

Wittgenstein: del atomismo al holismo lógico. Filosofía de las matemáticas

Carlos Alberto Cardona Suárez

La claridad filosófica tendrá la misma influencia en el crecimiento de las matemáticas que la que tiene la luz solar en los tallos de las papas. (En el sótano oscuro crecen por metros.)

Ludwig Wittgenstein¹

Un número importante de observaciones tomadas de las obras de Wittgenstein ha servido de referencia para estructurar algunas perspectivas en el ámbito o bien de la filosofía del lenguaje, o bien de la filosofía de la psicología, o bien de la filosofía de las matemáticas. No obstante, no es posible hablar de una filosofía del lenguaje, de la psicología o de las matemáticas en el sentido clásico del término. La filosofía de las matemáticas, por ejemplo, podría definirse como aquella rama de la filosofía que se ocupa de los problemas que surgen en el que hacer de los matemáticos y deben ser calificados como problemas filosóficos y que por su naturaleza no entorpecen el curso de la investigación matemática. Nos estamos refiriendo a preguntas tales como: ¿cuál es la naturaleza de la actividad matemática? ¿Qué tipo de existencia le corresponde a los llamados objetos matemáticos? ¿Cuál es la fuente de la verdad de las proposiciones matemáticas? ¿Qué tipo de conexión debe existir entre las proposiciones matemáticas y el mundo material para que sea posible hacer uso de ellas en la descripción de tal mundo? Etc. Estas preguntas han dado origen al

¹ CF II, V, 25, p. 753. (Para las abreviaturas de las obras de Wittgenstein y las referencias bibliográficas, véase la *Bibliografía* impresa al final de este volumen.)

desarrollo de diferentes programas de investigación que se han alimentado del debate mutuo acerca de sus fundamentos. Las observaciones de Wittgenstein a propósito de la filosofía de las matemáticas no pueden encasillarse en el estrecho marco de un programa de investigación, ni pueden hacerse partícipes del mismo tipo de motivación de tales programas. La investigación filosófica wittgensteiniana no pretende responder positivamente a tales preguntas, pretende hacer claro el carácter ilegítimo de las mismas y curar así al matemático de la tentación natural de hacer filosofía. Albert Einstein decía en cierta ocasión que el hombre de ciencia debía por su propia cuenta hacerse cargo de los problemas filosóficos que emanaban de la actividad científica porque él mejor que nadie sabía en dónde le apretaba el zapato; Wittgenstein, por su parte, pretendía mostrar que no debe existir ninguna molestia de carácter filosófico que provenga de los zapatos con los que recorremos el mundo, que tal incomodidad en el zapato suele ser una ilusión causada por la falta de una visión sinóptica del lenguaje en el que formulamos tales molestias. El objeto de la filosofía, a la manera de Wittgenstein, consiste en la aclaración de nuestros pensamientos. Esto puede sostenerse tanto del llamado primer Wittgenstein como del segundo; sin embargo, la estrategia elucidatoria es diferente en cada uno de los períodos mencionados. En la presente conferencia nos ocuparemos de uno de los tópicos relacionados tanto con el cambio de estrategia como con el cambio de perspectiva en relación con la naturaleza de las llamadas proposiciones matemáticas: los elementos que motivaron la transición del atomismo al holismo lógico.

En aquellas escasas y extrañas ocasiones en las que es posible hablar de dos, o más, creaciones o sistemas diferentes en cabeza de un solo filósofo, los críticos suelen tener problemas muy serios con los escritos que bien podríamos denominar de transición. Es difícil renunciar a la sensación de estar leyendo obras acabadas cuando leemos los escritos de pensadores tan diversos como Platón o Kant. Cualquier escrito de Platón parece ya una obra de madurez aunque podamos advertir que haya sido escrito en un temprano momento de su actividad. Algo parecido ocurre con los escritos de Kant. No es fácil encontrar allí momentos o fragmentos de dubitación. En la *Crítica de la razón pura*, por ejemplo, todo parece claramente definido desde el primer momento. Allí encontramos cada cosa en su lugar y reconocemos que cada lugar estaba ya prefigurado para la cosa que efectivamente alberga. Es tal la imagen que nos hemos ido formando del filósofo de

Königsberg que difícilmente podríamos concebir a Kant dispuesto a dar marcha atrás para construir un nuevo sistema o una nueva arquitectónica de la razón. Es tal el peso paradigmático de la *Crítica de la razón pura* que resulta muy sencillo llegar a creer que se trata de un monumento inmune, es decir, un documento preparado para responder a cualquier crítica pasada, presente o por venir. Algo muy diferente, diríamos más bien diametralmente opuesto, ocurre con aquellos escritos que hemos llegado a reconocer como provenientes de la pluma de Ludwig Wittgenstein. Aquel lector acostumbrado ya a la rigidez cristalina de Kant puede llegar incluso a encontrar chocante la vacilación, en ocasiones neurótica, presente en los escritos de Wittgenstein. Podemos llegar a pensar que cada cosa está fuera de su lugar y que cada lugar estaba prefigurado para una cosa diferente a la que alberga. No pretendo hacer una disertación acerca del estilo muy peculiar con el que Wittgenstein expone sus ideas; de hecho no es muy claro si a lo que aspira es a una exposición terminada de un pensamiento acabado. Es difícil creer que las ideas de Kant puedan llegar a plasmarse en breves aforismos, a la manera de las *Investigaciones filosóficas*, e igualmente difícil resulta pensar que las ideas de Wittgenstein puedan llegar a plasmarse en la prosa aséptica de la *Crítica de la razón pura*². Creo que cada una de las obras mencionadas perdería parte del encanto al que ya nos hemos ido acostumbrando.

