

Электротехника и электроника.

Учебное пособие.

Часть 1.

Данное учебное пособие создавалось для студентов 2-3 курсов информационного направления подготовки. В первой части пособия рассмотрены вопросы, связанные с базовыми знаниями по электротехнике и электронике – анализ цепей постоянного и переменного синусоидального тока, резонансные процессы в электрических цепях. Также рассмотрены основные полупроводниковые элементы электрических цепей и некоторые схемы их применения.

Оглавление

Оглавление	2
§1. Краткие сведения из теории электромагнитного поля.	4
§2. Электрические цепи, основные понятия и определения.	7
§3. Электрические цепи переменного синусоидального тока.	21
§4. Резонансные явления в цепях переменного синусоидального тока.	35
§5. Трёхфазные цепи переменного синусоидального тока.	42
§6. Четырёхполюсники.	50
§7. Проводимость материалов. Р-п переход. Полупроводниковый диод	60
§8. Биполярный транзистор. Полевые транзисторы. Тиристоры.	74
§9. Операционный усилитель.	89
§10. Преобразователи энергии	96
Список литературы	99

§ 1. Краткие сведения из теории электромагнитного поля.

К базовым физическим понятиям, необходимым для нашего курса, следует отнести понятия электрического заряда, напряженности электрического и магнитного полей, понятия электрической емкости и индуктивности, электрического тока и потенциала электромагнитного поля. Все соотношения и константы, приведенные ниже, определены в системе СИ.

Электрический заряд – физическая величина, показывающая возможность материального тела быть источником электромагнитного поля. Единица измерения заряда - кулон [Кл], одна из основных физических постоянных это заряд электрона, равный $1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл. Взаимодействие двух точечных зарядов определяется **законом Кулона**:

$$\vec{F} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \vec{R}_0, \quad \epsilon_0 = 8,86 \cdot 10^{-12} \frac{\Phi}{\text{м}}$$

ϵ_0 - диэлектрическая проницаемость вакуума, \vec{R}_0 - единичный вектор. При наличии в физической системе более двух зарядов силы взаимодействия определяются согласно принципу суперпозиции.

Напряженность электрического поля в некоторой точке является силовой характеристикой, определяющей величину силы действующей на помещенный в эту точку электрический заряд:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

Единица измерения напряженности $\left[\frac{\text{В}}{\text{м}}\right]$. Для электрического поля в веществе вводится понятие электрической индукции (здесь ϵ - диэлектрическая проницаемость материала), размерность индукции $\left[\frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}\right]$:

$$D = \epsilon\epsilon_0 E$$

Электрический потенциал – величина, характеризующая потенциальную энергию заряда помещенного в электрическое поле.

$$\varphi = \frac{W}{q}$$

В связи с тем, что энергия (а как следствие и потенциал) определяется с точностью до некоей константы, непосредственный физический смысл приобретает величина разности потенциалов. **Напряжение (разность потенциалов)** это работа по перемещению электрического заряда:

$$U_{ab} = \varphi_a - \varphi_b = \frac{A_{ab}}{q} = \int_a^b E dl \quad (1.1)$$

здесь E - напряженность электрического поля, l - путь, связывающий точки a и b . Единица измерения величины напряжения - вольт $\left[\frac{\text{Дж}}{\text{Кл}}\right]$

Электрический ток – упорядоченное движение электрических зарядов. Физический смысл – скорость изменения электрического заряда. Единица измерения тока - ампер $=\left[\frac{\text{Кл}}{\text{с}}\right]$. Величина тока определяется следующим соотношением:

$$i = \frac{dQ}{dt} \quad (1.2)$$

Электрическое сопротивление – физическая величина, характеризующая свойство проводников оказывать сопротивлению протеканию тока. Наличие сопротивления вызывает выделение энергии. Сопротивление определяется геометрией и материалом проводника:

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

Здесь ρ – удельное сопротивление материала, S - площадь сечения, l - длина проводника. Единица измерения сопротивления – $\left[\frac{В}{А}\right] = \text{Ом}$. Элемент электрической цепи – резистор. Связь тока и напряжения на резисторе определяется **законом Ома**:

$$U = RI$$

Электрическая емкость – физическая величина, характеризующая возможности физической системы накапливать электрический заряд. В электротехнике под емкостью понимается взаимная емкость проводников. Следует обратить внимание на то что в общем случае емкость системы определяется геометрией взаимного расположения проводников и не зависит от значений тока и потенциала электромагнитного поля. Элемент электрической цепи, выполняющий функцию, связанную с накоплением и потерей заряда, называется **конденсатором**. Единица измерения емкости Фарада $\left[\frac{Кл}{В}\right] = \text{Ф}(F)$. Для системы двух проводников:

$$C = \frac{q}{\Delta\varphi} = \frac{q}{u}$$

Используя определение емкости и понятие электрического тока (1.2):

$$i_c = C \frac{du_c}{dt} \quad (1.3)$$

Здесь видно, что при постоянном значении напряжения ток через конденсатор равен нулю. Энергия электрического конденсатора:

$$W = \sum A = \int u dq = C \int_0^u u du = \frac{CU^2}{2}$$

Напряженность и индукция магнитного поля – векторные величины, являющиеся силовыми характеристиками поля.

$$B = \mu\mu_0 H$$

B - индукция, H - напряженность магнитного поля, μ - магнитная проницаемость материала и μ_0 - магнитная проницаемость вакуума. Размерности индукции и напряженности магнитного поля $[\text{Тл}]$ и $\left[\frac{\text{А}}{\text{м}}\right]$ соответственно, а $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ – магнитная проницаемость вакуума.

Сила Лоренца - действие магнитного поля на движущийся электрический заряд (здесь \vec{v} - скорость движения заряда):

$$\vec{F} = q[\vec{B} \times \vec{v}]$$

В случае электромагнитного поля (наличия одновременно и электрического и магнитного полей), сила Лоренца:

$$\vec{F} = q(\vec{E} + [\vec{B} \times \vec{v}])$$

Сила Ампера действует на проводник с током в магнитном поле, по сути это взаимодействие потока электронов и поля:

$$d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}$$

$d\vec{l}$ – элемент длины проводника. Сила Ампера является основой работы всех электрических машин.

Магнитный поток (поток вектора магнитной индукции) физическая величина, характеризующая силу и протяженность поля:

$$\Phi = \int_S \vec{B} d\vec{S}$$

Единица измерения потока Вб = Тл · м². Изменение величины магнитного потока приводит к возникновению явления самоиндукции. **Индуктивность** – величина характеризующая магнитные свойства контура. Индуктивность это коэффициент, связывающий электрический ток и формируемый им магнитный поток:

$$\Phi = Li$$

Единица измерения индуктивности $-\left[\frac{\text{Вб}}{\text{А}}\right] = \text{Гн}$. Закон Фарадея (явление самоиндукции)

$$\mathcal{E}_m = \frac{d\Phi}{dt}, \quad L \frac{di}{dt} = U_L \quad (1.4)$$

Правое выражение в 1.4 определяет рабочую характеристику элемента электрической цепи, который называется катушкой индуктивности. Энергия катушки индуктивности:

$$W = \sum A = L \int_0^I i di = \frac{LI^2}{2}$$

В таблице 1.1 приведены уравнения описывающие электромагнитное поле. Физический смысл уравнений:

- поток электрической индукции через замкнутую поверхность определяется величиной заряда внутри охваченного объема (заряд является источником поля).

- поток магнитной индукции через замкнутую поверхность равен нулю (магнитного монополя нет).

- циркуляция электрического поля на замкнутом контуре определяется изменением магнитного потока через поверхность натянутую на контур (изменение магнитного поля порождает электрическое поле)

- циркуляция магнитного поля на замкнутом контуре определяется изменением потока электрической индукции и движением свободных зарядов (изменение электрического поля и ток порождают электрическое поле).

Таблица 1.1. Уравнения электромагнитного поля (уравнения Максвелла):

Интегральная форма	Дифференциальная форма
$\oint \vec{D} d\vec{S} = q$	$\operatorname{div} \vec{D} = \rho$
$\oint \vec{B} d\vec{S} = 0$	$\operatorname{div} \vec{B} = 0$
$\oint \vec{E} d\vec{l} = -\frac{\partial \Phi}{\partial t}$	$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$
$\oint \vec{H} d\vec{l} = \int \vec{j} d\vec{S} + \frac{\partial}{\partial t} \int \vec{D} d\vec{S}$	$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

§ 2. Электрические цепи, основные понятия и определения.

2.1. Основные определения.

Введем некоторые необходимые нам в последующем определения, относящиеся к базовым понятиям теории электрических цепей.

Электрической цепью называется совокупность элементов цепи, в том числе источников электрической энергии, соответствующим образом соединенных между собой по определенным правилам, и предназначенной для производства и распределения электрической энергии, или сбора, обработки и передачи электрических сигналов (информации).

Элементами называются отдельные части электрической цепи, выполняющие определенные функции.

Сразу следует заметить, что работа основной части рассматриваемых в данном курсе электрических цепей описывается линейными алгебраическими или дифференциальными уравнениями. По этой причине такие цепи называются **линейными электрическими цепями**.

Электрическая схема – выполненное согласно правилам изображение электрической цепи с помощью условных знаков, обозначающих элементы и связи между ними.

Для описания процессов, протекающих в электрических цепях, используют понятия тока, напряжения, электродвижущей силы. Для описания работы сложных устройств используют упрощенные модели, называемые также **схемами замещения**.

Токи и напряжения в электрических цепях делятся на два основных типа – **постоянные и переменные**. Постоянные токи и напряжения являются неизменными во времени. Принятые в электротехнике обозначения I , U – для постоянного тока и напряжения (заглавные буквы), $i(t)$, $u(t)$ – для мгновенных значений, I_m , U_m – для амплитуд и т.д.

Элементы, рассматриваемые этой части курса, являются **сосредоточенными**, т.е. не зависящими от пространственного положения их самих, типа токов и напряжений в электрической цепи. Такие цепи называются **цепями с сосредоточенными параметрами**. Отдельным типом электрических цепей являются **цепи с распределенными параметрами**, которые будут рассмотрены в рамках курса позднее. Все элементы рассматриваемых цепей считаются линейными (изменения тока и напряжения описываются линейными уравнениями), если в условии задачи не будет указано обратное.

Элементы электрических цепей, их схемные обозначения, основные соотношения, описывающие работу и единицы измерения, приведены в таблице 1.1. Эти элементы будут использованы при изображении электрических схем на ближайших занятиях, впоследствии, при рассмотрении новых элементов электрических цепей, их описание будет проведено отдельно.

Соотношения, описывающие работу элементов электрической цепи, позволяют построить зависимость напряжения от тока для каждого элемента. Эта зависимость называется **вольт-амперной характеристикой (ВАХ)** элемента цепи.

Основные понятия относящихся к структуре электрических цепей:

ветвь – участок цепи из включенных последовательно элементов,

узел – точка соединения трех и более ветвей,

контур – замкнутый путь в схеме, проходящий через ветви и узлы,

независимый контур – контур, содержащий хотя бы одну ветвь, не входящую в другие контуры.

Двухполюсник – электрическая цепь, имеющая два вывода. Двухполюсник является активным если содержит источники энергии, и пассивным если источников электрической энергии нет.

Четырехполюсник - электрическая цепь, имеющая четыре вывода. Четырехполюсники, также как и двухполюсники, бывают активными и пассивными.

Часть электрической цепи, выделяющая электрическую энергию, называется **источником (или генератором)** энергии (тока, напряжения). Часть электрической цепи, подключенная к генератору энергии, называется **нагрузкой**. Нагрузка может преобразовывать электрическую энергию в другие виды (тепловую, механическую и т.д., т.е. выполнять работу), но это не является обязательным требованием, энергия может накапливаться в нагрузке или, из-за условий работы цепи, энергия может возвращаться обратно в источник. Следует выделить особый режим работы генератора энергии и нагрузки – **согласованный**. При согласованном режиме генератор передает в нагрузку **максимально возможную мощность**.

Существуют два основных метода исследования работы электрической цепи: метод (опыт) **короткого замыкания** (сопротивление нагрузки равно нулю) и метод (опыт) **холостого хода** сопротивление нагрузки бесконечно, цепь разорвана. **Опыт** – исторически сложившееся название эксперимента в электротехнике.

Эквивалентное преобразование части цепи – это такое изменение данной части, при котором токи и напряжения в оставшейся цепи не изменятся. Подобное преобразование используется для упрощения структуры цепи и облегчения ее анализа.

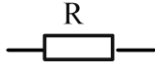


Рассмотрение электрических цепей начнем с цепей постоянного тока. Цепи постоянного тока описываются наиболее просто, а полученные при их рассмотрении результаты мы впоследствии распространим на другие типы электрических цепей. Элементы для этих цепей приведены в таблице 2.1, это резистор и идеальные источники постоянного напряжения и тока. Далее, при расширении диапазона рассматриваемых цепей, мы будем дополнять таблицу элементов электрических цепей.

Также для описания работы электрических цепей часто используется понятие проводимости. **Проводимость** – величина обратная электрическому сопротивлению. Иногда использование проводимости позволяет упростить написание формул. Единица измерения прово-

димости - сименс (См). Схемотехническое изображение проводимости аналогично сопротивлению. Соотношения для проводимости:

$$G = \frac{1}{R}, \quad I = G \cdot U.$$

Таблица 2.1. Элементы электрических цепей.

Название	Обозначение на схеме	Соотношения описывающее работу элемента	Единица измерения
Резистор (электрическое сопротивление)		$U = I \cdot R$	Ом
Идеальный источник Э.Д.С.		$E=f(t)$	Вольт
Идеальный источник тока		$I=f(t)$	Ампер

2.2. Источники напряжения и тока

Величина выходного напряжения источника и ток внешней цепи определяются действием сторонних сил. Сторонними являются силы неэлектромагнитной природы - силы химических реакций в батарее питания, силы механического вращения в электрогенераторе и т.д.

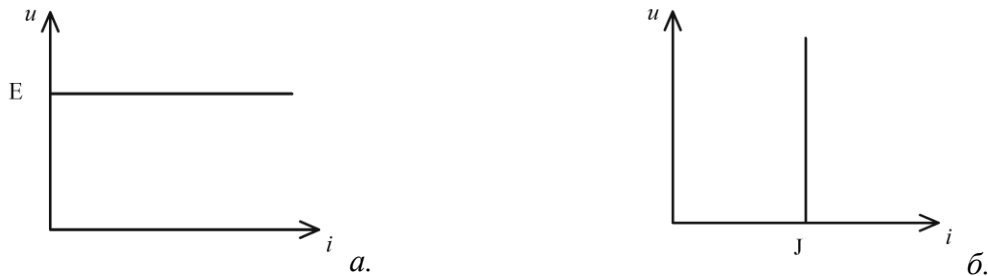


Рис 2.1. ВАХ идеальных источников Э.Д.С. а. и тока б.

На рис. 1.1 показаны вольт-амперные характеристики (ВАХ) идеальных источников энергии. Характеристики приведены для источников постоянного напряжения и тока, $E=\text{const}$, $J=\text{const}$. Из приведенных характеристик видно, что выходное напряжение идеального источника ЭДС и ток идеального источника тока не зависят от величины нагрузки. Из сказанного следует, что внутреннее сопротивление идеального источника напряжения равно нулю, а идеального источника тока – бесконечно, или можно сказать, что проводимость ветви, содержащей идеальный источник тока, равна нулю.

Рассмотрим приближенные к реальным схемы замещения источников с использованием идеальных моделей. Введем следующие понятия: R_0 – внутреннее сопротивление реального источника, R_n – сопротивление нагрузки, т.е. остальной части цепи, подключенной к источнику и предельные режимы работы источника: режим короткого замыкания - $R_n = 0$, и режим холостого хода, когда $R_n = \infty$.

На рис 1.2. приведены схемы замещения и вольт-амперные характеристики для реальных источников Э.Д.С. (а.) и тока (б.). Величины, указанные на ВАХ, определяются следующими соотношениями:

$$I_{кз} = \frac{E}{R_0}, \quad U_{хх} = J \cdot R_0$$

Данные схемы замещения равнозначны в отношении нагрузки, и выбор одной из них определяется удобством при расчете конкретной схемы, замена определяется равенствами:

$$I_{кз} = J, \quad U_{хх} = E \quad (2.1)$$

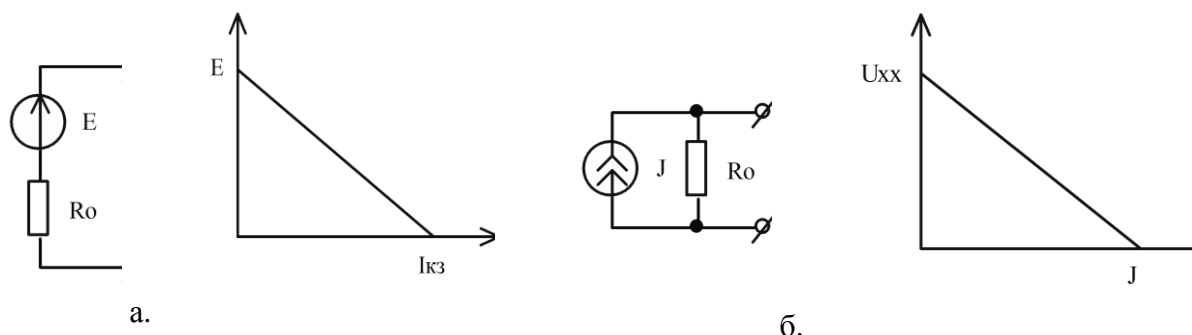


Рис. 2.2. Схемы замещения и ВАХ реальных источников напряжения и тока.

Реальный источник в разных условиях может вести себя как источник напряжения, так и как источник тока. Режим можно определить приблизительно по соотношению внутреннего сопротивления и сопротивления нагрузки: при $R_n \gg R_0$ источник работает в режиме генератора напряжения, а при $R_n \ll R_0$, в режиме генератора тока. Для источников переменного тока, схема замещения выглядит аналогично. При решении задач, если явно не указано обратное, мы будем использовать модели идеальных источников ЭДС и тока.

2.3. Мощность в электрической цепи.

Еще одной физической величиной, необходимой для понимания работы электрических цепей, является понятие мощности. Мощность характеризует энергетические параметры в электрической цепи. **Мощность** – это работа, произведенная в единицу времени, вспоминая определения тока (1.2) и напряжения (1.1), приведенные выше, запишем:

$$P = A/\Delta t = \frac{A}{Q} \cdot \frac{Q}{\Delta t} = U \cdot I$$

Используя закон Ома, перепишем формулу для мощности: $P = U \cdot I = \frac{U^2}{R} = I^2 \cdot R$

Условие баланса мощностей. Мощности, генерируемые источниками энергии, и мощности, выделяющиеся в элементах цепи, равны. Условие баланса – прямое следствие закона сохранения энергии. Проверка баланса мощностей – один из способов определения правильности расчета электрической цепи. Для цепей постоянного тока условие можно записать так:

$$\sum_{k=1}^n E_k \cdot I_k = \sum_{k=1}^n R_k \cdot I_k^2$$

Коэффициент полезного действия (КПД). Реальный источник имеет внутреннее сопротивление, на котором рассеивается часть генерируемой мощности. Соотношение мощно-

сти, выделяющейся в нагрузке, и полной мощности источника называется **коэффициентом полезного действия**. Для цепи на рис. 2.3:

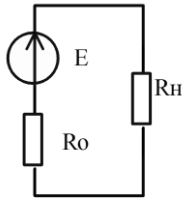


Рис. 2.3

$$\eta = \frac{P_H}{P} = \frac{R_H}{R_H + R_0}$$

Здесь P_H - это мощность, которая выделяется в нагрузке, «полезная» мощность, а P - полная мощность, генерируемая источником. Коэффициент полезного действия показывает долю энергии источника, преобразованную в работу в нагрузке.

2.4. Методы анализа (расчета) электрических цепей.

Анализ электрических цепей - это любой структурированный метод, используемый для математического анализа набора взаимосвязанных компонентов, в результате которого определяются напряжения и токи в любом участке цепи.

Довольно часто инженерам приходится сталкиваться со схемами, которые содержат несколько источников питания, или схемы, конфигурация компонентов которых не позволяет воспользоваться простыми методами анализа последовательных/параллельных цепей. В таких случаях требуется использовать другие, более сложные методы.

Для упрощения подачи и облегчения понимания материала ограничимся на данном этапе рассмотрением только цепей постоянного тока в установившихся режимах. Цепи переменных токов и переходные режимы работы цепей будут рассмотрены позднее.

Правила Кирхгофа - наиболее общий метод анализа цепей.

Правила Кирхгофа (в литературе, иногда называются не совсем корректно законами Кирхгофа) — соотношения, которые выполняются между токами и напряжениями на участках любой электрической цепи. Правила Кирхгофа позволяют рассчитывать любые электрические цепи постоянного и переменного тока.

Правила Кирхгофа имеют особое значение в электротехнике из-за своей универсальности, так как пригодны для решения многих задач в теории электрических цепей и практических расчётов сложных электрических цепей.

Применение правил Кирхгофа к линейной электрической цепи позволяет получить систему линейных уравнений относительно токов или напряжений и, соответственно, найти значение токов во всех ветвях цепи и все напряжения между узловыми точками.

Правила были сформулированы Густавом Кирхгофом в 1845 году. Название «Правила» корректнее потому, что эти правила не являются фундаментальными законами природы, а вытекают из фундаментальных законов сохранения.

Первое правило Кирхгофа можно вывести из закона сохранения заряда - сумма токов в любом узле электрической схемы равна нулю.

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0$$

Здесь n – число ветвей, сходящихся в узле. Направленный к узлу ток принято считать положительным, а направленный от узла — отрицательным. Правило получено из закона полного тока при отсутствии сосредоточенных в узле схемы зарядов.

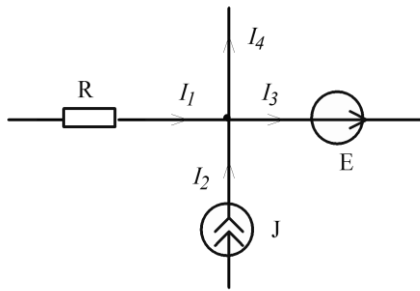


Рис. 2.4. Сумма токов в узле равна нулю. $I_1 + I_2 - I_3 - I_4 = 0$.

