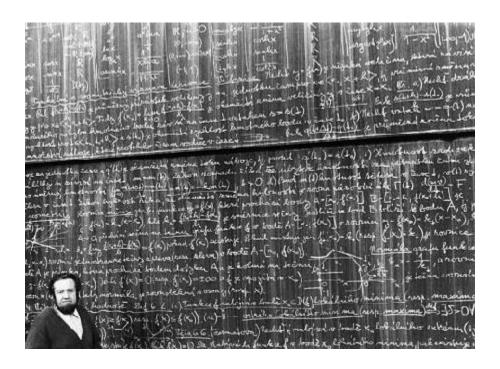
14. «Функциональщина»

или лябмды, lips, python, map-reduce, Stream API

> Информатика, ИТИС, 1 курс 2 семестр М.М.Абрамский 2017

ALERT

• MUCH MATH IN PRESENTATION!



ЛИХИЕ 1930E В МАТЕМАТИЧЕСКОМ МИРЕ

- **Гёдель** доказывает теорему о неполноте в формальной логической системе есть формула, которую невозможно вывести.
 - Аналог парадокса лжеца: «Я лгу» истина или ложь?

• **Тьюринг** вводит понятие абстрактной вычислительной машины.

• **Чёрч** вводит формальную систему для описания функций, в которых он формулирует существование алгоритмически неразрешимых задач.

• **Тьюринг** показывает существование невычислимых на машине Тьюринга задач – *проблема остановки*.

- **Гёдель** обобщает модель рекурсивных функций, и доказывает, что частично рекурсивные функции совпадают с функциями, которые можно вычислить на машине Тьюринга.
- **Чёрч и Тьюринг** независимо формулируют **тезис**, об эквивалентности всех формальных моделей функций и интуитивным понятием вычислимости.

- **Гёдель** обобщает модель рекурсивных функций, и доказывает, что частично рекурсивные функции совпадают с функциями, которые можно вычислить на машине Тьюринга.
- **Чёрч и Тьюринг** независимо формулируют **тезис**, об эквивалентности всех формальных моделей функций и интуитивным понятием вычислимости.
- Вроде все... хотя нет! Мы кое-что забыли!

Чёрч (Church)

в 1932 вводит формальную систему

Возможно, у этой системы найдутся приложения не только в роли логического исчисления.

Алонзо Чёрч, 1932 год

НАШЛИСЬ!

нашлись, не то слово!

Программисты всего мира через много лет вспоминают его с благодарность, ибо он привел в программирование подход, выражаемый одно греческой буквой.



Напоминаю

- В начале XX века кризис математики
 - Парадоксы (и потом Гёдель) напугали всех, поэтому строились новые формальные системы описания математических объектов

» В т.ч. и функций.

λ-исчисление

В отличие от машины Тьюринга, которая формализует понятие «вычисления», здесь формализуется само понятие «вычислимая функция».

В λ-исчислении 2 операции:

- *** Аппликация** применение функции к аргументу
- **❖ Абстракция** построение новых функций

Аппликация

fa

«функция f применяется к значению a»

В классической математике: f(x) Но здесь она трактуется как «алгоритм f, вычисляющий результат по значению a».

Абстракция

$\lambda x.t[x]$

«Новая функция с параметром x и телом t[x]»

- Да-да, это сейчас нам очевидно, что такое параметр и тело функции.
- А представьте, как бы вы это объяснили математику, не знакомому с программированием?

НА ЧТО ПОХОЖИ АБСТРАКЦИЯ И АППЛИКАЦИЯ?

Ну конечно!

- Абстракция объявление функции
- Аппликация вызов

Повторюсь: сейчас мы все умные, а 80 лет назад не было программирования (не говоря о понятиях «объявление-вызов»)

Идем дальше

• Комбинируя аппликацию и абстракцию мы можем получить более интересные выражения:

fgx

- Применяем $f \kappa g$, а результат применяем κx
 - wait, what?

Да-да, вы не ошиблись

Результатом работы аппликации может быть новая функция, которая применяется к следующему значению

- fg новая функция, которая применяется к х.
 - Аналог в обычной математике?