Uno de los ejemplos aclaratorios más simples y a la vez más profundos empleado por Wittgenstein en *Los cuadernos azul y marrón* es precisamente el caso de la organización de una biblioteca (BB 44). Deseo comentar sus consecuencias. Contamos con una cantidad importante de libros arrojados sobre el suelo y nuestra tarea consiste en colocarlos con cierto orden en los estantes de una biblioteca. La biblioteca tan sólo posee esto: unos estantes rígidos. No contamos, por ejemplo, con rótulos prediseñados y preinstalados por una autoridad

2. En el prólogo a las *Investigaciones filosóficas* aclara Wittgenstein: "He redactado como anotaciones, en breves párrafos, todos esos pensamientos. A veces en largas cadenas sobre el mismo tema, a veces saltando de un dominio a otro en rápido cambio. -Mi intención era desde el comienzo reunir todo esto alguna vez en un libro, de cuya forma me hice diferentes representaciones en diferentes momentos. Pero me parecía esencial que en él los pensamientos debieran progresar de un tema a otro en una secuencia natural y sin fisuras. Tras varios intentos desafortunados de ensamblar mis resultados en una totalidad semejante, me di cuenta de que eso nunca me saldría bien. Que lo mejor que yo podía escribir siempre se quedaría sólo en anotaciones filosóficas; que mis pensamientos desfallecían tan pronto como intentaba obligarlos a proseguir, contra su inclinación natural, en una sola dirección" (IF p.11).

superior. No existe algo así como un rotulo que diga: *Metafísica*, de tal manera que nuestra labor se limite a seleccionar los libros que consideramos que tratan de Metafísica para ubicarlos en la región para la cual el rotulo estipula sus límites. Hay muchas formas de llevar a cabo la tarea. En particular, Wittgenstein se detiene en dos estrategias. Por un lado, podemos diseñar una arquitectónica de la biblioteca y cuando tomemos cada libro podemos advertir, en virtud de su contenido, cuál es la región que debe ocupar en la misma. Acto seguido debemos ubicar el libro en el sector que ha sido diseñado y concebido para él. Difícilmente estaremos dispuestos a cambiar un libro de lugar. Cada movimiento tendrá la forma de un movimiento definitivo. Por otro lado, podemos tomar varios libros y, después de advertir que poseen un cierto *parecido de familia*, colocarlos en fila sobre un estante. Esto señala simplemente que tales libros, por lo pronto, deben permanecer cerca, dondequiera que sea siempre que estén cerca. En la medida en que ordenemos la biblioteca, éstos libros pueden cambiar de lugar y eventualmente puede ocurrir que la pretendida unidad inicial se vea rota en virtud de nuevas exigencias que van apareciendo en el desarrollo de la tarea. Haberlos colocado juntos no era la expresión de una tarea cumplida, sino la expresión de un paso preliminar. Los dos métodos exhiben dos formas diferentes de hacer filosofía. El primero ilustra el estilo de Kant, el segundo ilustra el estilo de Wittgenstein. “Algunos de los mayores logros en filosofía”, complementa Wittgenstein, “sólo podrían compararse con el hecho de coger algunos libros que parecían tener que estar juntos y colocarlos sobre estantes diferentes, no siendo definitivo sobre sus posiciones más que el hecho de que ya no están uno al lado del otro”³ (BB 44-45). La filosofía no se ocupa, entonces, de preparar *a priori* el andamiaje de todo conocimiento posible, no pretende intervenir en la tarea del físico, del biólogo, del matemático o del psicólogo. La actividad del filósofo, concebida a la manera

3. No es fácil advertir si Wittgenstein se refiere a los logros en la filosofía practicada a su manera, o a los logros en la filosofía practicada a la manera que desea criticar. Esta observación contrasta con la siguiente nota tomada de las *Lectures on the Foundations of Mathematics*: “Como gentes primitivas estamos mucho más inclinados a decir, ‘Todas estas cosas, aunque parecen diferentes, son realmente la misma’ que lo que estamos para decir ‘Todas estas cosas, aunque parecen la misma, son realmente diferentes.’” (LFM 15). La mayor cantidad de problemas en filosofía, según Wittgenstein, surge de analogías mal planteadas. En ese sentido la terapia wittgensteiniana se torna útil cuando pretende mostrar que dos cosas que parecen la misma son realmente diferentes. En términos de las recomendaciones de *Los cuadernos azul y marrón*: Tomar algunos libros que parecían tener que ir juntos y colocarlos en estantes diferentes.

de Wittgenstein, consiste en separar aquellos elementos del lenguaje que por una suerte de confusión tendemos a reunir sin atender al hecho de que pertenecen a esferas diferentes. Algo muy distinto a la *articulatio* pretendida por Kant.

En el marco del *Tractatus*, Wittgenstein sostiene que las denominadas proposiciones matemáticas carecen de sentido y, en consecuencia, no son *stricto sensu* proposiciones. Las llamamos proposiciones en un acto de cortesía y consideración. Las expresiones matemáticas son, en el contexto del *Tractatus*, ecuaciones. No es necesario ir tan lejos para advertir que esta formulación general difícilmente puede abarcar toda la actividad matemática. No hay duda en que la sugerencia de Wittgenstein limita drásticamente el marco de las preocupaciones matemáticas. No es posible, al menos en principio, advertir la manera como las proposiciones de la Geometría, por ejemplo, podrían reducirse a ecuaciones. Esta limitación ya la había advertido Ramsey en su *Nota Crítica* al *Tractatus* escrita en 1923:

No veo cómo puede suponerse que esta explicación cubra el total de las matemáticas; es evidentemente incompleta, dado que existen también las desigualdades, que son más difíciles de explicar. (Ramsey 1923, 43).

Algunas observaciones críticas, varias de ellas provenientes del agudo olfato de Ramsey, obligaron a Wittgenstein a transformar radicalmente su postura frente a la naturaleza de las proposiciones en general y frente a la estructura de las proposiciones matemáticas en particular. Las proposiciones de la Matemática no describen un estado de cosas, se encargan de mostrar rasgos internos de nuestro simbolismo y es por esa razón que carecen de sentido sin ser propiamente sin-sentidos similares a “agiliscosos giroscaban los limasones”.

La desmantelación del *Tractatus* no se produjo a partir de algún punto particular que pudiera hacer las veces de una *anomalía* en el lenguaje de Kuhn. El *Tractatus* tenía muchas fisuras y era previsible que por cualquiera de ellas se fracturara. Wittgenstein advirtió simultáneamente muchos problemas como si se tratara de una casa deteriorada que empieza a filtrar el agua ahora aquí, más tarde allí, al cabo de un rato más allá y, después de un tiempo no muy breve, nos encontraríamos sumidos en un torrencial aguacero en el interior de la casa que nos supo acoger durante un trayecto importante de nuestra existencia. El problema de la exclusión de los colores, en particular, ha llegado a ocupar un lugar importante en el estudio de la transición de las ideas de Wittgenstein. Trataremos de aclarar inicialmente la forma como

aparece el problema de la exclusión de los colores en el *Tractatus lógico-philosophicus*. Este problema se sugiere en forma explícita en el aforismo 6.3751; sin embargo, el problema no se percibe si no se plantea el contexto general del *Tractatus*. Veamos entonces el aforismo y exploremos a continuación el contexto en el que aparece inmerso.

