

# PROIECT LA IDENTIFICAREA SISTEMELOR

## IDENTIFICAREA SI VALIDAREA UNOR MODELE DE ORDINUL II

Nume și prenume student: RUS DANA-BENDIS-HERA

Grupa: 30131/2

Nume și prenume profesor îndrumător: DOBRA PETRU

An universitar: 2023-2024

## Cuprins:

Obținerea datelor experimentale .....	3
Vizualizarea datelor experimentale .....	3
Identificarea sistemelor prin metode neparametrice .....	4
Ordinul II fără zero .....	4
Ordinul II cu un zero .....	6
Identificarea sistemelor prin metode parametrice .....	8
Ordinul II fără zero .....	8
ARMAX .....	8
OE .....	10
PEM .....	12
N4SID .....	13
Suprapunerea modelelor identificate și validate .....	14
Ordinul II cu un zero .....	14
ARMAX .....	14
OE .....	16
PEM .....	18
Suprapunerea modelelor identificate și validate .....	19

### Obținerea datelor experimentale:

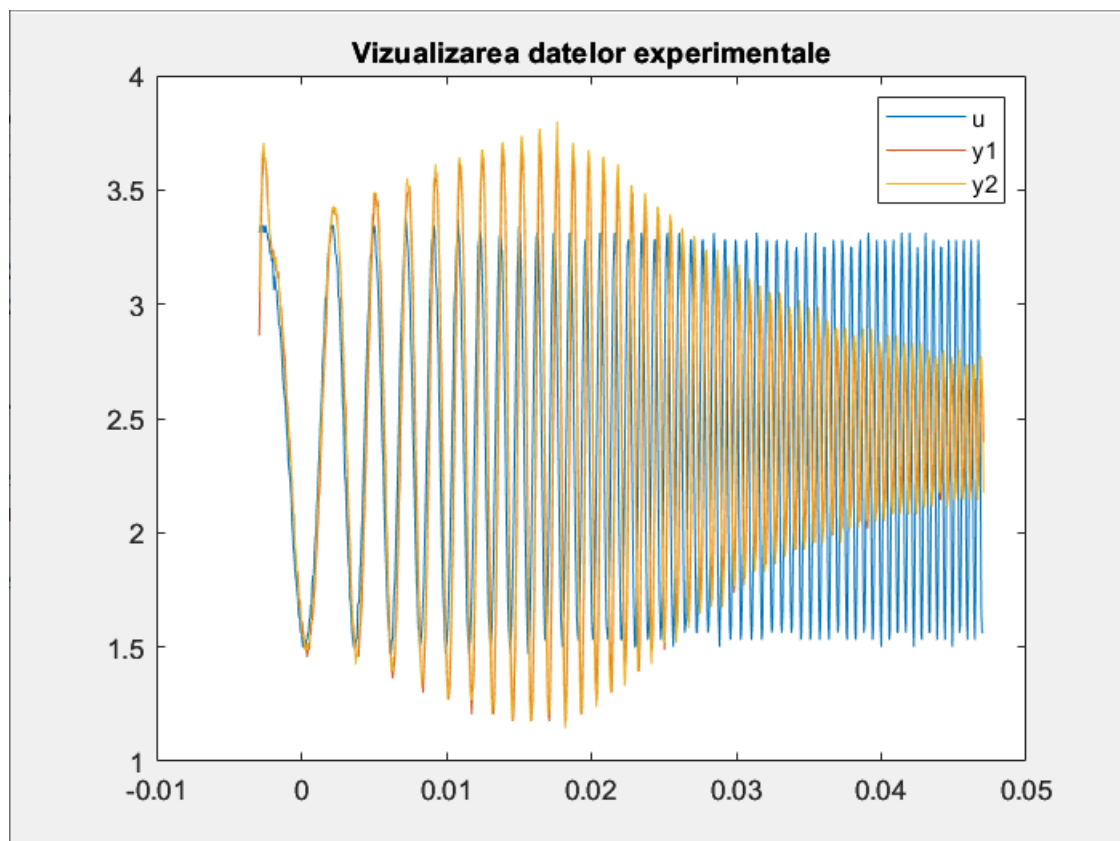
Semnalul de intrare ( $u$ ) este generat cu ajutorul generatorului de semnale, fiind un semnal de tip VCO (semnal sinusoidal cu frecvență variabilă, mergând de la o frecvență mică spre frecvențe mari și amplitudine constantă).

În cazul primului experiment, semnalul de ieșire ( $y_1$ ) este un ordin II fără zero.

În cazul celui de-al doilea experiment, semnalul de ieșire ( $y_2$ ) este un ordin II cu un zero.

În mediul de lucru MATLAB, datele culese în urma experienței sunt sub dispuse formă tabelară, existând un vector de timp ( $t$ ), un vector asociat semnalului de intrare ( $u$ ) și doi vectori asociați semnalelor de ieșire ( $y_1, y_2$ ).

### Vizualizarea datelor experimentale:

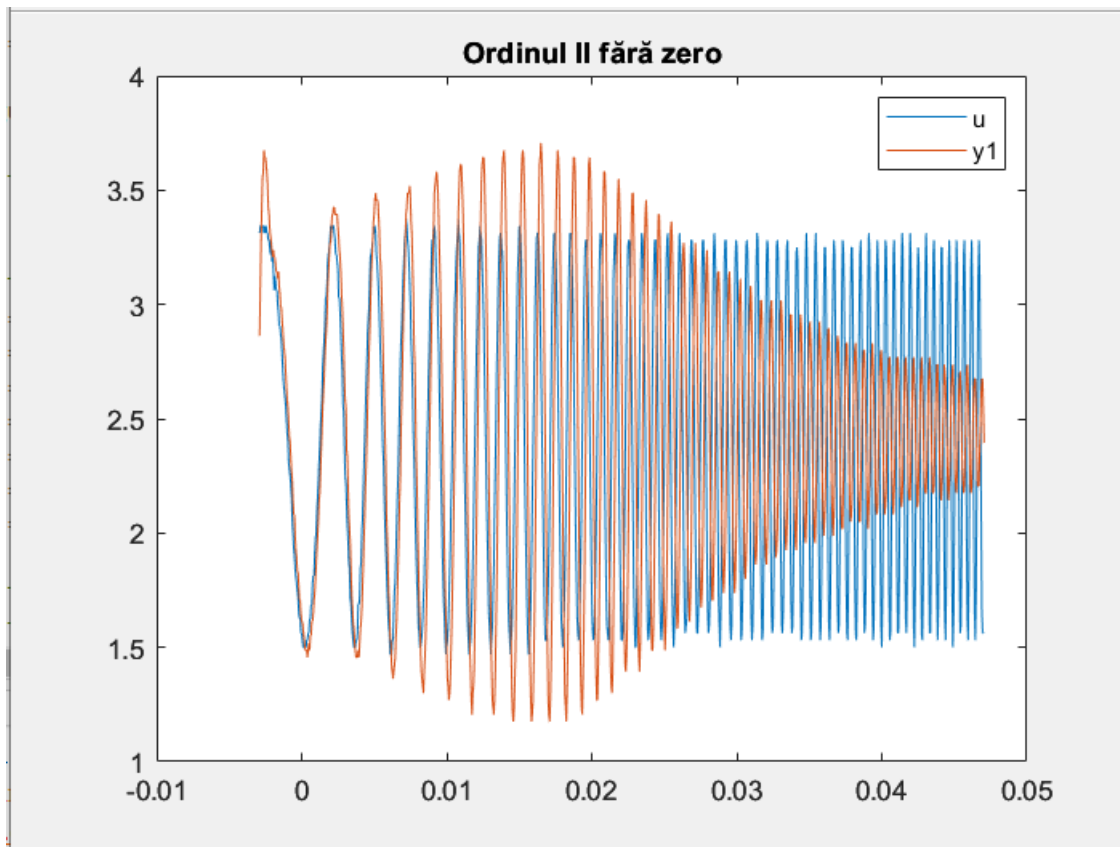


## Identificarea sistemelor prin metode neparametrice:

### Ordinul II fără zero:

Funcția de transfer a unui sistem de ordinul II fără zero are forma:

$H(s) = \frac{K \cdot \omega_n^2}{s^2 + 2 \cdot \zeta \cdot \omega_n s + \omega_n^2}$ . Parametrii de structură ai sistemului, care trebuie identificați, sunt K – factorul de proporționalitate,  $\zeta$  – factorul de amortizare și  $\omega_n$  – pulsația naturală a oscilației.



