Аналоговая электроника и техника измерений.

Модуляция электрических сигналов.

Импульсная и цифровая модуляция.

Импульсная модуляция

Импульсная модуляция — это модуляция, при которой в качестве несущего сигнала используется периодическая последовательность импульсов, а в качестве модулирующего может использоваться аналоговый или дискретный сигнал.

Математическим базисом для импульсной модуляции служит теорема Котельникова (теорема отсчетов, Найквиста-Шенона), упрощенно теорема интерпретируется так:

сигнал $u(t)$, спектр которого сверху ограничен частотой f_h, может быть восстановлен по последовательности своих отсчетных значений, формируемых с интервалом:

$$\Delta t = \frac{1}{2f_h}$$

Импульсная модуляция

Различают несколько основных видов импульсной модуляции:

- **амплитудно-импульсная модуляция** (**АИМ – P**ulse **A**mplitude **M**odulation) - изменение амплитуды импульсов сигнала;
- **частотно-импульсная модуляция** (**ЧИМ – P**ulse **F**requency **M**odulation) - изменение частоты импульсов несущего сигнала;
- **фазо-импульсная модуляция** (**ФИМ – P**ulse **P**osition **M**odulation), изменение фазы импульсов несущего сигнала;
- **широтно-импульсная модуляция** (**ШИМ – P**ulse **W**eight **M**odulation), изменение длительности импульсов сигнала.
- **импульсно-кодовая модуляция** (**ИКМ – P**ulse **C**ode **M**odulation) – соответствие между величиной информационного сигнала и цифровой кодовой посылкой**;**

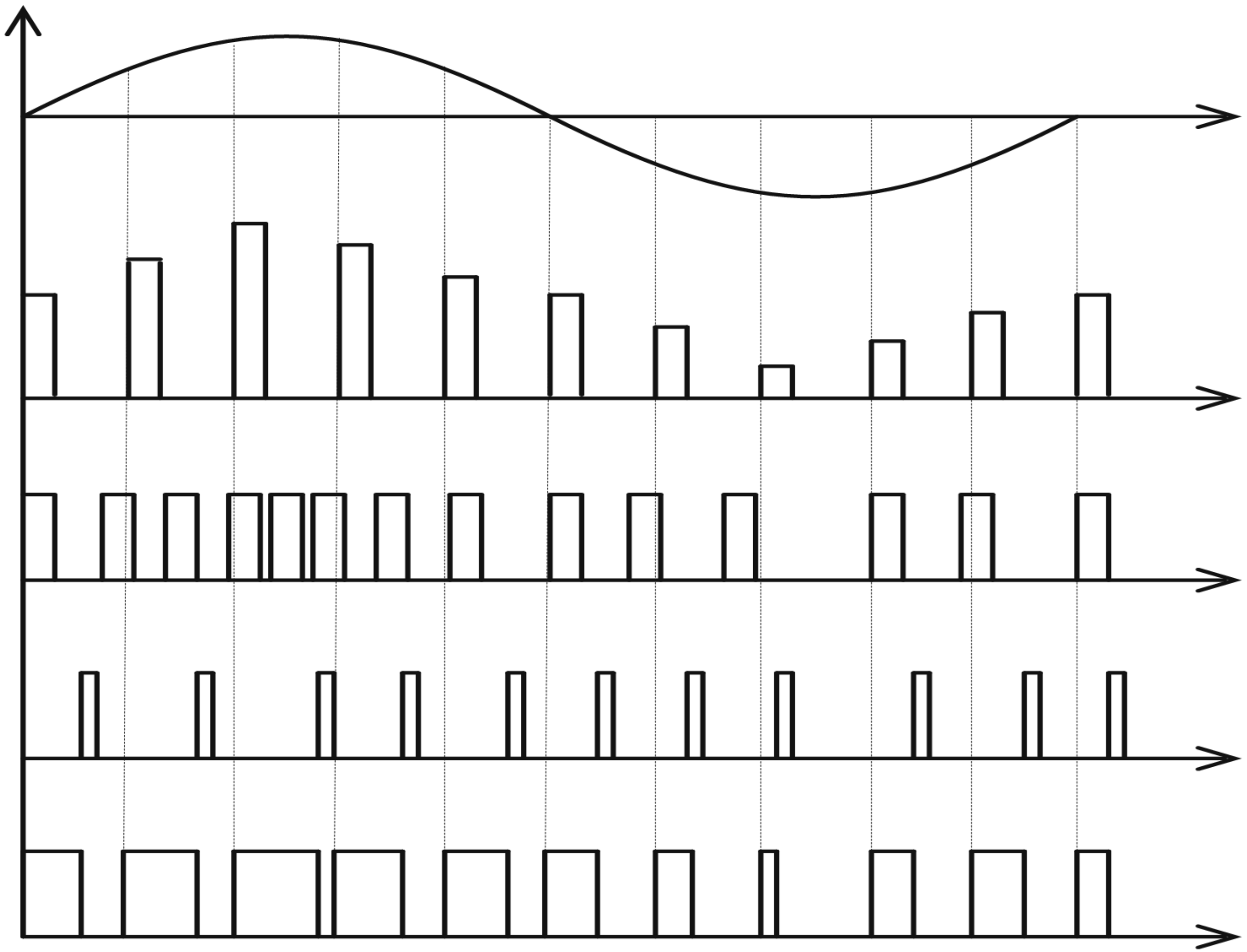
Виды импульсной модуляции

АИМ

ЧИМ

ФИМ

ШИМ



Амплитудно-импульсная модуляция

Примем в качестве несущей последовательность импульсов симметричных относительно вертикальной оси, длительностью τ_i и частотой повторения ω_0, а в качестве информационного сигнала гармоническое колебание, частотой Ω. Основываясь на полученных ранее соотношениях, сигнал амплитудно-импульсной модуляции определим следующим соотношением ($M = \frac{U_m}{U_0}$ - глубина модуляции):

$$S_{am} = (1 + M\cos\Omega t)\left(\frac{U_0\omega_0\tau_i}{2\pi} + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos(k\omega_0 t + \varphi)\right) = \frac{U_0\omega_0\tau_i}{2\pi} + \frac{U_0\omega_0\tau_i}{2\pi} M\cos\Omega t +$$

$$+ \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos(k\omega_0 t + \varphi) + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{A_k M}{2} \cos((k\omega_0 + \Omega)t + \varphi) + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{A_k M}{2} \cos((k\omega_0 - \Omega)t + \varphi)$$