Que dos colores, por ejemplo, se encuentren simultáneamente en un punto del campo visual, es imposible, lógicamente imposible, porque lo excluye la estructura lógica del color. (ILP 6.3751)

Se trata de uno de los muy escasos casos en los que Wittgenstein acude a un ejemplo para ilustrar su posición. Si A alude a una mancha en el campo visual, las proposiciones "A es rojo en el tiempo t" y "A es verde en el tiempo t" se excluyen mutuamente. La exclusión es, además, una exclusión lógica. En el contexto del *Tractatus* debemos decir que se contradicen; en el contexto del segundo Wittgenstein conviene decir que se excluyen lógicamente. Pero, ¿qué trata de ejemplificar Wittgenstein? El aforismo 6.3751 es la única aclaración al aforismo 6.375 que establece que así como sólo existe la *necesidad lógica*, así mismo tan sólo existe la *imposibilidad lógica*. Los conceptos de *necesidad lógica* e *imposibilidad lógica* constituyen una pareja indisociable en el marco de la filosofía wittgensteiniana, tanto en los primeros escritos como en los textos tardíos. Ahora bien, 6.375 es una de las cinco aclaraciones a 6.37. Realmente percibo sólo tres aclaraciones, no cinco, 6.371, 6.373 y 6.375. Yo propondría, en consecuencia, renombrar 6.372 como 6.3711 (una aclaración del anterior), 6.373 como 6.372 (segunda aclaración de 6.37), 6.374 como 6.3721 (una aclaración del anterior), 6.375 como 6.373 (tercera aclaración de 6.37), y, por último, 6.3751 como 6.3731 (aclaración de la tercera aclaración de 6.37). Presento a la izquierda el esquema de Wittgenstein y a la derecha el esquema que propongo:

6.37		6.37	
	6.371		6.371
	6.372		6.3711
	6.373		6.372
	6.374		6.3721
	6.375		6.373
	6.37		6.3731
	51		

El aforismo 6.37, que se encuentra en la base de la discusión que pretendemos desentrañar, estipula que tan sólo existe la *necesidad lógica*. Ahora bien, éste aforismo es una de las siete aclaraciones del aforismo 6.3. Empecemos, entonces, a desenrollar el ovillo por este extremo. El grupo de aforismos 6.1... constituye el movimiento final de la pieza musical que desentraña la naturaleza de las proposiciones de la lógica, el grupo de aforismos 6.2... se ocupa de las proposiciones de la matemática, el grupo de aforismos 6.3... desentraña la naturaleza de una buena parte de lo que queda fuera de la lógica, en particular las proposiciones de la ciencia natural, el grupo de aforismos 6.4... se ocupa de las pretendidas proposiciones de la ética, y, por último, el grupo de aforismos 6.5... atiende a las llamadas proposiciones de la filosofía. Sobra advertir que el grupo de aforismos 6... es el grupo con el que se cierra el *Tractatus*; allí están puestos los puntos finales, por decirlo de alguna manera. Regresemos a 6.3: "La investigación lógica significa la investigación de *toda regularidad*. Y fuera de la lógica todo es casual." (TLP 6.3). El énfasis hay que advertirlo en la segunda parte; mientras 6.1 se ocupa de la lógica, 6.2 de la matemática, que al fin de cuentas es un método lógico, 6.3 lo hace de lo que queda fuera de la lógica. Debemos concluir, entonces, que las tautologías y las ecuaciones estipulan todas las regularidades. Ahora bien, las siete aclaraciones a 6.3 tienen un carácter plenamente terapéutico, se ocupan de las tentaciones que sentimos de adscribir a otras proposiciones las pretensiones de ocuparse de las *regularidades*. Veamos el esquema en una tabla:

- | | |
|------|--|
| 6.3 | La investigación lógica es la investigación de toda regularidad. Por fuera todo es casual. |
| 6.31 | La ley de inducción no es una ley lógica, no puede ser <i>a priori</i> . |
| 6.32 | La ley de causalidad no es una ley, es la forma de una ley. |
| 6.33 | La ley de conservación no es una ley <i>a priori</i> , es la forma de una ley. |
| 6.34 | El principio de razón, de la continuidad de la naturaleza, de la mínima acción y otros similares, no son leyes, son <i>intuiciones a priori</i> de las posibles formas de las proposiciones de la ciencia. |

- 6.35 Los principios mencionados en 6.34 no describen un estado de cosas en el mundo, pertenecen a las normas de descripción, no a lo descrito.
- 6.36 “Hay leyes naturales” pertenece al conjunto de cosas que se muestran. Lo que ésta expresión pretende decir no puede ser dicho a través de una proposición.
- 6.37 No hay necesidad en las conexiones causales, la única necesidad es la necesidad lógica.

El último aforismo es una reafirmación de que todo lo que no pertenece a la lógica es casual. Los tres aforismos que aclaran 6.37, según el conteo propuesto, son también de naturaleza terapéutica, desenmascaran las tentaciones naturales a las que nos vemos abocados cuando creemos que las conexiones causales son de alguna forma necesarias. Veámos esto también en un esquema⁴:

- 6.371 Las leyes naturales no son la explicación de los fenómenos naturales.
- 6.3711 Los hombres modernos desconocen el carácter no descriptivo de las llamadas *leyes naturales*.
- 6.372 No hay conexión entre el mundo y mi voluntad.
- 6.3721 Si ocurriese lo que deseamos, eso sólo sería una feliz coincidencia.
- 6.373 Así como sólo hay necesidad lógica, así mismo sólo existe imposibilidad lógica.
- 6.3731 Se ofrece el ejemplo de la exclusión de los colores.