Pentru această identificare, am exploatat fenomenul de rezonanță, fenomen vizibil acolo unde amplitudinea semnalului de ieșire este maximă. Amplificarea maximă ( $M_r$ ) depinde doar de factorul de amortizare  $\zeta$  și este o valoare calculată din grafic, reprezentând saltul maxim pe care îl face ieșirea raportată la saltul pe care îl face intrarea în aceeași regiune. Așadar, pentru aflarea valorii factorului de amortizare vom aplica formula de calcul  $\zeta =$

$\frac{\sqrt{M_r - \sqrt{M_r^2 - 1}}}{2 \cdot M_r} / K$ , unde K este factorul de proporționalitate, calculat în regim staționar (zona frecvențelor joase). De asemenea, fără a greși, K poate fi calculat

și ca fiind media semnalului de ieșire raportată la media semnalului de intrare (componentă continuă). Pentru a putea calcula pulsația naturală  $\omega_n$  mai trebuie să calculăm pulsația de rezonanță  $\omega_r$ . Aceasta este definită ca fiind  $2\pi$  raportat la perioada pulsației de rezonanță. Jumătate din perioada pulsației de rezonanță este diferența în timp a momentului în care intrarea este maximă și momentul în care intrarea trece prin punctul de minim care succede maximul în zona apariției rezonanței. Pentru a calcula pulsația naturală  $\omega_n$  vom aplica formula:

$$\omega_n = \frac{\omega_r}{\sqrt{1-2\zeta^2}} / K.$$

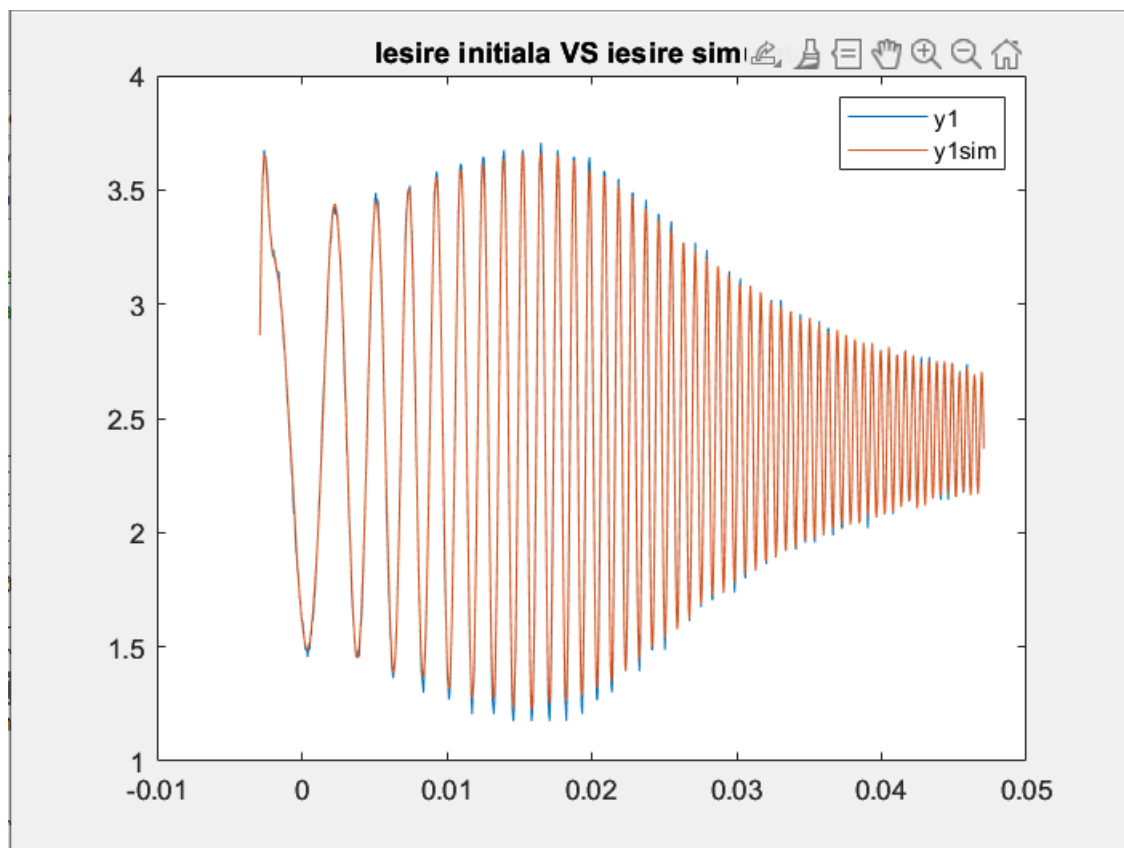
*Valori propriu-zise:*

$$K = 1.011873619142062,$$

$$\zeta = 0.413466638400447,$$

$$\omega_n = 6.378660378237038e+03 \text{ rad/s.}$$

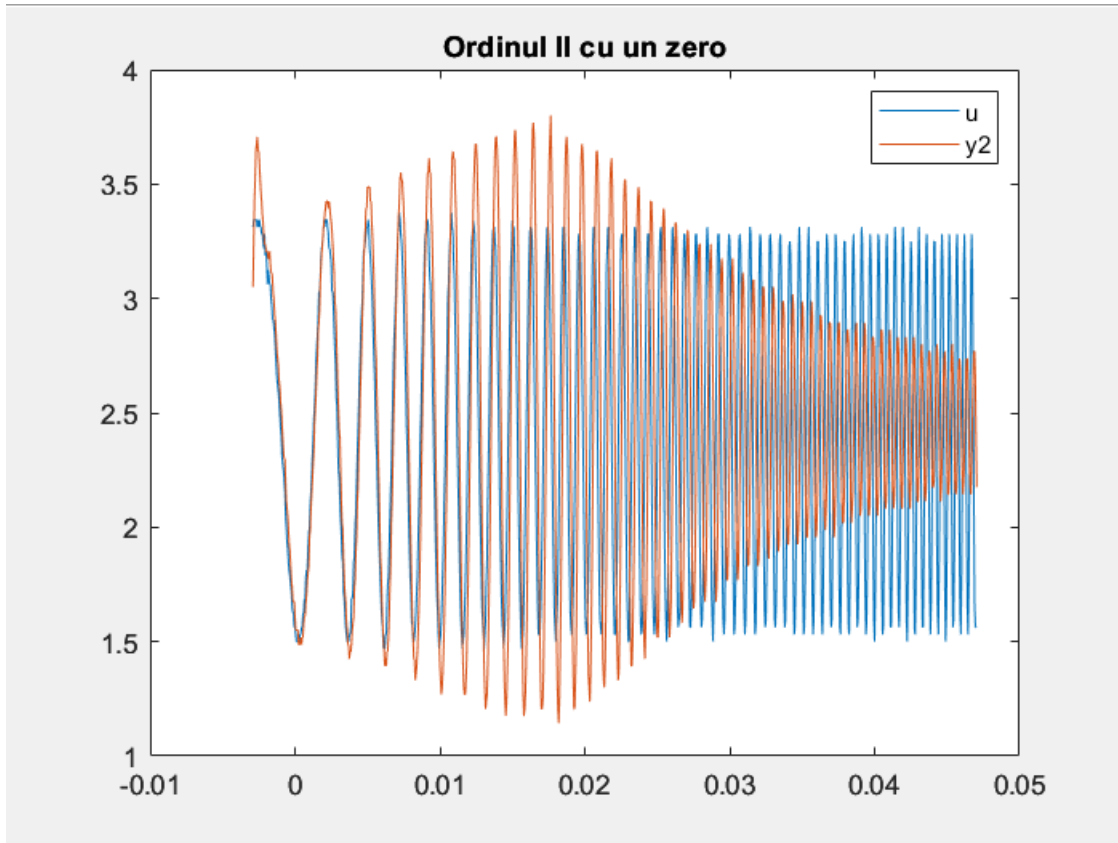
Trecând în spațiul stărilor, deoarece simularea pornește din condiții inițiale nenule (funcția de transfer admite doar CI nule), obținem  $\varepsilon_{MPN} = 0.0537 = 5.37\%$ .