Второе правило Кирхгофа - алгебраическая сумма падений напряжений на всех ветвях, принадлежащих любому замкнутому контуру цепи, равна алгебраической сумме ЭДС ветвей этого контура.

$$\sum_{k=1}^n E_k = \sum_{k=1}^m U_k = \sum_{k=1}^m R_k \cdot I_k$$

Это правило можно получить из третьего уравнения Максвелла в случае стационарного магнитного поля.

При составлении уравнения напряжений для каждого контура нужно выбрать направление обхода. При этом падение напряжения на ветви считают положительным, если направление обхода данной ветви совпадает с ранее выбранным направлением тока ветви, и отрицательным — в случае несовпадения направлений.

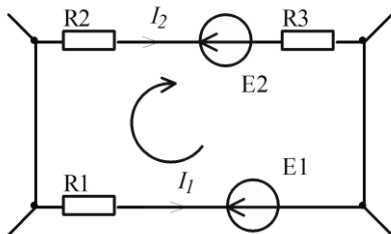


Рис. 2.5. Сумма падений напряжения равна сумме ЭДС. $I_2(R_2 + R_3) - I_1 R_1 = E_1 - E_2$.

Метод составления системы уравнений по правилам Кирхгофа является базовым методом расчета цепей. Всего в системе получается $(n-1) + (m-1)$ уравнений, где n и m число узлов и ветвей в цепи соответственно. Таким образом получается полная система линейных уравнений, которая позволяет найти все токи и напряжения в схеме.

Особенности составления уравнений по правилам Кирхгофа для расчёта токов и напряжений.

Перед тем, как составить уравнения, необходимо произвольно выбрать:

положительные направления токов в ветвях и обозначить их на схеме, при этом не обязательно следить, чтобы в узле направления токов были и втекающими, и вытекающими, окончательное решение системы уравнений всё равно даст правильные знаки токов узла;

положительные направления обхода контуров для составления уравнений по второму закону, с целью единообразия рекомендуется для всех контуров положительные направления обхода выбирать одинаковыми, например, по часовой стрелке.

Если направление тока совпадает с направлением обхода контура (которое выбирается произвольно), падение напряжения считается **положительным**, в противном случае — отрицательным.

При записи линейно независимых уравнений по второму правилу Кирхгофа требуется, чтобы в каждый новый контур, для которого составляют уравнение, входила хотя бы одна новая ветвь, не вошедшая в предыдущие контуры, для которых уже записаны уравнения по второму закону (достаточное, но не необходимое условие). В сложных схемах бывает трудно увидеть независимые контуры и узлы, каждый независимый контур (узел) при составлении системы уравнений порождает ещё одно линейное уравнение в определяющей задаче системы линейных уравнений. Подсчёт количества независимых контуров и их явное указание в конкретной схеме развито в **теории графов**.

Пример 2.1. Для цепи на Рис.2.3 определить величину сопротивления нагрузки, при которой мощность, передаваемая в нее от генератора, будет максимальна.

Запишем выражение для мощности в нагрузке, выразив ее через величину тока в цепи, который определим по второму правилу Кирхгофа:

$$I = \frac{E}{R_H + R_0} \quad , \quad P = \frac{E^2 R_H}{(R_H + R_0)^2}$$

Для определения максимума возьмем производную по величине сопротивления нагрузки и приравняем ее к нулю:

$$\left(\frac{E^2 R_H}{(R_H + R_0)^2} \right)' = E^2 \frac{(R_H + R_0)^2 - R_H(2R_H + 2R_0)}{(R_H + R_0)^4} = E^2 \frac{R_0^2 - R_H^2}{(R_H + R_0)^4} = 0$$

Полученная величина $R_H = R_0$ называется величиной **согласованной нагрузки**. Понятие согласованной нагрузки мы часто будем использовать в дальнейшей работе.

Пример 2.2. Составить уравнения по правилам Кирхгофа, для цепи на рис 2.6.

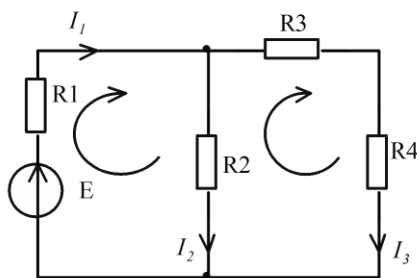


Рис. 2.6.

Выберем направления токов и направления обхода контуров для данной цепи. По описанной выше методике составим систему уравнений по правилам Кирхгофа, для верхнего узла и контуров обозначенных стрелками:

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

$$I_1 \cdot R1 + I_2 \cdot R2 = E$$

$$-I_2 \cdot R_2 + I_3 \cdot (R_3 + R_4) = 0$$

Решив эту систему, получим величины токов во всех элементах цепи.

Для разветвленной цепи с большим числом элементов метод расчета, связанный с составлением полной системы уравнений по правилам Кирхгофа, может получиться очень трудоемким, поэтому при расчетах используют методы, упрощающие работу. Рассмотрим далее некоторые из них.

Пример 2.3. Параллельное соединение резисторов.

По первому правилу Кирхгофа:

$$I_3 = I_1 + I_2 \qquad \frac{E_1}{R_3} = \frac{E_1}{R_1} + \frac{E_1}{R_2}$$

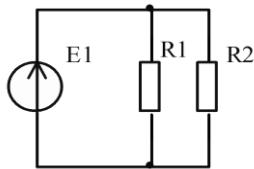


Рис. 2.7.

Эквивалентная проводимость определяется суммой проводимостей резисторов. Для сопротивления можно получить соотношение:

$$R_3 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \qquad (2.2)$$

Принцип суперпозиции можно сформулировать так – при наличии в системе более одного источника воздействия полное воздействие на элемент системы определяется как сумма воздействий от каждого из источников по отдельности. Предположим, что в активной цепи в разных ее ветвях имеется несколько источников напряжения или тока. Согласно принципу суперпозиции, ток, создаваемый любым источником в каком-то выделенном элементе цепи, не зависит от других источников. Следовательно, полный ток в данном элементе равен сумме токов, создаваемых всеми источниками по отдельности. При вычислении тока, создаваемого каждым из источников, другие источники напряжения заменяются их внутренними сопротивлениями, а источники тока – их внутренними проводимостями. На использовании принципа суперпозиции основан **метод наложения**, когда ток в элементе цепи (или ветви) вычисляется как алгебраическая сумма токов, вызванных каждым источником по отдельности.

Пример 2.4. Вычислить ток в R3 (рис. 2.8), используя метод наложения. Вычислим компоненты тока поочередно, исключая источники из схемы:

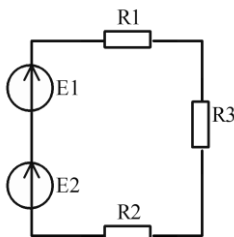


Рис. 2.8.

$$I_{E1} = \frac{E1}{R1 + R2 + R3}, \qquad I_{E2} = \frac{E2}{R1 + R2 + R3}$$

Тогда суммарный ток: $I_{R3} = \frac{E1+E2}{R1+R2+R3}$. Проверить решение можно, записав для этой простой цепи уравнение по второму правилу Кирхгофа.

Теорема Тевенина. Любой двухполюсник, состоящий из комбинации источников напряжения, источников тока и резисторов, с электрической точки зрения эквивалентен цепи с одним источником напряжения и одним резистором, соединёнными последовательно.

Теорема Нортон. Любой двухполюсник, состоящий из комбинации источников напряжения, источников тока и резисторов, с электрической точки зрения эквивалентен цепи с одним источником тока и одним резистором, которые соединены параллельно и подключены к нагрузке.

Метод расчета электрических цепей, основанный на применении теорем Тевенина и Нортон, называется **методом эквивалентного генератора**. Область применимости метода – вычисление тока, напряжения или мощности в одном из элементов цепи, который мы можем назвать нагрузкой. Суть метода состоит в том, чтобы определить величины эквивалентных ЭДС или тока эквивалентного источника, и внутреннего сопротивления оставшейся цепи. Для этого из цепи исключают нагрузку – элемент цепи, электрические величины для которого мы ищем, и на точках подключения определяют разность потенциалов – это величина эквивалентной ЭДС, и относительно этих же точек определяют величину сопротивления оставшейся части цепи – это внутреннее сопротивление эквивалентного генератора. Для случая использования теоремы Нортон замыкаем нагрузку накоротко для определения тока эквивалентного генератора, внутреннее сопротивление находится аналогично сказанному выше. При определении сопротивления эквивалентного генератора источники в цепи заменяются своими внутренними сопротивлениями.

Пример 2.5.Рассмотрим применение метода при расчете цепей. На схеме рис. 2.9 необходимо вычислить ток и падение напряжения на резисторе R_{ab} .

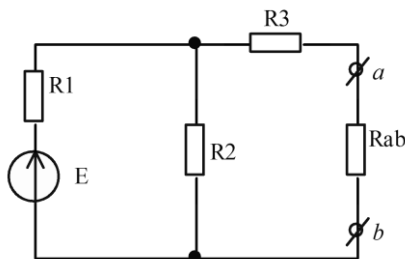


Рис.

2.9.

Преобразуем схему, убрав нагрузку, рис.2.10а. Определим напряжение U_{ab} в разорванной цепи:

$$U_{ab} = E \cdot \frac{R2}{R1 + R2} = E_{\text{э}} ,$$

Найденное напряжение есть ЭДС эквивалентного источника. Для того чтобы найти эквивалентное сопротивление, заменим источник ЭДС на нулевое сопротивление и вычислим результат (рис. 2.10б.):

$$R_{\text{э}} = R3 + \frac{R1 \cdot R2}{R1 + R2}$$

Эквивалентная схема, полученная путем этих преобразований, изображена на рис. 2.10в.

Для случая использования теоремы Нортон преобразуем схему рис. 2.9, закоротив нагрузку (рис. 2.10г.). Определим ток замкнутой (закороченной) цепи:

$$I_{ab} = E \cdot \frac{\frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}}{R_3 \cdot (R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3})} = J_3,$$

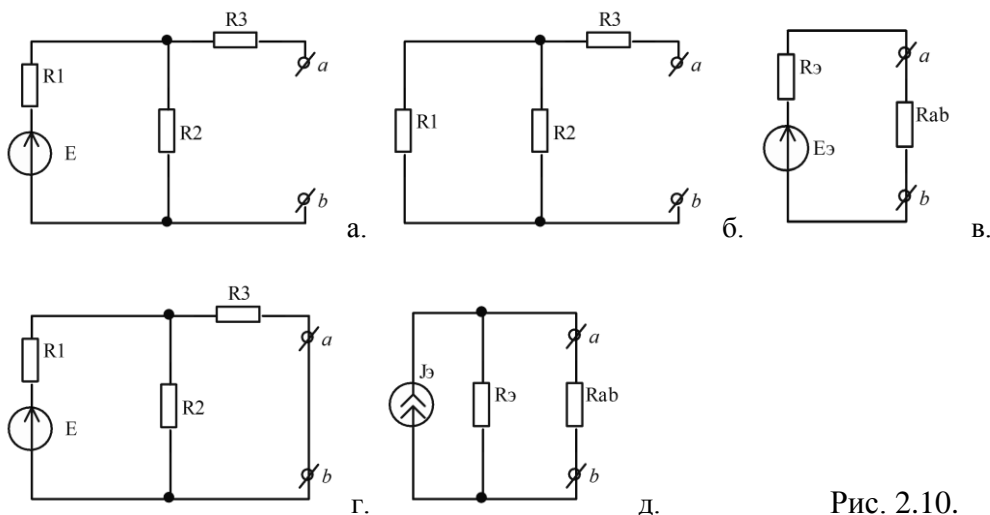


Рис. 2.10.

Эквивалентное сопротивление ветвей вычисляется так же, как и в предыдущем примере. Полученная эквивалентная схема показана на рис. 2.10д. Для получения результата запишем:

$$I_{R_{ab}} = \frac{U_{ab}}{R_{ab} + R_3} = \frac{E \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}}{R_{ab} + R_3 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}}, \quad U_{R_{ab}} = I_{ab} \cdot \frac{R_{ab} \cdot R_3}{R_{ab} + R_3}.$$

Метод контурных токов. Основой метода служит второе правило Кирхгофа. Главное его преимущество это уменьшение количества уравнений до $m - n + 1$, (m - количество ветвей, n - количество узлов в цепи). На практике такое уменьшение существенно упрощает расчет. В этом методе в качестве неизвестных величин принимаются токи (виртуальные), протекающие в независимых контурах схемы – контурные токи. Обычно в расчетах они обозначаются двойными индексами, например I_{11} , I_{22} и т.д., чтобы различать контурные и искомые токи. Действительный ток в определенной ветви определяется алгебраической суммой контурных токов, в которую эта ветвь входит. Метод в некоторых случаях предполагает замену источников тока в схеме на эквивалентные источники напряжения. Общий вид уравнений для метода:

$$\sum_i (I_{kk} + I_{nn}) R_i = \sum E_i$$

Здесь R_i - сопротивление ветвей контура, I_{kk} - ток контура, для которого составлено уравнение, I_{nn} - токи соседних контуров, протекающие через ветви данного, E_i - ЭДС ветвей контура. Индекс i относится только к ветвям рассматриваемого контура. Знаки токов других контуров и знаки ЭДС определяются согласно направлению тока I_{kk} (направление обхода контура совпадает с контурным током). После решения полученных уравнений и нахождения контурных токов реальные токи элементов цепи определяются как $I_i = I_{kk} + I_{nn}$ ток в R_i .

Метод узловых потенциалов.

Метод расчета электрических цепей путём записи системы линейных алгебраических уравнений, в которой неизвестными являются потенциалы в узлах цепи. В результате применения метода определяются потенциалы во всех узлах цепи, а также, при необходимости, токи во всех ветвях. Уравнения составляются по первому правилу Кирхгофа, число уравнений $n - 1$. Одному из узлов схемы присваивается нулевой потенциал, относительно которого и вычисляются потенциалы остальных узлов. Метод в некоторых случаях предполагает замену источников напряжения в схеме на эквивалентные источники тока.

Правило определения величины тока ветви формулируется следующим образом: **ток равен отношению разности потенциалов начального и конечного узлов ветви, с добавлением ЭДС данной ветви (знак которой определяется по отношению к выбранному направлению тока), к полному сопротивлению этой ветви (или умноженных на суммарную проводимость).**

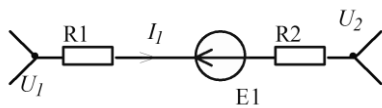


Рис. 2.11.

Ток ветви этой ветви:

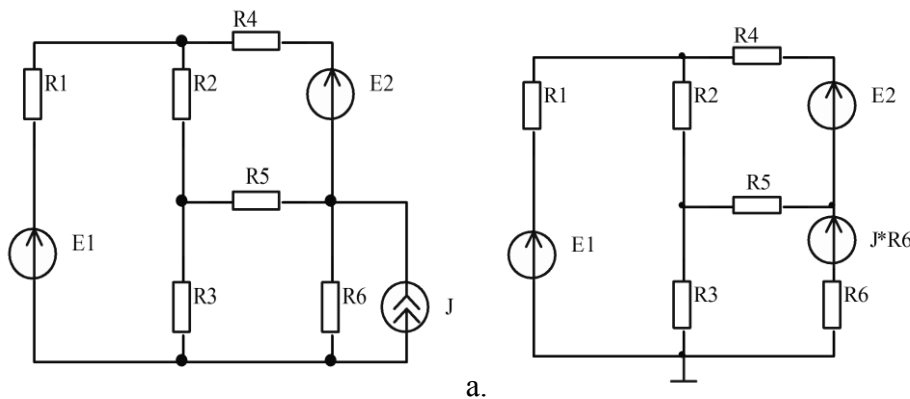
$$I_1 = \frac{U_1 - U_2 - E_1}{R_1 + R_2} \quad (2.3)$$

Если преобразовать уравнение, записанное по первому правилу Кирхгофа, то общий вид уравнения по методу узловых потенциалов примет вид:

$$U_k \sum_{i=1}^n G_{ki} - \sum_{i=1}^n U_i G_{ki} = \sum_{i=1}^n E_{ki} G_{ki} \quad (2.4)$$

Здесь U_k - потенциал узла, относительно которого составлено уравнение, G_{ki} - проводимости ветвей, соединяющих этот узел с соседними узлами, U_i - потенциалы соседних узлов и E_{ki} - величины ЭДС в соответствующих ветвях, знак ЭДС в сумме берется положительный, если ЭДС направлена к узлу.

Пример 2.6. Проведем анализ цепи на рис. 2.12а. с использованием разных методов.



б. Рис. 2.12.

Для уменьшения числа видимых контуров преобразуем источник тока в источник напряжения. Также отразим на схеме точку нулевого потенциала рис. 2.12б.

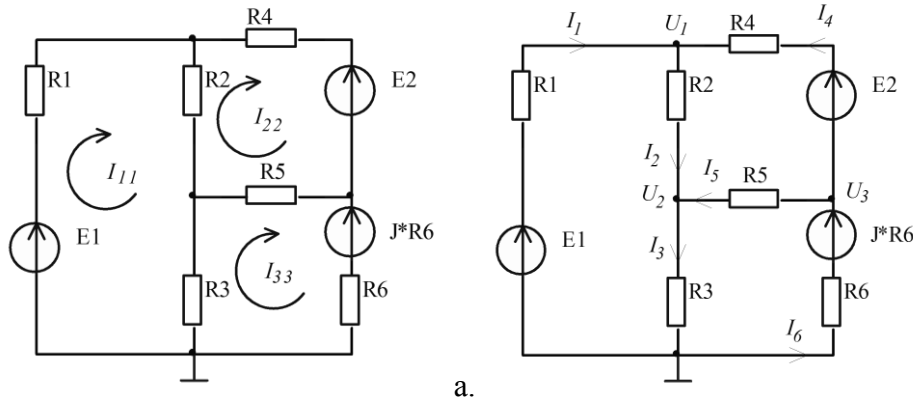


Рис. 2.13.

Отобразим на схеме контурные токи (рис. 2.13а), запишем уравнения по второму правилу Кирхгофа:

$$\begin{aligned} I_{11}R_1 + (I_{11} - I_{22})R_2 + (I_{11} - I_{33})R_3 &= E_1 \\ I_{22}R_4 + (I_{22} - I_{11})R_2 + (I_{22} - I_{33})R_5 &= -E_2 \\ I_{33}R_6 + (I_{33} - I_{22})R_5 + (I_{33} - I_{11})R_3 &= -J^*R_6 \end{aligned}$$

Эту запись можно выполнить и по-другому – контурный ток рассматриваемого контура умножается на сумму сопротивлений этого контура и складывается с токами соседних контуров, умноженных на величины сопротивлений, входящих в рассматриваемый и соседние контуры одновременно. Знаки сложения определяются направлением токов соседних контуров относительно рассматриваемого:

$$\begin{aligned} I_{11}(R_1 + R_2 + R_3) - I_{22}R_2 - I_{33}R_3 &= E_1 \\ -I_{11}R_2 + I_{22}(R_2 + R_4 + R_5) - I_{33}R_5 &= -E_2 \\ -I_{11}R_3 - I_{22}R_5 + I_{33}(R_3 + R_5 + R_6) &= -J^*R_6 \end{aligned}$$

Подобную запись легко представить в матричной форме:

$$\begin{bmatrix} R_1 + R_2 + R_3 & -R_2 & -R_3 \\ -R_2 & R_2 + R_4 + R_5 & -R_5 \\ -R_3 & -R_5 & R_3 + R_5 + R_6 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_{11} \\ I_{22} \\ I_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 \\ -E_2 \\ -J^*R_6 \end{bmatrix}$$

После решения этой системы ток элементов определим как:

$$I_1 = I_{11}, I_2 = I_{11} - I_{22}, I_3 = I_{11} - I_{33}, I_4 = I_{22}, I_5 = I_{22} - I_{33}, I_6 = -I_{33}$$

Нужные падения напряжений определим по закону Ома и второму правилу Кирхгофа.

Для метода узловых потенциалов обозначим на схеме потенциалы узловых точек (рис. 2.13б), составим уравнения по первому правилу Кирхгофа:

$$\begin{aligned} \frac{0 - U_1 + E_1}{R_1} + \frac{U_3 - U_1 + E_2}{R_4} - \frac{U_1 - U_2}{R_2} &= 0 \\ \frac{U_1 - U_2}{R_2} + \frac{U_3 - U_2}{R_5} - \frac{U_2 - 0}{R_3} &= 0 \\ \frac{0 - U_3 + J^*R_6}{R_6} - \frac{U_3 - U_2}{R_5} - \frac{U_3 - U_1 + E_2}{R_4} &= 0 \end{aligned}$$

Для решения полученной системы необходимо выполнить дополнительные преобразования. Составим уравнения с использованием соотношения 2.4:

$$\begin{aligned} U_1 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} \right) - \frac{U_2}{R_2} - \frac{U_3}{R_4} &= \frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_4} \\ -\frac{U_1}{R_2} + U_2 \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5} \right) - \frac{U_3}{R_5} &= 0 \\ -\frac{U_1}{R_4} - \frac{U_2}{R_5} + U_3 \left(\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} \right) &= \frac{E_2}{R_4} + \frac{JR_6}{R_6} \end{aligned}$$

Здесь видно, что второй путь решения короче, не требуется даже обозначать токи на схеме цепи. Способ решения с использованием формулы 2.4 является более предпочтительным. Решение полученной системы даст значения потенциалов узловых точек, для определения токов ветвей необходимо провести дополнительные вычисления с использованием соотношения 2.3.

§ 3. Электрические цепи переменного синусоидального тока.

3.1. Общие сведения и определения.