Este rodeo nos permite regresar entonces a la exclusión de los colores. Voy a retomar la nomenclatura sugerida por Wittgenstein. Citemos nuevamente la primera parte del aforismo: “Que dos colores, por ejemplo, se encuentren simultáneamente en un punto del campo visual, es imposible, lógicamente imposible, porque lo excluye la estructura lógica del color.” (TLP 6,3731). Por lo pronto pasaremos por alto la problemática referencia al tiempo en las

4. En la presentación del esquema atiendo la estructura que he propuesto. Así que el lector que desee seguir el texto en el *Tractatus* debe atender a la modificación que he propuesto a la nomenclatura. Los que he denominado aforismo 6.371 y 6.372 tienen un estrecho parecido con los aforismos 5.1361 y 5.1362.

proposiciones que se exhiben a manera de ejemplo. Si asumimos el sentido en el que hemos denominado a estas aclaraciones *terapéuticas*, podemos entender así el pretendido ejemplo de Wittgenstein: El caso de la exclusión de los colores muestra un claro ejemplo de una situación en la que nos sentiríamos fuertemente tentados a reconocer algo como una imposibilidad física cuando en el fondo se trata de una imposibilidad lógica determinada por la estructura lógica del color. ¿A qué se refiere Wittgenstein con *estructura lógica del color*? No existe una respuesta a ésta pregunta en el *Tractatus* y, como veremos más adelante, allí existe una fuente del resquebrajamiento del análisis practicado en dicho texto.

No sabemos en qué consiste exactamente la estructura lógica del color, pero sí podemos decir a qué se refiere Wittgenstein con una estructura lógica en general. La ontología del *Tractatus* exige que el mundo esté constituido por hechos, no por cosas (TLP 1.1); los hechos atómicos –o estados de cosas (*Sachverhalt*)– son una combinación de objetos (TLP 2.01) y los estados de cosas son independientes unos de otros (TLP 2.061, 2.062). La proposición describe un estado de cosas (TLP 3.144) y debe, en consecuencia, compartir la forma lógica con el estado de cosas que pretende describir. Dado que los estados de cosas son independientes unos de otros, las proposiciones elementales deben ser también independientes unas de otras; no es posible inferir el valor de verdad de una proposición elemental a partir del valor de verdad de otra (TLP 5.134). Este punto se puede ver con más claridad a partir del siguiente razonamiento: Sean *p* y *q* dos proposiciones elementales, supongamos también que del valor de verdad de *p* podemos inferir el valor de verdad de *q*; en este último caso debe ocurrir que el sentido de *q* esté de alguna manera contenido en el sentido de *p* y, en consecuencia, *p* no sería una proposición elemental. Este último resultado contradice el punto de partida. La independencia de las proposiciones atómicas se resalta, a manera de recordatorio, en el aforismo que tanto nos preocupa. En la parte final del aforismo 6.3751 dice Wittgenstein: “(Es claro que el producto lógico de dos proposiciones elementales no puede ser ni una tautología ni una contradicción. La afirmación de que un punto en el campo visual tenga dos colores diferentes al mismo tiempo es una contradicción).” De otra parte, una proposición compleja oculta su forma lógica. Es tarea del análisis lógico expresar cada proposición compleja en términos del análisis veritativo funcional en el que participan las proposiciones elementales. Así las cosas, una proposición com-

pleja se dice completamente analizada cuando conozco las funciones veritativas de las proposiciones elementales (TLP 5.5). La dependencia lógica entre proposiciones, como sintetizan Baker y Hacker (1980, I, 89) en la reconstrucción que hacen de las *Investigaciones filosóficas*, es una señal de complejidad interna. Si 'p' implica 'q', algún constituyente de 'p' debe ser complejo para que el sentido de q esté contenido en el de p. Así, si la complejidad se elimina por el análisis, las proposiciones elementales resultantes deben ser lógicamente independientes. Reconstruyamos el problema separando las premisas fundamentales:

- (1) Una proposición está completamente analizada si conozco a cabalidad su esquema veritativo funcional.
- (2) Las proposiciones elementales son independientes entre sí.
(Corolario 2') No es posible inferir el valor de verdad de una proposición elemental a partir del valor de verdad de otra proposición elemental.
- (3) Sólo existe la *necesidad lógica*.
(Corolario 3') Sólo existe, en consecuencia, la *imposibilidad lógica*.
- (4) "A es rojo y, simultáneamente, A es verde " expresa una imposibilidad.

A partir de (4) y (3') se deduce que P: "A es rojo y, simultáneamente, A es verde" expresa una imposibilidad lógica. En consecuencia P es una contradicción. Ahora bien, si P es una contradicción esto debe mostrarse en su análisis veritativo-funcional. En particular, P debe ser (F) para todos los posibles valores de verdad de sus proposiciones elementales. Si asumimos que P está completamente analizada tenemos que afrontar serios problemas. Veamos:

A es rojo	A es verde	A es rojo & A es verde
V	V	F
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Este esquema tiene dificultades en la primera línea, pues la conjunción expresa una multiplicidad lógica diferente a las posibilidades reales. Del análisis veritativo funcional no se desprende que la primera línea sea (F). Esta línea debería ser excluida si contáramos con una notación perfecta. En otras palabras, si P es necesariamente falsa (es decir, P es una contradicción), de la verdad de "A es rojo" debería inferir la falsedad de "A es verde", siempre que suprimamos arbitrariamente la primera línea del producto lógico o la sustituyamos arbitrariamente por (F). Esta alternativa nos conduce a debilitar (2). Si insistimos en conservar la primera línea nos vemos en la obligación de debilitar (1). Esto pondría en evidencia que la sintaxis del simbolismo no bastaría para exhibir una contradicción y que tendríamos, en consecuencia, que apoyarnos en algo ajeno a la lógica misma. Esta situación complica la estructura y las intenciones del *Tractatus* pues mostraría, entre otras cosas, que la lógica no se basta a sí misma.

Podemos plantear la dificultad en estos términos:

- *Primera alternativa:* Si la imposibilidad de P es una verdad lógica y P se encuentra totalmente analizada, fracturamos el *Tractatus* a través de (1) y (2).
- *Segunda alternativa:* Si la imposibilidad de P es una verdad empírica (Sintética *a priori*) fracturamos el *Tractatus* a través de (3).

Si tuviéramos que establecer una relación de orden entre las dos alternativas diríamos, sin vacilar, que la segunda alternativa reviste una mayor gravedad, ella no sólo haría volar el *Tractatus* por el aire, sino que obligaría a Wittgenstein a renunciar a una de sus máximas centrales: La única necesidad que existe es la necesidad lógica. Podemos, pues, prever exclusivamente movimientos en torno a la primera alternativa. Ahora bien, si aceptamos el antecedente de la primera alternativa tendríamos que modificar algunas partes sustanciales de la sintaxis del *Tractatus*. En consecuencia, lo más sensato, al menos en principio, consiste en revisar los elementos del antecedente. La primera alternativa posee dos partes en el antecedente. Negar la primera de ellas nos conduce directamente a la segunda alternativa, en consecuencia optaremos por negar la segunda parte. La solución, al menos la que ofrece Wittgenstein en el *Tractatus*, consiste en proponer que P no se encuentra totalmente analizada. Presentemos en forma esquemática la solución que ofrece Wittgenstein en la última parte del aforismo 6.3751:

- El producto lógico de dos proposiciones elementales no puede ser una contradicción.
- “A es rojo y, simultáneamente, A es verde” es una contradicción.
- Por lo tanto: “A es rojo” y “A es verde” no son proposiciones elementales.