## Ordinul II cu un zero:

Funcția de transfer a unui sistem de ordinul II cu un zero are forma:

$H(s) = \frac{K \cdot \omega_n^2 (T_z s + 1)}{s^2 + 2 \cdot \zeta \cdot \omega_n s + \omega_n^2}$ . Parametrii de structură ai sistemului, care trebuie identificați, sunt  $K$  – factorul de proporționalitate,  $\zeta$  – factorul de amortizare și  $\omega_n$  – pulsația naturală a oscilației și  $T_z$  – constanta de timp a zeroului.



Pentru identificarea acestui sistem am urmat doi pași:

1. Am presupus că sistemul analizat este unul de ordinul II fără zero, exploatând tot fenomenul de rezonanță (precum a fost descris la pasul anterior). Astfel, am obținut valori de start pentru amplificarea maximă (de rezonanță), factorul de amortizare și pulsația naturală de oscilație. Valoarea factorului de proporționalitate  $K$  este validă și în cazul sistemului de ordin II cu un zero. Cu aceste date am calculat valoarea constantei de timp a zeroului ca fiind

$$T_z = \tan\left(\frac{\arctan\left(\frac{(1-2\zeta^2)^{1/2}}{\zeta} - dT_r \cdot \omega_r\right)}{\omega_r}\right).$$

2. Dat fiind faptul că am pornit de la o premisă „greșită”, valorile amplificării de rezonanță, factorului de amortizare și pulsației naturale de oscilație trebuie recalculat (corectate) ținând cont și de existența zeroului. Noul punct de maxim al ieșirii la rezonanță va fi vechiul punct, la care se adaugă valoarea constantei de timp a zeroului înmulțită cu diferența dintre vechiul punct de maxim și punctul imediat anterior și raportată la întârzierea intrării față de ieșire. Folosind această nouă valoare a maximului ieșirii am recalculat amplificarea de rezonanță, factorul de amortizare și pulsația naturală a oscilației folosind formulele enunțate anterior.

*Valori propriu-zise:*

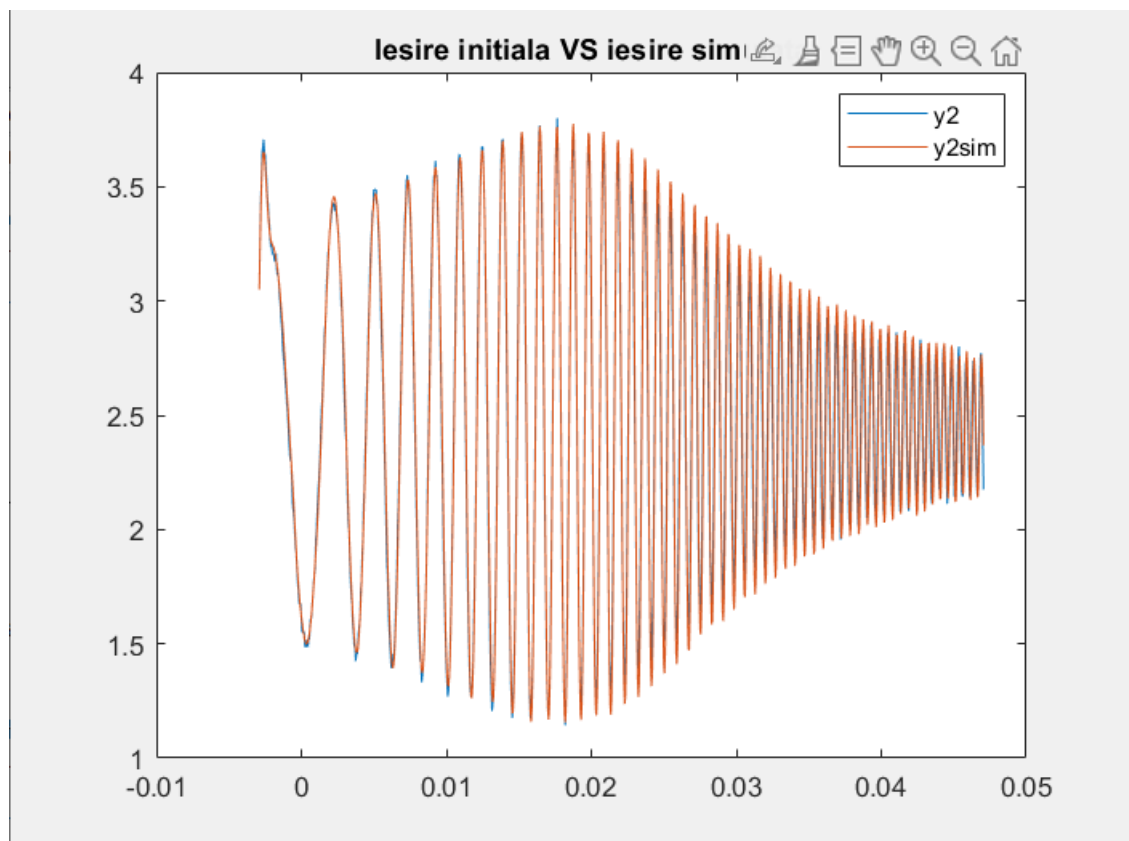
$$K = 1.0157,$$

$$\zeta = 0.3749,$$

$$\omega_n = 6.73e+03 \text{ rad/s},$$

$$T_z = 2.4e - 06 \text{ s}.$$

Trecând în spațiul stărilor, deoarece simularea pornește din condiții inițiale nenule (funcția de transfer admite doar CI nule), obținem  $\varepsilon_{MPN} = 0.1533 = 15.33\%$ .



## Identificarea sistemelor prin metode parametrice:

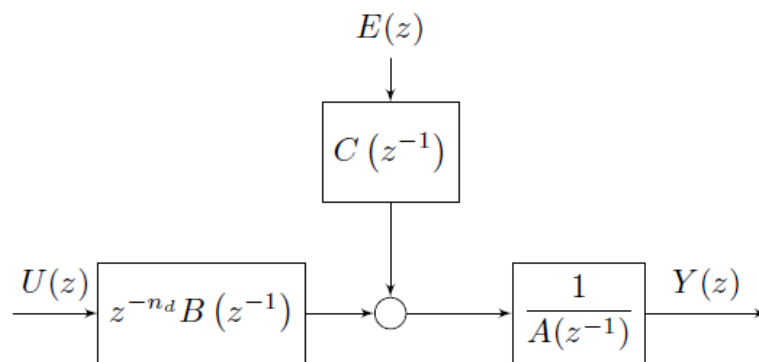
În cazul identificării oricărui sistem folosind o metodă parametrică, primul pas este prepararea datelor. Vom avea două seturi de date – primul pentru identificarea modelului (date de identificare) și al doilea pentru validarea modelului (date de validare), preparate folosind rutina `iddata`, care primește ca parametrii semnalul de ieșire, semnalul de intrare și perioada de eșantionare și returnează un obiect de tipul rutinei.