Сложная функция

fgx

f(g(x))

в λ -выражениях

в обычной математике.

Разница

fgx f(g(x))

Но в обычной математике сначала мы получим число $\mathbf{g}(\mathbf{x})$, которое передадим в функцию \mathbf{f} .

А тут мы сразу применяем **f** к **g**, и "**f g**" – значение применения – является функцией!

- Еще раз другими словами значением функции является функция!
- А если приглядеться, то можно увидеть, что и аргумент g тоже функция!

На секундочку в наш мир

Если функции можно передавать как параметры и возвращать как значения — значит они могут храниться в переменных.

• Примитивного или ссылочного типа?

А почему бы и нет?

```
public class Function {
    // имя функции
    private String name;
    // имена параметров
    private List<String> paramNames;
    // имена типов параметров
    private List<String> paramTypeNames;
    // имя возвращаемого типа
    private String returnType;
    // модификаторы метода: static, final, public...
    private List<String> modifiers;
```

А почему бы и нет?

```
public class Function {
    // имя функции
    private String name;
    // имена параметров
    private List<String> paramNames;
    // имена типов параметров
    private List<String> paramTypeNames;
    // имя возвращаемого типа
    private String returnType;
    // модификаторы метода: static, final, public...
    private List<String> modifiers;
```

Презентацию посетил призрак рефлексии. Посетил и ушел ждать вас на 2 курсе.

Функция как объект

Когда	Где	Что
1980-e – 2000-e	C++	указатели на функции
	JavaScript	объекты класса Function
	Python	«все – объект!»
	Java	рефлексия
	C#	делегаты

Функция как объект

Когда	Где	Что
1980-e – 2000-e	C++	указатели на функции
	JavaScript	объекты класса Function
	Python	«все – объект!»
	Java	рефлексия
	C#	делегаты
1932	λ-исчисление Чёрча	
	• до появления первых компьютеров более 10 лет,	
	• до появления первого языка высоко уровня Fortran – 22 года	
	• до появления ООП – 35 лет	

Интуитивно понятно

- Ок, да, функции можно не только объявлять и вызывать, но и передавать в другие функции как параметры.
 - Поговорим об этом чуть позже.

• Вернемся ненадолго вновь к **λ-исчислению**.

λ-выражения

- Последовательности операций аппликации и абстракции:
 - Вызов функций, объявленных на функциях, которые вызывают другие функции, объявленные на функциях и т.д.

Двуместная функция на х,у с телом t

λx.λy.t v w

Опять не все так просто.

В чем дело

- Аппликация одноместный оператор
 - Одна функция применяется к одному значению (всегда к одному!)

- Выражение **\lambda x. \lambda y. t v w** воспринимается как (\lambda x. \lambda y. t v) w
 - Это как вообще так?

Каррирование (Currying)

Оператор, названный в честь Хаскелла Карри

• Да-да, язык Haskell тоже в его честь.

Суть: т.к. функции могут возвращать другие функции как результат, можно применить **многоместную** функцию к **одному** аргументу, считая, что в итоге получается новая функция, применяемая к следующему аргументу – и так далее...

Наш пример

 $(\lambda x.\lambda y.t v) w$

Новая функция, которая получается подстановкой v в тело t вместо x.

Обозначается: $\lambda y \cdot [x \rightarrow v]t$

Полученную функцию (она одноместна) мы применяем к w

Реакция на происходящее в аудитории

- 1. «Что происходит?»
- 2. «Это мы что, только что тратили время на определение того, что такое функция от двух параметров?»

Вам всем поможет следующий слайд.

Это ж очевидно все

Нет. Не очевидно. Это у вас есть 10 лет школьной + 1 год университетской математики = к математическим абстракциям вы привыкли.

Формальные системы нужно строить **по непротиворечивым правилам**, которые не должны быть сложными.

- Если здравый смысл работает, то тогда дайте решение парадокса лжеца.
- Хотите другой эксперимент?

Не забыли 1 класс школы?