La profundidad del problema de la exclusión de los colores fue captada en forma absolutamente clara por Ramsey en la reseña del *Tractatus* referida unas líneas atrás. Se trata de un texto que conviene citar en extenso por tres razones. Primero, para valernos de la muy bien lograda síntesis de Ramsey, que sin duda supera la que he presentado unas páginas atrás, segundo, para exaltar el olfato crítico de Ramsey y destacarlo como uno de los lectores más acuciosos del *Tractatus*, y, tercero, para discutir la solución que él le atribuye a Wittgenstein.

Una proposición genuina, según un principio de Wittgenstein, afirma algo posible, pero no necesario, y, de ser esto verdad, constituye un descubrimiento de gran importancia. Este principio resulta de su análisis de la proposición como expresión de acuerdo o desacuerdo con las posibilidades de verdad de proposiciones elementales independientes. Por lo tanto, la única expresión de una necesidad está dada por la tautología; la única expresión de imposibilidad, por la contradicción. Esta tesis es difícil de sostener, porque Wittgenstein admite que un punto en un campo visual no puede ser a la vez rojo y azul. Por otra parte, como considera que la inducción no posee una justificación lógica, ninguna razón impide pensar en un punto visual a la vez rojo y azul. Pero él dice que “esto es a la vez rojo y azul” es una contradicción, lo cual implica que conceptos aparentemente simples como el de rojo y azul (suponiendo que denotamos con estas palabras matices bien determinados) son en realidad complejos y formalmente incompatibles. Wittgenstein intenta explicar esto por medio de un análisis de los colores en términos de vibraciones. Pero aún en el caso en que el físico nos proporcione un tal análisis de lo que significamos por “rojo”, sólo se logra con esto trasladar la dificultad a las propiedades *necesarias* del espacio, el tiempo y la materia o el éter. Su respuesta descansa explícitamente en la *imposibilidad* de que una partícula se encuentre en dos lugares al mismo tiempo. Estas propiedades necesarias del espacio y del tiempo, son difícilmente reductibles a semejanza del caso anterior. Por ejemplo, si consideramos *entre*, en su sentido temporal, en relación con mis experiencias; si B está entre A y D, C entre B y D, entonces C debe estar entre A y D, pero es difícil considerar esto como una tautología formal. (Ramsey 1923, 41-2; en cast. 262-3.)

Ramsey interpreta cabalmente la dificultad pero se apresura cuando interpreta el segundo párrafo del aforismo 6.3751 como una alternativa de solución de Wittgenstein. Personalmente creo que si existe un párrafo desafortunado en el *Tractatus*, este es sin duda el más desatinado. No es fácil advertir qué pretende Wittgenstein con tal aclaración. Pero lo más sensato es no leerla como una pretendida explicación física de una imposibilidad lógica. Si la leemos en esos términos, le estaríamos atribuyendo a Wittgenstein una de las faltas más graves que él mismo advierte en una investigación lógica:

Nuestro principio fundamental es que toda cuestión que pueda resolverse por la lógica, puede resolverse sin más. (Y si llegásemos a una situación en que tuviésemos necesidad de contemplar el mundo para poder responder a un tal problema, esto sería señal de que seguíamos un camino fundamentalmente equivocado). (TLP 5.551)

Así que si el segundo párrafo aporta una explicación física a una imposibilidad lógica, como sugiere Ramsey, estaríamos, entonces, siguiendo un camino fundamentalmente equivocado. Citemos, pues, el párrafo de la discordia, párrafo que omití intencionalmente en la presentación preliminar del problema:

Consideremos cómo se presenta esta contradicción en física. Más o menos como sigue: Una partícula no puede tener dos velocidades al mismo tiempo; es decir, que no puede al mismo tiempo estar en dos sitios; es decir, que partículas en diferentes lugares y al mismo tiempo no pueden ser idénticas. (TLP 6.3751)

Creo que resulta menos problemático si pensamos que Wittgenstein pretende mostrar cómo puede aparecer una contradicción similar en un lenguaje físico y no fenomenológico. No se sugiere un camino de solución, se advierte la misma dificultad en otra esfera diferente. En ese orden de ideas, Wittgenstein compartiría plenamente la observación siguiente de Ramsey, a saber, que estas nuevas dificultades son tan difícilmente reductibles como las anteriores. Que Wittgenstein está de acuerdo con la advertencia de Ramsey se ve con mayor claridad en la siguiente observación de los *Notebooks*:

Un punto no puede ser rojo y verde al mismo tiempo: a primera vista nada parece indicar que se trate de una imposibilidad lógica. Pero el singular lenguaje de la física reduce esto a una imposibilidad cinética [...]. El hecho de que una partícula no pueda estar en dos lugares al mismo tiempo se parece más a una imposibilidad lógica. (NB, 16.8.16)

La expresión “el lenguaje de la física reduce esto a...” parece darle la razón a Ramsey, sin embargo, el conjunto del aforismo se puede leer así: Si pretendiéramos reducir ésta incompatibilidad al lenguaje de la física, igualmente nos toparíamos con una imposibilidad lógica del mismo estilo.