În cazul ambelor sisteme analizate, atât datele de identificare, cât și datele de validare cuprind întregul set de date pus la dispoziție.

### Ordinul II fără zero:

#### ARMAX:

*Structura metodei:*



*Modelul metodei:*

$$A(z^{-1}) * Y(z^{-1}) = z^{-n_d} * B(z^{-1}) * U(z^{-1}) + C(z^{-1}) * E(z^{-1})$$

Funcția de transfer deterministă:  $H(z^{-1}) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})}$  – corespunzătoare procesului

Funcția de transfer stohastică:  $H_\varepsilon(z^{-1}) = \frac{C(z^{-1})}{A(z^{-1})}$  – corespunzătoare perturbației

*Hiperparametrii implicați în model:*

$n_A$  – gradul polinomului A, numărul de poli ai sistemului

$n_B$  – gradul polinomului B, numărul de zerouri ai sistemului + 1

$n_C$  – gradul polinomului C, dimensiunea ferestrei alunecătoare

$n_d$  – numărul taților de întârziere



*Valori/date propriu-zise:*

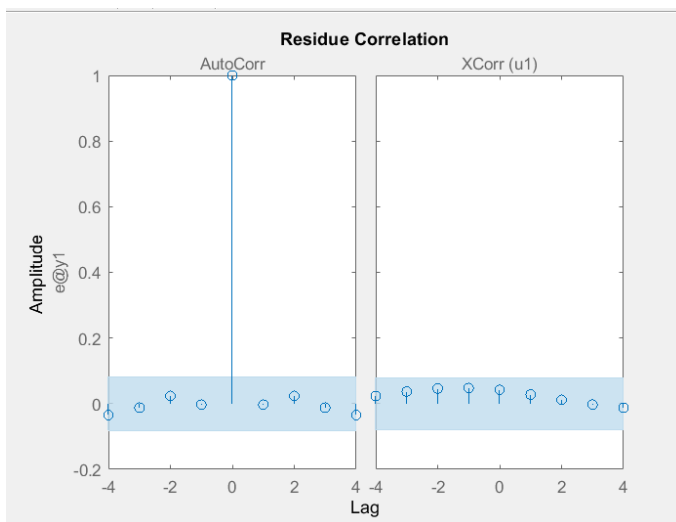
$$n_A = 2, n_B = 1, n_C = 3, n_d = 1.$$

$$A(z^{-1}) = 1 - 1.694 z^{-1} + 0.7792 z^{-2}$$

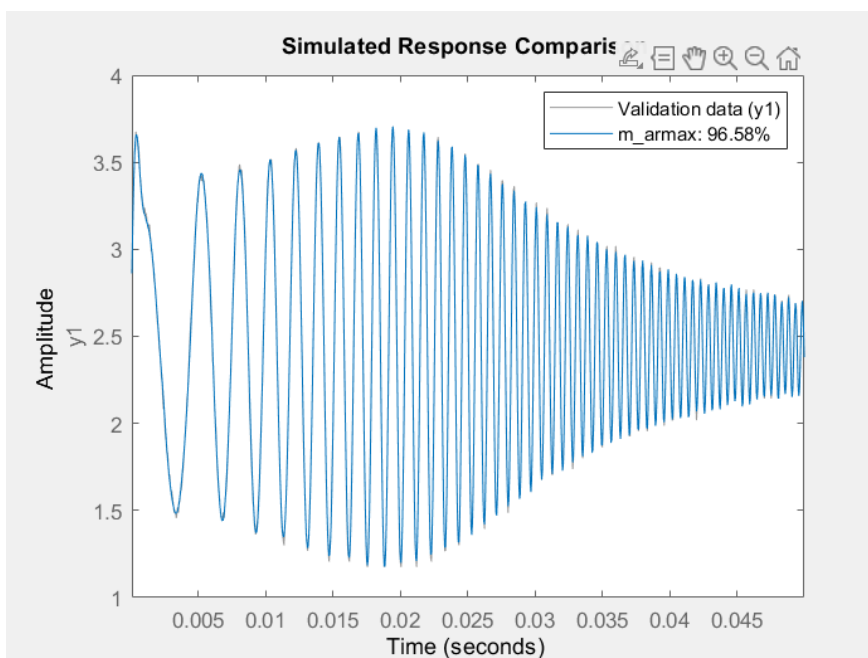
$$B(z^{-1}) = 0.08638 z^{-1}$$

$$C(z^{-1}) = 1 - 1.529 z^{-1} + 0.7101 z^{-2} - 0.07437 z^{-3}$$

Dat fiind faptul că această metodă se bazează pe albirea erorii de predicție, modelul generat trebuie ca, în primul rând, să treacă testul de autocorelație. Sunt relevante pentru analiză primele  $n_A + n_B = 3$  eșantioane în stânga și în dreapta valorii centrale.



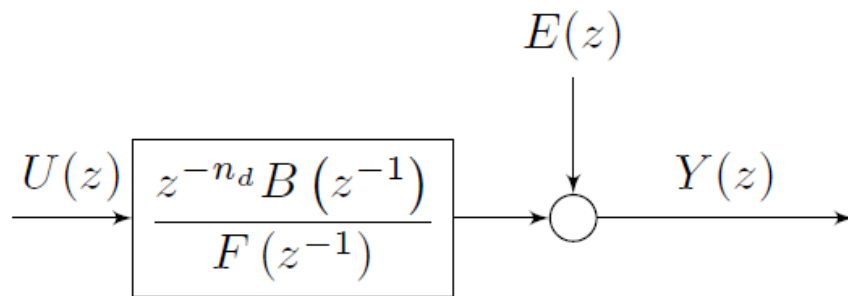
Modelul determinat trece atât testul de autocorelație, cât și testul de intercorelație.



Gradul de suprapunere al semnalului simulat cu cel inițial este de 96.58%, ceea ce înseamnă că eroarea este de 3.42%.

**OE:**

*Structura metodei:*



*Modelul metodei:*

$$Y(z^{-1}) = z^{-n_d} * B(z^{-1}) / F(z^{-1}) * U(z^{-1}) + E(z^{-1})$$

Funcția de transfer deterministă:  $H(z^{-1}) = \frac{B(z^{-1})}{F(z^{-1})}$  – corespunzătoare procesului

Funcția de transfer stohastică:  $H_\varepsilon(z^{-1}) = 1$  – corespunzătoare perturbației