Определение сложения. + работает на двух числах.

Тест

Чему равно «сумма(1, 4, 10, 20, 7)»?

Тест

Чему равно «сумма(1, 4, 10, 20, 7)»?

Мда? 42? И как вы узнали? Там же не написано «+», и слагаемых не 2. Запятые какие-то, скобки.

+ и сумма

Если показать детям, кто-то ответит, а кто-то нет. Размышление того, кто ответит:

- Вспомнить, что такое «сумма»
- Вспомнить, что сумма связана с оператором «+»
- Понять, что можно применить + к первым двум числам, а потом к результату суммы прибавить третье число, и т.д.

Мышление

• И ведь мы говорим про ребенка человека, который обладает способностью думать и обучаться.

- А компьютер? Умеет думать? Абстрагировать?
 - А я напоминаю, что это 1930е, λ-исчисление, где под «функцией» подразумевается «вычислимая функция», «алгоритм».

Каррирование наглядно без лямбд

$$\underline{\text{sum a b}} = \underline{\text{(sum a)}} b$$

Это двуместная функция обычной суммы

Это одноместная функция «прибавь а к числу»

Переберемся из 1930х в 1950е

• Компьютеры уже есть.

• Развиваются языки программирования.

• Наибольшую популярность получают процедурные императивные языки программирования.

Императивный. Процедурный. Твой.

- Программа набор шагов, явно описывающих то, что нужно сделать и, главное **как** (императивность)
- Шагом программы может быть использование «подпрограмм» – процедур и функций – именованных и параметризованных блоков кода, которые можно использовать несколько раз
 - Для этого их и придумывали.

Но если в целом

• Любой алгоритм – преобразование входные данных в выходные.



На чье поведение это похоже?

Функция

- Не функция в процедурном смысле (именованный параметризованный блок кода)
- Но функция в математическом смысле.
 - В современном математическом смысле

Функциональный подход

- Декларативный
 - Не описывается последовательность шагов.

- Программа суперпозиция функций.
 - При этом функции вычислимые
 - При этом функции могут быть как параметрами, так и результатами.
 - Что-то напоминает, да?

Функциональное программирование

Языки: LISP, Haskell, Erlang, Clojure, Scheme, Scala, F#.

Процедурные языки к настоящему времени почти все (даже C++!) сдались и включают в себя элементы функционального программирования.

А его ключевой элемент – это ...

LAMBDA

- Мы говорим «функциональное программирование» подразумеваем «лямбда-выражения»!
- Мы говорим «лямбда-выражения» подразумеваем «функциональное программирование»!

Лямбда-выражение – программная конструкция для объявления функциональных объектов (функций как объектов)

- По смыслу опирается на λ-исчисление.
- Хотя вы уже поняли, что λ-исчисление и на обычные функции в процедурном подходе повлиял.

Не хватает одной полезной вещи

- **sum** двуместная функция
- Выражение «sum x y z» не будет тем, что мы хотим:
 - \blacksquare Мы хотим: x + y + z. A будет x + y
 - (sum x y) это x + y. Число. Оно применяется как функция к z. Константа на любом аргументе равна себе самой, т.е. C(z) = C.

list a b

• list a b – создает объект «список из a, b»

- Легко обобщается на п элементов:
 - (list a b) c = (list a b c)

• sumlist (list a b c) = sum a (sumlist (list b c))

LISP

• LISt Processing language – язык обработки списков.

• 1958 Дж.Маккарти

• По факту, имеет немного императивности, может даже ООП, но все равно в основе своей – функциональный язык программирования.

Примеры кода на LISP

```
(* (+ 2 2) (- 11 1))
Вычисление арифметического выражения
(list 1 2 3)
Возвращает список из (1, 2, 3)
(defun inc(x) (+ x 1);
Создаем функцию, увеличивающую число х на 1.
```

inc 10 Используем ее.

Примеры кода на LISP

```
(car (1 2 3))
Возвращает голову списка - 1
(cdr (1 2 3))
Возвращает хвост списка -(2,3)
((lambda (x y) (+ x y)) 1 1)
Лямбда-выражение – что делает здесь?
```

Ит.д.