“A es rojo” no es, entonces, una proposición elemental. Si queremos mantener intacta la estructura del *Tractatus* debemos proponer un análisis completo de la proposición o un criterio para llevarlo a cabo. Esta tarea nos conduce a otra dificultad adicional. Podríamos, en principio, pensar en una alternativa similar a la siguiente: “A es naranja” podría eventualmente analizarse como “A posee algo de rojo y algo de amarillo” –no estamos obligados a pensar en la exclusión–, en tanto que “A es rojo” podría analizarse como: “A posee todo de rojo y nada de amarillo”. El análisis podría así contener la exclusión que nos interesa. Cuando se dice “A es rojo” de esta manera, se excluye *a priori* que A sea amarillo. Sin embargo, este tipo de estrategia exige que podamos introducir cuestiones de grado en el análisis. En otras palabras, esto nos conduciría a reconocer que los números deben hacer parte del análisis. Esta sugerencia introduce otra grieta en el *Tractatus* en un punto completamente diferente a los considerados hasta el momento. Me estoy refiriendo al aforismo 4.128: “Las formas lógicas son *anuméricas*”. Número es un concepto formal (TLP 4.1272) y, en consecuencia, no puede expresarse ni hacer parte de una proposición. La variable es el signo proposicional de un concepto formal. Así, para el caso del concepto formal “objeto”, en lugar de decir “Existen dos objetos tales que...” decimos simplemente: “(x) (y)”. El número en el *Tractatus* aparece como el exponente de una operación (TLP 6.021) y una operación no describe un estado de cosas (TLP 5.25). De hecho una operación no dice nada. Esto nos lleva a reconocer que el número no hace parte de la estructura interna de una proposición. En ella sólo hay nombres encadenados y un número no puede ser un nombre. Así las cosas, la primera alternativa se ha hecho más compleja. Replanteemos los términos de la alternativa y anexemos las nuevas condiciones:

- Si la imposibilidad de P es una verdad lógica y P se encuentra totalmente analizada, fracturamos el *Tractatus* a través de (1) y (2).
- P es una contradicción.
- P debe ser *anumérica*.

Esta situación nos conduce a dos alternativas. O bien logramos concebir la forma de introducir los números en el análisis de P , renunciando a 4.128, o bien renunciamos a la sintaxis original del *Tractatus* y revisamos 5.5 y 5.134 (la dependencia veritativo funcional y la independencia de las proposiciones atómicas). Cualquiera de las dos alternativas supone variaciones serias en el *Tractatus*. Al regresar a Cambridge en 1929 y posiblemente motivado por las discusiones con Ramsey,⁵ Wittgenstein decidió explorar el camino sugerido por la primera alternativa. Este intento concluyó en la elaboración del artículo conocido bajo el título de *Algunas observaciones sobre la forma lógica* (RLF). Este artículo fue preparado para una Sesión Conjunta de *The Aristotelian Society*, pero Wittgenstein decidió retirar dicha ponencia de la sesión. Wittgenstein prefirió, más bien, hablar acerca del infinito. Infortunadamente, el texto se ha extraviado. En 1933 en una carta dirigida al director de *Mind* y con el objeto de protestar ante la recensión de su obra por parte de R. B. Braithwaite, Wittgenstein calificó este artículo (*Algunas observaciones sobre la forma lógica*) con el calificativo de “flojo”⁶. En el artículo se perfila un distanciamiento de 4.128. Wittgenstein lo plantea así:

Y aquí deseo hacer mi primera observación definitiva acerca del análisis lógico de los fenómenos reales: es ésta, que para su representación los números (rationales e irracionales) han de ser parte de la estructura de las proposiciones atómicas mismas [...]. La existencia de números en las formas de las proposiciones atómicas es, en mi opinión, no simplemente una característica esencial, y en consecuencia inevitable, de la representación. Así, los números tendrán que formar parte de estas formas cuando –como diríamos en el lenguaje ordinario– estamos tratando con propiedades que admiten gradación, esto es, propiedades como la longitud de un intervalo, el grado de un tono, el brillo o la rojez de una tonalidad de color, etc. (RLF 31-2)

Para ilustrar esta posibilidad Wittgenstein presenta el símbolo “[6-9, 3-8]R” para aludir a la mancha rectangular de color Rojo que se extiende en forma continua entre el intervalo que va de 6 a 9 en el eje X, y de 3 a 8 en el eje Y de un sistema de coordenadas cartesianas. No obstante, “Rojo” sigue siendo un término sin analizar. El enunciado

5. En el prólogo de IF, Wittgenstein reconoce la influencia que recibió a partir de las discusiones sostenidas con Frank Ramsey.

6. Correspondencia del 12 de abril de 1933 con el editor de *Mind*, R. B. Braithwaite. (En: PO 156.)

que atribuye un grado a una cualidad no puede, sin embargo, ser analizado. Veamos por qué. Si $E(b)$ es el enunciado que afirma que E posee un brillo b , $E(2b)$ diría que E posee dos grados de brillo. Este último enunciado no puede analizarse como el producto lógico $E(b) \& E(b)$, pues este producto es simplemente igual a $E(b)$ ⁷. Si intentamos analizarlo en estos términos: $E(b) \& E(2b)$, estaríamos involucrando lo que queremos analizar en el análisis mismo. Por último, si sugerimos: $E(b') \& E(b'')$ estaríamos asumiendo dos unidades de brillo diferentes y si decimos que una de las dos entidades posee una unidad de brillo, no sabríamos acerca de cuál de las dos se trata. De cualquier manera, "&" no alude a una adición sino a una conjunción. La conclusión a la que llega Wittgenstein es, entonces: "Pienso que el enunciado que atribuye un grado a una cualidad no puede ser analizado más y, además, que la relación de diferencia de grado es una relación interna y que por lo tanto está representada por una relación interna entre los enunciados que atribuyen los distintos grados." (RLF, p. 33). Los números deben, entonces, formar parte de las proposiciones elementales.

La proposición "El punto L es rojo en el instante de tiempo t " posee la siguiente estructura " $()Lt$ ", en donde la gramática de $()$ exige la presencia exclusivamente de un solo color, así como las sillas de un teatro dejan espacio sólo para una persona. Así las cosas, cuando construimos la conjunción " $(R)Lt \& (A)Lt$ " debemos pensar en las siguientes posibilidades*:

$(R)Lt$	$(A)Lt$	$(R)Lt \& (A)Lt$
V	F	F
F	V	F
F	F	F

La primera línea del producto lógico se suprime, por eso no hablamos *stricto sensu* de una contradicción sino de una exclusión lógi-

7. Cuando decimos que L mide 3 metros, no estamos diciendo al mismo tiempo que L mide 2 metros y L mide 1 metro. (Cf. PR §76)

8. En las *Observaciones filosóficas*, Wittgenstein lo expresa en los siguientes términos: "La proposición $(v)(t)$ no es un sinsentido, puesto que no desaparecen todas las posibilidades de verdad, inclusive si se le rechaza. Se puede, sin embargo, decir que el ' v ' tiene aquí un significado diferente, puesto que ' xy ' usualmente significa $(VFFF)$; aquí, en cambio, significa (FFF) " (PR §79).