Спектр состоит из постоянной составляющей, гармоник разложения несущей в ряд Фурье и попарно расположенных боковых информационных составляющих для каждой гармоники. Огибающая спектра соответствует спектру одиночного импульса. Ширина спектра модулированного сигнала зависит от ширины импульса несущей и практически не зависит от частоты повторения импульсов и модулирующего сигнала.

Амплитудно-импульсная модуляция

В случае реального сигнала, спектр которого описывается как $\boldsymbol{u}(\omega)$, спектр модулированного сигнала будет выглядеть так:

$$\boldsymbol{S}(\omega) = \frac{\omega_0 \tau_i}{2\pi}\left[\boldsymbol{u}(\omega) + \sum_{k=1}^{\infty} U_0 \tau_i \frac{\sin\left({}^{k\omega_0\tau_i}/_{2}\right)}{{}^{k\omega_0\tau_i}/_{2}} \boldsymbol{u}(\omega - k\omega_0)\right]$$

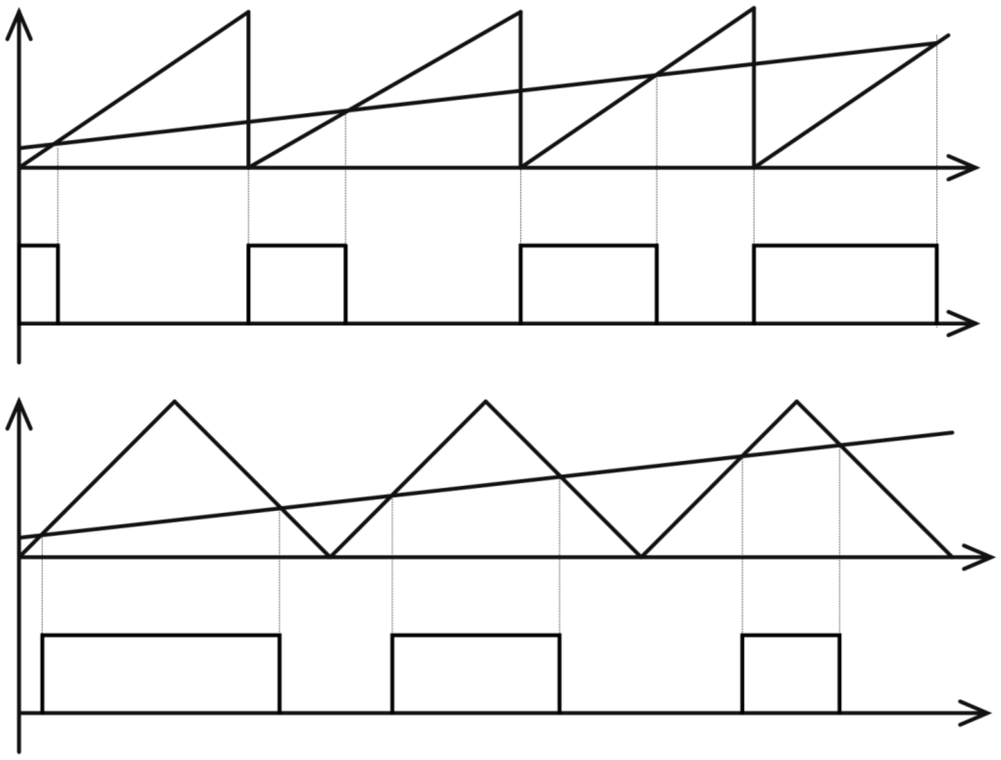
Спектр представляет собой бесконечную сумму сдвинутых на гармоники разложения Фурье для несущих импульсов, спектра модулирующего сигнала. Ширина спектра модулированного сигнала определяется спектром несущей, соответственно огибающая спектра – спектр одиночного импульса, длительностью τ_i и не зависит от информационного сигнала.

Помехоустойчивость сигналов АИМ низкая. Использовать АИМ сигналы для передачи по линии связи невозможно.

Широтно-импульсная модуляция

Широтно-импульсная модуляция – изменение длительность импульсов несущей в соответствии с модулирующим сигналом. Существуют два типа – одно- и двух-сторонняя ШИМ. При односторонней модуляции, один фронт импульса фиксирован, а второй меняет свое положение, при двухсторонней – положение могут менять оба фронта.

Ширина спектра при ШИМ также как и при АИМ определяется длительностью импульсов несущей, однако учитывая то, что длительность импульсов может быть гораздо меньше, чем при АИМ, спектр будет шире.