Переменной величиной называется величина, изменяющаяся во времени. Процессы в электрических цепях являются периодическими, если мгновенные значения напряжений и токов повторяются через равные промежутки времени. Записывается это так:

$$i(t) = F(t) = F(t + T)$$

наименьший промежуток времени, через который наблюдаются повторения, называется **периодом** T . Величина, обратная периоду называется **частотой**: $f = \frac{1}{T}$,

единицей измерения частоты служит Герц (Гц). Диапазон частот сигналов, применяемых в технике: от сверхнизких частот 0.01 Гц и менее – в системах автоматического регулирования, в аналоговой вычислительной технике, до сверхвысоких ~ 300 ГГц – миллиметровые волны: радиолокация, радиоастрономия. В РФ и ЕС промышленная частота питающих сетей $f = 50$ Гц, в США – 60 Гц.

Тема этого раздела, частный случай цепей переменного тока и напряжения, электрические цепи синусоидальных напряжений и токов. С помощью тригонометрических функций можно записать:

$$u(t) = U_m \cdot \sin(\omega t + \psi_u) \quad , \quad i(t) = I_m \cdot \sin(\omega t + \psi_i)$$

- $u(t), i(t)$ – мгновенные значения напряжений и токов соответственно,

- U_m, I_m – амплитудные значения,

- $\omega = 2\pi \cdot f$ – угловая частота,

- $\omega t + \psi_u$ и $\omega t + \psi_i$ – фазы синусоид,

- ψ_u, ψ_i – начальные фазы напряжения и тока.

Мгновенное значение переменной величины также принято обозначать строчной буквой для сокращения записи: i, u, e, p - мгновенные значения тока, напряжения, ЭДС, мощности соответственно.

3.2. Отображение синусоидальных величин.

Синусоидальные величины можно записывать и отображать разными способами:

- тригонометрическими функциями, отображение в ортогональной системе координат;
- комплексными числами, отображение векторами на комплексной плоскости.

Приведенным на рис. 3.1, 2 графикам двух синусоидальных ЭДС e_1 и e_2 соответствуют уравнения:

$$e_1(t) = E_{1m} \cdot \sin(\omega t + \psi_1)$$

$$e_2(t) = E_{2m} \cdot \sin(\omega t + \psi_2)$$

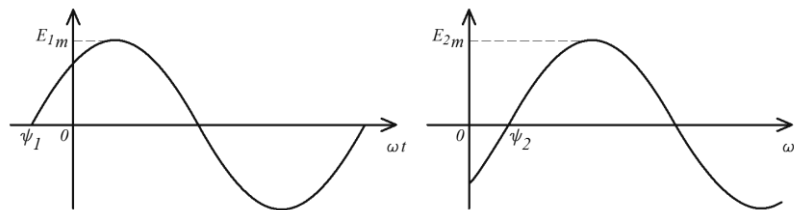


Рис. 3.1.

Начальные фазы в данном примере $\psi_1 > 0$, а $\psi_2 < 0$.

При совместном рассмотрении двух синусоидальных величин одной частоты разность их фазовых углов, равную разности начальных фаз, называют **углом сдвига фаз**. Для синусоидальных ЭДС e_1 и e_2 угол сдвига фаз:

$$\alpha = (\omega t + \psi_1) - (\omega t + \psi_2) = \psi_1 - \psi_2.$$

Комплексное представление.

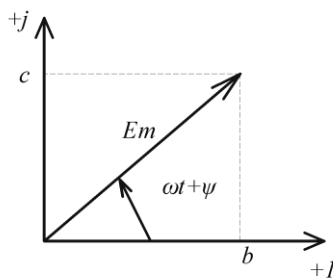


Рис. 3.2.

Каждое комплексное число может быть записано в трех разных формах:

Показательной $\alpha e^{j\psi}$, Тригонометрической $\alpha \cdot \cos\psi + j\alpha \cdot \sin\psi$, или алгебраической $b + jc$. где $\alpha = \sqrt{b^2 + c^2}$, а $\psi = \arctg \frac{c}{b}$.

Например, для ЭДС

$$e(t) = E_m \cdot \sin(\omega t + \psi_e),$$

изображенной на рис. 2.2 вращающимся вектором, соответствует комплексное число

$$E_m \cdot e^{j(\omega t + \psi_e)} = E_m \cdot \cos(\omega t + \psi_e) + jE_m \cdot \sin(\omega t + \psi_e) = b + jc$$

Комплексное число в экспоненциальной форме удобно представить в виде произведения двух комплексных чисел:

$$E_m \cdot e^{j(\omega t + \psi_e)} = E_m \cdot e^{j\psi_e} \cdot e^{j\omega t}$$

Введем дополнительное обозначение $E_m e^{j\psi_e} = \dot{E}_m$, его называют **комплексной амплитудой**, тогда $e = \dot{E}_m \cdot e^{j\omega t}$.

Запись переменных величин через комплексные амплитуды называется **символической записью**. Параметр $e^{j\omega t}$ является оператором поворота вектора на угол ωt относительно начального положения вектора, и в символической форме его зачастую не пишут. Вообще говоря, умножение вектора на оператор поворота $e^{\pm j\alpha}$ есть его поворот относительно первоначального положения на угол $\pm \alpha$. Можно еще указать, что при сложении и вычитании комплексных величин удобнее пользоваться алгебраической формой их записи, а при умножении и делении следует выбрать показательную форму.

3.3. Элементы в цепях синусоидального тока.

Вспомним таблицу 2.1, дополним имеющиеся там элементы еще двумя, с указанием соотношений, определяющих их поведение в электрической цепи.

Таблица 3.1. Элементы электрических цепей (продолжение таблицы 2.1).



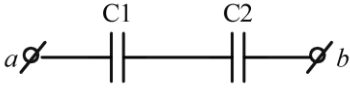
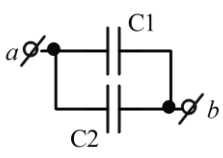

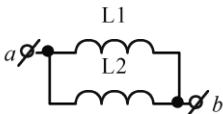
Название	Обозначение на схеме	Соотношения описывающее работу элемента	Единица измерения
Конденсатор		$u_c = \frac{1}{C} \int i_c dt, \quad i_c = C \frac{du_c}{dt}$	Фарада
Катушка индуктивности		$u_L = L \frac{di_L}{dt}, \quad i_L = \frac{1}{L} \int u_L dt$	Генри

Таблица 3.2. Параллельное и последовательное соединение элементов из таблицы 2.1 в электрической цепи.

 $\frac{1}{C_{ab}} = \frac{1}{C1} + \frac{1}{C2}$	 $C_{ab} = C1 + C2$
 $L_{ab} = L1 + L2$	 $\frac{1}{L_{ab}} = \frac{1}{L1} + \frac{1}{L2}$

Рассмотрим работу известных нам элементов в цепи переменного синусоидального тока.

Резистор. Закон Ома для мгновенных значений тока и напряжения:

$$u_R = U_m \cdot \sin(\omega t + \psi) = I_m \cdot R \cdot \sin(\omega t + \psi) = R \cdot i,$$

Здесь видно, что $U_m = I_m \cdot R$. Фазы тока и напряжения на резисторе совпадают рис. 3.3а. Записав ток и напряжение через комплексные амплитуды:

$$\dot{i} \cdot e^{j\omega t} \cdot R = \dot{U} \cdot e^{j\omega t},$$

получим $\dot{i} \cdot R = \dot{U}$ – выражение называется **закон Ома в символической форме**.

Конденсатор. Запишем ток в конденсаторе через приложенное к нему напряжение:

$$i_c = C \frac{du_c}{dt} = \omega C \cdot U_m \cdot \sin(\omega t + \psi + \frac{\pi}{2}),$$

Из полученного соотношения видно, что фаза тока в конденсаторе «опережает» фазу напряжения на $\frac{\pi}{2}$ рис. 3.3б. Если использовать экспоненциальную форму записи, то:

$$i_c = C \frac{du_c}{dt} = j\omega C \cdot U_m \cdot e^{j\omega t}$$

Катушка индуктивности. Запишем напряжение на индуктивности через ток:

$$u_L = L \frac{di_L}{dt} = \omega L \cdot I_m \cdot \sin(\omega t + \psi + \frac{\pi}{2})$$

Фаза тока в индуктивности «отстает» от фазы напряжения на $\frac{\pi}{2}$ рис. 3.3в. В экспоненциальной форме:

$$u_L = L \frac{di_L}{dt} = j\omega L \cdot I_m \cdot e^{j\omega t}$$

Сравнивая формулы связи токов и напряжений, записанные в тригонометрической и экспоненциальной формах можно заметить что, умножение на величину $\pm j$ эквивалентно повороту вектора на $\pm \frac{\pi}{2}$.

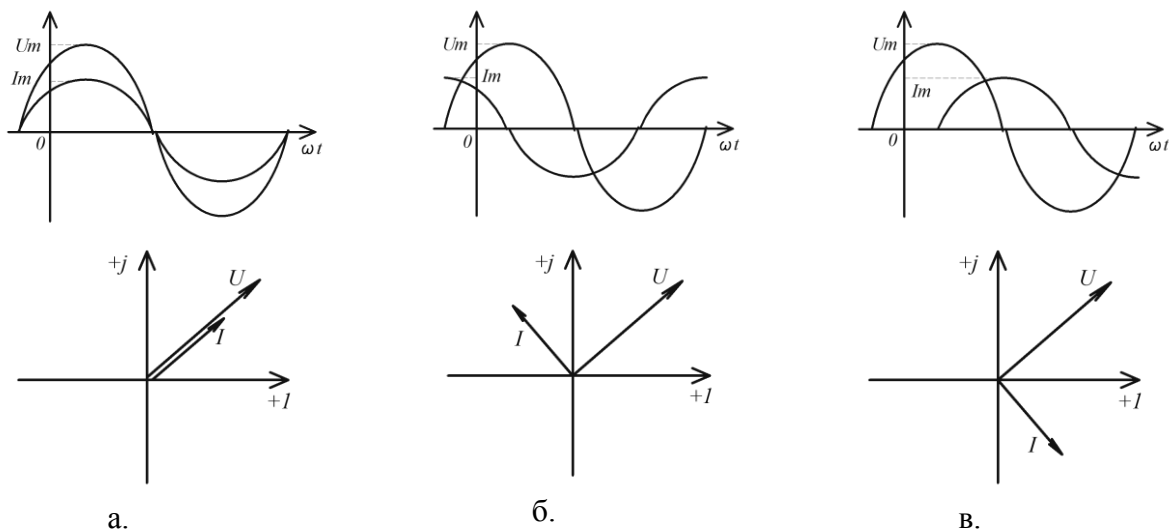


Рис. 3.3.

3.4. Понятие импеданса и комплексной проводимости электрической цепи.

Введем следующие обозначения:

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \quad \text{и} \quad X_L = \omega L$$

Тогда соотношения для связи токов и напряжений на емкости и индуктивности в символическом виде (множитель $e^{j\omega t}$, содержащийся в обеих частях уравнений, сокращается) выглядят так: $\dot{I} = \frac{1}{jX_C} \cdot \dot{U}$, $\dot{U} = jX_L \cdot \dot{I}$

Величины X_L и X_C – называются соответственно **индуктивное и емкостное реактивные сопротивления** соответственно, единицы измерения этих величин - Ом.

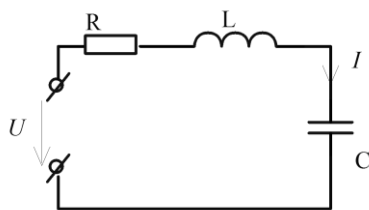


Рис. 3.4.

Запишем выражение для закона Ома для участка цепи, содержащего рассмотренные выше элементы рис. 3.4, в символическом виде:

$$\dot{U} = \dot{I} \cdot (R + jX_L - jX_C), \quad \text{тогда} \quad \dot{U} = \dot{I} \cdot Z$$

Z - импеданс цепи (комплексное сопротивление), R - активное сопротивление (действительная часть импеданса), $X_L - X_C$ реактивное сопротивление (мнимая часть импеданса). Аналогично с активной проводимостью вводятся реактивные проводимости емкости и индуктивности как величины обратные сопротивлению $B_C = \frac{1}{X_C}$ и $B_L = \frac{1}{X_L}$ соответственно, и также полная комплексная проводимость, как величина обратная полному импедансу: $Y = \frac{1}{Z}$. Используя связь алгебраической и экспоненциальной формы, в общем виде запишем:

$$Z = R + jX = \sqrt{R^2 + X^2} \cdot e^{j\psi}, \quad Y = G + jB = \sqrt{G^2 + B^2} \cdot e^{j\psi}, \quad \psi = \arctg \frac{X}{R} = \arctg \frac{B}{G}$$

Если угол ψ для величины импеданса цепи отрицательный (ток опережает напряжение $\frac{\pi}{2} \leq \psi < 0$), то говорят что импеданс цепи имеет емкостной характер, в противном случае, когда угол положительный, импеданс цепи имеет индуктивный характер – ток отстает от напряжения ($0 < \psi \leq \frac{\pi}{2}$).

Пример 3.1. Определение импеданса цепи.

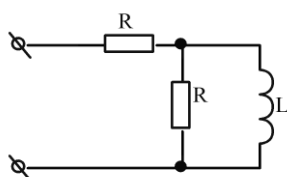


Рис. 3.5.

Определим импеданс, проведя замену индуктивности на величину $j\omega L$ и используя соотношения для последовательного и параллельного соединения резисторов:

$$Z = R + \frac{j\omega LR}{R + j\omega L} = R + \frac{\omega^2 L^2 R}{R^2 + \omega^2 L^2} + j\omega \frac{LR^2}{R^2 + \omega^2 L^2}$$

Из полученного соотношения видно, что цепь на рисунке эквивалентна последовательному соединению резистора и индуктивности - $Z = R_{\text{э}} + j\omega L_{\text{э}}$, здесь:

$$R_{\text{э}} = R + \frac{\omega^2 L^2 R}{R^2 + \omega^2 L^2}, \quad L_{\text{э}} = \frac{LR^2}{R^2 + \omega^2 L^2}$$

3.5. Методы анализа (расчета) цепей переменного синусоидального тока.

Правила Кирхгофа выполняются и для цепей переменного тока. Методы эквивалентного генератора, контурных токов, узловых потенциалов, наложения, описанные в предыдущей лекции, могут быть применены и для расчета цепей переменного синусоидального тока. Эти методы применимы и при использовании символической формы и комплексных сопротивлений (импедансов) или проводимостей, в этом случае все соотношения выглядят как в случае постоянных токов, только вместо сопротивлений – импедансы, а величины токов и напряжений определяются комплексными амплитудами. Метод расчета электрических цепей с использованием понятий комплексных амплитуд и импеданса называется **символическим методом**. По своей сути символический метод – это переход от решения дифференциального уравнения к решению алгебраического. Правила Кирхгофа, записанные в символической форме:

$$\sum \dot{I} = 0, \quad \sum \dot{E} = \sum \dot{I} \cdot Z,$$

Пример 3.2. Вычислить ток в R_2 на рис. 3.6.

Решим методом эквивалентного генератора приняв $e(t) = \dot{E} \cdot e^{j\omega t}$.

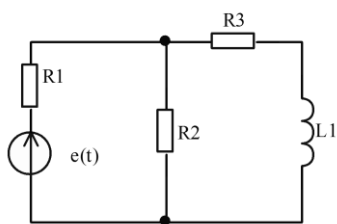


Рис. 3.6.

Эквивалентный импеданс схемы относительно подключения R_2 : $Z_{\text{э}} = \frac{R1 \cdot (R3 + j\omega L1)}{R1 + R3 + j\omega L1}$, эквивалентная ЭДС: $\dot{E}_{\text{э}} = \dot{E} \cdot \frac{R3 + j\omega L1}{R1 + R3 + j\omega L1}$, ток в R_2 соответственно определяется как $\dot{I}_{R2} = \frac{\dot{E}_{\text{э}}}{R2 + Z_{\text{э}}}$.

3.6. Мощность в цепях переменного синусоидального тока.

В цепях переменного тока вводится понятие **мгновенной мощности**. Мгновенная мощность в общем виде определяется соотношением:

$$S(t) = u(t) \cdot i(t) = U_m \cdot \sin(\omega t + \psi_u) \cdot I_m \cdot \sin(\omega t + \psi_i)$$

В случае мощности на резисторе $\psi_u = \psi_i$ и приняв для удобства этот угол равным нулю, получаем для мгновенной мощности:

$$P(t) = U_m \cdot I_m \cdot \sin^2(\omega t) = R \cdot I_m^2 \cdot \sin^2 \omega t$$

Средняя мощность за некоторый интервал времени, например, за период колебания определяется как:

$$P(T) = \frac{1}{T} \int_0^T R \cdot I_m^2 \cdot \sin^2 \omega t dt = R \cdot I_m^2 \frac{1}{T} \int_0^T \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} dt = \frac{R \cdot I_m^2}{2}$$

Учитывая что, $i(t) = I_m \cdot \sin \omega t$, введем обозначение:

$$I_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt}$$

Эту величину называют действующим (среднеквадратичным, эффективным) значением. С учетом этого, средняя мощность выделяющаяся в резисторе:

$$P_{cp} = R \cdot I_{rms}^2$$

Действующее значение переменного тока равно такому значению постоянного тока, что мощности, выделяющиеся на одинаковой нагрузке равны. Таким же образом вводится определение действующего значения и для напряжения. Как видно из расчетов, приведенных для резистора, действующее значение тока для синусоидальной формы сигнала, определяется как $\frac{I_m}{\sqrt{2}}$.

Мощность, выделяющаяся на резисторе – **активная мощность**, фактически это прямые потери в электрической цепи. При выделении активной мощности происходит нагрев элементов цепи.

Для индуктивности угол сдвига между током и напряжением $\frac{\pi}{2}$. Запишем мгновенную мощность:

$$u(t) \cdot i(t) = U_m \cdot \cos \omega t \cdot I_m \cdot \sin \omega t = \frac{U_m \cdot I_m}{2} \cdot \sin 2\omega t$$

Интеграл от полученного значения будет равен нулю, катушка индуктивности мощность не потребляет. В процессе работы часть периода индуктивность накапливает энергию, а затем отдает ее обратно в источник. На конденсаторе сдвиг фазы происходит в противоположную сторону, но на вид конечной формулы это не влияет. В отличие от индуктивности, накапливающей энергию в магнитном поле, конденсатор накапливает энергию в электрическом.

Для мощности в конденсаторе и катушке индуктивности также можно записать следующее:

$$Q_L = ui = \omega L \frac{I_m^2}{2}, \quad Q_C = ui = \omega C \frac{U_m^2}{2}$$

Эти соотношения показывают, что мощность на реактивных элементах цепи пропорциональна частоте и величине максимальной энергии в данном элементе. Чтобы охарактеризовать наличие энергетических процессов в индуктивности и емкости вводятся понятия **реактивной и полной мощностей**. Для цепи содержащей элементы R , L и C :

$$P(T) = \frac{1}{T} \int_0^T U_m \cdot \sin \omega t \cdot I_m \cdot \sin(\omega t + \varphi) dt = I_{rms} \cdot U_{rms} \cdot \cos \varphi$$

где φ – угол сдвига между током и напряжением определяемый величинами реактивных элементов. Это активная мощность. Для реактивной мощности тогда можно записать:

$$Q(T) = I_{rms} \cdot U_{rms} \cdot \sin \varphi$$

И для полной мощности:

$$S(T) = I_{rms} \cdot U_{rms} = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

Понятия активной, реактивной и полной мощностей используются и в символическом методе. Запишем выражение для мощности используя комплексные амплитуды, и учитывая то что вместо комплекса тока нужно взять сопряженную ему величину (чтобы получить разность фаз):

$$\bar{S} = \dot{U} \cdot e^{j\psi_U} \cdot \dot{I} \cdot e^{-j\psi_I} = \dot{U} \dot{I} \cdot e^{j\varphi} = \dot{U} \dot{I} \cdot \cos \varphi + j \dot{U} \dot{I} \cdot \sin \varphi = P + jQ$$

Эта запись для комплексной мощности, модулем которой является полная мощность. Тогда соответственно для активной и реактивной мощностей можно записать, что $P = \text{Re}(S)$, а $Q = \text{Im}(S)$.

Комплексную мощность также можно выразить через импеданс цепи:

$$\bar{S} = I_{rms}^2 (R + jX)$$

Величина $\cos \varphi$ характеризует присутствие в цепи реактивной энергии, т.е. в цепи существуют дополнительные токи, связанные с реактивными элементами цепи. $\cos \varphi$ также называют коэффициентом мощности. Наличие реактивных токов приводит к росту потерь в цепи и, следовательно, к уменьшению КПД. В реальных электрических сетях уменьшение $\cos \varphi$ вызвано в основном присутствием индуктивных нагрузок, например трансформаторов и электродвигателей. Для увеличения $\cos \varphi$ устанавливают компенсирующие конденсаторные батареи так, чтобы $X_L = X_C$. Это позволяет замкнуть реактивные токи в контуре компенсирующая батарея – нагрузка, и оставляет в питающей линии только активную составляющую тока.

Принцип баланса мощностей для цепей переменного тока выполняется так же, как и для цепей постоянного. Из закона сохранения энергии, можно записать:

$$\sum_{k=1}^n E_k \cdot I_k \cdot \cos \varphi_k = \sum_{k=1}^n R_k \cdot I_k^2$$

Здесь φ_k - угол сдвига между током и напряжением генератора. Аналогично, для реактивных мощностей:

$$\sum_{k=1}^n E_k \cdot I_k \cdot \sin \varphi_k = \sum_{k=1}^n X_k \cdot I_k^2$$

Просуммировав два предыдущих выражения (умножив выражение для реактивных мощностей на j , получим:

$$\sum_{k=1}^n E_k \cdot I_k \cdot \cos \varphi_k + j \sum_{k=1}^n E_k \cdot I_k \cdot \sin \varphi_k = \sum_{k=1}^n R_k \cdot I_k^2 + j \sum_{k=1}^n X_k \cdot I_k^2$$

Откуда следует, что:

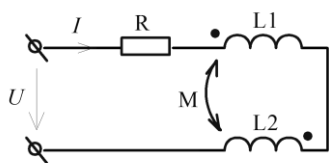
$$\sum_{k=1}^n E_k \cdot I_k \cdot e^{j\varphi_k} = \sum_{k=1}^n (R_k + jX_k) \cdot I_k^2 = \sum_{k=1}^n Z_k \cdot I_k^2$$

3.7. Цепи с индуктивно связанными элементами.

