thickness}[0.01]\}$]; **_стиль графика _кр**... **_толщина** график функции graph2 = Plot[Q4, $\{x, a, b\}$, PlotStyle \rightarrow Blue]; график функции _стиль граф⋯ _синий graph3 = ListPlot[data, PlotStyle → {PointSize[0.015], Green}]; диаграмма раз… стиль графика размер точки зелёный $\label{lem:legended} Legended[Show[graph1, graph2, graph3], LineLegend[\{Red, Blue\}, \{"f[x]", "Q4"\}]]$ с леген... показать легенда с к… кр… синий Out[1985]= $2.35026 - 18.188 x + 23.8956 x^2 - 5.86874 x^3 + 0.402086 x^4$ Out[1989]= 40



д) вычислить значения функции и построенных многочленов

```
In[1990]:=
                            graph1 = Plot[Q1, {x, a, b}, PlotStyle → Orange];
                                                                                                                                     стиль граф⋯ _оранжевый
                                                            график функции
                            graph2 = Plot[Q2, {x, a, b}, PlotStyle → Red];
                                                            график функции
                                                                                                                                        стиль граф⋯ красный
                            graph3 = Plot[Q3, {x, a, b}, PlotStyle → Gray];
                                                            график функции
                                                                                                                                         стиль граф⋯ серый
                            graph4 = Plot[Q4, \{x, a, b\}, PlotStyle \rightarrow \{Blue, Thickness[0.01]\}];
                                                            график функции
                                                                                                                                        dots = ListPlot[data, PlotStyle → {PointSize[0.015], Green}];
                                                    _диаграмма раз… _ стиль графика _размер точки
                            Legended[Show[graph1, graph2, graph3, graph4, dots],
                           с леген... показать
                                \label{lineLegend} LineLegend \hbox{$\tt [\{Orange, Red, Gray, Blue\}, \{"Q_1[x]", "Q_2[x]", "Q_3[x]", "Q_4[x]"\}]]}
                              _легенда с к··· _ серый синий _ сини
Out[1995]=
                            30
                            25
                                                                                                                                                                                                                                                           - Q_1[x]
                                                                                                                                                                                                                                                          - Q_2[x]
                            20
                                                                                                                                                                                                                                                           - Q_3[x]
                                                                                                                                                                                                                                                         Q<sub>4</sub>[x]
                            15
```