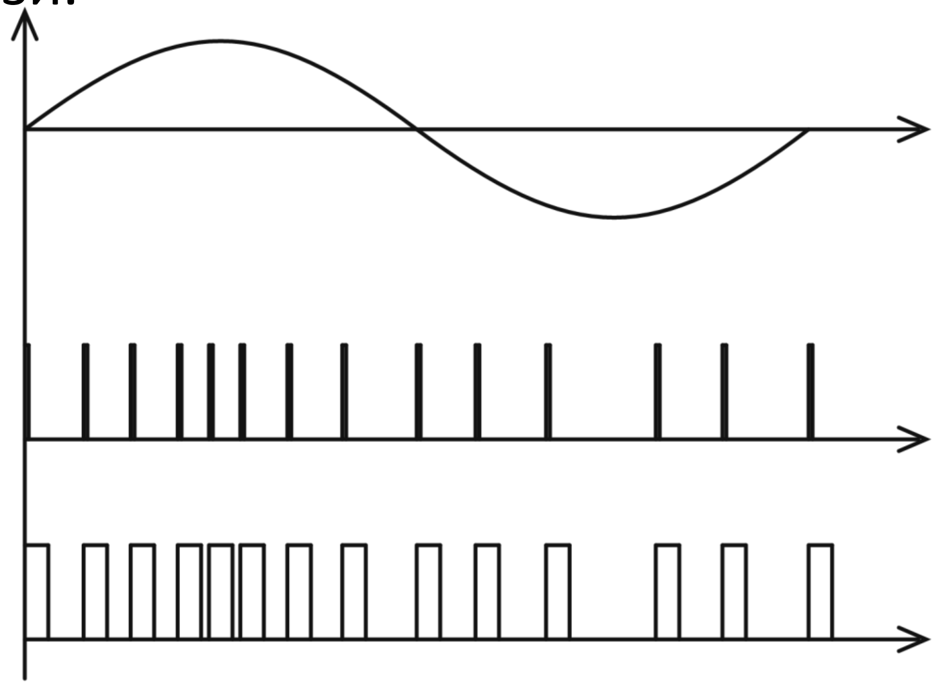
Частотно-импульсная модуляция

Частотно-импульсная модуляция – изменение частоты импульсов несущей в соответствии с модулирующим сигналом.

Как и в случае ШИМ, существуют несколько способов – модуляция узкими импульсами, при этом модулированный сигнал имеет большую разрешающую способность, но его спектр очень широк (определяется длительностью импульсов), а поэтому мало пригоден для передачи по линиям связи.

Второй способ, модуляция широкими импульсами, полоса будет уже.

Спектр, как и при АИМ, представляет сумму гармоник несущих импульсов с боковыми полосами вид которых определяется также, как и при аналоговой частотной модуляции.



Фазо-импульсная модуляция

Фазо-импульсная модуляция – при фиксированной длительности импульсов и неизменной частоте повторения, меняется положение импульсов несущей внутри периода относительно точки привязки в соответствии с модулирующим сигналом. Этот вид модуляции называют еще время-импульсным.

Получить фазо-импульсно модулированный сигнал можно например из сигнала ШИМ,

если начало импульса формировать по подвижному фронту ШИМ, а длительность импульса ограничить с помощью специального устройства.

ФИМ обладает наилучшими свойствами в области помехоустойчивости, по сравнению с другими видами импульсной модуляции. Ширина спектра определяется ***длительностью импульсов несущей***.

Импульсно-кодовая модуляция

Импульсно-кодовая модуляция — это модуляция, при которой из информационного аналогового сигнала, посредством трех операций (*дискретизация* по времени, *квантование* по величине и *кодирования*) производится цифровой сигнал.

Математически, ***дискретизация*** это умножение на сумму дельта-функций сдвинутых относительно друг друга на величину периода дискретизации (T), в результате получаем дискретный сигнал:

$$u_d(t) = u(t) \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT)$$

По теореме Котельникова, сигнал можно восстановить, если период дискретизации соответствует удвоенной максимальной частоте сигнала:

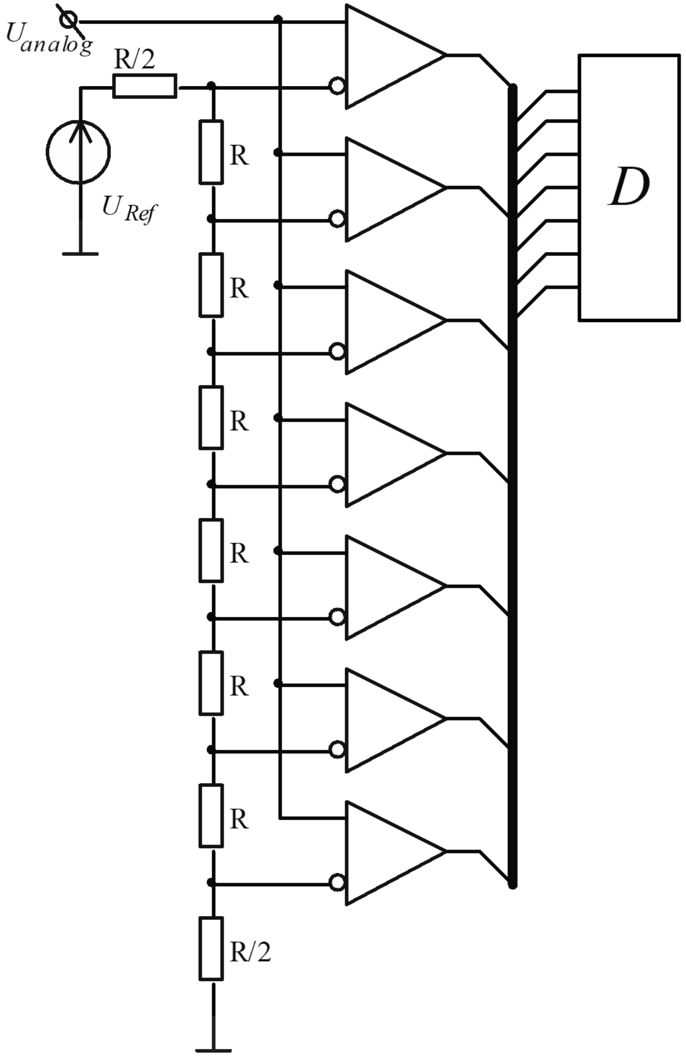
$$T = \frac{1}{2f_h}$$

Квантование – разбиение диапазона амплитудных величин сигнала на конечное число уровней, и округление значения до ближайшего из них.

Аналогово-цифровой преобразователь (АЦП) – модулятор, цифро-аналоговый преобразователь (ЦАП) – демодулятор.