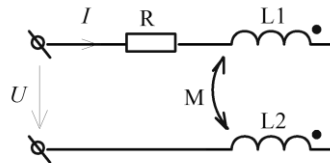
В электрических цепях могут быть элементы, индуктивно связанные друг с другом. Такие элементы связывают цепи, даже электрически (чаще говорят гальванически) разделенные друг от друга. Если изменение тока в одном из элементов цепи приводит к появлению ЭДС в другом элементе цепи, то эти два элемента индуктивно связаны друг с другом. Возникающая ЭДС называется ЭДС взаимной индукции. Степень связи определяется коэффициентом связи:

$$k_{св} = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$$

где M – взаимная индуктивность элементов цепи, а L_1 и L_2 – собственные индуктивности этих элементов. $k_{св}$ всегда меньше 1.



а.



б.

Рис. 3.7.

Рассмотрим цепь переменного тока, в которую последовательно включены две индуктивности L_1 и L_2 , индуктивно связанные друг с другом, и резистор R . Индуктивности можно включить в цепь так, что ЭДС взаимоиндукции будут суммироваться или вычитаться. Это определяется направлением магнитных потоков, которые определяются направлением тока и

конструкцией катушки индуктивности, т.е. направлением намотки провода, которое по правилу «буравчика» определяет направление поля. На схеме это обозначается точкой, как начало обмотки. При изменении тока в цепи в катушках индуцируются ЭДС само- и взаимной индукции, ЭДС взаимной индукции должна по закону Ленца иметь такое направление, чтобы препятствовать изменению потока взаимной индукции. Это означает, что при увеличении тока в первой катушке, протекающего от начала, во второй катушке индуцируется ЭДС взаимной индукции, действующая от конца обмотки к началу. Различают согласное и встречное включения индуктивностей (рис 3.7 а и б). При согласном включении токи в обмотках одинаково ориентированы по отношению к их одноименным выводам. При этом ЭДС само- и взаимной индукции складываются. При встречном включении обмоток токи ориентированы относительно одноименных выводов различно, в этом случае ЭДС вычитаются. ЭДС взаимной индукции определяется схожим образом с ЭДС самоиндукции:

$$e_M = -M \frac{di}{dt}$$

В случае наличия в цепи большего, чем два, количества индуктивно связанных элементов, для расчета используется метод наложения, и направления для каждой пары обмоток определяются отдельно.

Для рис. 3.7а, найдем ток в цепи при синусоидальном напряжении на входе. Если в цепи протекает гармонически изменяющийся ток $i = I_m \cdot \sin \omega t$, то в первой катушке индуцируется ЭДС равное:

$$e_1 = -L_1 \frac{di}{dt} - M \frac{di}{dt} = -(\omega L_1 + \omega M) I_m \cdot \cos \omega t$$

а во второй –

$$e_2 = -L_2 \frac{di}{dt} - M \frac{di}{dt} = -(\omega L_2 + \omega M) I_m \cdot \cos \omega t$$

Используя символическую форму записи, получим:

$$\dot{E}_1 = -j\omega L_1 \dot{I} - j\omega M \dot{I} \quad \text{и} \quad \dot{E}_2 = -j\omega L_2 \dot{I} - j\omega M \dot{I}$$

Для определения тока в цепи запишем:

$$\dot{U} + \dot{E}_1 + \dot{E}_2 = \dot{U} - j\omega(L_1 + L_2 + 2M)\dot{I} = \dot{I}R$$

Откуда

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{R + j\omega(L_1 + L_2 + 2M)}$$

Для рис. 3.7б найдем ток в цепи. Сделав расчеты аналогичные предыдущим:

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{R + j\omega(L_1 + L_2 - 2M)}$$

Здесь видно, что при величине $k_{св} \rightarrow 1$, и одинаковых величинах индуктивностей цепь приобретает характер активного сопротивления. На этом эффекте основан принцип действия синфазного фильтра.

3.8. Трансформатор.

На эффекте взаимной индукции основана работа трансформатора. Рассмотрим цепь изображенную на рис. 3.8. Здесь $L1$ и $L2$ – первичная и вторичная обмотки трансформатора, $Z_H = R_H + jX_H$ – сопротивление нагрузки.

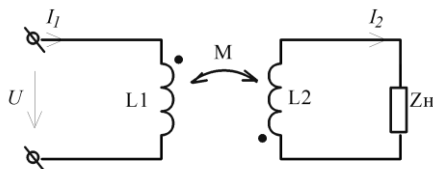


Рис. 3.8.

Используя правило Кирхгофа, можно записать уравнения трансформатора:

$$I_1 j\omega L_1 + I_2 j\omega M = \dot{U}$$

$$I_1 j\omega M + I_2 (j\omega L_2 + Z_H) = 0$$

Выразим ток первичной цепи трансформатора:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{j\omega L_1 + \frac{(R_H - j(\omega L_2 + X_H))\omega^2 M^2}{R_H^2 + (\omega L_2 + X_H)^2}}$$

Величина $\frac{(R_H - j(\omega L_2 + X_H))\omega^2 M^2}{R_H^2 + (\omega L_2 + X_H)^2}$ называется вносимым сопротивлением (активным и реактивным) из вторичного контура в первичный. Вносимые сопротивления – это сопротивления, величина которых показывает влияние вторичной цепи на ток первичной. Соотношения выведены для линейного (воздушного) трансформатора. Трансформатор, намотанный на магнитопроводе, из-за свойств намагничивания материалов в общем случае не является линейным элементом, однако, в ограниченном диапазоне изменения магнитной индукции нелинейностями можно пренебречь. Кроме того, магнитопровод позволяет уменьшить рассеяние поля в пространстве, что как следствие увеличивает коэффициент связи, типичная величина коэффициента связи для промышленных трансформаторов составляет 0,98-0,99.

3.9. Схема замещения реального трансформатора.

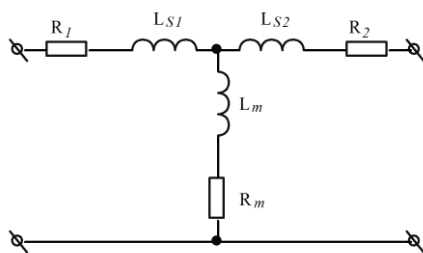


Рис. 3.9.

На рис.3.9 показана схема замещения (модель) силового трансформатора. Здесь R_1 и R_2 – активные сопротивления первичной и вторичной обмотки соответственно, L_{S1} и L_{S2} – индук-

тивности рассеяния обмоток (так описываются потери вызванные рассеянием поля), L_m и R_m - индуктивность намагничивания и потери на перемагничивание магнитопровода.

КПД промышленных трансформаторов довольно высок (около 99%), поэтому зачастую при расчетах активными сопротивлениями в этой модели пренебрегают. Параметры реальных трансформаторов можно определить экспериментальным путем, используя опыты холостого хода и короткого замыкания. В режиме холостого хода, из отношения входного и выходного напряжений определяют коэффициент трансформации, а из тока холостого хода определяется величина индуктивности намагничивания, влиянием рассеяния в этой ситуации часто пренебрегают, т.к. $L_S \ll L_m$. При коротком замыкании определяют величину рассеяния. В документации на силовые трансформаторы часто используется параметр: величина напряжения короткого замыкания в процентах. Определяется эта величина следующим образом:

$$U_{кз} = \frac{\omega L_S I_{1n}}{U_{1n}} \cdot 100\%$$

здесь U_{1n} номинальное напряжение, а I_{1n} номинальный ток первичной обмотки (ток вычисляется через мощность трансформатора). Типовые значения для $U_{кз}$ составляют ~5%, для $I_{хх}$ ~1% (величина тока холостого хода приводится к величине номинального тока).

Еще один вариант схемы замещения трансформатора показан на рис. 3.10. Здесь учитывается наличие паразитной емкости между витками и слоями обмоток. В повышающих трансформаторах, с большим коэффициентом трансформации, эта емкость может достигать относительно больших величин, в трансформаторах с коэффициентом трансформации менее 1, наличием этой емкости пренебрегают.

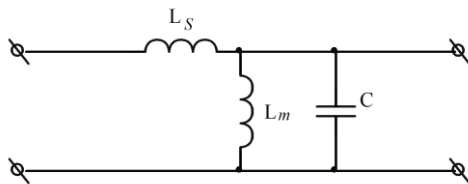


Рис. 3.10.

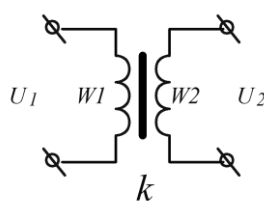
Величину индуктивностей рассеяния и намагничивания для этой схемы замещения определяют аналогично предыдущей модели, а величину емкости определяют путем нахождения резонансных частот трансформатора, об этом поговорим позже, при рассмотрении резонансных процессов в электрических цепях.

3.10. Идеальная модель трансформатора.

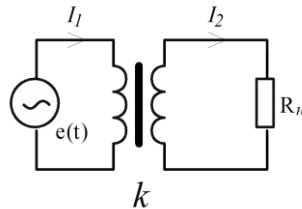
Модель идеального трансформатора не содержит информации о сопротивлениях и индуктивностях потерь, этими параметрами пренебрегают. Единственной величиной, характеризующей идеальный трансформатор, является коэффициент передачи (трансформации), определяющийся отношением напряжений вторичной и первичной обмоток:

$$k = \frac{U_2}{U_1} = \frac{W_2}{W_1}$$

где W – число витков соответствующей обмотки. Рис 3.11а. изображение трансформатора с магнитопроводом.



а.



б.

Рис. 3.11.

Пример 3.3. Определить величину вносимого сопротивления и коэффициент передачи по току для схемы на рис. 3.11б, при известном коэффициенте трансформации.

Примем, что все обозначенные величины токов и напряжений являются среднеквадратичными (действующими). Запишем условия для баланса мощностей в цепи, кроме того, учтем, что:

$$k = \frac{U_2}{U_1} = \frac{I_2 \cdot R_n}{E} \quad , \quad E \cdot I_1 = I_2^2 \cdot R_n$$

Подставив первое во второе получим $I_1 = k \cdot I_2$ условие для тока, и $\frac{E}{I_1} = \frac{R_n}{k^2}$

Величина в правой части соотношения и есть величина вносимого сопротивления для идеального трансформатора.

Расчет трансформатора – определение параметров, таких, как размер и сечение магнитопровода, количество витков и сечение провода обмоток по заданным величинам входных и выходных напряжений трансформатора, а также тока или потребляемой мощности нагрузки. Для трансформаторов на 50 Гц разработаны методики инженерного расчета на основе эмпирических формул, связывающих мощность с площадью поперечного сечения магнитопровода, и сечение магнитопровода с напряжением одного витка обмотки. Ток обмотки определяет сечение провода. При расчете трансформаторов большой мощности необходимо учитывать влияние на конструкцию силы Ампера, при расчете трансформатора с высоковольтными обмотками – учитывать необходимость укладки изоляции. Эти расчеты достаточно объемны, и здесь приводиться не будут. Для иллюстрации приведем расчет импульсного малогабаритного трансформатора.

Пример 3.4. Приблизительный расчет малогабаритного трансформатора.

Импульсный трансформатор – трансформатор, передающий импульсные сигналы с малыми искажениями формы (трансформатор предназначен для не синусоидальных форм напряжений и токов, в этом примере для прямоугольных форм импульсов). Расчет выполняется приближенно, исходя из закона Фарадея:

$$E = \frac{d\Psi}{dt} \quad , \quad \Psi = \int B \, dS$$

здесь Ψ – величина, называемая потокоцеплением и имеющая смысл суммарного потока, сцепляющегося с контуром, B – величина индукции в магнитопроводе. Примем магнитный поток в магнитопроводе равномерным, витки обмоток трансформатора полностью идентичными. Тогда, для обмотки с количеством витков W_1 и одинаковой площадью каждого витка, можно записать:

$$E = W_1 \cdot S \cdot \frac{dB}{dt}$$

Примем площадь витка равной площади сечения магнитопровода и перейдем к конечным приращениям, заменив временной интервал на длительность передаваемого импульса:

$$W = \frac{U \cdot \tau}{B \cdot S}$$

Данное соотношение позволяет определить связь между электрическими параметрами импульса и геометрическими параметрами трансформатора. Метод расчета применим и для расчета трансформатора постоянного режима работы, при этом за длительность берется величина половины периода. При расчете трансформатора необходимо помнить о пределах изменения величины магнитной индукции в магнитопроводе. Для стали индукция ограничена величиной 1.5 Тл, для феррита 0.4 Тл. Для уменьшения потерь на перемагничивание рекомендуется величину индукции выбирать существенно меньше предельной, руководствуясь указаниями паспортной документации на магнитопровод и техническим заданием на разработку.

Пример 3.5. Приблизительный расчет катушки индуктивности.

При изготовлении радиоэлектронной аппаратуры часто возникает задача изготовления индуктивных элементов, т.к. номенклатура их зачастую недостаточна. Кроме того, изготовление большинства индуктивных элементов доступно при отсутствии специального оборудования. Расчет основан на уравнении Максвелла и определении индуктивности. Катушка индуктивности представляет собой конструкцию, состоящую из магнитопровода с немагнитным зазором и обмотки, намотанной поверх магнитопровода. Из уравнения Максвелла (закон полного тока):

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = \int \vec{j} d\vec{S} + \frac{\partial}{\partial t} \int \vec{D} d\vec{S}$$

при отсутствии электрического поля и переходя от дифференциалов к конечным приращениям:

$$Hl = iw$$

для катушки суммарный ток определяется током витка и их количеством (w), (l - длина магнитной линии):

$$B = \mu\mu_0 \frac{iw}{l}$$

используя определения индуктивности и магнитного потока из главы 1:

$$L = \frac{\Phi}{i} = \frac{w \int B dS}{i} = \frac{\mu\mu_0 S w^2}{l}$$

Для катушки намотанной на магнитопроводе с зазором (δ - ширина зазора):

$$iw = \frac{B\delta}{\mu_0} + \frac{Bl}{\mu\mu_0} \approx \frac{B\delta}{\mu_0}$$

Тогда индуктивность катушки намотанной на магнитопроводе с немагнитным зазором:

$$L = \frac{\mu_0 S w^2}{\delta}$$

Здесь, сравнивая соотношения для индуктивности заметим, что $\delta = \frac{l}{\mu}$.

Выразив витки через индукцию и ток $w = \frac{Bl}{\mu\mu_0 i}$, получим соотношение, связывающее индуктивность с током обмотки, величиной зазора и полем магнитопровода:

$$L = \frac{B^2 S \delta}{\mu_0 i^2}$$

§ 4. Резонансные явления в цепях переменного синусоидального тока.

4.1. Общие понятия.

Как мы обратили внимание ранее, реактивные элементы в электрической цепи обладают свойством накопления энергии. Из-за противоположного сдвига фаз напряжений или токов в индуктивностях и конденсаторах в цепи возникают **резонансные явления**. Резонансные явления приводят к возникновению **колебаний**. Цепи охваченные резонансными процессами, называют **колебательными контурами**. В зависимости от структуры электрической цепи возможно возникновение процессов **резонанса напряжений** или **резонанса токов**. Резонансные процессы широко используются в радиотехнике и энергетике. Однако произвольно возникший резонанс может привести к нежелательным последствиям, в том числе к авариям.

4.2. Резонанс в последовательном колебательном контуре.

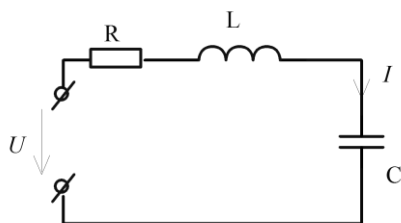


Рис. 4.1.

Цепь, изображенная на рис. 4.1, называется последовательным контуром. Запишем по второму правилу Кирхгофа:

$$\dot{U} = \dot{I} \cdot Z = \dot{I} \left(r + j\omega L - j \frac{1}{\omega C} \right)$$

Рассматривая это выражение, можно заметить, что при $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ импеданс цепи становится вещественным $Z = r$. Это условие резонанса в последовательном контуре. При этом сдвиг фазы между напряжением и током в цепи $\varphi = 0$. Ток в цепи при резонансе возрастает до величины $\dot{I} = \frac{\dot{U}}{R}$, напряжения на индуктивности и конденсаторе составят $U_L = I \cdot \omega L$ и $U_C = I \cdot \frac{1}{\omega C}$ соответственно. Заметим, что из условия равенства импедансов, резонансная частота равна:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Энергия, накопленная в конденсаторе, и энергия, накопленная в индуктивности, при отсутствии потерь равны: $\frac{C \cdot U^2}{2} = \frac{L \cdot I^2}{2}$

Откуда получим, что $\frac{U}{I} = \sqrt{\frac{L}{C}}$, эта величина имеет размерность Ом, и называется характеристическим сопротивлением контура.

Пример 4.1. Пусть в схеме на рис. 4.1 $U=10 \text{ В}$, $R=1 \text{ Ом}$, $X_L=X_C=100 \text{ Ом}$. Рассчитать ток и напряжения на элементах контура.

Для величин тока и напряжений на реактивных элементах получаем:

$$I=10 \text{ А}, |U_C|=1000 \text{ В}, |U_L|=1000 \text{ В}.$$

Из приведенного примера понятно, почему резонанс в последовательном контуре называют **резонансом напряжений**.

Напряжения на индуктивном и емкостном элементах схемы сдвинуты по фазе относительно друг друга на π (умножение на j и $-j$ соответственно) поэтому «снаружи» воспринимаются как отсутствующие. Но чрезмерный рост напряжений в реальных схемах может привести к выходу этих элементов из строя.

4.3. Резонанс в параллельном колебательном контуре.

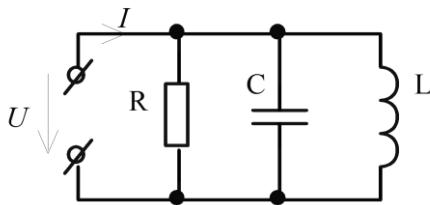


Рис. 4.2.

Для цепи на рис. 4.2 можно записать:

$$\dot{I} = \dot{I}_R + \dot{I}_C + \dot{I}_L = \dot{U} \cdot (G + j(B_C - B_L)),$$

Где G и B активная и реактивная проводимости. Условие резонанса в этом случае равенство емкостной и индуктивной проводимости $\omega C = \frac{1}{\omega L}$, комплексная проводимость цепи на резонансной частоте здесь равна $Y = G = 1/R$. Резонансная частота, вычисленная из условия равенства проводимостей, равна:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Несмотря на изменившуюся структуру контура с последовательной на параллельную, формула вычисления частоты не изменилась. Величина характеристического сопротивления определяется через равенство энергий, так же, как и для последовательного контура.

Пример 4.2. Пусть в схеме на рис. 3.2 $U=100 \text{ В}$, $G=0.1 \text{ См}$, $B_L=B_C=10 \text{ См}$. Определить ток в элементах контура.

При резонансе модуль тока в реактивных элементах схемы составит $I_L = I_C = 1000$ А, а входной ток схемы 10 А.

Резонансный процесс в параллельном контуре называется **резонансом токов**.

4.4. Параметры колебательных контуров

Из свойств равенства импедансов в последовательной цепи и проводимостей в параллельной выводится параметр собственной частоты контура. В обоих случаях она равна:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{и} \quad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Собственная частота - частота колебаний в идеальном контуре без наличия потерь. Такие контуры изображены на рис. 4.1 и 4.2.

Характеристическое (волновое) сопротивление (было введено выше, через равенство энергий) определяется как сопротивление реактивных элементов контура на собственной частоте контура:

$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}} = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$$

Напряжение на реактивных элементах цепи в последовательном контуре (рис. 4.1):

$$U_L = I \cdot \omega_0 L = I \cdot \rho, \quad U_C = I \cdot \frac{1}{\omega_0 C} = I \cdot \rho$$

Ток в реактивных элементах параллельного контура (рис. 4.2):

$$I_L = \frac{U}{\omega_0 L} = \frac{U}{\rho}, \quad I_C = U \cdot \omega_0 C = \frac{U}{\rho}$$

Или если ввести понятие волновой проводимости $\gamma = \sqrt{\frac{C}{L}}$ то $I_L = U \cdot \gamma$, $I_C = U \cdot \gamma$.

Из этих соотношений видно, что характеристическое сопротивление определяет величину напряжения или тока в реактивных элементах на резонансной частоте.

Добротность. Добротность любой колебательной системы определяется соотношением:

$$Q = \frac{\omega_0 \cdot W}{P_d}$$

Здесь ω_0 - резонансная частота, W - энергия запасенная в системе, P_d - рассеиваемая мощность. По определению, добротность есть отношение энергии, запасенной в системе к энергии потерь, или к энергии, подаваемой в колебательную систему извне, если потери компенсируются.

В электрической цепи, для последовательного контура, добротность: $Q = \frac{\rho}{r} = \frac{\omega_0 L}{r}$

Для параллельного контура (рис. 4.2) : $Q = \frac{\gamma}{G} = \frac{R}{\omega_0 L}$

Добротность численно равна отношению напряжения на реактивном элементе контура к напряжению на резисторе или на входе в резонансном режиме (или отношению тока в реактивном элементе, к току в активном т.е. току источника энергии).

Сопротивление потерь в контуре может быть представлено как последовательным сопротивлением, так и параллельным. Если обозначить r - последовательное, а R - параллельное сопротивления потерь, то связь между ними:

$$R = \frac{\rho^2}{r}$$

Через добротность определяется ширина полосы **пропускания контура** (рис. 4.3):

$$\Delta\omega = |\omega_1 - \omega_2| = \frac{\omega_0}{Q}$$

Граничные частоты определяются по уровню сигнала $1/\sqrt{2}$. Из соотношения видно, что для получения узкой полосы пропускания необходимо применять контур с высокой добротностью, а для широкой добротность должна быть небольшой, либо необходимо проектировать работу контура на высоких резонансных частотах. Граничные частоты также называются **частотами среза**, это понятие используется при анализе электрических фильтров.