*Hiperparametrii implicați în model:*

$n_F$  – gradul polinomului F, numărul de poli ai sistemului

$n_B$  – gradul polinomului B, numărul de zerouri ai sistemului + 1

$n_d$  – numărul taților de întârziere

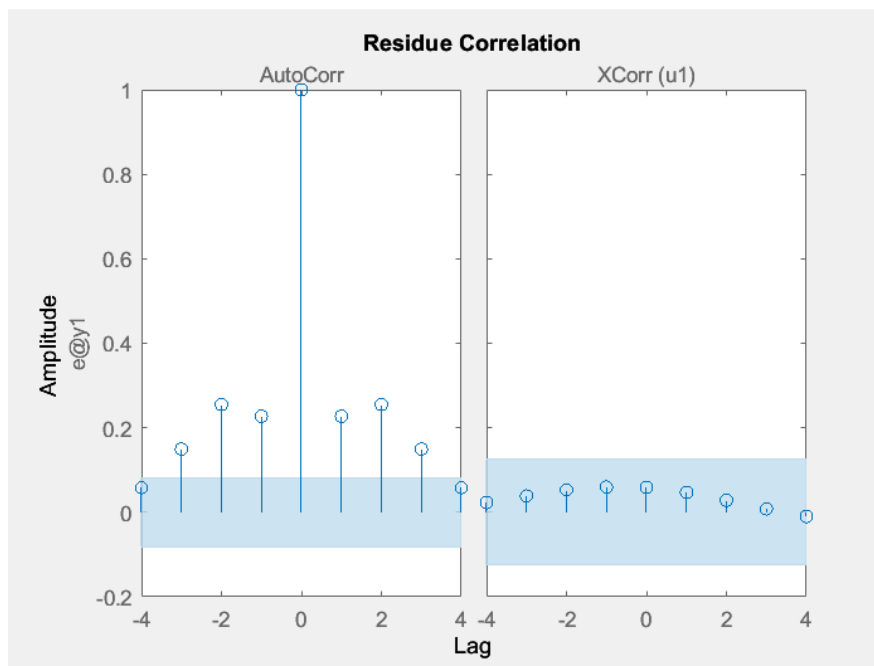
*Valori/date propriu-zise:*

$n_F = 2, n_B = 1, n_d = 1.$

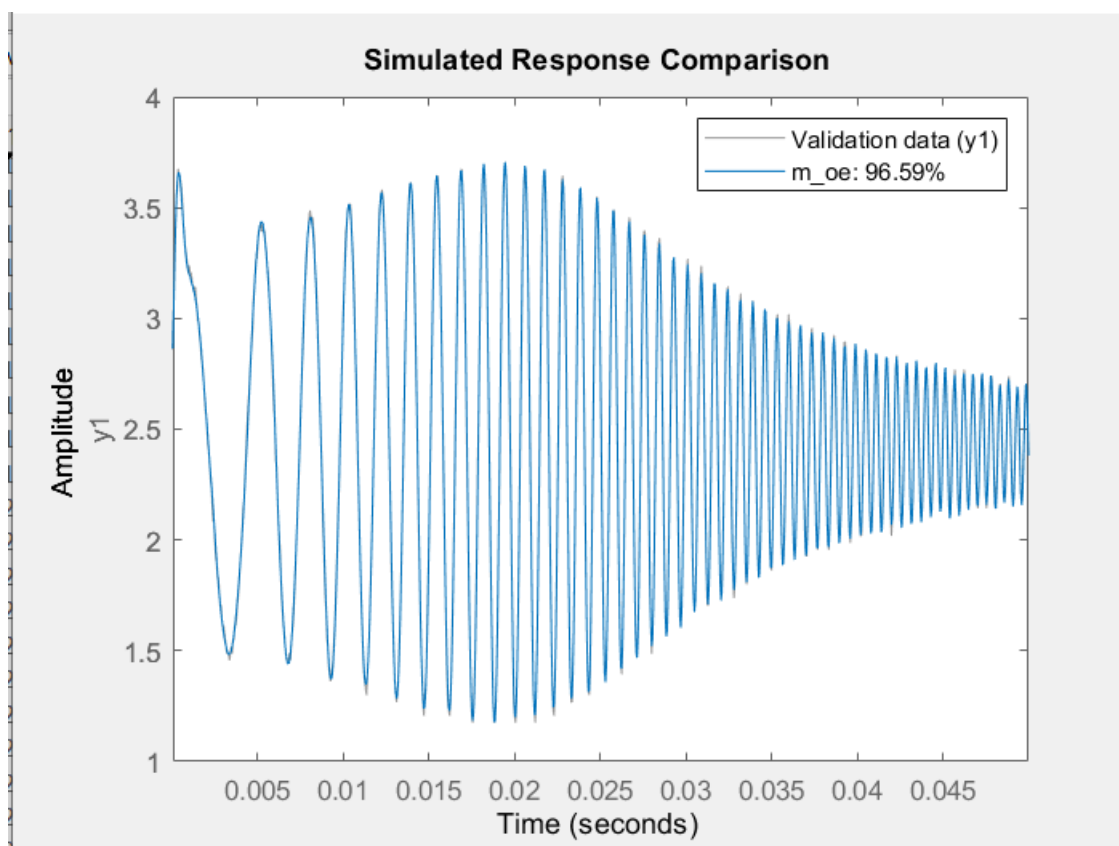
$F(z^{-1}) = 1 - 1.693 z^{-1} + 0.7792 z^{-2}$

$B(z^{-1}) = 0.08653 z^{-1}$

Dat fiind faptul că această metodă se bazează pe testul de decorelare, modelul generat trebuie ca, în primul rând, să treacă testul de intercorelație. Sunt relevante pentru analiză primele  $n_A + n_B = 3$  eșantioane în stânga și în dreapta valorii centrale.



Modelul determinat trece doar testul de intercorelație, dar este valid statistic.



Gradul de suprapunere al semnalului simulat cu cel inițial este de 96.59%, ceea ce înseamnă că eroarea este de 3.41%.

## PEM:

*Modelul metodei:* - spațiul stărilor

$$x(t+Ts) = A*x(t) + B*u(t) + K*e(t)$$

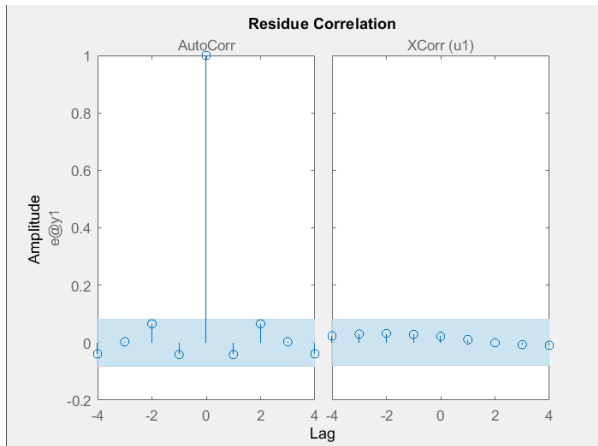
$$y(t) = C*x(t) + D*u(t) + e(t)$$

*Valori/date propriu-zise:*

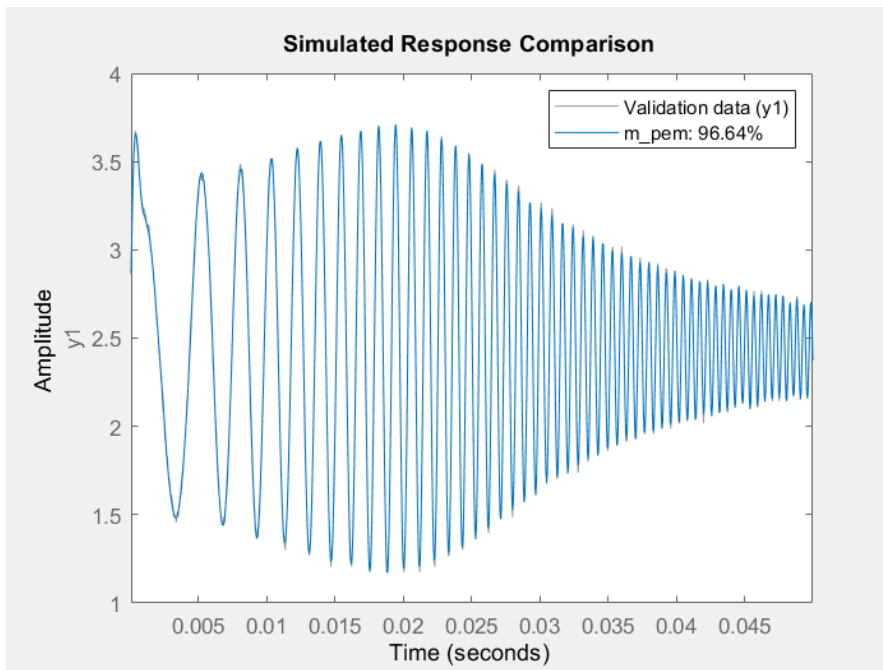
$$A = [0.7863, 0.1699; -0.3855, 0.9102], B = [0.00823; 0.02552]$$

$$C = [17.86, -2.262], D = [0], K = [0.0104; 0.001468]$$

Sunt relevante pentru analiză primele  $n_A + n_B = 3$  eșantioane în stânga și în dreapta valorii centrale.