АЦП прямого преобразования

$$V_{digital} = \frac{U_{analog}}{U_{ref}}(2^n - 1)$$



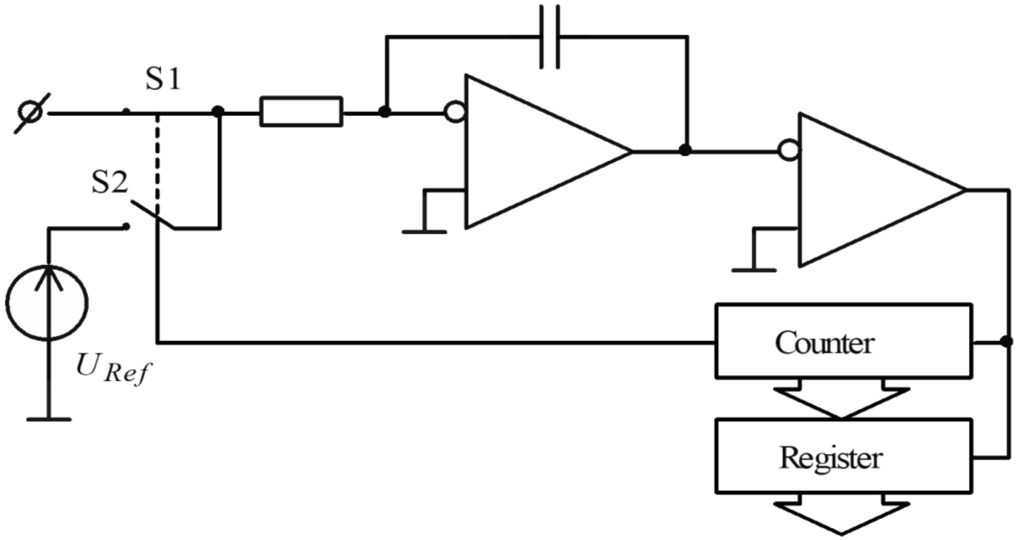
АЦП прямого преобразования (параллельный АЦП).

Достоинство – высокая скорость преобразования.

Время преобразования 1 такт.

Недостаток – высокая стоимость АЦП.

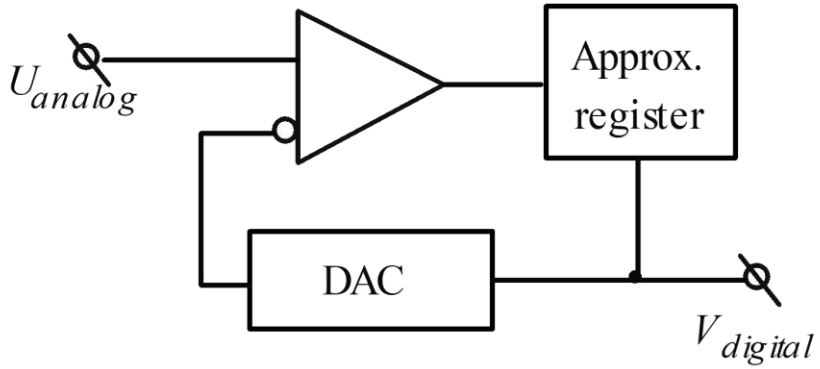
АЦП двойного интегрирования



В начальный момент на выходе интегратора нулевое напряжение, счётчик в нулевом состоянии. Начало работы замыкания S1 - при этом выходное напряжение интегратора начинает линейно расти. Процесс длится до момента переполнения счётчика. Сигнал переполнения приводит к размыканию S1 и замыканию S2. На вход интегратора подаётся опорное напряжение отрицательного значения и выходное напряжение интегратора начинает линейно убывать. Когда напряжение на интеграторе снижается до нуля, срабатывает компаратор и останавливает счётчик и делает запись данных в регистр.

АЦП последовательного приближения

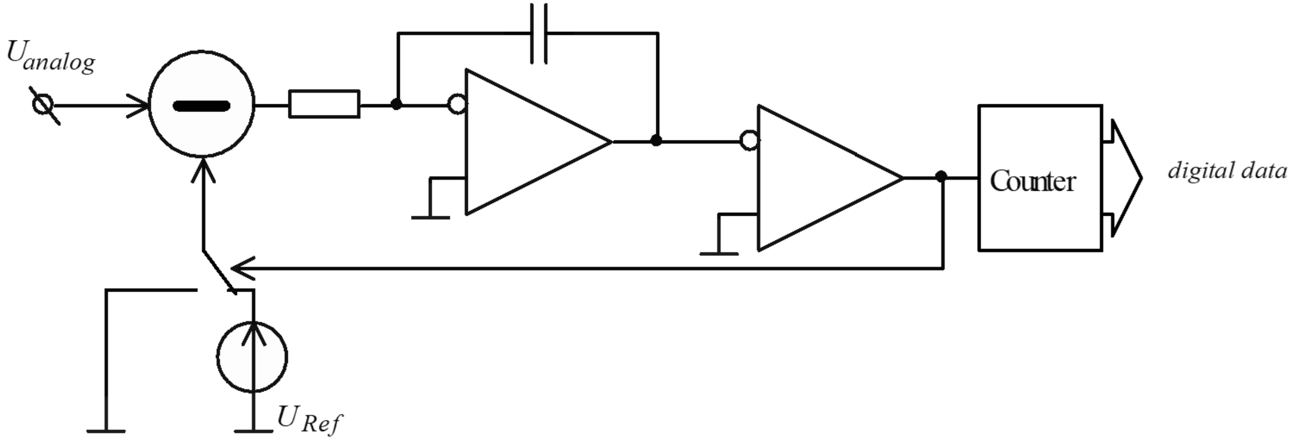
$$V_{digital} = \frac{U_{analog}}{U_{ref}}(2^n - 1)$$



При запуске преобразования старший бит регистра устанавливается в «1». Если входное напряжение АЦП больше, чем напряжение на выходе ЦАП, то бит регистра остается установленным, в противном случае сбрасывается. Далее устанавливается следующий бит и выполняется новое сравнение. Процесс продолжается до тех пор, пока не будут оценены все биты.