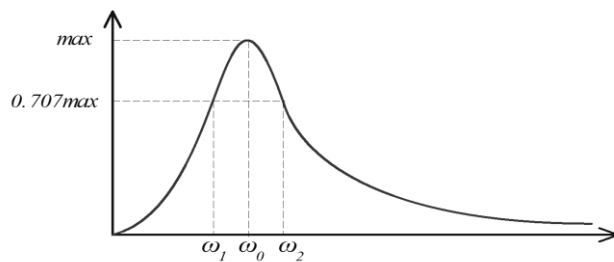


Рис. 4.3.

Величина, обратная добротности, называется **затуханием**: $D = 1/Q$. Полоса пропускания контура, выраженная через затухание $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = \omega_0 \cdot D$.

Для затухающих колебаний в электрической цепи вводятся дополнительные параметры.

Постоянная времени τ – время, в течение которого амплитуда колебания уменьшается в e раз.

Коэффициент затухания есть физическая величина, обратная времени, в течение которого амплитуда уменьшается в e раз. Если обозначить коэффициент затухания $\beta = \frac{1}{\tau}$, то для колебания напряжения:

$$\frac{U(t)}{U(t+T)} = e^{\beta t}$$

Натуральный логарифм отношения амплитуд, следующих друг за другом через период T , называется **логарифмическим декрементом затухания δ** :

$$\delta = \ln\left(\frac{U(t)}{U(t+T)}\right) = \ln(e^{\beta t}) = \beta t$$

Логарифмический декремент затухания есть физическая величина, обратная числу колебаний, по истечении которых амплитуда уменьшается в e раз.

Пример 4.3. Определить параметры элементов идеального контура на рис. 4.1, если $\omega_0 = 10^6$ рад/сек, $\rho = 50 \Omega$, $Q = 20$.

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad \rho = \sqrt{\frac{L}{C}}, \quad Q = \frac{\rho}{r}$$

Откуда:

$$r = \frac{\rho}{Q} = 2,5 \Omega, \quad C = \frac{1}{\omega_0 \rho} = 20 \text{ nF}, \quad L = \frac{\rho}{\omega_0} = 50 \mu\text{H}$$

4.5. Избирательность контура.

Одним из важнейших свойств контура считается **частотная избирательность**. Избирательность позволяет из спектра частот источников сигнала выделять частоты, близкие к резонансной, и ослаблять отстоящие далеко. На свойстве избирательности основана работа электрических фильтров, которые будут рассмотрены в данном курсе позднее. Рассмотрим свойства резонансного контура во всей полосе частот для последовательного контура (рис. 4.1):

$$I(\omega) = \frac{U(\omega)}{R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})}$$

Если принять, что ω_0 - собственная частота контура, и выразить реактивную часть импеданса через собственную частоту, получим следующее:

$$\omega L - \frac{1}{\omega C} = \frac{\omega L}{\omega_0 \sqrt{LC}} - \frac{\omega_0 \sqrt{LC}}{\omega C} = \sqrt{\frac{L}{C}} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) = \rho \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega \omega_0}$$

Величина $\frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega \omega_0}$ называется **относительной расстройкой контура**, а при умножении ее на добротность получим величину, называемую **приведенной расстройкой**:

$$\xi = Q \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega \omega_0}$$

Подставим выражения для относительной и приведенной расстройки в формулу для тока:

$$I(\omega) = \frac{U(\omega)}{R + j\rho \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega \omega_0}} = \frac{U(\omega)}{R(1 + j\xi)}$$

Также используют величину абсолютной расстройки: $\Delta\omega = \omega - \omega_0$, подставим ω выраженное из этого соотношения в формулу для относительной расстройки:

$$\frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega \omega_0} = \frac{2\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{2\Delta f}{f_0}$$

Еще один используемый в радиотехнике параметр – коэффициент передачи по току в зависимости от частоты, определяется он так:

$$\frac{I(\omega)}{I(\omega_0)} = n = \frac{1}{\sqrt{1 + \xi^2}}$$

4.6. Резонанс в сложной цепи.

В предыдущих случаях, рассматривались цепи, содержащие только два реактивных элемента. При усложнении схемы и увеличении реактивных элементов принципы нахождения резонансных частот не меняются. Количество резонансов определяется, как $m + n - 1$ где m - количество конденсаторов, а n - количество индуктивностей в схеме, получаемой из исходной путем ее сведения к цепи (с помощью эквивалентных преобразований) с минимальным числом этих элементов. При этом резонансы напряжений и токов будут чередоваться.

При определении резонансных частот для реактивного двухполюсника аналитическое выражение мнимой части его входного импеданса или входной реактивной проводимости следует представить в виде отношения двух полиномов.

$$\operatorname{Im}\{Z(\omega)\} = \frac{P(\omega)}{Q(\omega)} \quad \text{или} \quad \operatorname{Im}\{Y(\omega)\} = \frac{Q(\omega)}{P(\omega)}$$

Тогда корни уравнения $P(\omega) = 0$ дадут значения частот, которые соответствуют резонансам напряжений, а корни уравнения $Q(\omega) = 0$ - значения частот, при которых возникают резонансы токов.

Пример 4.4. Определить резонансные частоты цепи на рис. 4.4.

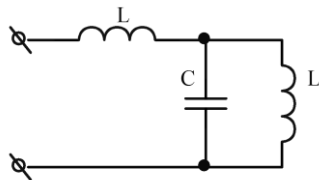


Рис 4.4.

Запишем импеданс цепи относительно входных клемм:

$$Z = j\omega L_1 + \frac{j\omega L_2 \frac{1}{j\omega C}}{j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C}} = j \frac{\omega L_1 + \omega L_2 - \omega^3 L_1 L_2 C}{1 - \omega^2 L_2 C}$$

Импеданс полностью мнимый, следовательно значения частот можно получить решив уравнения:

$$\omega L_1 + \omega L_2 - \omega^3 L_1 L_2 C = 0 \quad \text{и} \quad 1 - \omega^2 L_2 C = 0$$

Из первого: $\omega_1 = \sqrt{\frac{L_1 + L_2}{L_1 L_2 C}}$ - это резонанс последовательного типа (резонанс напряжений).

Из второго: $\omega_2 = \sqrt{\frac{1}{L_2 C}}$ - это резонанс параллельного типа (резонанс токов).

4.7. Нагруженный резонансный контур.

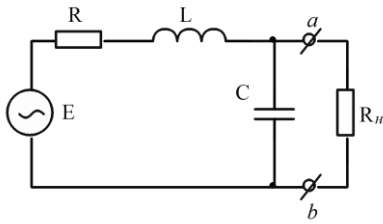


Рис 4.5.

Из соотношения для мнимой части импеданса выразим резонансную частоту контура на рис 4.5.

$$\begin{aligned} Z &= R + j\omega L + \frac{R_H \frac{1}{j\omega C}}{R_H + \frac{1}{j\omega C}} = R + j\omega L + \frac{R_H}{j\omega C R_H + 1} = \\ &= R + \frac{R_H}{\omega^2 C^2 R_H^2 + 1} + j\left(\omega L - \frac{\omega C R_H^2}{\omega^2 C^2 R_H^2 + 1}\right) \\ \omega_p &= \sqrt{\frac{1}{LC} \cdot \left(1 - \frac{L}{C R_H^2}\right)} = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{\rho^2}{R_H^2}} \end{aligned}$$

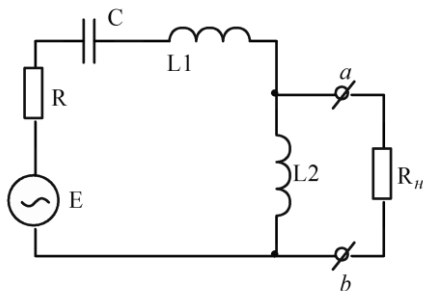
Здесь ω_0 - резонансная частота идеального контура. Из полученной формулы видно, что наличие нагрузки уменьшает резонансную частоту контура. Сопротивление потерь при этом увеличивается $R_{пз} = R + \frac{R_H}{\omega^2 C^2 R_H^2 + 1}$, что приводит к уменьшению добротности $Q = \frac{\rho}{R_{пз}}$.

При необходимости получения в нагрузке максимальной мощности, согласование делается, как и в случае с источником – величина нагрузки должна быть равна сопротивлению остальной цепи относительно зажимов *a* и *b* (рис.4.5).

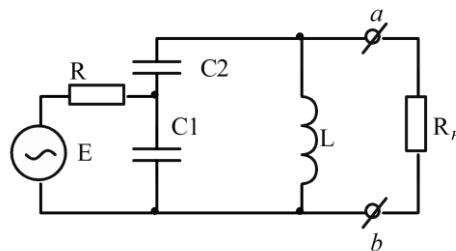
$$Z_{ab} = \frac{(R + j\omega L) \frac{1}{j\omega C}}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{\frac{R}{j\omega C} + \frac{L}{C}}{R} = \rho \left(\frac{\rho}{R} - j \right) \cong \frac{\rho^2}{R}$$

Условие согласования - $|Z_{ab}| = R_H$.

При необходимости передачи мощности из контура в нагрузку и при условии невозможности изменения сопротивления нагрузки для согласования применяется **метод частичного включения** нагрузки. Частичное включение может быть произведено как к индуктивности, так и к емкости контура. Иллюстрация метода показана на рис. 4.6.



а.



б. Рис. 4.6.

Для расчета цепи вводится коэффициент включения, например для рис. 4.5а. $k = L/L_2$, соответственно $L1 = (1 - k)L$. Рассчитаем при отключенной нагрузке сопротивление конту-

ра между точками a и b . Учитываем при этом то, что на резонансной частоте сопротивление контура должно быть активным, т.е. $X_C = X_{L1} + X_{L2}$.

$$Z_{ab} = \frac{jX_{L2}(R - jX_C + jX_{L1})}{R - jX_C + j(X_{L1} + X_{L2})} = \frac{j\omega_0 kL(R - \frac{j}{\omega_0 C} + j\omega_0(1-k)L)}{R} = \frac{jk\rho(R - jk\rho)}{R} = k^2\rho(Q - \frac{j}{k})$$

При $Q \gg \frac{1}{k}$ эту величину можно считать вещественной $Z_{ab} \cong R_{ab} = k^2\rho Q = k^2\frac{\rho^2}{R}$, и по условию согласования $R_{ab} = R_n$, откуда можно найти коэффициент включения.

§ 5. Трехфазные цепи переменного синусоидального тока.

5.1. Трехфазные цепи переменного тока используются в основном в энергетике и промышленности. Они имеют преимущества перед однофазными – возможность организации вращающегося поля, уменьшение сечения и количества проводов и т.д. Трехфазный источник ЭДС представляют в виде трех источников, соединенных звездой или треугольником, и со сдвигом фаз на 120° друг относительно друга. Нагрузки также могут быть соединены звездой или треугольником.

ЭДС источников называют **фазными ЭДС**. Падения напряжений на нагрузках называются **фазными напряжениями**, токи в источниках – **фазными токами**. Провода, соединяющие источники и нагрузки, называются **линейными**, а напряжения между ними – **линейными напряжениями**, токи в линейных проводах называются **линейными токами**. Провод, соединяющий среднюю точку источников со средней точкой нагрузок, называется **нулевым проводом**.

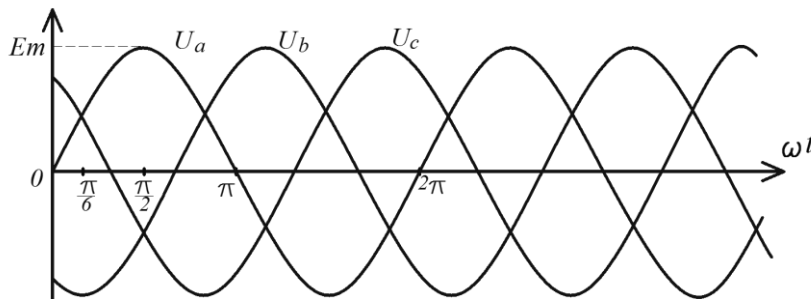


Рис. 5.1.

Рассмотрим трехфазную цепь, соединение источников и нагрузок – звезда (рис. 5.2).

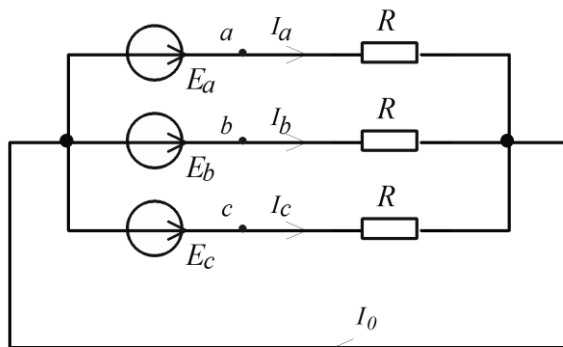


Рис. 5.2.

Определим линейные напряжения и токи в симметричной схеме.

$$\begin{aligned}\dot{U}_{ab} &= \dot{E}_b - \dot{E}_a = E_m \cdot (e^{j120^\circ} - 1) = E_m \cdot (\cos 120^\circ + j \sin 120^\circ - 1) = E_m \cdot \left(-\frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2} - 1\right) \\ &= E_m \sqrt{3} \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + j \frac{1}{2}\right) = E_m \sqrt{3} \cdot e^{j150^\circ}\end{aligned}$$

Для других линейных напряжений:

$$\dot{U}_{bc} = E_m \sqrt{3} \cdot e^{j270^\circ}, \quad \dot{U}_{ca} = E_m \sqrt{3} \cdot e^{j30^\circ}$$

При соединении звездой сдвиг между фазными и линейными напряжениями 30° . Линейные токи совпадают с фазными, их величина:

$$\dot{I}_a = \frac{E_m}{R}, \quad \dot{I}_b = \frac{E_m}{R} \cdot e^{j120^\circ}, \quad \dot{I}_c = \frac{E_m}{R} \cdot e^{j240^\circ}$$

Найдем ток в нулевом проводе:

$$\dot{I}_0 = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = \frac{E_m}{R} \cdot (1 + e^{j120^\circ} + e^{j240^\circ}) = 0$$

Нулевой провод из схемы можно удалить - ток в нем в идеальном случае равен нулю. В реальных схемах полная симметрия недостижима, поэтому нулевой провод всегда присутствует.

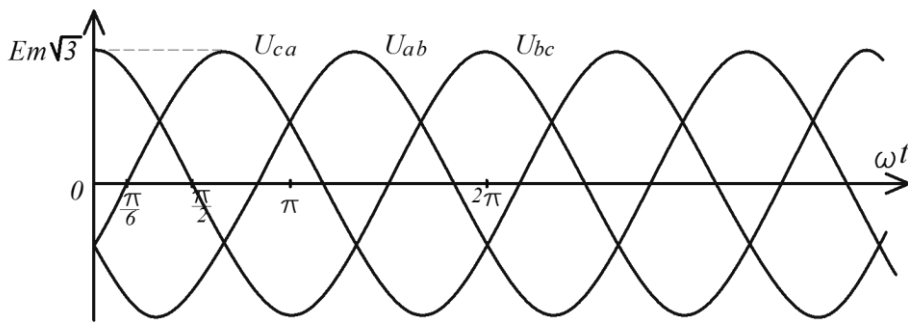


Рис. 5.3.

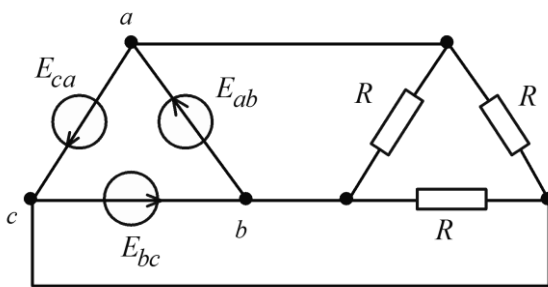


Рис. 5.4.

Для случая соединения источников и нагрузок треугольником (рис. 3.4) линейные напряжения совпадают с фазными. Проверим возможность возникновения контурного тока в контуре с источниками:

$$\dot{E}_0 = \dot{E}_{ab} + \dot{E}_{bc} + \dot{E}_{ca} = E_m \cdot (1 + e^{j120^\circ} + e^{j240^\circ}) = 0$$

Суммарная ЭДС равна нулю, контурный ток отсутствует, это позволяет использовать такую схему. Фазные токи здесь:

$$i_{ab} = \frac{E_m}{R}, \quad i_{bc} = \frac{E_m}{R} \cdot e^{j120^\circ}, \quad i_{ca} = \frac{E_m}{R} \cdot e^{j240^\circ}$$

Соответственно линейные токи

$$i_a = i_{ca} - i_{ab} = \frac{E_m\sqrt{3}}{R} \cdot e^{j210^\circ}, \quad i_b = i_{ab} - i_{bc} = \frac{E_m\sqrt{3}}{R} \cdot e^{j330^\circ}, \quad i_c = i_{bc} - i_{ca} = \frac{E_m\sqrt{3}}{R} \cdot e^{j90^\circ}$$

5.2. Мощность в трехфазных цепях.

Мгновенная мощность трехфазной цепи – сумма мгновенных мощностей каждой из фаз. Для трехфазной цепи, при симметричной нагрузке, мгновенная мощность – величина постоянная. Это утверждение легко доказать, рассмотрев случай полностью активной нагрузки:

$$\begin{aligned} p(t) &= p_a(t) + p_b(t) + p_c(t) = U_m I_m (\sin^2 \theta + \sin^2(\theta + 120^\circ) + \sin^2(\theta + 240^\circ)) \\ &= \frac{U_m I_m}{2} (3 + \cos 2\theta + \cos 2(\theta + 120^\circ) + \cos 2(\theta + 240^\circ)) \\ &= \frac{U_m I_m}{2} \left(3 + \frac{e^{j2\theta}}{2} (1 + e^{j120^\circ} + e^{j240^\circ}) + \frac{e^{-j2\theta}}{2} (1 + e^{-j120^\circ} + e^{-j240^\circ}) \right) \\ &= \frac{3U_m I_m}{2} \end{aligned}$$

При наличии реактивной составляющей сопротивления нагрузки это значение изменится на величину коэффициента мощности. Суммарная активная мощность трехфазной цепи с симметричной нагрузкой будет равна:

$$P = 3 \cdot U_\phi \cdot I_\phi \cos \varphi$$

Здесь величины с индексом ϕ это действующие значения фазного тока и напряжения, φ – угол сдвига фазы между напряжением и током. Для линейных величин эта формула переписывается так:

$$P = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \cos \varphi$$

Для реактивной и полной мощностей соответственно:

$$Q = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \sin \varphi$$

$$S = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L$$

5.3. Свойства трехфазных систем.

Система является **симметричной**, если она состоит из m одинаковых по модулю векторов ЭДС (напряжений, токов и т.д.), сдвинутых по фазе друг относительно друга на одинаковый угол $\frac{2\pi}{m}$.

Все симметричные системы являются **уравновешенными**. Это означает, что хотя в отдельных фазах мгновенная мощность пульсирует, изменяя за время одного периода не только величину, но в общем случае и знак, суммарная мгновенная мощность всех фаз остается величиной постоянной в течение всего периода источника ЭДС. Это важно – если бы суммарная мгновенная мощность пульсировала, то на валу электрической машины действовал бы пульсирующий момент, и такая переменная механическая нагрузка привела бы к уменьшению срока службы оборудования. Если симметрия нарушается, нарушается и уравновешенность. В энергетике строго следят за тем, чтобы нагрузка генератора оставалась симметричной.

Симметричный режим позволяет упростить расчет трехфазной цепи – **расчет выполняется только для цепи одной фазы**, называемой базовой, а для других фаз ответ получается формальным добавлением сдвига на 120° .

Пример 5.1. Найти токи в нагрузках трехфазной сети, соединение звезда-звезда (рис. 3.5.) в случае полной симметрии, если $R = \omega L$.

Цепь полностью симметрична, тогда определим ток в одной из фаз и получим остальные токи с помощью сдвига фазы на 120° .

$$i_1 = \frac{E_m e^{j45^\circ}}{R\sqrt{2}}, \quad i_2 = \frac{E_m e^{j165^\circ}}{R\sqrt{2}}, \quad i_3 = \frac{E_m e^{j285^\circ}}{R\sqrt{2}}$$

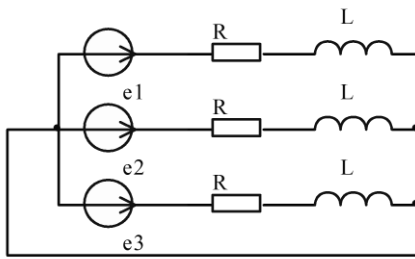
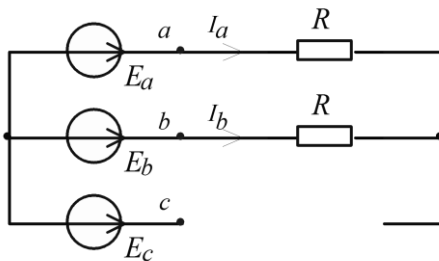


Рис. 5.5.

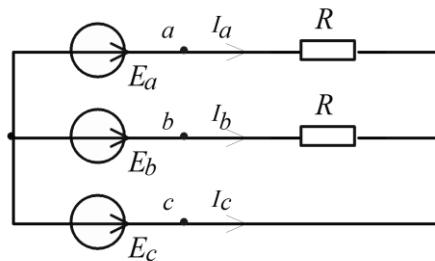
Пример 5.2. Определить активную мощность нагрузки в предыдущем примере.

$$P = 3 \cdot \frac{E_m^2}{2R\sqrt{2}} \cdot \cos 45^\circ = \frac{3}{4} \cdot \frac{E_m^2}{R}$$

Пример 5.3. Несимметричный случай. Обрыв и короткое замыкание нагрузки в одной из фаз. Определить токи и напряжения нагрузок.



а.



