

问题理解与策略分析

问题核心：100 名囚犯（编号 1-100）必须在最多 50 次尝试内，从 100 个随机排列的盒子中找到写有自己编号的纸条。所有人都成功，全体获释；一人失败，全员处决。

策略分析：

策略 1：随机搜索 (Random Search)

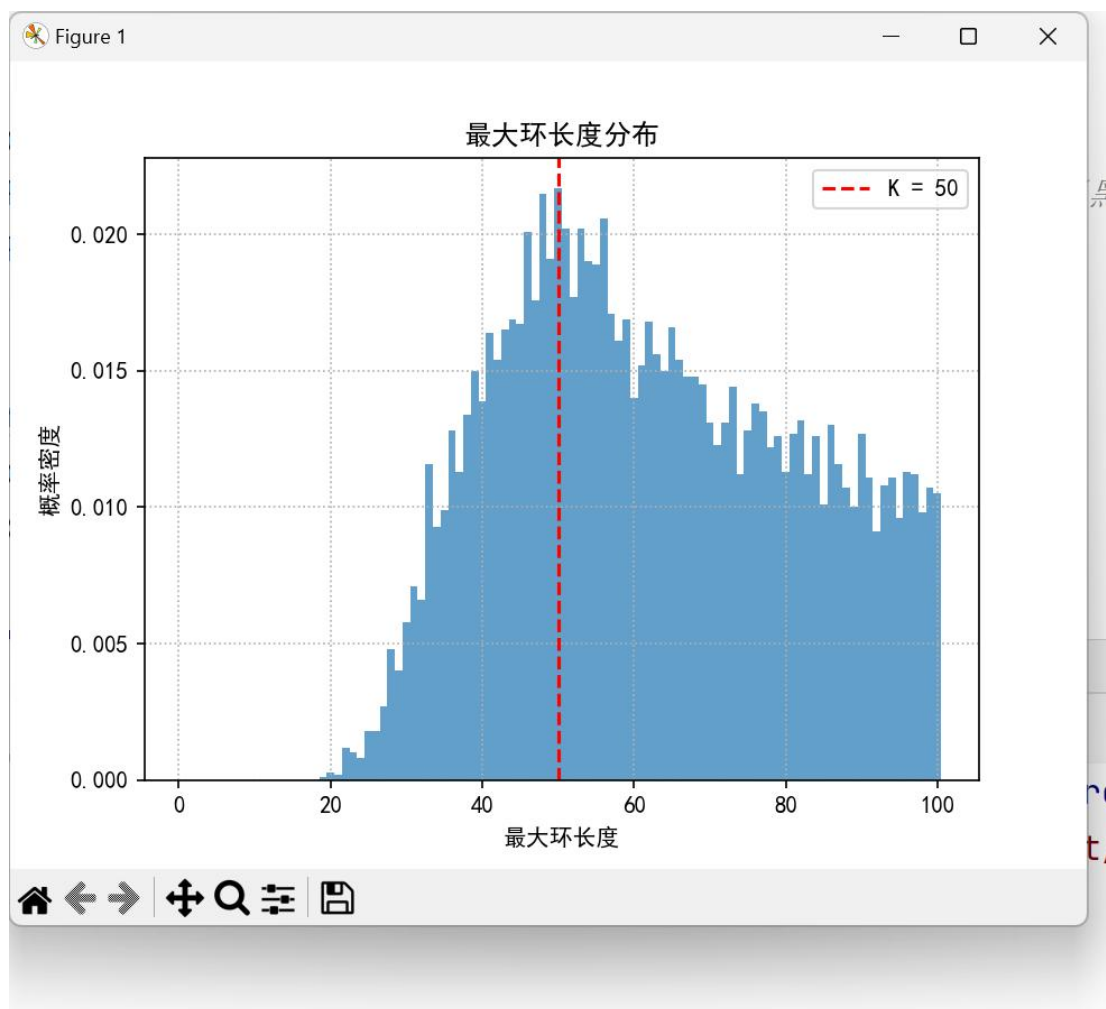
方法：每个囚犯进入房间后，随机选择 50 个不同的盒子打开。

分析：对单个囚犯来说，在 100 个盒子中随机选 50 个，找到自己编号的概率是 $50/100 = 1/2$ 。

整体成功率：由于每个囚犯的成功是独立事件，所有 100 名囚犯都成功的概率是 $(1/2)^{100}$ 。这是一个极其微小的数字（约等于 7.8×10^{-31} ），意味着这个策略几乎注定会失败。

策略 2：循环策略 (Cycle-Following Strategy)

方法：这是一个非常巧妙的策略。囚犯 i 首先打开编号为 i 的盒子。然后，他查看盒子里纸条的编号，假设为 j ，接着就去打开编号为 j 的盒子，如此往复，形成一条“链”。



图表分析：

直方图：这张图展示了在 10000 次模拟中，每一次实验所产生的最大环的长度分布。

X 轴：代表最大环的长度。

Y 轴：代表出现的概率密度。

红色虚线：这是 $K=50$ 的成功/失败分界线。所有在这条线左侧（包括线上）的实验都代

表囚犯们成功获释。所有在这条线右侧的都代表失败。

结论：通过目测计算红色虚线左侧所有柱状图的面积之和，就可以得到总的成功概率。这个面积约占总面积的 31%，与我们的模拟结果和理论计算完全吻合。。