Общее время преобразования определяется временем установки/ сброса одного бита, умноженным на количество битов в регистре последовательного приближения. Например для 16-разрядного АЦП с тактовой частотой 2 МГц время преобразования составляет 16 x 0,5 мкс = 8 мкс.

Сигма-дельта ($\Sigma - \Delta$) АЦП



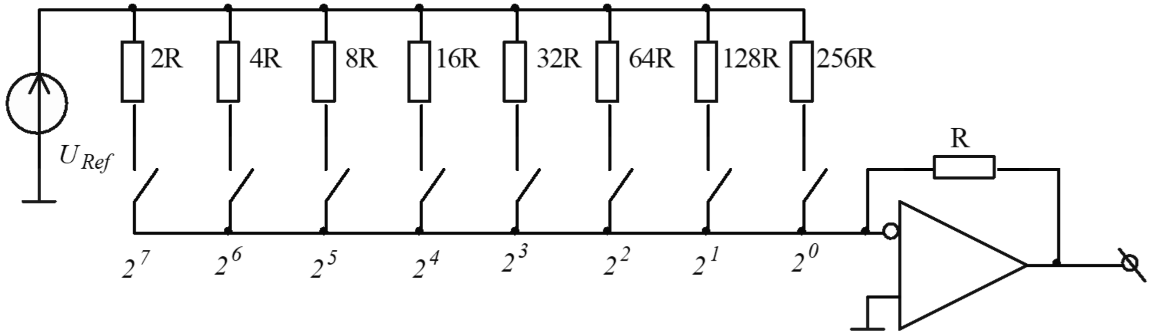
Входной сигнал АЦП подается на сумматор, где из него вычитается выходной сигнал встроенного 1-битного ЦАП, результат интегрируется и поступает на компаратор, который сравнивает его с нулем. Сигнал компаратора устанавливает или сбрасывает триггер. Состояние D-триггера управляет в ЦАП. На выходе D-триггера создается битовый поток, плотность появления логических единиц в котором пропорциональна уровню входного напряжения (преобразователь напряжение-частота). Каждый тактовый импульс генерирует один бит последовательного выходного сигнала. Далее устанавливается цифровой фильтр (в простейшем варианте двоичный счетчик) формирующий выходной код.

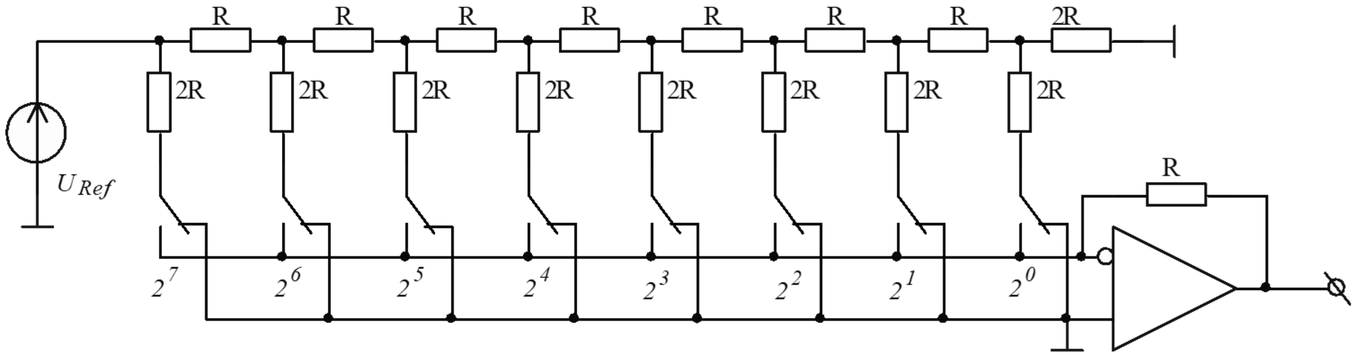
ЦАП

$$V_{digital} = \frac{U_{analog}}{U_{ref}}(2^n - 1)$$

, здесь n – разрядность преобразования. Если $V_{digital} = \{v_{n-1} \dots v_1, v_0\}$ то для ЦАП с весовыми резисторами (взвешивающий ЦАП) по первому правилу Кирхгофа:

$$U_{analog} = -R\sum_{i=0}^{n-1} \frac{U_{ref}}{2^{n-i}R} v_i$$





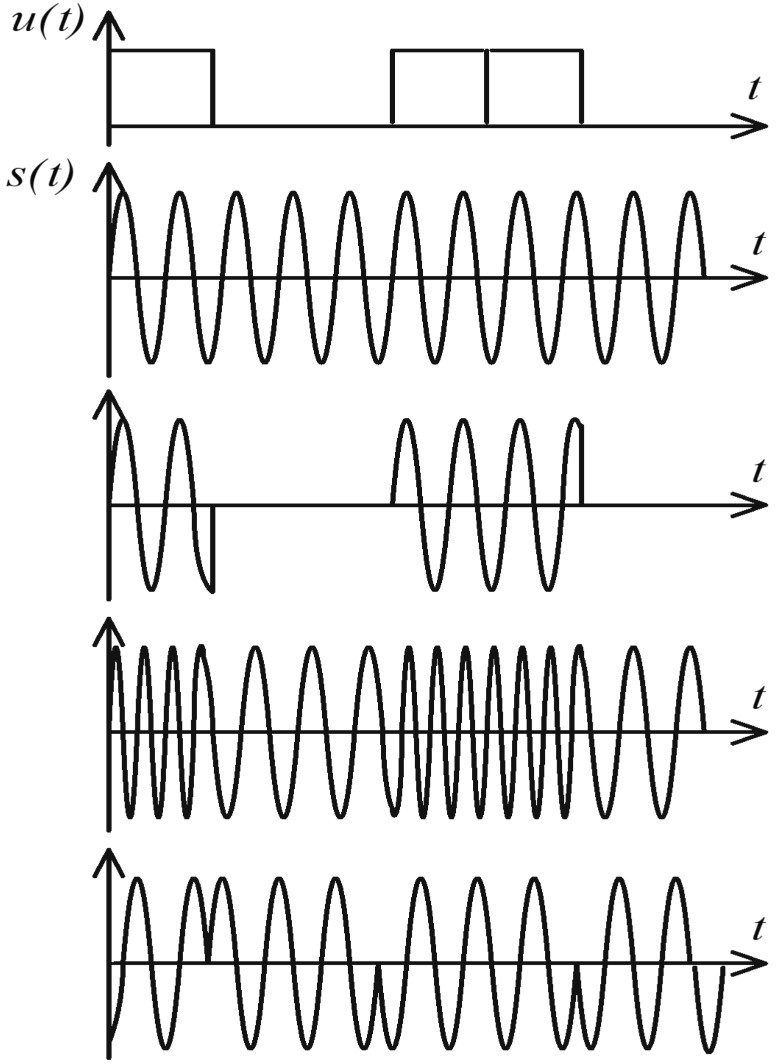
ЦАП лестничного типа.