б. Рис. 5.6

При обрыве нагрузки рис. 5.6а:

$$i_a = i_b = \frac{\dot{U}_{ab}}{2R} = \frac{E_m \sqrt{3}}{2R} e^{j150^\circ}, \quad i_c = 0, \quad \dot{U}_a = \dot{U}_b = \frac{E_m \sqrt{3}}{2} e^{j150^\circ}$$

Токи нагрузок уменьшаются, соответственно уменьшаются и падения напряжения на нагрузках. Потенциал средней точки нагрузок останется нулевым.

При коротком замыкании потенциал средней точки нагрузок будет равным \dot{E}_c , тогда:

$$i_a = \frac{\dot{U}_{ac}}{R} = \frac{E_m \sqrt{3}}{R} e^{j30^\circ}, \quad i_b = \frac{\dot{U}_{bc}}{R} = \frac{E_m \sqrt{3}}{R} e^{j270^\circ}, \quad i_c = i_a + i_b = \frac{E_m \sqrt{3}}{R} e^{-j30^\circ}$$

В этом случае к нагрузкам будет приложено линейное напряжение, что может привести к их выходу из строя.

5.4. Трехфазный трансформатор.

Преобразование тока в трехфазной системе может быть осуществлено с помощью трех однофазных трансформаторов (рис. 5.7а.). Однако на практике этот способ используется редко.

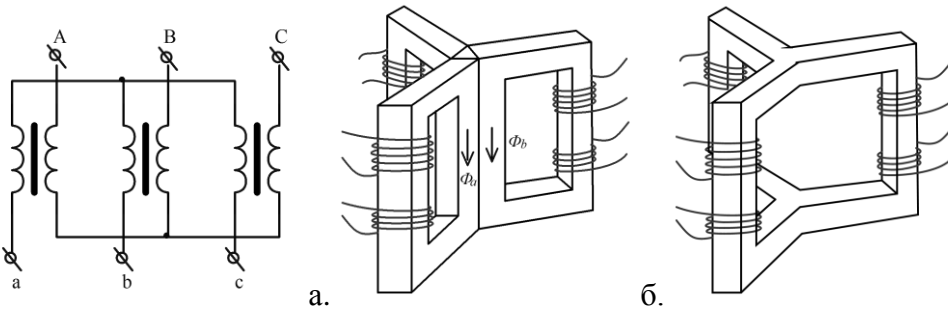


Рис. 5.7

Соединим трансформаторы, как на рис. 5.7б. Так как токи в катушках смещены по фазе на 120° , то и создаваемые ими магнитные потоки также смещены во времени на 120° . Поле в центральной части магнитопровода, где суммируются потоки всех трех фаз, равно 0. Следовательно центральную часть магнитопровода можно убрать рис. 5.7в. Получившийся трансформатор проще в изготовлении и дешевле трех однофазных.

5.5. Вращающееся магнитное поле

На рис 5.8 изображены обмотки, создающие поле, повернутые относительно друг друга на 120° , и векторная диаграмма в пространстве для полей этих обмоток. Буквами обозначены начала обмоток. Запишем соотношения для проекций поля этих обмоток на оси координат:

$$B_x = B_c \cos 30^\circ - B_b \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot (B_c - B_b),$$

$$B_y = B_a - B_b \sin 30^\circ - B_c \sin 30^\circ = B_a - \frac{1}{2} \cdot (B_b + B_c).$$

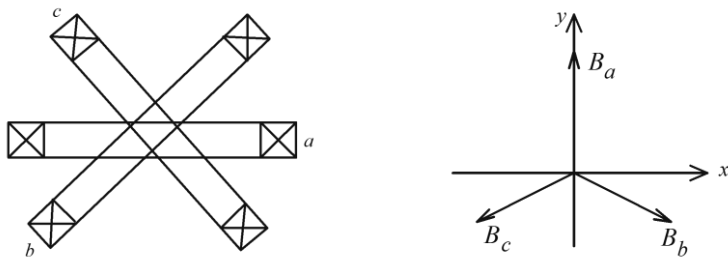


Рис. 5.8.

Учитывая что, $B_a = B_m \sin \omega t$, $B_b = B_m \sin(\omega t - 120^\circ)$, $B_c = B_m \sin(\omega t + 120^\circ)$ перепишем соотношения для проекций:

$$B_x = \frac{\sqrt{3}}{2} B_m \cdot (\sin(\omega t + 120^\circ) - \sin(\omega t - 120^\circ)) = \frac{3}{2} B_m \cdot \cos \omega t$$

$$B_y = B_m \cdot (\sin \omega t - \frac{1}{2} (\sin(\omega t + 120^\circ) + \sin(\omega t - 120^\circ))) = \frac{3}{2} B_m \cdot \sin \omega t$$

Из величин проекций на координатные оси можно определить длину вектора магнитного поля и угол его поворота:

$$B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} = \frac{3}{2} B_m, \quad \arctg \frac{B_y}{B_x} = \omega t$$

Мы получили **неизменный по модулю** вектор магнитной индукции, **вращающийся в пространстве** с постоянной угловой частотой ω . Вектор магнитной индукции вращается в сторону начала обмотки с отстающим током (для рис. 3.7 – по часовой стрелке). Если изменить положение соседних фаз, например, поменять местами фазы b и c , то направление вращения поля изменится на противоположное. Понятие вращающегося магнитного поля необходимо для понимания принципа действия электродвигателя.

5.6. Электродвигатели.

Конструктивно электрическая машина (электродвигатель, генератор) состоит из двух частей: неподвижного статора и вращающегося ротора, выполненных соответственно в виде внешнего полого и вложенного в него сплошного цилиндров. Цилиндры изготовлены из электротехнической стали и выполняют функцию магнитопроводов. На статоре расположены три одинаковые обмотки, или три группы обмоток, магнитные оси которых сдвинуты по магнитопроводу на $2/3$ полюсного деления l , величина которого определяется выражением

$$l = \frac{2\pi r}{2n} = \frac{\pi r}{n}$$

где r – внутренний радиус магнитопровода, а n – число пар полюсов (в представленном на рис. 5.9 случае $n = 1$, а сдвиг равен $\frac{2\pi r}{3}$).

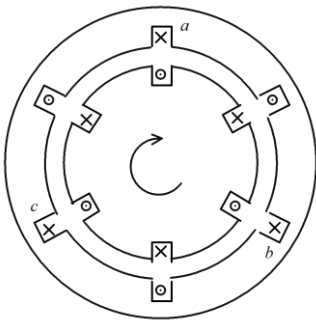


Рис. 5.9.

Принимая магнитную проницаемость стали стремящейся к бесконечности, изобразим кривую распределения магнитной индукции вдоль зазора между статором и ротором машины, создаваемой обмоткой фазы А, в некоторый момент времени t (рис. 5.10). При построении заметим, что индукция будет меняться скачком в местах расположения обмоток, а горизонтальные участки будут там, где поле постоянно.

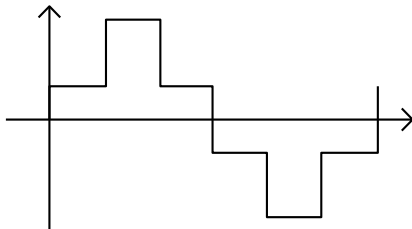


Рис. 5.10.

Эту кривую можно заменить синусоидой. Следует заметить, что у реальных машин за счет конструктивного исполнения обмоток статора такая замена связана с очень небольшими погрешностями. Приняв амплитуду этой синусоиды для выбранного момента времени t равной B_a, B_b и B_c соответственно, для каждой из фаз запишем:

$$B_{ax} = B_a \sin \frac{\pi}{l} x, \quad B_{bx} = B_b \sin \left(\frac{\pi}{l} x - 120^\circ \right), \quad B_{cx} = B_c \sin \left(\frac{\pi}{l} x + 120^\circ \right)$$

С учетом того, что ток фаз изменяется также по синусу, для мгновенных значений индукции при допущении о линейности связи индукции и тока можно записать:

$$B_A = B_m \sin \omega t, \quad B_B = B_m \sin(\omega t - 120^\circ), \quad B_C = B_m \sin(\omega t + 120^\circ)$$

Подставим последние соотношения в формулы полученные выше:

$$B_{ax} = B_m \sin \omega t \sin \frac{\pi}{l} x = \frac{B_m}{2} [\cos(\frac{\pi}{l} x - \omega t) - \cos(\frac{\pi}{l} x + \omega t)]$$

$$B_{bx} = B_m \sin(\omega t + 120^\circ) \sin(\frac{\pi}{l} x - 120^\circ) = \frac{B_m}{2} [\cos(\frac{\pi}{l} x - \omega t) - \cos(\frac{\pi}{l} x + \omega t + 120^\circ)]$$

$$B_{cx} = B_m \sin(\omega t + 240^\circ) \sin(\frac{\pi}{l} x + 120^\circ) = \frac{B_m}{2} [\cos(\frac{\pi}{l} x - \omega t) - \cos(\frac{\pi}{l} x + \omega t - 120^\circ)]$$

Просуммировав эти три соотношения получим для результирующего поля вдоль воздушного зазора машины выражение, представляющее собой уравнение бегущей волны:

$$B_x = B_{ax} + B_{bx} + B_{cx} = \frac{3}{2} B_m \cos(\frac{\pi}{l} x - \omega t)$$

Магнитная индукция B_x постоянна, если $\frac{\pi}{l} x - \omega t = const$. Таким образом, если выбрать некоторую точку и перемещать ее вдоль зазора магнитопровода со скоростью

$$v = \frac{\omega l}{\pi} = \frac{2\pi f l}{\pi} = 2fl$$

то магнитная индукция для этой точки будет оставаться постоянной. Это означает, что с течением времени кривая распределения магнитной индукции, не меняя своей формы, перемещается вдоль внутренней окружности статора, т.е. результирующее магнитное поле вращается с постоянной скоростью.

Описанная конструкция представляет простейший вариант устройства асинхронного двигателя. Вращающееся магнитное поле, создаваемое расположенными на статоре обмотками с током, взаимодействует с токами обмоток ротора, приводя его во вращение. Обмотки ротора делаются в виде короткозамкнутых витков, такой двигатель называется двигателем с короткозамкнутым ротором. В обмотке ротора под действием ЭДС, вызываемой вращающимся полем статора, возникают вихревые токи. Взаимодействуя с полем, они вовлекают ротор во вращение со скоростью, принципиально меньшей скорости вращения поля статора. Отсюда название двигателя - асинхронный. Относительная величина, характеризующая отставание ротора $S = \frac{\omega_0 - \omega_d}{\omega_0}$ называется относительным скольжением. Для двигателей нормального исполнения $S=0,02 \dots 0,07$. Неравенство частот вращения магнитного поля и ротора становится понятным, если учесть, что при равенстве частот вращающееся магнитное поле не будет пересекать обмотки ротора и, следовательно, в них не будут наводиться токи, создающие вращающий момент.

Отличие синхронного и асинхронного двигателей заключается в конструкции ротора. У синхронного двигателя ротор представляет собой магнит, изготовленный на базе постоянных магнитов (при небольших мощностях) или электромагнита. При взаимодействии полей магнитов вращающееся магнитное поле статора увлекает во вращение за собой ротор, скорости их при этом будут равны. Поэтому название двигателя – синхронный. Для создания поля ротора обмотки ротора запитываются через специальные подвижные контакты, называемые щетками. При специальной доработке щеточный узел также может служить датчиком положения ротора или датчиком скорости. Щеточный узел основной источник снижения надеж-

ности двигателя, синхронный двигатель требует более объемного обслуживания при эксплуатации, чем асинхронный. Система электропривода, содержащая электродвигатель, датчики положения или скорости вращения и блок управления двигателем с обратной связью, поддерживающая параметры, заданные извне, называется **сервоприводом**.

Следует отметить, что в отличие от асинхронного двигателя, $\cos\varphi$ у которого обычно не превышает 0,8...0,85, у синхронного двигателя можно добиться большего значения $\cos\varphi$ и даже сделать так, что ток будет опережать напряжение по фазе. В этом случае синхронная машина может быть использована для коррекции коэффициента мощности.

Электрогенератор.

Все электрические машины являются обратимыми, это значит если раскрутить ротор с помощью внешнего воздействия (ДВС, турбина) то в обмотках статора будет наводиться синусоидальная ЭДС. Асинхронный генератор более простой, но синхронный позволяет иметь больше возможностей для работы - можно производить регулировку выходных параметров генератора с помощью тока обмоток размещенных на роторе (тока возбуждения).

§ 6. Четырехполюсники.

Теорема компенсации. Любое сопротивление в линейной электрической цепи можно представить в виде эквивалентного источника ЭДС. Величина ЭДС равна произведению сопротивления на ток, протекающий через это сопротивление. А направление ЭДС будет противоположным к направлению тока, протекающего через это сопротивление.

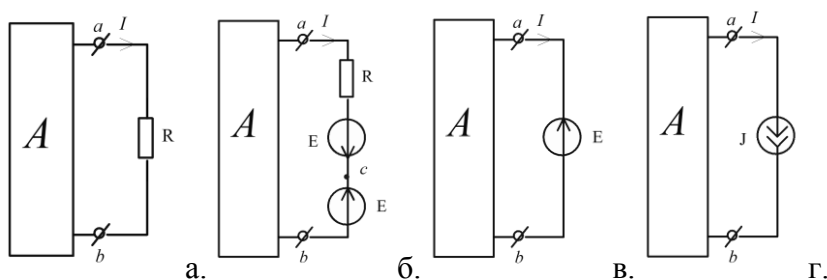


Рис. 6.1.

Доказательство проиллюстрировано на рис. 6.1 а-в, и в формуле ниже:

$$U_{cb} = U_{ab} - I \cdot R + E = U_{ab} - I \cdot R + I \cdot R = U_{ab}$$

На рис. 6.1г. показано, что резистор можно заменить и источником тока $J = I$.

Теорема взаимности. Для любой линейной цепи, ток в ветви k, вызванный источником ЭДС расположенным в ветви m, равен току в ветви m, вызванному источником ЭДС расположенным в ветви k, при численно равных ЭДС ($E_k = E_m$).

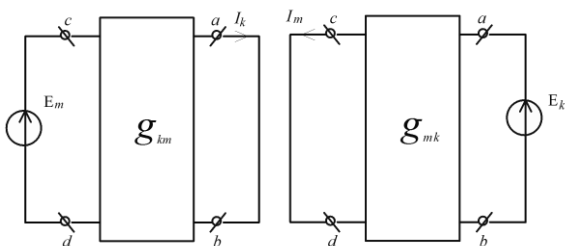


Рис. 6.2

$$I_k = E_m g_{km}$$

$$I_m = E_k g_{mk}$$

g_{kt} и g_{mk} - **взаимные проводимости**. Цепи с равными взаимными проводимостями называются **обратимыми**.

6.1. Четырехполюсник – это электрическая цепь, имеющая четыре вывода. Четырехполюсники бывают активными, если содержат внутри источник энергии, и пассивными, если источника нет.

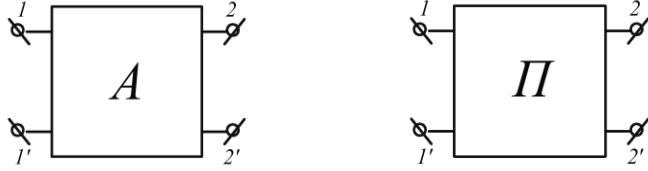
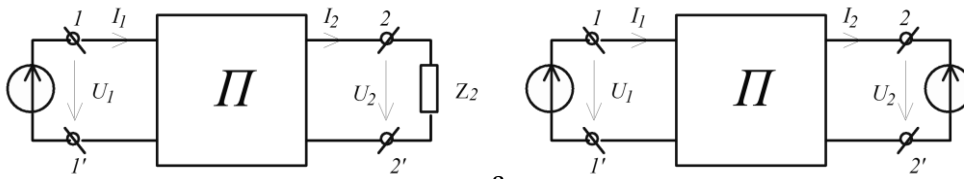


Рис. 6.3.

Рассмотрим элементы теории линейных пассивных четырехполюсников.



б. Рис. 6.4.

Изобразим цепь из источника энергии, подключенного к входным клеммам четырехполюсника, самого четырехполюсника и нагрузки, рис 6.4а. Согласно теореме компенсации заменим нагрузку на эквивалентный источник $\dot{U}_2 = \dot{I}_2 Z_2$, рис 6.4б. Введем обозначения входных(выходных) Y_{11}, Y_{22} и взаимных Y_{12}, Y_{21} проводимостей четырехполюсника. **Входной (выходной) проводимостью** называется величина равная отношению тока к напряжению на входе (выходе) четырехполюсника при равной нулю ЭДС в выходной (входной) ветви. **Взаимной проводимостью** называется отношение входного тока четырехполюсника к выходной ЭДС, при равной нулю ЭДС во входной ветви, или выходного тока к входной ЭДС, при равной нулю ЭДС на выходе. Выразим токи в цепи используя метод наложения:

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= Y_{11} \dot{U}_1 - Y_{12} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 &= Y_{21} \dot{U}_1 - Y_{22} \dot{U}_2 \end{aligned} \quad (6.1)$$

Решая эти уравнения относительно тока и напряжения на зажимах первичной стороны, получим:

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= \frac{Y_{22}}{Y_{21}} \dot{U}_2 + \frac{1}{Y_{21}} \dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 &= \frac{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}{Y_{21}} \dot{U}_2 + \frac{Y_{11}}{Y_{21}} \dot{I}_2 \end{aligned} \quad (6.2)$$

Введем следующие обозначения:

$$A = \frac{Y_{22}}{Y_{21}}, B = \frac{1}{Y_{21}}, C = \frac{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}{Y_{21}}, D = \frac{Y_{11}}{Y_{21}}$$

Тогда уравнения 6.2 можно переписать в следующем виде

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= A \dot{U}_2 + B \dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 &= C \dot{U}_2 + D \dot{I}_2 \end{aligned}$$

Такая запись называется А-формой записи уравнений четырехполюсника. Исторически сложилось так, что А-форма считается основной. Другие формы записи показаны ниже, в таблице 6.1. Используя свойство линейности рассматриваемого четырехполюсника и теорему взаимности, замечаем, что $Y_{12} = Y_{21}$, откуда получается: $AD - BC = 1$. Если при изменении подключения источника (переносе со входа на выход) токи не меняются, то такой четырехполюсник называется симметричным. Условие симметричности $A = D$.

6.2. Определение коэффициентов четырехполюсника.

При использовании уравнений четырехполюсника для анализа цепей необходимо знать значения его коэффициентов. Коэффициенты четырехполюсника могут быть определены расчетным путем, если известна его внутренняя схема, или экспериментальным путем.

Наиболее удобным экспериментальным методом определения коэффициентов четырехполюсника является метод, основанный на опытах холостого хода и короткого замыкания при питании со стороны вторичных зажимов и опыте холостого хода при питании со стороны первичных зажимов. Используем уравнения А-формы:

$$\text{при } \dot{I}_2 = 0 \text{ получим } Z_{1xx} = \frac{\dot{U}_{1xx}}{\dot{I}_{1xx}} = \frac{A}{C}$$

$$\text{при } \dot{I}_1 = 0 \text{ получим } Z_{2xx} = \frac{\dot{U}_{2xx}}{\dot{I}_{2xx}} = \frac{D}{C}$$

$$\text{при } \dot{U}_1 = 0 \text{ получим } Z_{2кз} = \frac{\dot{U}_{2кз}}{\dot{I}_{2кз}} = \frac{B}{A}$$

Используя соотношение взаимности, решим полученные уравнения относительно коэффициентов четырехполюсника:

$$A = \sqrt{\frac{Z_{1xx}}{Z_{2xx} - Z_{2кз}}}, \quad B = AZ_{2кз}, \quad C = \frac{A}{Z_{1xx}}, \quad D = CZ_{2xx}$$

6.3. Схемы замещения.

Как было сказано ранее, при определении коэффициентов четырехполюсника расчетным путем должны быть известны схема соединения и величины сопротивлений четырехполюсника. С учетом свойства взаимности, пассивный четырехполюсник характеризуется тремя независимыми постоянными коэффициентами. Следовательно, пассивный четырехполюсник можно представить в виде трехэлементной эквивалентной Т- (рис. 6.5,а) или П-образной (рис. 6.5,б) схемы замещения.

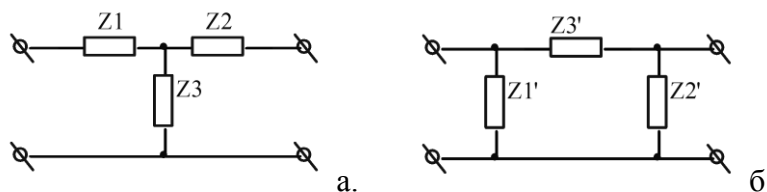


Рис. 6.5.

Для определения коэффициентов четырехполюсника для схемы на рис. 6.5а, с использованием первого и второго правила Кирхгофа выразим \dot{U}_1 и \dot{I}_1 через \dot{U}_2 и \dot{I}_2 :

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \frac{\dot{U}_2 + Z_2 \dot{I}_2}{Z_3} = \frac{1}{Z_3} \dot{U}_2 + \left(1 + \frac{Z_2}{Z_3}\right) \dot{I}_2$$

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2 + Z_2 \dot{I}_2 + Z_1 \dot{I}_1 = (1 + \frac{Z_1}{Z_3})\dot{U}_2 + (Z_1 + Z_2 + \frac{Z_1 Z_2}{Z_3})\dot{I}_2$$

Сопоставление полученных выражений с уравнениями А-формы дает:

$$A = 1 + \frac{Z_1}{Z_3}, \quad B = Z_1 + Z_2 + \frac{Z_1 Z_2}{Z_3}, \quad C = \frac{1}{Z_3}, \quad D = 1 + \frac{Z_2}{Z_3}$$

Эту задачу можно решить с другой стороны. В соответствии с уравнениями для А-формы в режиме холостого хода, запишем:

$$\dot{U}_{1xx} = A\dot{U}_2 \quad \text{и} \quad \dot{I}_{1xx} = C\dot{U}_2,$$

но из схемы на рис. 6.5,а $\dot{I}_{1xx} = \frac{\dot{U}_2}{Z_3}$ и $\dot{U}_{1xx} = (Z_1 + Z_3)\dot{I}_{1xx} = (1 + \frac{Z_1}{Z_3})\dot{U}_2$, откуда получим:

$$A = 1 + \frac{Z_1}{Z_3}, \quad C = \frac{1}{Z_3}$$

В случае короткого замыкания на вторичной стороне: $\dot{U}_1 = B\dot{I}_2$ и $\dot{I}_1 = D\dot{I}_2$

Тогда из схемы на рис. 6.5а:

$$\dot{I}_{1кз} = \dot{I}_2 + \frac{Z_2}{Z_3}\dot{I}_2 \quad \text{и} \quad \dot{U}_{1кз} = Z_1\dot{I}_{1кз} + Z_2\dot{I}_2 \quad \text{откуда:}$$

$$B = Z_1 + Z_2 + \frac{Z_1 Z_2}{Z_3}, \quad D = 1 + \frac{Z_2}{Z_3}$$

Результаты разных решений, проведенных нами, совпали. Коэффициенты четырехполюсника для схемы на рис. 6.5б могут быть определены аналогичным образом или на основании результатов, полученных для цепи на рис. 6.5а с использованием преобразования “звезда-треугольник”. Зная коэффициенты четырехполюсника, всегда можно найти параметры Т- и П-образных схем его замещения.