- Вообще функциональный подход тесно связан со списками
 - Это мы заметим в будущем.

- А еще интереснее, когда в языке есть и процедурный подход, и функциональный.
 - Посмотрим классический пример такого языка.

Python (ну очень коротко)

- Интерпретатор
- Операторный скобки = отступы
- Утиная типизация
 - чему присвоил, такой и тип у переменной

```
# это - комментарий x = 5 \# я - целое число x = "s" \# нет, я передумал, я - строка <math>x = 0.5 \# нет, я все же число, но вещественное
```

2 структуры данных

• Список - пронумерованный набор данных разного типа (аналог в Java - List<Object>)

```
lst = ['Airat', 'Nastya', 'Mark']
print(len(lst)) # 3
print(lst[0]) # Airat
print(lst[-1]) # Mark
```

• Строка – аналог String.

Условия

• Классический if

```
Обязательные 4 пробела отступа – без них не запустится.
```

• Тернарный оператор:

```
x = a if a > b else b Ananor Java: x = a > b? a : b;
```

Циклы

- Классический while
 - Обязательные 4 пробела отступа без них не запустится.

```
while i < 10:
    i += 1
    print(i)</pre>
```

- for (в питоне for each)
 - только for each

```
lst = ['Airat', 'Nastya', 'Mark']
for name in lst:
    print(name)
```

Python - функции

Объявление обычной функции

```
def mul5(x):
    return x * 5
```

Утиная типизация дает нам **«суперполиморфизм»**

• Это не термин, это так, эмоции.

```
print(mul5(10)) # 50
print(mul5("ITIS")) # ITISITISITISITISITIS
print(mul5(['a', 'z']))
# ['a', 'z', 'a', 'z', 'a', 'z', 'a', 'z']
```

Функция - объект

```
def mul5(x):
    return x * 5

def inc(x):
    return x + 1

f = inc
print f(10)
```

Объект inc присвоен переменной f, значит – f – функция, ее можно вызвать.

```
def apply (f, x):
    return f(x)
print(apply(inc, 10))
print(apply(len, [1,2,3]))
apply принимает функцию в
качестве аргумента
```

Можно также и возвращать функцию-объект

Lambda B Python

• Тривиально:

```
lambda x, y: x + y
```

- Анонимная функция
- Эти объекты полноценные функции их тоже можно присваивать и передавать.

Пример

```
def s(x, y):
    return x + y
s = lambda x, y: x + y
```

Два идентичных объявления функции Присвоил анонимную функцию переменной s — она получила название.

Пример 2

```
def apply(f, x):
    return f(x)

print(apply(lambda x: x * x, 10))
```

Что делает код?

Пример 3 - замыкание

```
y = 100
g = lambda x: x * y
print(q(4)) # выведется 400
```

g – **замыкание** – использует не только параметры, но и свободные переменные из того же контекста, где она была объявлена.

И последнее - генераторы списков

- range(a,b,c) генерирует числа от а до b (не включительно с шагом с)
 - range(a,b) с шагом 1
 - range(a) от о до a с шагом 1

• Генератор общего вида:

```
[input() for i in range(10)] # input() – утиный ввод

Что делается здесь?
```

Ну вы понимаете

• Иные задачи в Python можно решать в одну строчку.

• Вводится список из 10 чисел, вывести список, где все числа уменьшены на 1:

```
print[input() - 1 for i in range(10)]
```

Но хочется еще больше

- Мы хотим обрабатывать списки в функциональном стиле, а не в процедурном:
 - **Процедурный стиль** перебрать в цикле все элементы, применить к каждому элементу операцию, построить новый список.
 - **Функциональный стиль** применить операцию сразу ко всему списку, получив новый список
 - Т.е. аппликация к list

Простая задача

Вводится n, затем n чисел, нужно построить список, где хранятся квадраты исходных чисел.