Типы АЦП и ЦАП

Тип АЦП	Разрешение, бит	Частота дискретизации	Отношение сигнал/шум
Двойного интегрирования	12-20	100 SPS	60 дБ
Последовательного приближения	8-24	до 10 MSPS	95 дБ
Прямого преобразования	4-12	до 10 GSPS	50 дБ
Дельта-сигма	16-32	до 100 kSPS	130 дБ
Типы ЦАП			
Взвешивающий ЦАП	8	10 MSPS	70 дБ
Лестничный ЦАП (R-2R, C-2C, M-2M)	12-20	до 1 MSPS	95 дБ
Дельта-сигма ЦАП	16-32	до 100 kSPS	110 дБ

Цифровая модуляция (манипуляция)

Цифровая модуляция (манипуляция) — это модуляция, при которой в качестве несущего сигнала используется гармонический сигнал, а в качестве модулирующего цифровой (двоичная последовательность). Цифровая манипуляция это преобразование двоичного кода в определенные отрезки гармонического колебания.



Основные виды манипуляции:

- **Амплитудная манипуляция (АМн** - *amplitude shift keying - ASK***)**.
- **Частотная манипуляция (ЧМн -** *frequency shift keying - FSK***)**.
- **Фазовая манипуляция (ФМн -** *phase shift keying - PSK***)**.
- **Квадратурная и многопозиционная манипуляция.**

Цифровая модуляция (манипуляция)

Дополнительными видами цифровой модуляции являются виды ***относительной манипуляции***. Например **относительно-фазовая манипуляция** (ОФМн, *differential phase shift keying* - ***DPSK***) или разностная, когда манипуляция осуществляется в зависимости от посылки: если приходит изменение от «0» к «1», или от «1» к «0» фаза изменяется (например на 180°), если изменения нет, то фаза остается прежней.

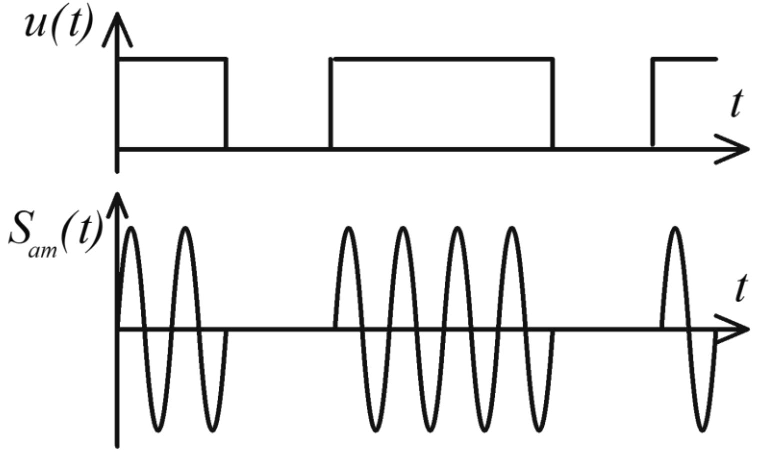
Аналогичным способом получают относительные частотную и амплитудную манипуляции.

Дельта-модуляция, упомянутая ранее, также является примером относительной модуляции.

Гармонический несущий сигнал выбирается соответствующим линии для передачи информации.

Амплитудная манипуляция

Амплитудная манипуляция — это модуляция, при которой в соответствии с информационным сигналом дискретно изменяется амплитуда несущего колебания. При этом нулевому уровню может соответствовать, как отсутствие колебаний, так и меньшая их амплитуда.



Представим модулирующий сигнал периодической последовательностью импульсов, и частотой Ω и длительностью каждого импульса в половину периода, такую последовательность можно разложить в ряд Фурье:

$$u(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1 - cosk\pi}{k} sink\Omega t$$

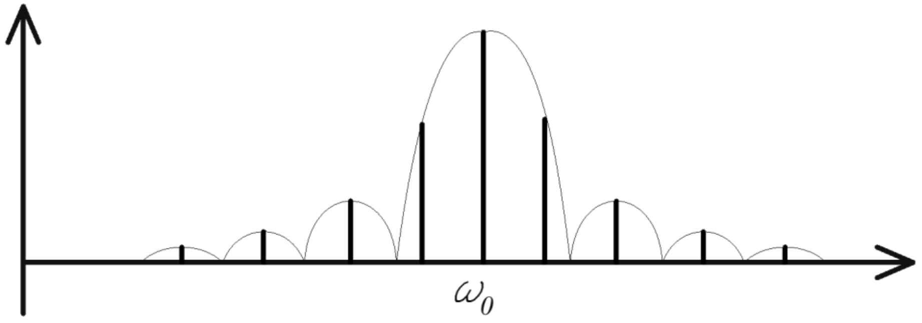
Амплитудная манипуляция

$$S_{am}(t) = U_0 u(t)\, sin(\omega_0 t + \varphi) = U_0 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1 - cosk\pi}{k} sink\Omega t \right) sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$= \frac{U_0}{2} sin(\omega_0 t + \varphi) + \frac{U_0}{2\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1 - cosk\pi}{k} \cos((\omega_0 + k\Omega)t + \varphi) + \frac{U_0}{2\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1 - cosk\pi}{k} \cos((\omega_0 - k\Omega)t + \varphi)$$