Таблица 6.1. Другие формы записи уравнений четырехполюсника

В-форма	$\begin{aligned} \dot{U}_2 &= B_{11}\dot{U}_1 - B_{12}\dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 &= -B_{21}\dot{U}_1 + B_{22}\dot{I}_1 \end{aligned}$
Y-форма	$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= Y_{11}\dot{U}_1 + Y_{12}\dot{U}_2 \\ -\dot{I}_2 &= Y_{21}\dot{U}_1 + Y_{22}\dot{U}_2 \end{aligned}$
Z-форма	$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= Z_{11}\dot{I}_1 - Z_{12}\dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 &= Z_{21}\dot{I}_1 - Z_{22}\dot{I}_2 \end{aligned}$
G-форма	$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= G_{11}\dot{U}_1 - G_{12}\dot{U}_2 \\ \dot{U}_2 &= G_{21}\dot{U}_1 - G_{22}\dot{U}_2 \end{aligned}$
H-форма	$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= H_{11}\dot{I}_1 + H_{12}\dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 &= H_{21}\dot{I}_1 + H_{22}\dot{U}_2 \end{aligned}$

6.4. Коэффициент передачи, входное сопротивление, характеристическое сопротивление и коэффициент распространения симметричного четырехполюсника.

При анализе работы четырехполюсника с подключенной нагрузкой удобно использовать понятия нагрузки, входного сопротивления и коэффициента передачи.

$$\text{Если определить } Z_H = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} \quad \text{то} \quad K_U = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{Z_H}{AZ_H+B} \quad \text{и} \quad Z_{1\text{вх}} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \frac{AZ_H+B}{CZ_H+D}$$

В электротехнике часто используется режим работы симметричного четырехполюсника, при котором его входное сопротивление равно сопротивлению нагрузки:

$$Z_{\text{вх}} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} = Z_H = Z_C$$

Z_C - это характеристическое сопротивление симметричного четырехполюсника, а режим работы четырехполюсника, для которого справедливо равенство входного сопротивления и нагрузки, называется режимом согласованной нагрузки.

$$\dot{U}_1 = \left(A + \frac{B}{Z_C}\right) \dot{U}_2 \quad \text{и} \quad \dot{I}_1 = (CZ_C + A)\dot{I}_2 \quad (6.3)$$

Разделив эти соотношения друг на друга, получим:

$$Z_C = \frac{AZ_C+B}{CZ_C+A}, \quad \text{откуда } Z_C = \sqrt{\frac{B}{C}}$$

С учетом этого можно переписать (7.3) в следующем виде:

$$\dot{U}_1 = (A + \sqrt{BC}) \dot{U}_2 \quad \text{и} \quad \dot{I}_1 = (A + \sqrt{BC})\dot{I}_2$$

Отсюда видно, что:

$$\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} = A + \sqrt{BC} = e^\gamma = e^\alpha e^{j\beta}$$

$\gamma = \ln(A + \sqrt{BC}) = \alpha + j\beta$ - коэффициент распространения; α - коэффициент затухания, β - коэффициент фазы. Затухание измеряется в неперах, одному неперу соответствует уменьшение в e раз по току и напряжению и в e^2 раз по мощности. Запишем уравнения четырехполюсника с использованием этих коэффициентов.

$$\text{Если } A + \sqrt{BC} = e^\gamma, \text{ то } e^{-\gamma} = \frac{1}{A + \sqrt{BC}} = \frac{A - \sqrt{BC}}{A^2 - BC} = A - \sqrt{BC}. \text{ Выразим } A \text{ и } \sqrt{BC}:$$

$$A = \frac{1}{2}(e^\gamma + e^{-\gamma}) = ch\gamma, \quad \sqrt{BC} = \frac{1}{2}(e^\gamma - e^{-\gamma}) = sh\gamma.$$

$$\text{Введя замены } B = \sqrt{BC} \sqrt{\frac{B}{C}} = Z_C \cdot sh\gamma \quad \text{и} \quad C = \frac{\sqrt{BC}}{\sqrt{\frac{B}{C}}} = \frac{sh\gamma}{Z_C}, \text{ запишем уравнения четырехполюсника через гиперболические функции:}$$

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2 \operatorname{ch} \gamma + \dot{I}_2 Z_c \operatorname{sh} \gamma \quad \text{и} \quad \dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_2}{Z_c} \operatorname{sh} \gamma + \dot{I}_2 \operatorname{ch} \gamma$$

6.5. Пассивные электрические фильтры.

Электрический фильтр – это четырехполюсник, устанавливаемый между источником энергии или информационного сигнала и приемником (нагрузкой), предназначенный для беспрепятственного, или с малым затуханием, пропускания токов или сигналов одних частот и задержки или пропускания с большим затуханием токов или сигналов других частот. Фильтры широко применяются как в энергетике и силовой электронике, так и в телекоммуникационных областях.

Диапазон частот, пропускаемых фильтром, называется **полосой пропускания** или полосой прозрачности. Диапазон частот, пропускаемых с большим затуханием, называется полосой затухания или **полосой задерживания**. Качество фильтра тем лучше, чем ярче выражены его фильтрующие свойства, т.е. чем больше затухание в полосе задерживания.

Пассивные фильтры, рассматриваемые в этом разделе, состоят из идеальных индуктивностей и конденсаторов (для упрощения расчета цепей). Также будут показаны простейшие фильтры на основе RC цепей.

Фильтры разделяют на классы:

- фильтр нижних частот, полоса пропускания определяется соотношением $0 \leq \omega \leq \omega_c$,
- фильтр верхних частот, полоса пропускания $\omega_c \leq \omega \leq \infty$,
- полосовой фильтр, $\omega_1 \leq \omega \leq \omega_2$, где $\omega_1 < \omega_2$,
- режекторный фильтр, $0 \leq \omega \leq \omega_1$ и $\omega_2 \leq \omega \leq \infty$, где также $\omega_1 < \omega_2$.

Частоты, ограничивающие область прозрачности, также называются **частотами среза**.

Способность четырехполюсников работать фильтрами обусловлена зависимостью их коэффициента передачи от частоты, и при анализе мы будем использовать понятия коэффициентов распространения и фазы. Пассивные фильтры, рассматриваемые в этом разделе, построены по симметричной схеме, и в рассмотрении могут быть использованы соотношения полученные нами для Т и П-образных схем замещения четырехполюсников.

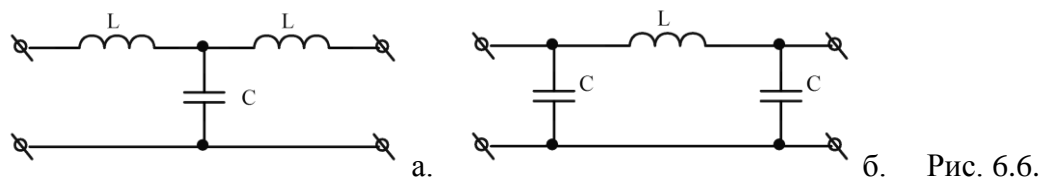


Рис. 6.6.

Воспользуемся формулами полученными в предыдущих пунктах:

$$\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} = e^{\alpha} e^{j\beta}$$

$$A = 1 + \frac{Z_1}{Z_3}, \quad B = Z_1 + Z_2 + \frac{Z_1 Z_2}{Z_3}, \quad C = \frac{1}{Z_3}, \quad D = 1 + \frac{Z_2}{Z_3}$$

Для схемы на рис. 6.6а, коэффициенты равны:

$$A = D = 1 - \omega^2 LC, \quad B = 2j\omega L - j\omega^3 L^2 C, \quad C = j\omega C$$

Из уравнений четырехполюсника, записанных через гиперболические функции, имеем:

$$A = ch\gamma = ch(\alpha + j\beta) = ch\alpha \cdot \cos\beta + jsh\alpha \cdot \sin\beta$$

Однако, из записанного выше коэффициент A должен быть вещественным, следовательно, приравняв мнимую часть к нулю, получаем

$$A = ch\alpha \cdot \cos\beta = 1 - \omega^2 LC \quad (6.4)$$

В связи с идеализацией рассматриваемых нами электрических цепей примем, что в полосе пропускания фильтра $\alpha = 0$, а в полосе задерживания соответственно $\alpha = \infty$. Действительно, для полосы пропускания тогда $\dot{U}_1 = \dot{U}_2$ и $\dot{I}_1 = \dot{I}_2$, следовательно, и $P_1 = P_2$, т.е. потери отсутствуют. Тогда:

$$\cos\beta = 1 - \omega^2 LC$$

Пределы изменения тригонометрической функции $-1 - +1$, откуда получим неравенство:

$$-1 \leq 1 - \omega^2 LC \leq 1$$

Этому неравенству удовлетворяют частоты диапазона:

$$0 \leq \omega \leq \sqrt{\frac{2}{LC}}$$

Это фильтр низкой частоты. Характеристическое сопротивление фильтра:

$$Z_c = \sqrt{\frac{B}{C}} = \sqrt{\frac{L}{C}(2 - \omega^2 LC)}$$

Рассматривая это соотношение, можно заметить, что характеристическое сопротивление на низких частотах активное и уменьшается от величины $\sqrt{\frac{2L}{C}}$, до нуля на частоте $\sqrt{\frac{2}{LC}}$, в дальнейшем по мере увеличения частоты Z_c растет и приобретает индуктивный характер. Также заметим что вне полосы пропускания фильтра, из вещественного характера A следует $\beta = \pi$, действительно, вне полосы пропускания $\alpha \neq 0$, но $sh\alpha \cdot \sin\beta = 0$, откуда $\sin\beta = 0$. Из соотношения (6.4) при $\beta = \pi$ можно определить коэффициент затухания. При этом отметим, что α нарастает постепенно – в полосе задерживания фильтр не будет идеальным. Кроме того отметим факт непостоянства величины Z_c в полосе прозрачности, что не позволит обеспечить согласованный режим работы и, как следствие, α в действительности не будет равен нулю. Графики функций $\alpha(\omega)$, $\beta(\omega)$ приведены на рис. 6.7.

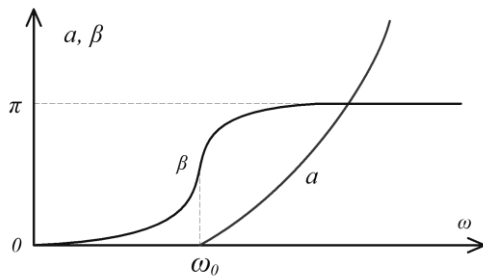


Рис. 6.7.

На рис. 7.4б изображен другой вариант низкочастотного фильтра. На рис. 5.6 приведены схемы фильтров высокой частоты.

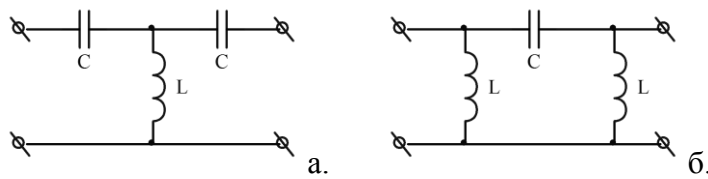


Рис. 6.8.

Для схемы на рис. 6.8а :

$$A = D = 1 - \frac{1}{\omega^2 LC}, \quad B = \frac{1}{j\omega C} \left(2 - \frac{1}{\omega^2 LC} \right), \quad C = \frac{1}{j\omega L}$$

Как и в предыдущем случае, А вещественная величина, поэтому :

$$-1 \leq 1 - \frac{1}{\omega^2 LC} \leq 1, \quad \frac{1}{\sqrt{2LC}} \leq \omega \leq \infty \quad \text{и} \quad Z_c = \sqrt{\frac{L}{C} \left(2 - \frac{1}{\omega^2 LC} \right)}$$

Как и для фильтра низких частот, фильтр высокой частоты не получается идеальным.

Вид зависимостей $\alpha(\omega)$, $\beta(\omega)$ для фильтра высокой частоты представлен на рис. 6.9.

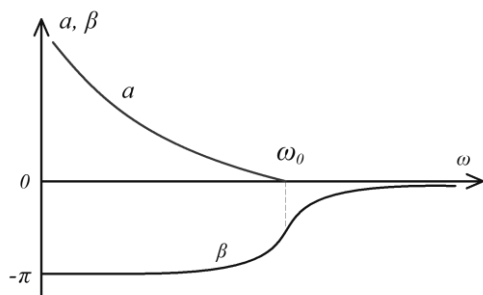


Рис. 6.9.

Полосовой и режекторный фильтры формально могут быть получены путем последовательного включения фильтров низкой и высокой частоты.

Необходимо отметить, что для улучшения характеристик фильтров их целесообразно выполнять в виде цепной схемы, представляющей собой каскадно включенные четырехполюсники. При обеспечении согласованного режима работы всех звеньев схемы коэффициент затухания такого фильтра возрастает, что приближает фильтр к идеальному.

Это были симметричные фильтры. Как видно, у них волновое сопротивление в полосе прозрачности зависит от частоты, что очень неудобно для согласования цепи, т.к. нагрузка имеет активный характер. Фильтр на рис. 6.10 не имеет этого недостатка, но он не симметричен.

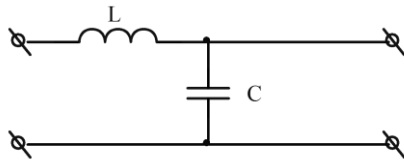


Рис. 6.10.

Характеристическое сопротивление этого фильтра равно $Z_C = \sqrt{\frac{L}{C}}$, заметим, что оно не зависит от частоты и соответствует характеристическому сопротивлению последовательного резонансного контура.

6.6. Амплитудно-частотные и фазо-частотные характеристики.

Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) – зависимость модуля коэффициента передачи четырехполюсника от частоты. Часто используется в логарифмическом виде (ЛАЧХ). Если записать для коэффициента передачи:

$$K_U = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = H(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$$

то график функции $20 \lg(H(\omega))$ есть ЛАЧХ. Единицей измерения соотношения является децибел – дБ, описание этой единицы будет приведено ниже. Аргумент этой функции частота (при этом часто используют не циклическую, а линейную частоту), откладывается по горизонтальной оси в логарифмическом масштабе – $\lg(\omega)$. График функции $\varphi(\omega)$ есть **фазо-частотная характеристика (ФЧХ)** цепи.

Обычно, для наглядности, обе функции изображаются на одной координатной плоскости, друг под другом. Т.к. амплитудная характеристика является экспоненциальной функцией, то логарифмический масштаб отображения амплитуды позволяет уменьшить вертикальный размер изображений, не теряя их информативности, а логарифмический масштаб частоты соответственно уменьшит горизонтальный размер. Амплитудно-частотные и фазо-частотные характеристики применяются при изучении устойчивости систем автоматического управления, анализе резонансных процессов, изучении работы электрических фильтров и т.д.

Бел определяется как логарифм отношения для энергетических величин, таких как мощность: $\lg\left(\frac{P_2}{P_1}\right)$, децибел соответственно $1\text{дБ}=0,1\text{Б}$. Но Бел практически не используется, вместо 1Б пишут 10дБ , т.е. для децибела $10 \lg\left(\frac{P_1}{P_2}\right)$. Энергетические величины пропорциональны квадрату напряжения, поэтому, в записи для напряжения (или тока), появляется коэффициент 2:

$$10 \lg\left(\frac{U_2^2}{U_1^2}\right) = 20 \lg\left(\frac{U_2}{U_1}\right)$$

На частоте среза уровень амплитудной характеристики $20 \lg \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) \approx -3 \text{ дБ}$.

Пример 6.1. Простая RC цепь. Определить коэффициент передачи. Построить АЧХ и ФЧХ.

Анализ RC цепи осуществляется из допущения, что сопротивление нагрузки бесконечно и не оказывает влияния на коэффициент передачи.

$$K(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega RC} = \frac{1 - j\omega RC}{1 + \omega^2 R^2 C^2} = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}} \cdot e^{-j \arctg(\omega RC)}$$

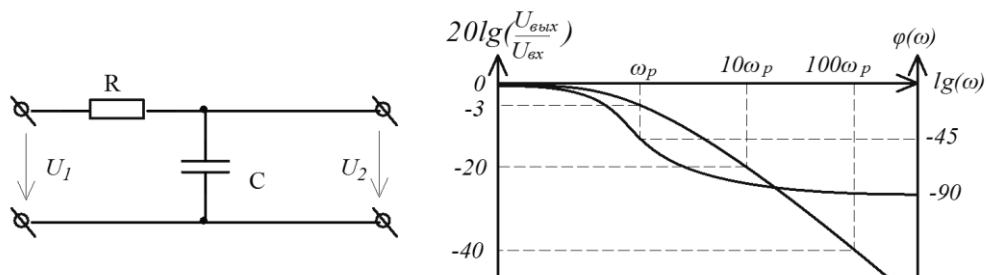


Рис. 6.11.

АЧХ и ФЧХ построены в логарифмическом масштабе по точкам из таблицы 6.2.

Таблица 6.2.

$\omega = 0$	$20 \lg K = 0 \text{ дБ}$	$\varphi = 0^\circ$
$\omega = 1/10RC$	$20 \lg K = 0 \text{ дБ}$	$\varphi = -5,6^\circ$
$\omega = 1/RC$	$20 \lg K = -3,01 \text{ дБ}$	$\varphi = -45^\circ$
$\omega = 10/RC$	$20 \lg K = -20,04 \text{ дБ}$	$\varphi = -84,3^\circ$
$\omega = 100/RC$	$20 \lg K = -40,0004 \text{ дБ}$	$\varphi = -89,4^\circ$

§7. Р-н переход. Полупроводниковые элементы в электрической цепи.

7.1 Основы теории проводимости. Типы полупроводников. Р-н переход.

Для объяснения явления электропроводности используют зонную теорию строения электронной оболочки атомов составляющих структуру вещества.

В модели атома, предложенной Бором, электроны в атоме расположены на различных орбитальных уровнях, причём эти уровни имеют разную удалённость от ядра, вследствие чего имеют разную энергию связи с ядром. В твердом теле электрон всегда подвергается воздействию со стороны атомов – притягивается к их ядрам и отталкивается их электронами. Однако, в силу принципа запрета Паули, два электрона не могут находиться на одной орбите в одном и том же энергетическом состоянии. Таким образом два любых электрона в любом случае находятся на несколько отличающихся друг от друга энергетических уровнях. Можно сказать, что каждый энергетический электронный уровень расщепляется на ряд близких подуровней, объединённых в энергетическую зону, в которой все электроны обладают близкими энергиями. На близких к ядру орбитах электроны находятся в связанном состоянии: они неспособны оторваться от ядра в связи с большой величиной энергии связи, чего нельзя сказать о внешних слоях электронной оболочки.

Внешние слои электронной оболочки разделяют на зону проводимости и валентную зону. Если внешний слой электронной оболочки атома не заполнен электронами полностью, т.е. в нем имеются свободные подуровни, то их могут занять электроны с более «нижних» подуровней или электроны из внешней оболочки соседних атомов. Энергию, необходимую для перехода электрона между валентной зоной и зоной проводимости, называют шириной запрещенной зоны.

Все вещества по ширине запрещенной зоны разделяют на три типа:

1. Ширина зоны отрицательная - запрещенная зона отсутствует или равна нулю (зона проводимости и валентная соприкасаются). Такие вещества называются проводниками. У проводников электроны имеют значительную свободу перемещения от атома к атому. При воздействии ЭДС в таком веществе всегда будет протекать ток.

2. Ширина зоны $>5\text{eV}$. Если валентная зона твердого тела заполнена, а до следующей незаполненной энергетической зоны далеко, вероятность того, что электрон на нее перейдет, близка к нулю. Даже при приложении большой разности потенциалов электроны не двигаются в одном направлении - электрический ток отсутствует. Такие вещества называются диэлектриками. При воздействии очень больших напряжений, происходит электрический пробой диэлектрика, связанный с разрушением его внутренней структуры.

3. Ширина зоны $0.1 - 4\text{eV}$. Эти вещества называются полупроводниками. Интересная особенность полупроводников заключается в том, что носители заряда, переносящие ток, существуют не всегда, а возникают лишь при некоторых условиях – например, при повышении температуры либо при поглощении энергии от другого источника. Полупроводники - это кристаллы с заполненной валентной зоной, но при этом разность энергий между валентным уровнем и следующим, проводящим энергетическим уровнем у них настолько незначительна, что электроны могут преодолевать ее даже при обычных температурах даже в силу теплового движения частиц.

Полупроводники мы и будем рассматривать в данном разделе. Важной чертой полупроводников является изменение их проводимости путём легирования, то есть путём добавления некоторого количества примесей к основному веществу.

Основными элементами, используемыми в полупроводниковой технике, являются германий (*Ge*) и кремний (*Si*). Кремниевые структуры в данное время являются основными. Рассмотрим процессы электропроводности на примере кремния.