Modelul determinat trece atât testul de autocorelație, cât și testul de intercorelație.



Gradul de suprapunere al semnalului simulat cu cel inițial este de 96.64%, ceea ce înseamnă că eroarea este de 3.36%.

## N4SID:

*Modelul metodei:* - spațiul stărilor

$$x(t+Ts) = A*x(t) + B*u(t) + K*e(t)$$

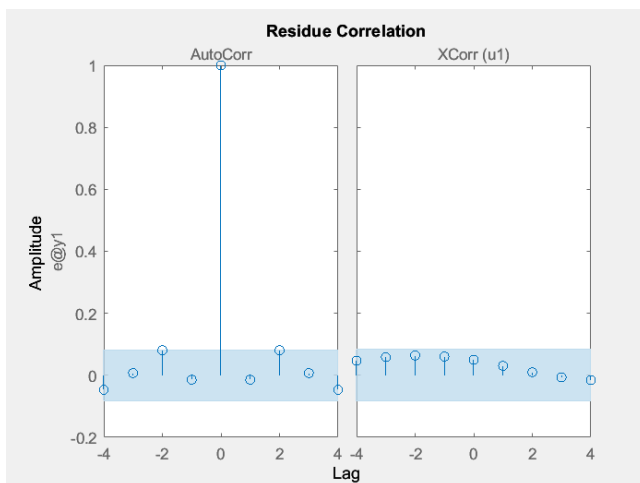
$$y(t) = C*x(t) + D*u(t) + e(t)$$

*Valori/date propriu-zise:*

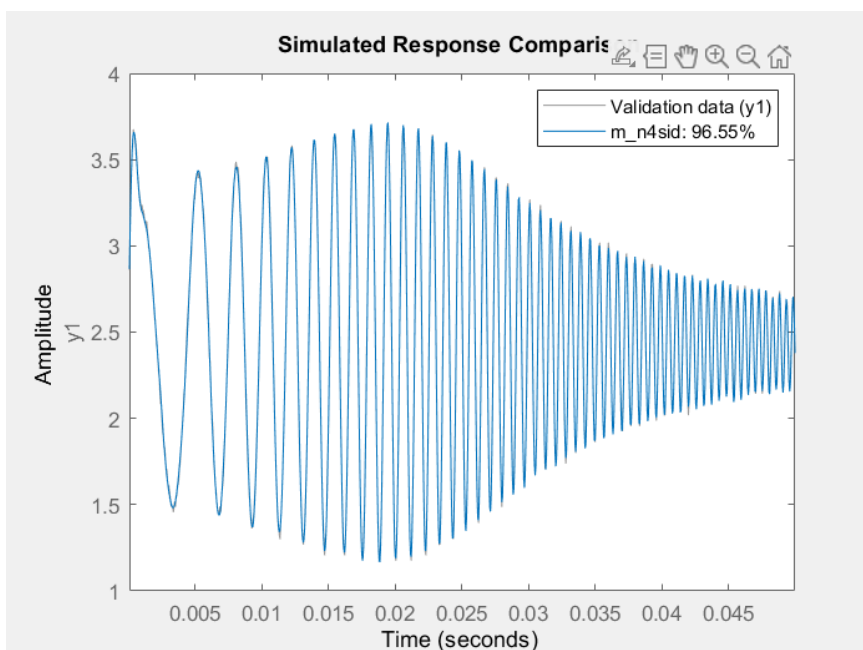
$$A = [0.7849, -0.1759; 0.3778, 0.9108], B = [0.007014; -0.03019]$$

$$C = [14.92, 0.5647], D = [0], K = [0.01261; -0.004247]$$

Sunt relevante pentru analiză primele  $n_A + n_B = 3$  eșantioane în stânga și în dreapta valorii centrale.

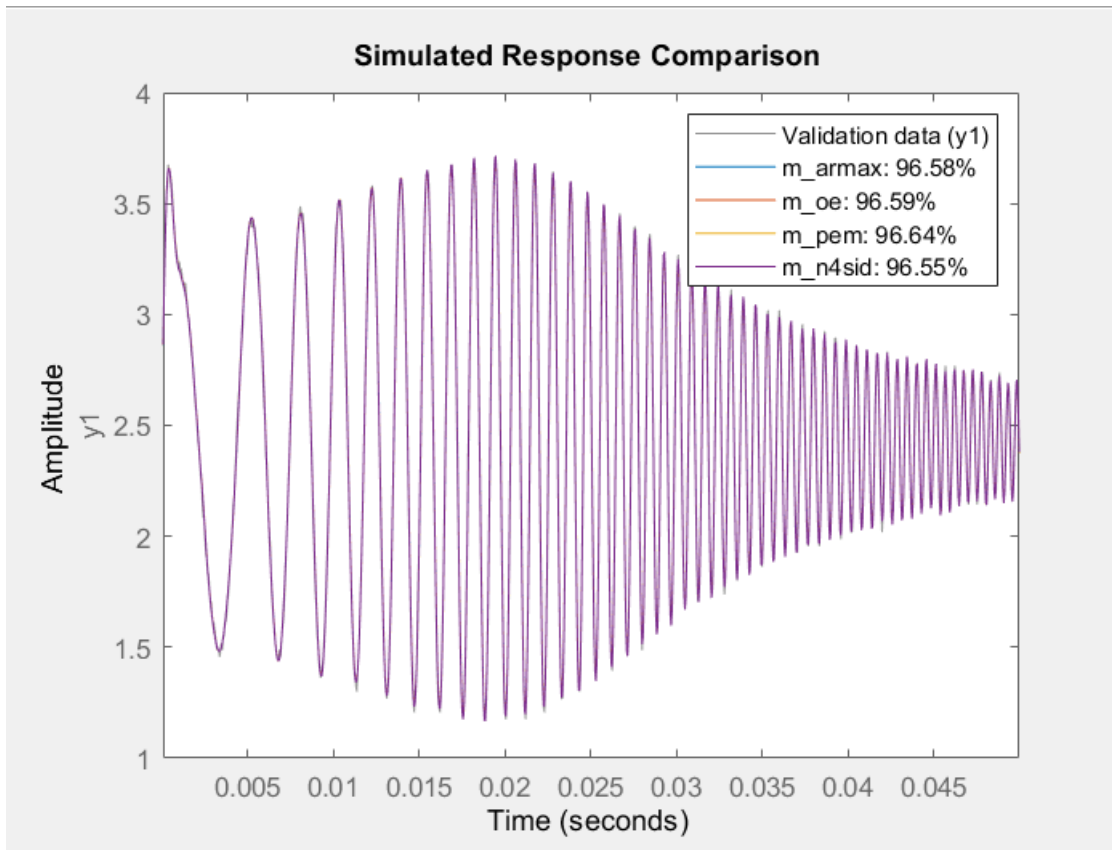


Modelul determinat trece atât testul de autocorelație, cât și testul de intercorelație.



Gradul de suprapunere al semnalului simulat cu cel inițial este de 96.55%, ceea ce înseamnă că eroarea este de 3.45%.