ca. Nos encontramos entonces con una situación particular en la cual nuestra notación no excluye, por su propia cuenta, una combinación sin sentido. Cuando decimos que un punto no *puede* ser al mismo tiempo rojo y amarillo estamos haciendo un uso muy especial del término *puede*. El concepto es un concepto gramatical, no un concepto material. En este período Wittgenstein empezará a usar los términos *gramatical* y *lógico* como términos intercambiables en muchos contextos. En este orden de ideas, cuando existe una exclusión, la independencia entre las proposiciones elementales se ve debilitada. Si (R)Lt es falsa, no puedo inferir nada respecto a (A)Lt; pero si (R)Lt es verdadera debo concluir que (A)Lt es falsa. El análisis veritativo funcional propuesto en el *Tractatus* resulta, de cualquier manera, incompleto. El problema, siempre que cobijemos las exclusiones bajo el rango de imposibilidades lógicas, se puede traducir en estos términos: La necesidad lógica o la imposibilidad lógica poseen una multiplicidad mayor que la que ofrecen la tautología y la contradicción. En las *Observaciones filosóficas* se perfila ya claramente el distanciamiento con respecto al *Tractatus*:

El concepto de “proposición elemental” pierde ahora todo su significado anterior. Las reglas para “y”, “o”, “no”, etc., que yo representaba mediante la notación V-F, son *una parte* de la gramática de estas palabras, pero no *el todo*. (PR §83)

El concepto de imposibilidad lógica se transformó, entonces, en un concepto más amplio. Este concepto cobija ahora tanto las contradicciones como ciertas reglas gramaticales⁹. Todo esto parece indicar que en lógica hay construcciones que no operan mediante funciones de verdad (PR §76). Para ilustrar este caso Waismann se vale de otros ejemplos que pueden ayudar a complementar el sentido de las nuevas intuiciones. Estos ejemplos son: “Esta varilla tiene 20 metros y 30 metros de larga”, “Juan tiene 20 y 30 años”, etc. Los predicados de tales oraciones son incompatibles entre sí. Ellos son una clara violación a las reglas de la gramática lógica. Es propio de los conceptos de longitud y edad el que los obje-

9. En las conversaciones con Waismann aclaraba Wittgenstein así la cuestión: “‘Esta mancha es verde’ y ‘Esta mancha es roja’. Como están, esas dos proposiciones no se contradicen, pero sí lo harán en cuanto introduzcamos otra regla de sintaxis que nos prohíba considerar verdaderas las dos proposiciones. Sólo entonces aparecerá la contradicción (lógica).” (WCV, p. 131).

tos sólo puedan tener una longitud y las personas una edad (cf. Waismann 1970, 67-77).

En resumen, si regresamos nuevamente a la primera alternativa, nos hemos visto en la obligación de debilitar (1) y (2), es decir, hemos debilitado las premisas según las cuales en el análisis veritativo funcional se agota el análisis de las proposiciones y las proposiciones elementales son independientes entre sí. Este hecho exige una reforma drástica en el *Tractatus*. Una reforma que, a la postre, obligaría a Wittgenstein a revisar por completo la metodología empleada en dicha obra. Si ya no estoy obligado a concebir las proposiciones elementales con la independencia exigida del *Tractatus*, debo, entonces, pensar en la posibilidad de imaginarlas en una múltiple red de relaciones abigarradas. Esta transición ha sido calificada por algunos autores como una transición del *atomismo lógico* al *holismo lógico*¹⁰. La mejor expresión de ésta transformación se encuentra, quizá, en las conversaciones sostenidas con Schlick y Waissman en 1929, recogida tanto en las *Observaciones filosóficas*, como en *Ludwig Wittgenstein y el Círculo de Viena*:

En alguna ocasión escribí: "Una proposición es como un instrumento de medición puesto sobre la realidad. Sólo los puntos extremos de las marcas de graduación tocan al objeto por medir."¹¹ Ahora preferiría decir lo siguiente: cuando pongo un instrumento de medición sobre un objeto espacial, aplico al mismo tiempo *todas las marcas de graduación*. No son las marcas de graduación individuales lo que se aplica, sino toda la escala. Si yo sé que el objeto llega hasta la marca de graduación 10, sé de inmediato también que no llega a las marcas de graduación 11, 12, etc. Los enunciados que describen la longitud de un objeto forman un sistema, un sistema de proposiciones. Es con todo un sistema así que se compara la realidad, no con una proposición individual. Si, por ejemplo, digo que tal y tal punto en el campo visual es *azul*, no sé únicamente eso, sino que también sé que el punto no es verde, no es rojo, no es amarillo, etc. Apliqué al mismo tiempo toda la *escala de los colores*. Esa es la razón por la cual un punto no puede tener al mismo tiempo diferentes colores; de por qué hay una prohibición sintáctica de que *x* pueda ser verdadero para más de un valor de *x*. Porque si le sobrepongo a la realidad un *sistema* de proposiciones, entonces con ello ya está dicho –como en el caso espacial–

10 C., especialmente, Stern 1995, cap. 4.

11 C. I. P. 2.1512, 2.15121 y 2.1515.

que no puede darse nunca más que *una* situación, no varias. (PR, Apéndice 2, 317; WCV 57-8)¹².

Debemos reconocer, entonces, que estamos operando con instrumentos completos de medición y no con marcas aisladas de graduación (PR §84).

El sentido de una proposición depende ahora del sistema al cual pertenece. “Rojo es un color tirano’ carece de sentido” significa, entre otras cosas, que no contamos con un sistema en el cual adscribamos la tiranía a los colores. Aunque el sentido dependa del sistema, no por eso decimos que el sentido de una proposición depende de que otra proposición sea verdadera. “La bandera es roja” es una proposición con sentido, pertenece a un sistema que comprendemos sinópticamente cuando hacemos uso de nuestros sistemas cromáticos, sin embargo, su sentido no depende de que otra proposición sea verdadera, una proposición como “no es cierto que la bandera es amarilla o azul o verde...”. Este punto es importante pues es necesario mantener, por un lado, la independencia de los conceptos de *sentido* y *verdad*, y, por otro lado, la autonomía de la lógica. “El rojo y el verde no encajan en el mismo lugar y al mismo tiempo” no es una cuestión de hecho. No afirmamos lo anterior en virtud de una inducción, o de una ley de la física. No es algo así como la formulación extrema de: “Nunca hemos tenido la oportunidad de contemplar una mancha que simultáneamente sea roja y verde”. “No hay cruces entre leones y canguros”, afirmamos esto pues nunca hemos tenido la oportunidad de observar semejante posibilidad. La exclusión de los colores no es del mismo tipo y es de vital importancia que se la tome como una exclusión lógica. Sin embargo, ahora nos sorprende que no podamos ver eso claramente en nuestro simbolismo. Aún así, el problema no reside en el simbolismo, no se trata de esperar una mejora sustancial en él, debemos cambiar nuestra noción de *exclusión* lógica. ¿Qué nos impide, entonces, decir que una mancha es roja y verde al mismo tiempo? La respuesta a la que nos va a acostumbrar Wittgenstein a partir de *Los cuadernos azul y marrón*, es que se trata de una *regla gramatical*. Una exclusión lógica no se expresa solamente en el esquema veritativo funcional de nuestro simbolismo, como ocurre con el caso “llueve y no