Спектр амплитудной манипуляции (АМн) представляет удвоенный спектр последовательности импульсов, сдвинутый на позицию несущей частоты, огибающая спектра определяется спектром одиночного импульса информационной последовательности:

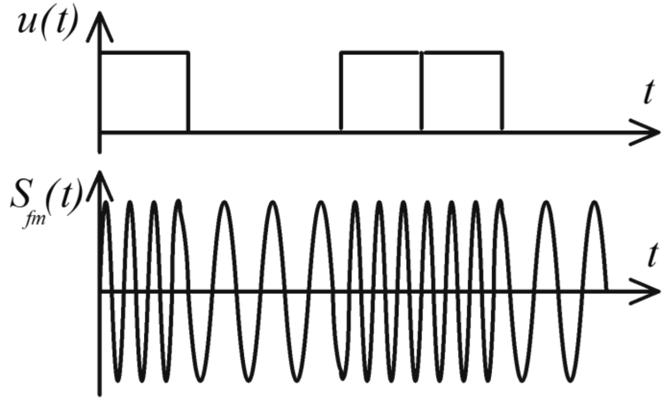
$$\boldsymbol{S}(\omega) = U_0 \cdot \delta(\omega - \omega_0) \frac{U_0 \tau_i}{2} \cdot \frac{\sin\left({(\omega - \omega_0)\tau_i}/{2} \right)}{{(\omega - \omega_0)\tau_i}/{2}}$$



Частотная манипуляция

Для частотной манипуляции:

$$S_{fm}(t) = U_0 \sin\left(\omega_0 t + \Delta\omega \sum_{n=1}^{\infty} U_m f(t - n\tau_i) + \varphi_0\right)$$

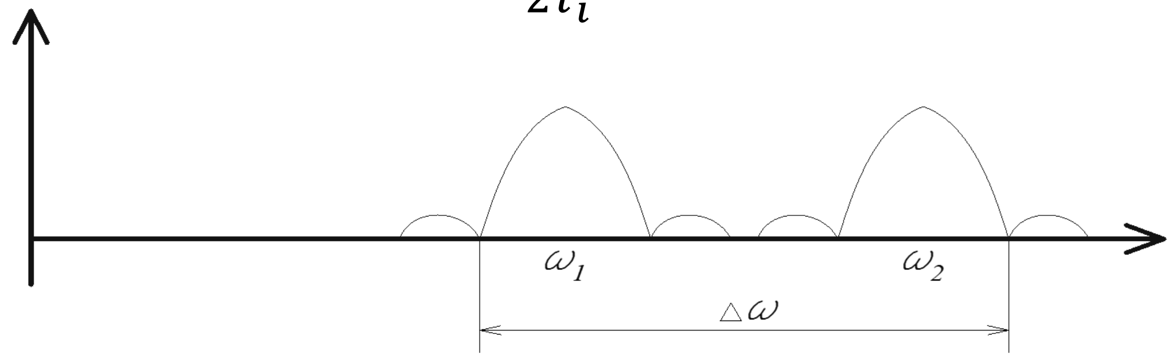


Здесь $\Delta\omega$ – девиация частоты, U_m - величина определяемая передаваемым символом (0 или 1), τ_i - длина символа.

Спектр частотной манипуляции определяется спектром одиночного прямоугольного импульса смещенного на позицию каждой из несущих частот, ширина спектра гораздо больше чем в случае АМн, кроме того при не кратности частоты модуляции и символьной скорости, возможны скачки фазы, которые приведут к еще большему расширению спектра.

Частотная манипуляция

Наилучший способ управления нарастанием фазы – символы определяют скорость линейного изменения, а ЧМн сигнал вычисляется как косинус от этой фазы, сигнал получается непрерывным и называется *сигналом с непрерывной фазой* (***continuous phase frequency shift keying — CPFSK****).* При этом за 1 фаза нарастает на $\frac{\pi}{2}$, за 0 убывает на туже величину. Зная изменение фазы, нетрудно определить девиацию частоты: $\Delta\omega = \frac{\pi}{2\tau_i}$. Спектр ЧМн сигнала:



Минимальная ширина спектра равна удвоенной ширине спектра прямоугольного импульса.

Фазовая манипуляция

Фазовая манипуляция, здесь в качестве модулирующего возьмем последовательность импульсов симметричную относительно горизонтальной оси:

$$u(t) = \frac{2}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1 - coskπ}{k}sinkΩt$$

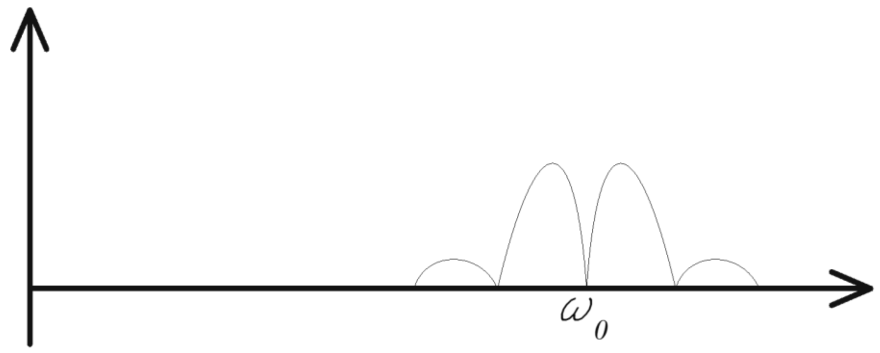
Модулированный сигнал:

$$S_{pm}(t) =$$
$$= U_0 cosΔφ\, sin(ω_0 t + φ) + U_0 sinΔφ \sum_{k=1}^{\infty}\frac{1 - coskπ}{πk}\cos\big((ω_0 + kΩ)\,t + φ\big)$$
$$+ U_0 sinΔφ \sum_{k=1}^{\infty}\frac{1 - coskπ}{πk}\cos((ω_0 - kΩ)t + φ)$$

Фазовая манипуляция

Особо интересен случай, когда девиация фазы $\Delta\varphi = \pm\frac{\pi}{2}$, несущая отсутствует, вся энергия в боковых полосах. Спектральный состав ФМн сигнала не отличается от спектрального состава АМн сигнала:

$$\boldsymbol{S}(\omega) = U_0\tau_i \frac{\sin\left({(\omega-\omega_0)\tau_i}/{2}\right)}{{(\omega-\omega_0)\tau_i}/{2}}$$



В общем случае:

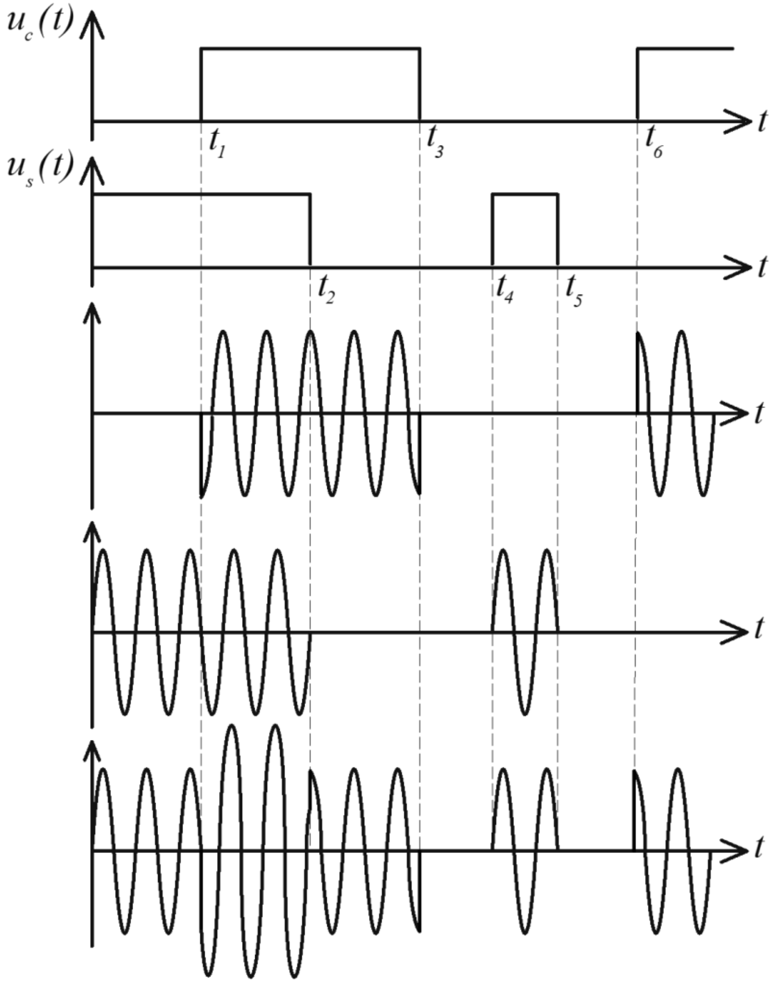
$$\boldsymbol{S}(\omega) = U_0 cos\Delta\varphi \cdot \delta(\omega-\omega_0) + U_0\tau_i sin\Delta\varphi \frac{\sin\left({(\omega-\omega_0)\tau_i}/{2}\right)}{{(\omega-\omega_0)\tau_i}/{2}}$$

Квадратурная манипуляция

При модуляции квадратурных сигналов цифровыми, удобнее рассматривать процесс как модуляцию фазы, тогда:

$$S_{QAM}(t) = U_0\, sin(\omega_0 t + \varphi) = U_0 cos\varphi \cdot cos\omega_0 t +$$

$$+U_0 sin\varphi \cdot sin\omega_0 t = u_c(t) \cdot cos\omega_0 t + u_s(t) \cdot sin\omega_0 t$$



Получаем, что при амплитудной манипуляции квадратурными сигналами выходной сигнал будет манипулированным по фазе *±45°*. Такое представление называется квадратурной амплитудной модуляцией ***QAM*** (*quadrature amplitude modulation) или* ***QASK***.

Квадратурная манипуляция

$$S_{QAM}(t) = \sqrt{u_c{}^2(t) + u_s{}^2(t)} \cdot \cos\left\{\omega_0 t - arctg\,\frac{u_c(t)}{u_s(t)} + \frac{\pi}{2}\,sign(u_c(t) - 1)\right\}$$

Спектр квадратурно-модулированного сигнала можно представить как сумму спектров синусной и косинусной составляющих (несущая подавлена):

$$\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{QAM}}(\omega) = \frac{1}{2}\left(\boldsymbol{S}_{cos}(\omega + \omega_0) + \boldsymbol{S}_{cos}(\omega - \omega_0)\right) + j\,\frac{1}{2}\left(\boldsymbol{S}_{sin}(\omega + \omega_0) - \boldsymbol{S}_{sin}(\omega - \omega_0)\right)$$

При передаче цифровой информации ширина спектра определяется спектром одиночного импульса модулирующего сигнала, следовательно в случае квадратурно-модулированного сигнала ширина спектра : $\sim \frac{\pi}{\tau_i}$