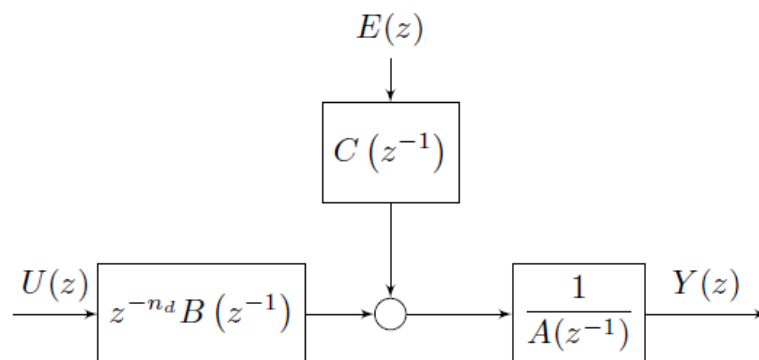
### Suprapunerea modelelor identificate și validate:



### Ordinul II cu un zero:

#### ARMAX:

*Structura metodei:*



*Modelul metodei:*

$$A(z^{-1}) * Y(z^{-1}) = z^{-n_d} * B(z^{-1}) * U(z^{-1}) + C(z^{-1}) * E(z^{-1})$$

Funcția de transfer deterministă:  $H(z^{-1}) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})}$  – corespunzătoare procesului

Funcția de transfer stohastică:  $H_{\varepsilon}(z^{-1}) = \frac{C(z^{-1})}{A(z^{-1})}$  – corespunzătoare perturbației

*Hiperparametrii implicați în model:*

$n_A$  – gradul polinomului A, numărul de poli ai sistemului

$n_B$  – gradul polinomului B, numărul de zerouri ai sistemului + 1

$n_C$  – gradul polinomului C, dimensiunea ferestrei alunecătoare

$n_d$  – numărul tactilor de întârziere

*Valori/date propriu-zise:*

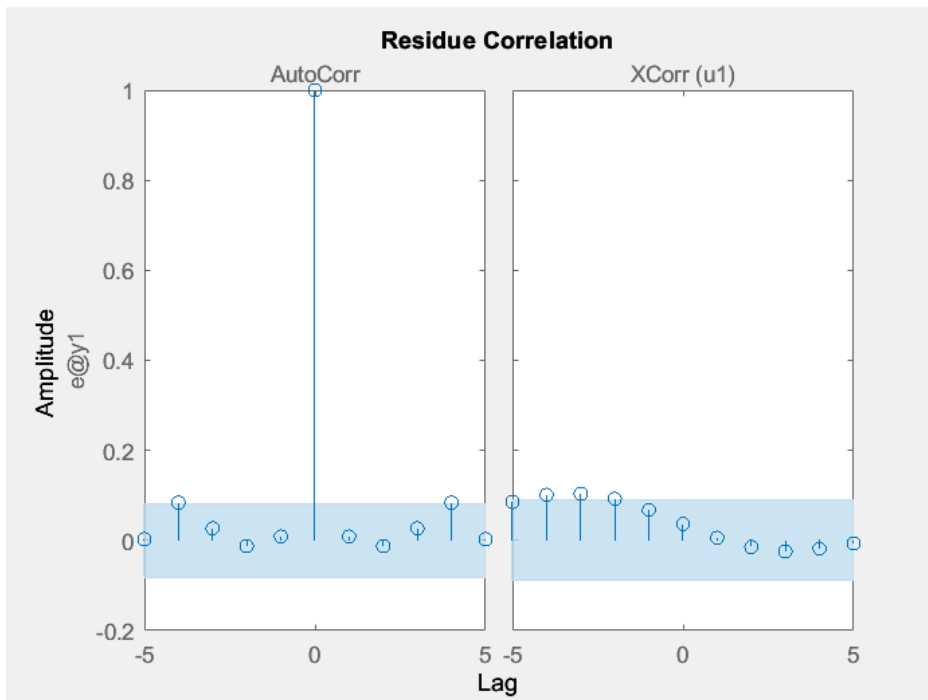
$n_A = 2, n_B = 2, n_C = 3, n_d = 1.$

$A(z^{-1}) = 1 - 1.692 z^{-1} + 0.7733 z^{-2}$

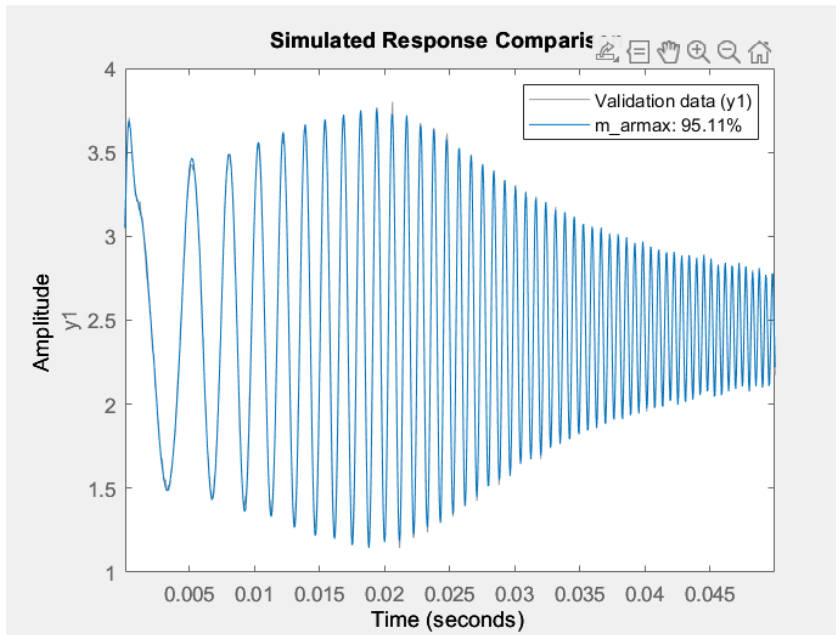
$B(z^{-1}) = 0.1696 z^{-1} - 0.087 z^{-2}$

$C(z^{-1}) = 1 - 1.251z^{-1} + 0.4626 z^{-2} - 0.1184 z^{-3}$

Dat fiind faptul că această metodă se bazează pe albirea erorii de predicție, modelul generat trebuie ca, în primul rând, să treacă testul de autocorelație. Sunt relevante pentru analiză primele  $n_A + n_B = 4$  eșantioane în stânga și în dreapta valorii centrale.



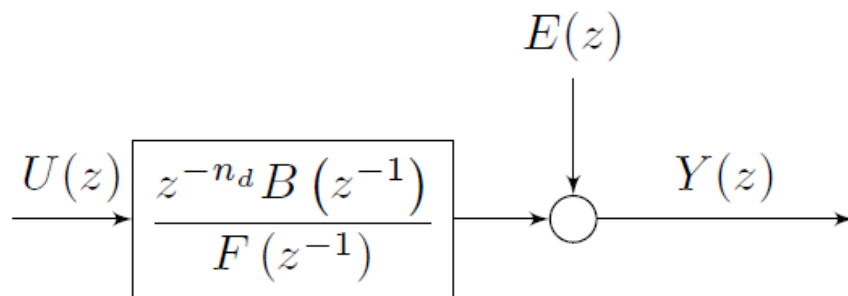
Modelul determinat trece atât testul de autocorelație, cât și testul de intercorelație.



Gradul de suprapunere al semnalului simulat cu cel inițial este de 95.11%, ceea ce înseamnă că eroarea este de 4.89%.