12. En las *Observaciones filosóficas*: “El hecho de que una medida sea correcta automáticamente excluye a todas las otras. Digo automáticamente: así como todas las marcas de graduación están en una varilla, de modo similar las proposiciones que corresponden a las marcas de graduación vienen juntas y no podemos medir con una de ellas sin simultáneamente medir con todas las otras. — No es una proposición lo que contrapongo a la realidad como un instrumento de medición, es el *sistema* de las proposiciones” (PR §82).

llueve", se expresa también en el hecho de que compartimos las reglas gramaticales que forman parte de un sistema, como ocurre en el caso de la exclusión de los colores. Cuando afirmamos que una mancha en el campo visual no puede ser roja y verde al mismo tiempo, ¿qué estamos excluyendo? Si la exclusión es gramatical debemos responder que estamos excluyendo el uso de una expresión. No pretendemos describir un estado particular y además llamativo del mundo, intentamos, más bien, estipular una condición de nuestra gramática. Más exactamente, mostramos con tal expresión un rasgo de la estructura lógica del color.

Hacer de la exclusión de los colores una regla gramatical nos lleva a enfrentar una clase nueva de problemas. Una clase de problemas que no se podría insinuar en el interior del *Tractatus*. Hablar de una regla gramatical sugiere un cierto grado de arbitrariedad.

Excluimos expresiones como "Esto es verde y amarillo simultáneamente" porque no queremos usarlas. Desde luego podríamos darle sentido a la expresión. Dije con anterioridad que lo que es posible o imposible es un asunto arbitrario. (WLB, *Yellow Book*, 12).

El símil que debemos traer a la mente es el siguiente: rechazar un sistema gramatical es como rechazar un patrón de longitud. El símil que debemos evitar es el siguiente: rechazar un sistema gramatical es como rechazar una proposición después de haber puesto en evidencia su falsedad. "Una mancha es roja y amarilla a la vez" no es una proposición falsa, es una expresión sin sentido. No rechazamos una unidad de medida como si se tratara de rechazar una proposición falsa.

Cuando hacemos uso de la estructura lógica del color reconocemos de inmediato la falta de sentido en "Esta mancha es roja y verde al mismo tiempo". En nuestro sistema no sabríamos qué hacer con tal expresión. Tal exclusión, sin embargo, no está justificada por un acontecimiento en el mundo o por una suerte de inducción. Con la expresión no estamos describiendo un posible estado de cosas en el mundo. No obstante, podemos concebir o imaginar un contexto de uso para la expresión. En LFM Wittgenstein sugiere el siguiente razonamiento:

Hay proposiciones consideradas como sintéticas *a priori*, como "Una mancha no puede ser roja y verde al mismo tiempo." Esta no es reconocida como una proposición de la lógica. Pero la imposibilidad que expresa no es un asunto de la experiencia—no es un asunto de lo que nosotros hemos observado. Podríamos darle a "Esta mancha es roja y verde" un significado; y tú podrías aún escoger, entre varios significados, el más natural. —Si digo, "Esta mancha es roja y

amarilla al mismo tiempo", esto puede sugerir que esto es *naranja*. Pero una persona que dice que una mancha no puede ser roja y amarilla al mismo tiempo tiene inmediatamente una objeción a esto. El dirá, "Esto no es lo que quiero decir" ... "Esto no puede ser rojo y amarillo en el sentido en el cual esto puede ser rojo y suave". (LFM XXIV, 232)

Cuando una persona usa el vocablo "naranja" para expresar, a su manera, lo que entiende por "rojo y amarillo", no está con ello aportando evidencia para abandonar la imposibilidad que nos interesa, está con ello proponiendo otro uso para la expresión.

Hemos insistido en que la exclusión de los colores es una exclusión lógica, una exclusión gramatical. Ahora insistimos también en que esta exclusión no puede reducirse a una contradicción en el sentido del *Tractatus*. Es decir, el papel particular que desempeña en nuestro lenguaje no logra exhibirse a partir del análisis veritativo funcional. Hemos advertido con esto una debilidad del tratado de lógica. La discusión nos ha llevado a introducir la noción de *regla gramatical*. La exclusión de los colores es una regla de nuestro lenguaje, no un fragmento de información. Ahora bien, dado que las reglas son, en un sentido, arbitrarias, es claro que puedo razonar en los siguientes términos: si la regla me prohíbe construir cierta combinación de palabras, puedo descartarla como regla y adoptar una diferente, así la combinación adquirirá un sentido para mí. La regla puede ser, sin duda, descartada. Pero con ese movimiento le estamos dando otro significado a los términos¹³. En las conversaciones sostenidas por Wittgenstein con una parte del Círculo de Viena, Schlick insistió en varias ocasiones en preguntar acerca de los criterios a partir de los cuales es posible validar una regla gramatical, es decir, en qué condiciones y bajo qué criterios adoptamos una regla y descartamos otra. Wittgenstein trató, entonces, de mostrar que el conocimiento de las reglas gramaticales es una clase de conocimiento completamente diferente al que tenemos de las proposiciones empíricas. Expresar una regla gramatical no es una cuestión de descubrir nuevos hechos sino de encontrar una forma de expresar lo que de alguna manera ya dominamos.

13. Waismann propone varios ejemplos para ilustrar la manera como podemos modificar nuestros conceptos si alteramos las reglas de sintaxis. "Este manchón es rojo y verde" puede significar "Este manchón es parcialmente rojo y parcialmente verde", también puede ocurrir que me decida a usar los términos "rojo" y "verde" como sinónimos.