Java

```
int n = scanner.nextInt();
List<Integer> lst = new ArrayList<>();
for (int i = 0; i < n; i++) {
    int x = scanner.nextInt();
    lst.add(x);
}
System.out.println(lst);</pre>
```

Python

```
n = input()
array = []
for i in range(n):
    x = input()
    array.append(x * x)

print(array)
```

Дисклеймер

- Дальше я буду считать, что мне нужно, чтобы список вводился полностью и сохранялся в программе в виде списка.
- Вы можете сказать (справедливо), что для этой задачи не нужно хранить набор исходных чисел.
- Я с вами согласен, но сейчас мы решаем не задачу «оптимальной обработки», а задачу использования конкретных решений а они используются чаще всего при обработке коллекций данных, которые уже **введены**.

Код

Java

```
int n = scanner.nextInt();
List<Integer> lst = new ArrayList<>();
for (int i = 0; i < n; i++) {
    int x = scanner.nextInt();
    lst.add(x);
}
System.out.println(lst);</pre>
```

Python

```
n = input()
array = []
for i in range(n):
    x = input()
    array.append(x * x)

print(array)
```

А хочется что-нибудь типа:

список = вычислить Квадраты (исходный набор чисел)

(обработка данных в декларативном стиле)

мы ведь понимаем, как это устроено (см пример с sum)

«Льзя!»

• Специальные функции, которые нам помогут решать такие задачи компактно: map, reduce, filter

• Функции высшего порядка

map

• Применяет функцию к списку, получаем новый список, где каждый элемент — значение функции от исходного элемента на той же позиции

• Он нам и нужен:

тар(квадрат_числа, [1, 3, 5]) = [1, 9, 25]

B Python

```
result_list = map(fuction, original_list)
```

Для нашего примера:

reduce

- Функция применяет к списку двуместную функцию, получая значение функции от всего списка
 - Примеры sum(list), max(list), min(list)

- Вот как раз давайте найдем максимум
 - Список уже будет введенным

Пример

```
original_list = [100, 10, 50, 4, 200, 7, 146]
maximum = lambda a, b: a if a > b else b
result = reduce(maximum, original_list)
print(result)
```

В одну строчку:

```
print(reduce(lambda a, b: a if a > b else b, original list))
```

filter

• Отбирает из списка элементы, удовлетворяющие определенному условию

```
result list = filter(boolean predicate, original list)
```

Пример

• Взять только четные числа

```
result_list = filter(lambda x: x % 2 == 0, original_list)
```

Обобщим

Что делает такую обработку коллекций клевой?

- Функции как объекты + Лямбды
- Функции высших порядков: map, reduce, filter.

Это все очень заманчиво, и с 2014 года в Java 8 появились **лямбда-выражения** и **Stream API**, позволявший работать с коллекциями используя функции высших порядков.

Ho c Java не все легко

- У нас нет функций
- Методы не объекты
- Коллекции не предназначены для функций высших порядков

Суть

- Лямбда-выражения это анонимные функции (по аргументам мы что-то делаем)
- У нас нет анонимных функций, но есть анонимные классы.
- В анонимные классах неанонимные методы
- Но если метод в таком классе один, то он может играть роль анонимного
 - Потому что раз он один, то справшивая «метод класса» у нас только один вариант ответа.

T.e.

```
interface I1 {
    void f1();
    void f2();
```

- Видишь метод из І1?
- Какой именно?

```
interface I2 {
    void f1();
```

- Видишь метод из I2?- Вижу!

Такие интерфейсы называют функциональными.

Функциональный интерфейс

- Интерфейс с единственным абстрактным методом
 - default не считается.
 - если метод интерфейса совпадает по сигнатуре с методом из Object, он тоже не считается.