**OE:**

*Structura metodei:*



*Modelul metodei:*

$$Y(z^{-1}) = \frac{z^{-n_d} * B(z^{-1})}{F(z^{-1})} * U(z^{-1}) + E(z^{-1})$$

Funcția de transfer deterministă:  $H(z^{-1}) = \frac{B(z^{-1})}{F(z^{-1})}$  – corespunzătoare procesului

Funcția de transfer stohastică:  $H_\varepsilon(z^{-1}) = 1$  – corespunzătoare perturbației

*Hiperparametrii implicați în model:*

$n_F$  – gradul polinomului F, numărul de poli ai sistemului

$n_B$  – gradul polinomului B, numărul de zerouri ai sistemului + 1

$n_d$  – numărul tactilor de întârziere



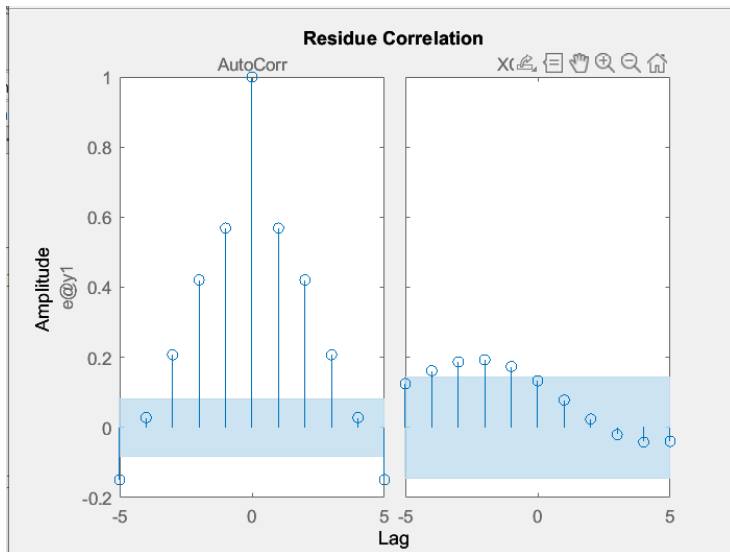
Valori/date propriu-zise:

$$n_F = 2, n_B = 2, n_d = 1.$$

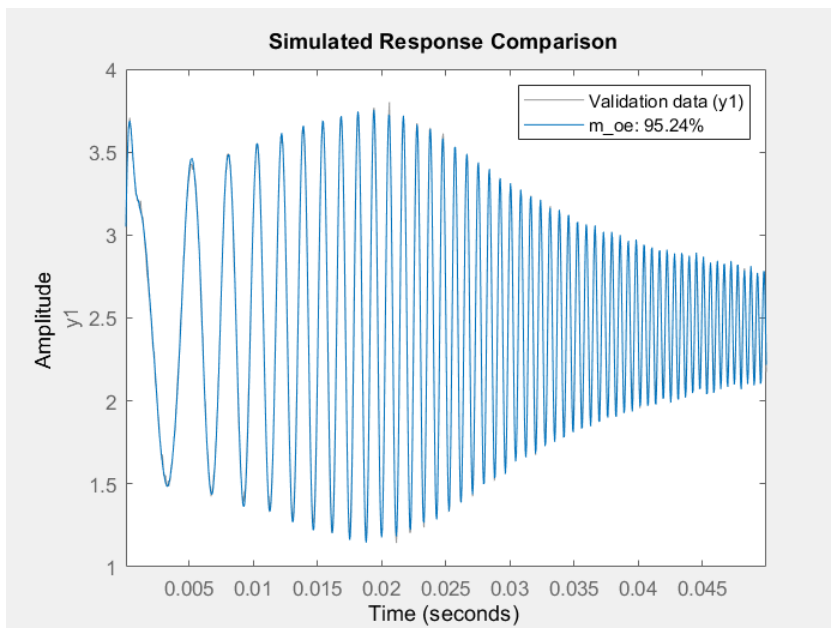
$$F(z^{-1}) = 1 - 1.689 z^{-1} + 0.7717 z^{-2}$$

$$B(z^{-1}) = 0.1701 z^{-1} - 0.08618 z^{-2}$$

Dat fiind faptul că această metodă se bazează pe testul de decorelare, modelul generat trebuie ca, în primul rând, să treacă testul de intercorelație. Sunt relevante pentru analiză primele  $n_A + n_B = 4$  eșantioane în stânga și în dreapta valorii centrale.



Un pic forțat, s-ar putea spune că a trecut testul de intercorelație. Dar, având alte modele care satisfac ambele teste, nu aş utiliza acest model.



Gradul de suprapunere al semnalului simulat cu cel inițial este de 95.24%, ceea ce înseamnă că eroarea este de 4.76%.

## PEM:

*Modelul metodei:* - spațiul stărilor

$$x(t+Ts) = A*x(t) + B*u(t) + K*e(t)$$

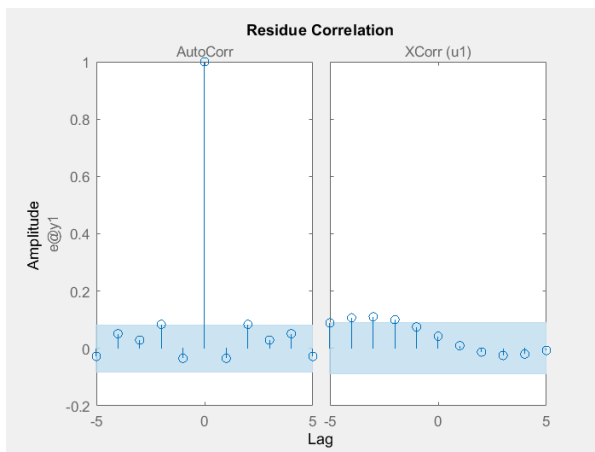
$$y(t) = C*x(t) + D*u(t) + e(t)$$

*Valori/date propriu-zise:*

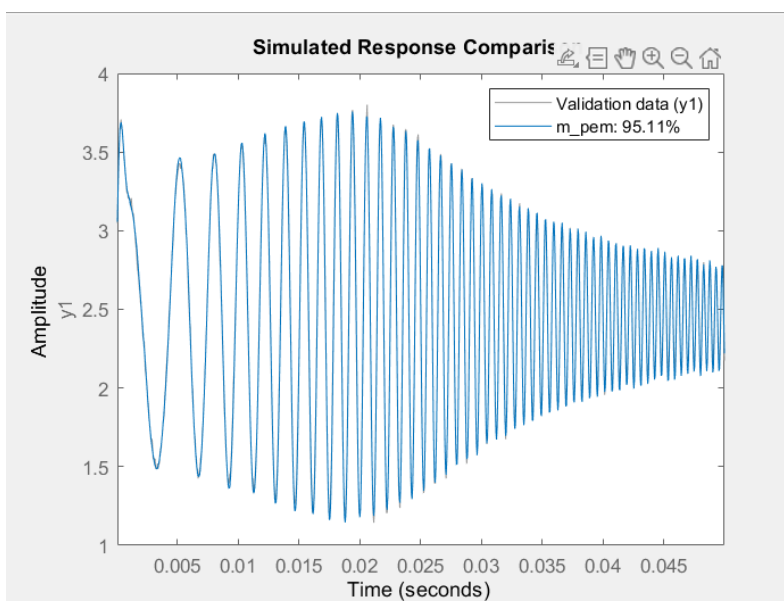
$$A = [0.7455, 0.2002; -0.3384, 0.9464], B = [0.01425; 0.02354]$$

$$C = [15.56, -2.21], D = [0], K = [0.03062; -0.006703]$$

Sunt relevante pentru analiză primele 2-4 eșantioane în stânga și în dreapta valorii centrale.



Modelul determinat trece atât testul de autocorelație, cât și testul de intercorelație.



Gradul de suprapunere al semnalului simulat cu cel inițial este de 95.11%, ceea ce înseamnă că eroarea este de 4.89%.

### Suprapunerea modelelor identificate și validate:

