

P4

Surface tension: origin

表面效应的起源

- 液体内部的分子与其他分子形成非永久性的化学键（例如范德华力）。
- 表面的分子缺少朝向表面方向的其他分子的力（例如气体中的分子比液体中的少）。

液体表面表现得像被拉伸的弹性膜：

- 向内的力导致液体收缩。
- 切向力。

P6

Surface tension: shape

典型的形态是什么？

- 给定体积下最小的表面积是球体。
- 通过球形可以实现流体气体界面的能量最小化。
- 例如：球体对比立方体
 - 球体的表面积公式：

$$A_{\text{Sphere}} = 4\pi R^2$$

- 球体的体积公式：

$$V_{\text{Sphere}} = \frac{4}{3}\pi R^3$$

- 立方体的表面积公式：

$$A_{\text{Cube}} = 6B^2$$

- 立方体的体积公式：

$$V_{\text{Cube}} = B^3$$

- 当球体体积等于立方体体积时，

$$V_{\text{Sphere}} = V_{\text{Cube}} \Rightarrow B = \left(\frac{4}{3} \pi R^3 \right)^{\frac{1}{3}}$$

- 立方体的表面积公式可简化为：

$$A_{\text{Cube}} = 6 \left(\frac{4}{3} \pi \right)^{\frac{2}{3}} R^2 \approx 15.59 R^2 > 4 \pi R^2 = 12.57 R^2$$

P7

Surface tension: Young-Laplace equation

如何描述复杂表面上的压力？

Young-Laplace 方程：

$$\Delta p_{\text{Laplace}} = \kappa \sigma$$

曲率（curvature） κ 的示例：

- 圆形：

$$\kappa = \frac{1}{R}$$

- 平面：

$$\kappa = 0$$

- 随机表面：

$$\kappa = \nabla \cdot \mathbf{n}$$

（法向量的散度）

在这里：

- $\Delta p_{\text{Laplace}}$ 表示由表面张力引起的压差
- κ 表示曲率
- σ 表示表面张力

- \mathbf{n} 表示法向量

P10

Contact angle: regimes

系统（液体和固体）被称为：

- 亲水性（Hydrophilic）如果接触角 $\theta < 90^\circ$
- 疏水性（Hydrophobic）如果接触角 $\theta > 90^\circ$

在微流体系统中需要考虑系统的润湿行为：

- $\cos \theta = \frac{\sigma_{\text{SL}} - \sigma_{\text{GS}}}{\sigma_{\text{LG}}}$
- 当 $\theta = 0^\circ$ 时： $\sigma_{\text{GS}} - \sigma_{\text{SL}} = \sigma_{\text{LG}}$ ，表示完全润湿
- 当 $\theta = 90^\circ$ 时： $\sigma_{\text{GS}} = \sigma_{\text{SL}}$
- 当 $\theta = 180^\circ$ 时： $\sigma_{\text{GS}} - \sigma_{\text{SL}} = -\sigma_{\text{LG}}$ ，表示不润湿

在这些公式中：

- σ_{SL} 表示固-液界面的表面张力
- σ_{GS} 表示固-气界面的表面张力
- σ_{LG} 表示液-气界面的表面张力

P11

Contact angle: contact angle dynamics

移除和添加液体到液滴：

- 观察
 - 当接触线移动时，接触角发生变化
 - 前进接触角（Advancing contact angle）和后退接触角（Receding contact angle）
- 接触角取决于
 - 静态情况下：运动方向 θ_{Adv} 和 θ_{Rec}
 - 动态情况下：运动速度 θ_{Dyn}

截至目前：关于接触角动态还没有完整的理论。

P12

毛细压力在微流体系统中的作用：接触角和表面张力的综合影响

Klatt & Hess - Microfluidics 1

在微流体系统中，计算压力时需要考虑表面张力和接触角。

例如：圆形通道中的毛细压力

- 参数
 - 半径 r
 - 接触角 θ
 - 表面张力 σ
- 计算
 - Laplace压差：

$$\Delta p_{\text{Laplace}} = \kappa \sigma = \frac{2\sigma}{r'}$$

- 有效半径：

$$r' = r \cos \theta$$

- 圆形通道中的压力：

$$\Delta p_{\text{Laplace}} = \frac{2\sigma \cos \theta}{r}$$

P13

毛细压力在微流体系统中的作用：Concus-Finn猜想

Klatt & Hess - Microfluidics 1

如何计算更复杂的表面？

- 接口上的压力积分等于周界 P 处的表面张力力。
- 方程：

$$\iint_A p_{\text{Laplace}} dA = P\sigma \cos \theta dw$$

- 结果:

$$\Delta p_{\text{Laplace}} = \sigma \sum_i \frac{\cos \theta_i}{w_i}$$

例如：矩形通道中的毛细压力

- 参数
 - 宽度 w_1 和 w_2
 - 接触角 θ
 - 表面张力 σ
- 矩形通道中的计算:

$$\Delta p_{\text{Laplace}} = 2\sigma \left(\frac{\cos \theta}{w_1} + \frac{\cos \theta}{w_2} \right)$$