Lambda B Java

• Лямбда выражения в Java — это объект анонимного класса с единственным методом, реализацию которого мы и пишем (это тело lambda-функции)

• Синтаксис: (параметры) -> {тело}

Пример

- С прошлой пары Comparator<T>
 - Интерфейс с единственным абстрактным методом compare
- Сравнивать будем опять студентов

```
public class Student {
    private int year;
    private String name;
    // + все необходимые get-set и конструкторы
}
```

Слайд с прошлой пары

```
ArrayList<Student> students = new ArrayList<>();
students.add(new Student("11-602", "Gabdreeva", 96));
students.add(new Student("11-601", "Mingachev", 94));
students.add(new Student("11-604", "Romanov", 94));
students.add(new Student("11-605", "Bagautdinov", 94));
students.add(new Student("11-603", "Nurgatina", 96));
Collections.sort(students, new Comparator<Student>() {
    @Override
    public int compare(Student o1, Student o2) {
        return o1.getGroup().compareTo(o2.getGroup());
});
System.out.println(students);
```

А теперь

```
ArrayList<Student> students = new ArrayList<>();
students.add(new Student("11-602", "Gabdreeva", 96));
students.add(new Student("11-604", "Romanov", 94));
students.add(new Student("11-601", "Mingachev", 94));
students.add(new Student("11-605", "Bagautdinov", 94));
students.add(new Student("11-603", "Nugratina", 96));
Collections. sort (students, (s1, s2)
        -> {
    return s1.getGroup().compareTo(s2.getGroup());
});
System.out.println(students);
```

Не совсем ФП

• Тело = тело метода – там можно реализовывать последовательность действий.

• Но нам нужно не чистое $\Phi\Pi$, а возможности.

Stream API

- Декларативная обработка коллекций с помощью функций высших порядков.
- Итак, с Java 8 все коллекции оснастили методом stream(), возвращающим объект Stream, который может быть аргументом функций высших порядков.
 - Стримы также можно создавать по файлам, по массивам, по набору значений и т.д.

Методы работы со Stream

- Конвейерные возвращают новый Stream
 - · map, filter,
 - distinct (убирает дубликаты),
 - sorted (сортировка по Comparable/Comparator), mapToInt, mapToDouble (возвращает числовой Stream)
 - и др.
- Терминальные возвращают значение.
 - findFirst (возвращает первый),
 - collect (конвертирует Stream в нужный тип данных),
 - forEach (применяет функцию к каждому объекту Stream),
 - reduce
 - и др.

Optional<T>

• Особое значение, возвращаемое некоторыми терминальными методами (напр., findAny)

• Тип, необходимый для избегания NullPointerException

Использование

Далее я работаю с value, давая возможность задать default значение, возвращаемое, если будет null, а также защищая от NullPointerException

Использование

```
String s = null;
Optional < String > value = Optional.ofNullable(s);
System. out. println("Hi, " + value); // выведется Optional[Empty]
System.out.println("Hi, " + value.get()); // Exception!!
String st = "HAHA";
System.out.println("Hi, " + value.orElseGet(() -> st));
System.out.println(value.map(x -> "Oh," + x).orElse("Hi, anon"));
```

Hi, Optional.empty

Hi, HAHA

Hi, anon

Использование

```
String s = "Roman"; // πνδο null, πνδο HeT.

Optional<String> value = Optional.ofNullable(s);

System.out.println("Hi, " + value);

System.out.println("Hi, " + value.get());

String st = "HAHA";

System.out.println("Hi, " + value.orElseGet(() -> st));

System.out.println(value.map(x -> "Oh," + x).orElse("Hi, anon"));
```

Hi, Optional[Roman] Hi, Roman Hi, Roman Oh, Roman

Примеры StreamAPI

```
final Map<Integer, List<Student>> map = students.stream()
       .collect(Collectors.groupingBy(Student::getAverageScore));
System.out.println(map);
{96=[Gabdreeva{group='11-602', score=96}, Nugratina{group='11-603', score=96}],
94=[Romanov{group='11-604', score=94}, Mingachev{group='11-601', score=94},
Bagautdinov{group='11-605', score=94}]}
```

Примеры StreamAPI

Sema, Sanya, Sonya

Примеры StreamAPI

Ключевые слова

Optional, Stream API, лямбда выражения, функциональное программирование

Почитать

Лямбда-исчисление:

https://habrahabr.ru/post/215807/

Stream API

https://habrahabr.ru/company/luxoft/blog/ 270383/