

# P7

## 传导：热扩散方程

### 如何通过传导描述热流？

热扩散方程描述了非稳态的温度分布：

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = -\nabla \cdot \vec{j}_{\text{cond}} + S = \lambda \Delta T + S$$

- 热容（Heat capacity） $c$
- 密度（Density） $\rho$
- 源/汇项（Source/sink terms） $S$

### 解释：

1. 方程左侧表示单位体积内的热量变化，具体为密度 $\rho$ 乘以热容 $c$ 再乘以温度随时间的变化率 $\frac{\partial T}{\partial t}$ 。
2. 方程右侧有两个部分：
  - 第一部分是热通量 $\vec{j}_{\text{cond}}$ 的散度 $-\nabla \cdot \vec{j}_{\text{cond}}$ ，描述了热量由于导热而在空间上的变化。
  - 第二部分是源/汇项 $S$ ，描述了其他形式的热源或热汇的影响。
3. 热扩散项 $\lambda \Delta T$ 表示由于温度梯度引起的导热，其中 $\lambda$ 是导热系数， $\Delta T$ 是温度的拉普拉斯算子（ $\nabla^2 T$ ）。

### 方程表示：

- 这个方程表明，在一个无限延展的平板之间，热量由于导热而从高温区域传递到低温区域。

### 参考：

- **Navier-Stokes**方程表示流体的动量守恒方程：

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{v}) + \vec{v} \cdot \nabla(\rho \vec{v}) = -\nabla p + \eta \Delta \vec{v} + f_{\text{volume}}$$

这两个方程共同描述了在流体力学和热力学中，质量、动量和能量的传递过程。

### 源/汇项

源/汇项（Source/sink terms）指的是在传热或扩散过程中，系统内部由于各种原因而产生或消耗的能量或物质。具体来说：

- **源项 (Source terms)**：表示系统内部产生能量或物质的部分。例如，在化学反应过程中释放的热量，或在某些区域加入的热量。
- **汇项 (Sink terms)**：表示系统内部消耗能量或物质的部分。例如，在某些区域吸收的热量，或由于冷却过程带走的热量。

在热扩散方程中的作用：

在热扩散方程中，源/汇项  $S$  表示系统中除了导热效应之外的其他热量变化的来源。这个项可以包括：

- **内部热源**：例如，电流通过导体产生的焦耳热，化学反应产生的热量，核反应中的热量等。
- **内部热汇**：例如，辐射冷却，物质的蒸发吸热，环境中冷却剂的吸热等。

举例：

- **源项举例**：在一个化学反应器中，反应放热使局部温度升高，这就是源项。源项  $S$  的大小取决于化学反应的速率和反应热。
- **汇项举例**：在一个冷却系统中，通过冷却剂带走热量，这就是汇项。汇项  $S$  的大小取决于冷却剂的流速和温度差。

源/汇项在传热分析中是非常重要的，它能够描述真实物理过程中各类热源和热汇的影响，使得模型更贴近实际情况。

## P8

### 对流：液体和气体

#### 对流 (Convection)

- 是以下两者的结合：
  - **传导 (Conduction)**：热传递
  - **平流 (Advection)**：质量传递

对流可以由于以下原因发生：

- **自然对流 (Natural convection)**：由浮力引起的对流
- **强制对流 (Forced convection)**：由外部源引起的对流

#### 传热系数 (Heat transfer coefficient) $\alpha$

传热系数  $\alpha$  描述了固体和液体/气体之间的热能传递。

## 详细解释

### 对流（Convection）

对流是一种传热方式，它结合了传导和对流两个过程：

- **传导**：热量通过物质内的分子振动和电子移动从高温区向低温区传递。
- **对流**：热量通过流体的宏观运动从一个地方转移到另一个地方。这种流体运动可以是自然发生的（自然对流）或由外部力量引起的（强制对流）。

### 对流的两种形式

- **自然对流（Natural Convection）**：
  - 发生在温度差引起密度差，从而产生浮力的情况下。
  - 例如，暖空气上升，冷空气下降，形成对流循环。
- **强制对流（Forced Convection）**：
  - 由外部装置（如风扇、泵）引起流体运动。
  - 例如，使用风扇散热，使用泵在冷却系统中循环液体。

### 传热系数（Heat Transfer Coefficient） $\alpha$

- 传热系数 $\alpha$ 是描述热量在固体和流体（液体或气体）之间传递效率的一个参数。
- 高传热系数表示热量可以高效地从固体传递到流体，或从流体传递到固体。
- $\alpha$ 的数值取决于流体的性质、流动速度、表面特性等。

### 图示解释

- 图中展示了固体和液体之间的对流情况。
- 固体与液体接触面附近，液体速度较低，随着距离固体表面距离增加，液体速度增加，形成速度梯度。
- 通过对流，热量从固体传递到流体中或从流体传递到固体中。

# Important:

- **Heat Flux**
  - **Conduction: Fourier's Law** (温度梯度)
  - **Convection:** (温度差)
- **Heat Flow Power**
  - **Heat Flux \* Area**
- **Heat Diffusion Equation**

## Example

### P18

#### 房屋保温建模

墙壁的热损失量是多少？

假设

- 稳态条件：系统在稳态下运行，所有变量随时间不变。
- 表面温度等于房内和房外空气温度：墙的内外表面的温度等于房内和房外的空气温度。
- y 和 z 方向无热传递：热传递仅在 x 方向进行，忽略 y 和 z 方向的热传递。
- 墙中无热生成：墙中没有热源或热量的生成。

参数

- 墙的宽度  $w$
- 墙的高度和长度  $h$  和  $l$
- 热导率  $\lambda$
- 房内空气温度  $T_{\text{in}}$  和房外空气温度  $T_{\text{out}}$
- 通过墙的热流量  $Q_{\text{out}}$

## 详细解释

### 基本方程

根据热传导定律，稳态条件下通过墙的热流量可以表示为：

$$Q_{\text{out}} = -\lambda \frac{dT}{dx} \cdot A$$

其中：

- $\lambda$  是热导率。
- $\frac{dT}{dx}$  是温度梯度。
- $A$  是墙的面积。

### 温度梯度

假设温度在  $x$  方向线性变化，则温度梯度为：

$$\frac{dT}{dx} = \frac{T_{\text{in}} - T_{\text{out}}}{w}$$

### 墙的面积

墙的面积  $A$  由其高度和长度决定：

$$A = h \cdot l$$

### 计算热流量

将温度梯度和墙的面积代入热传导方程中，得到热流量：

$$Q_{\text{out}} = -\lambda \cdot \frac{T_{\text{in}} - T_{\text{out}}}{w} \cdot (h \cdot l)$$

### 总结步骤

#### 1. 确定温度梯度：

- 墙内外温度差：  $\Delta T = T_{\text{in}} - T_{\text{out}}$
- 温度梯度：  $\frac{dT}{dx} = \frac{\Delta T}{w}$

#### 2. 计算热流量：

- 墙的面积：  $A = h \cdot l$
- 热流量：  $Q_{\text{out}} = -\lambda \cdot \frac{\Delta T}{w} \cdot A$

通过以上假设和参数，可以使用热传导定律计算通过墙的热损失量。这个模型假设稳态条件和简单的导热过程，是分析房屋保温性能的基础。