Как известно, в состав атома кремния входят 14 электронов, 4 из которых находятся на внешней оболочке. Атомы кремния способны образовывать ковалентные связи с другими атомами путём "обобществления" электронной пары, в которой один электрон принадлежит одному атому, второй - другому атому. При температуре, отличной от абсолютного нуля, электроны в ковалентных связях могут отделяться от своей пары и участвовать в создании электрического тока при приложении напряжения. Однако при освобождении электрона остаётся незаполненное место в ковалентной паре. Это место называется «дыркой», и эта «дырка» может быть заполнена электроном, перешедшим из другого атома. В результате на этом месте будет восстановлена ковалентная связь, но в другом месте появится «дырка». В эту новую «дырку», в свою очередь, может перейти какой-либо другой электрон. При этом нейтральный атом в случае появления «дырки» превращается в положительно заряженный ион. Последовательное заполнение свободной связи электронами эквивалентно движению «дырки» в направлении, противоположном движению электронов, что равносильно перемещению положительного заряда. Как видим, в полупроводнике имеются два типа носителей – электроны и «дырки», а общая проводимость полупроводника обусловлена суммой электронной проводимости (*n*-типа) и дырочной проводимости (*p*-типа). Следует учесть, что, кроме перехода электрона из связанного в свободное состояние есть и обратный переход – возвращение свободного электрона на одно из свободных мест в ковалентной паре. Этот

процесс называется рекомбинацией. При равновесном состоянии устанавливается такая концентрация дырок и электронов, при которой число прямых и обратных переходов одинаково. Вследствие этого проводимость чистого, нелегированного полупроводника невелика. Для увеличения проводимости чистых полупроводниковых материалов применяют легирование – добавление небольшого количества примесей. Существуют два типа веществ, используемых в качестве примесей для легирования полупроводников – пятивалентные (доноры) и трехвалентные (акцепторы). Когда, к примеру, кремний, легируется пятивалентным фосфором либо мышьяком или сурьмой, то легирующий элемент заменяет собой некоторые атомы полупроводника в кристаллической структуре и вводит четыре своих валентных электрона в ковалентные связи с соседними атомами. Его пятый электрон слабо связан с ядром и легко может стать свободным. При этом атом легирующего вещества, лишившись одного из электронов, становится положительно заряженным ионом. В таком легированном кристалле количество свободных электронов достаточно для поддержания тока. Электроны в таком полупроводнике называются основными носителями, а дырки – неосновными. При этом сам полупроводник называется полупроводником *n*-типа (от слова *negative* – «отрицательный»). При легировании трехвалентным материалом, например, атомами индия, бора, галлия и т.д., атомы легирующего материала размещаются между атомами кремния и размещают свои валентные электроны среди трех соседних атомов кремния, что создаёт в ковалентной связи «дырку». Наличие большого количества «дырок» позволяет электронам легко дрейфовать от одной ковалентной связи к другой. В случае принятия электрона в ковалентную связь между атомами кремния и индия последний становится отрицательно заряженным ионом. Поскольку количество «дырок» в таком материале значительно превышает количество электронов, то такой материал называется полупроводником *p*-типа (от слова *positive* – «положительный»). В отличие от полупроводника *n*-типа в полупроводнике *p*-типа «дырки» являются основными носителями, а электроны – неосновными.

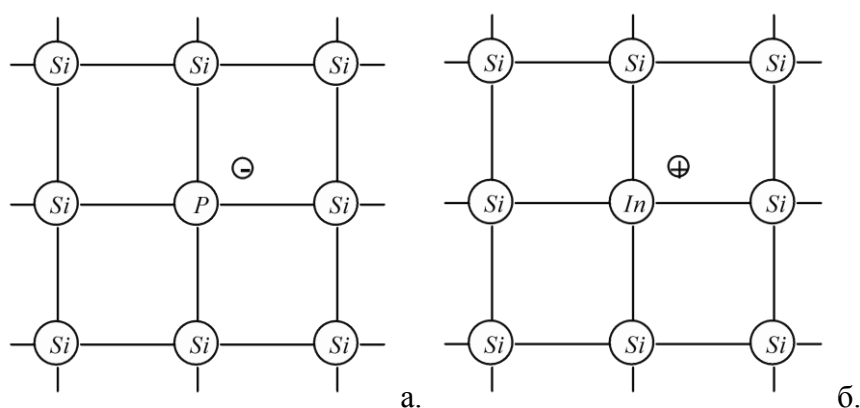


Рис.7.1. Атомы фосфора и индия в кристаллической решетке кремния.

P-n-переход – это контакт с разными типами проводимости. У этого контакта есть интересное свойство – его проводимость зависит от направления тока в нем. В области *p-n*-перехода наблюдается значительный перепад концентраций носителей зарядов. Концентрация электронов в *n*-области значительно больше их концентрации в *p*-области. Из-за этого происходит диффузия электронов из *n*-области в *p*-область, где электроны рекомбинируются с «дырками». Аналогично происходит рекомбинация «дырок» в *n*-области. В результате образуются области пространственного заряда, как показано на Рис. 7.2а.

В *n*-области остаются неподвижные положительно заряженные ионы доноров. Одновременно происходит диффузия дырок из *p*-области в *n*-область. Направленное движение носителей заряда из слоя с более высокой их концентрацией в слой, где концентрация ниже, называют диффузией, а ток, вызванный этим явлением, – диффузионным током. За счет этого тока приграничная *p*-область приобретает отрицательный заряд, обусловленный отрица-

тельно заряженными ионами акцепторов. Эти прилегающие к переходу области образуют слой объемного заряда, обедненный основными носителями. Вследствие всего вышеописанного возникает контактное электрическое поле E_k , которое препятствует дальнейшему движению электронов и дырок и поддерживает равновесие. Тем не менее некоторая часть электронов и дырок преодолевает контактное поле, создавая ток диффузии. Одновременно с этим под действием поля E_k носители заряда дрейфуют в сторону, противоположную диффузионному току. Движение зарядов под действием поля E_k называется дрейфовым током. В состоянии равновесия эти токи взаимно компенсируются.

Рассмотрим случай, когда к p - n -переходу приложено напряжение (см. Рис.7.2 б и в.). Прямое напряжение способствует снижению "энергетического барьера", иными словами - уменьшает значение E_k . В результате возникает ток дырок из p -области и ток электронов из n -области. Результирующий перенос электронов и дырок в противоположных направлениях образует полный ток через переход. Следует отметить, в каждой из областей ток переносится основными зарядами, в p -области - дырками, в n -области - электронами. Величина E_k составляет примерно $0,7\text{ В}$ (для кремния), и незначительного превышения этой величины хватает, чтобы вызвать значительное увеличение тока.

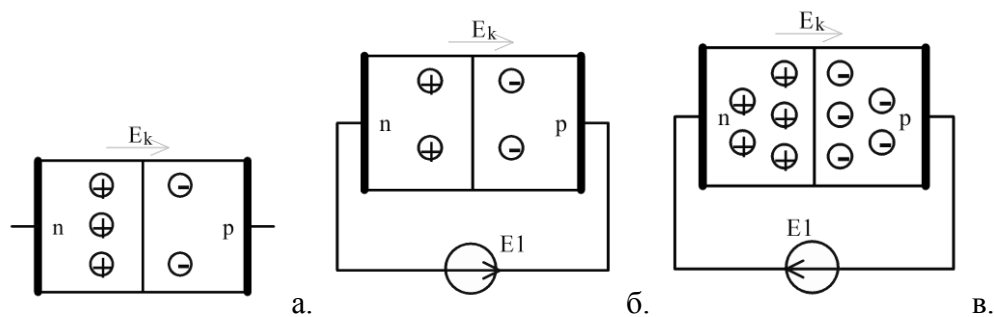


Рис.7.2. Р- n -переход при приложенном прямом и обратном напряжениях.

При приложении обратного (противоположного прямому) напряжения ситуация в корне меняется (Рис.7.2в.). Обратное напряжение приводит к увеличению поля E_k , в результате чего "энергетический барьер" увеличивается. Электроны из пограничного слоя начнут движение от границы раздела к положительному полюсу источника, а дырки к отрицательному. Следовательно, свободные электроны и дырки будут отдаляться от пограничного слоя, создавая тем самым прослойку, в которой практически отсутствуют носители зарядов. В результате ток в p - n переходе снижается в десятки тысяч раз, его можно считать приближённо равным нулю. Возникает обратный ток, который образован неосновными носителями заряда. Его в реальных полупроводниковых приборах называют током утечки. Таким образом, p - n -переход обладает односторонней проводимостью. Эти явления положены в основу работы полупроводникового диода.

Кроме p - n структуры, существует структура металл-полупроводник, называемая барьером Шоттки. Данный переход также проводит ток только в одном направлении - от металлического анода к полупроводниковому катоду. Инжекция неосновных носителей отсутствует, так как ток образуется только электронами, движущимися из полупроводника в металл. На основе перехода металл-полупроводник также можно изготовить диод.

7.2. Полупроводниковый диод. Модели диода

Полупроводниковый диод представляет собой устройство, построенное на базе p - n -перехода, имеющее два вывода (электрода). Электрод диода, подключенный к p -области, называют анодом (A), а электрод, подключенный к n -области - катодом (K).

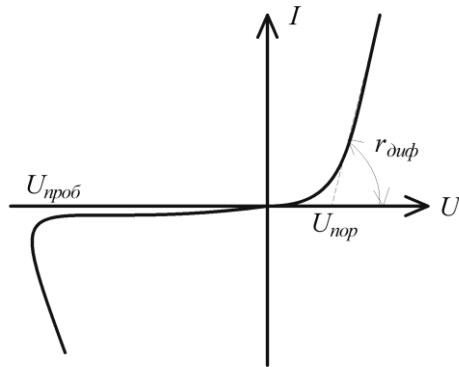
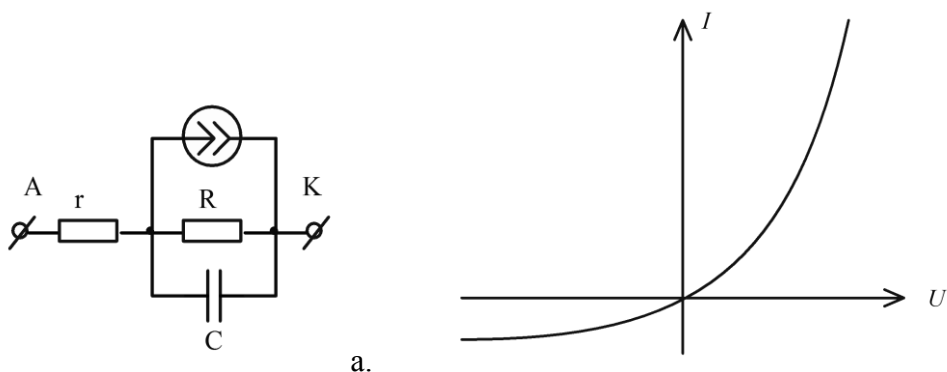


Рис. 7.3. Вольт-амперная характеристика диода.

Вольт-амперную характеристику реального диода с учетом пробоя можно представить в виде рис. 7.3. Часть характеристики справа от оси ординат можно определить выражением $U = U_{пор} + I_{пр} \cdot r_{диф}$, где $U_{пор}$ – фактически совпадает с величиной E_k , $I_{пр}$ – прямой ток, $r_{диф}$ – динамическое сопротивление, т.е. величина, определяющая наклон правой части вольтамперной характеристики. Можно увидеть, что обратный ток практически не меняется, пока обратное напряжение не достигнет значения $U_{проб}$. После начала пробоя незначительное увеличение обратного напряжения сопровождается резким увеличением тока. В основе пробоя p – n -перехода могут лежать несколько разных явлений:

1. Туннельный пробой (эффект Зенера). Туннельный пробой наблюдается тогда, когда напряженность электрического поля такова, что становится возможным туннельный переход из валентной зоны полупроводника с электропроводностью одного типа в зону полупроводника с электропроводностью другого типа. Ток пробоя ограничивается сравнительно небольшой величиной, определяемой тепловыми потерями на кристалле.
2. Лавинный пробой. Лавинный пробой обусловлен образованием носителей заряда из-за ударной ионизации атомов полупроводника. Если напряженность электрического поля достаточно велика, то электроны приобретают энергию, достаточную для того, чтобы выбивать другие электроны из атомов кристаллической решетки. Этот процесс приводит к быстрому (лавинному) нарастанию обратного тока. Работа диода в этом режиме также ограничена тепловыми потерями.
3. Тепловой пробой. Тепловой пробой происходит при нагреве перехода. За счет тепловой энергии происходит генерация пар электрон – дырка. Это приводит к увеличению обратного тока и дальнейшему увеличению температуры. Процесс нарастает лавинообразно и приводит к разрушению кристалла и выходу диода из строя.

В качестве приближенной модели реального диода можно использовать модель Эберса-Молла для одиночного перехода, вариант которой изображен на рис. 7.4а.



б. Рис. 7.4.

В этой модели: C_d – сумма барьерной и диффузионной емкостей перехода, определяющие частотные характеристики диода, R_d – сопротивление утечки, r – объемное сопротивление тела базы, зависящее от геометрических размеров и степени легирования полупроводника, I_d – управляемый напряжением на переходе источник тока. Приведенная модель достаточно сложна, поэтому при решении задач мы будем использовать еще более упрощенные. Одна из них экспоненциальная модель, ВАХ которой изображена на рис. 7.4б, ток диода в этой модели подчиняется закону:

$$I_d = I_0 \left[\exp \frac{U_d}{\varphi_T} - 1 \right], \quad \varphi_T = \frac{kT}{e}, \quad T = 300K, \varphi_T = 25mV$$

Где I_0 – ток насыщения перехода, обусловленный тепловой генерацией неосновных носителей в слоях полупроводника, k и e – постоянная Больцмана и заряд электрона, T – абсолютная температура. Данная модель хорошо аппроксимирует ВАХ диода, за исключением области пробоя, являющуюся для большинства диодов нерабочим режимом.

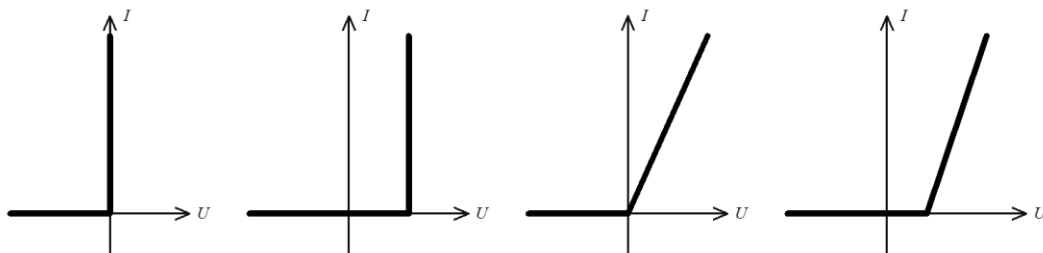


Рис. 7.5.

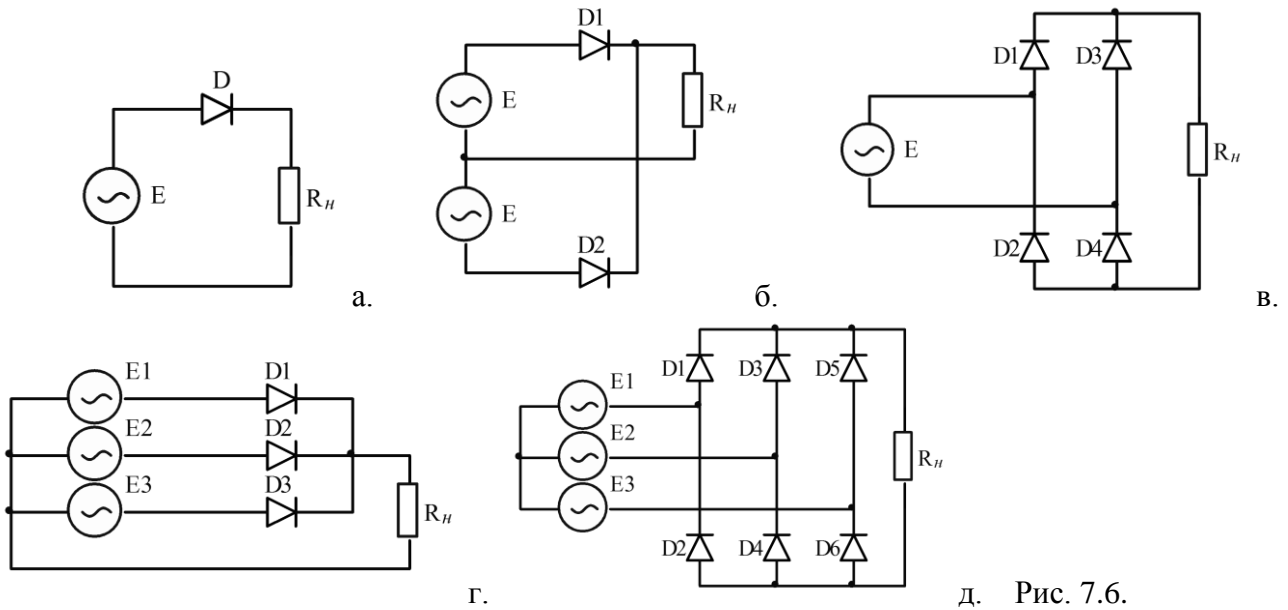
Достаточно часто используют кусочно-линейную аппроксимацию ВАХ, достаточно точно соответствующую реальной на отдельных участках характеристики (рис. 7.5). Эта модель используется при приближенном расчете. В частности, мы будем использовать ее при расчете выпрямительных схем.

7.3. Диодные выпрямители.

Диоды делят на две больших группы – выпрямительные и специализированные (туннельные диоды, стабилитроны, светодиоды и т.д.). Самая большая группа – выпрямительные диоды, служащие для выпрямления переменного тока. Обратный ток этих диодов невелик и отличается от прямого в десятки тысяч раз. Диоды работают в области допустимых напряжений и токов, указанных в паспортной документации на диод. Превышение напряжения пробоя в таких диодах недопустимо – пробой носит тепловой характер и приводит к необратимому выходу диода из строя.

Выпрямители это широкий класс электронных устройств, предназначенных для преобразования переменного тока в постоянный. Тип используемой схемы выпрямления зависит от параметров входного переменного напряжения и требуемых величин напряжения тока и пульсаций на выходе выпрямителя. Выпрямители классифицируются по количеству входных фаз и по количеству выпрямляемых полупериодов входного переменного напряжения. Основные схемы выпрямителей приведены на рис. 7.6.

Если выпрямительная схема использует в качестве источника переменного напряжения вторичную обмотку (или обмотки) трансформатора, то в расчете необходимо учитывать коэффициент использования трансформатора, возникающие в зависимости от использованной схемы выпрямления, явления подмагничивания трансформатора, и т.д.



д. Рис. 7.6.

В качестве примера рассмотрим расчет параметров однофазного однополупериодного выпрямителя.

Пример 7.1. Определим средневывпрямленное напряжение на нагрузке для рис. 7.6а. Для удобства примем, что $T = 2\pi$ тогда $\omega = 1$:

$$U_{\text{нсп}} = \frac{1}{T} \int_0^T U_m \sin \omega t \, dt = U_m \frac{1}{T\omega} \cos \omega t \Big|_0^{T/2} = \frac{U_m}{\pi} = \frac{U_{\text{rms}}\sqrt{2}}{\pi} = 0,45U_{\text{rms}}$$

где U_{rms} — действующее значение переменного напряжения на входе выпрямителя.

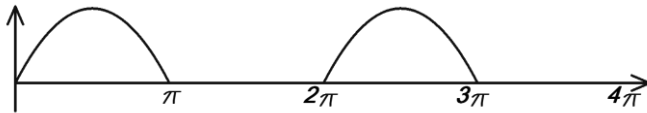


Рис. 7.7.

Аналогично, для среднего тока нагрузки:

$$I_{\text{нсп}} = \frac{1}{T} \int_0^T I_m \sin \omega t \, dt = \frac{I_m}{\pi} = \frac{I_{\text{rms}}\sqrt{2}}{\pi} = 0,318I_m = 0,45I_{\text{rms}}$$

Действующее значение тока нагрузки (через диод протекает такой же ток):

$$I_{\text{нrms}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I_m^2 \sin^2 \omega t \, dt} = \frac{I_m}{2} = 1,57I_{\text{нсп}}$$

Отношение среднего значения выпрямленного напряжения к действующему значению входного переменного напряжения называется коэффициентом выпрямления:

$$K_{\text{впр}} = \frac{U_{\text{нсп}}}{U_{\text{rms}}} = 0,45$$

Максимальное обратное напряжение на диоде $U_{обр} = U_m$, т.е. более чем в три раза превышает среднее выпрямленное напряжение (это следует учитывать при выборе диода для выпрямителя).

Коэффициент пульсаций, равный отношению амплитуды основной гармоники к среднему значению выпрямленного напряжения, для описываемой схемы однополупериодного выпрямителя равен:

$$K_{\Pi} = \frac{U_m/2}{U_{\text{нсп}}} = \frac{\pi}{2} = 1,57$$

Как видно, однополупериодное выпрямление имеет низкую эффективность из-за высокой пульсации выпрямленного напряжения.

Если разложить выходное напряжение выпрямителя в ряд Фурье, то можно доказать, что:

$$K_{\Pi} = \frac{2}{m^2 - 1}$$

Здесь m - число полувольт в выпрямленном напряжении (для однофазного двухполупериодного - 2, для схемы Миткевича - 3 и т.д.). Эта формула непригодна для вычисления коэффициента пульсаций выпрямителя, рассмотренного выше в примере 7.1.

Пример 7.2. Рассчитать параметры выпрямителя для рис. 7.6г. (схема Миткевича).



Рис. 7.8.

Для выпрямленного напряжения (учтем, что $\omega = 1$ т.к. $T = 2\pi$):

$$U_{\text{нсп}} = \frac{1}{T} \int_0^T U_m \sin \omega t dt = \frac{3}{2\pi} \int_{\pi/6}^{5\pi/6} U_m \sin t dt = U_m \frac{3\sqrt{3}}{2\pi} = 1,17 U_{rms}$$

Средний ток каждого диода составляет треть от тока нагрузки:

$$I_{\text{дсп}} = \frac{I_{\text{нсп}}}{3}$$

Обратное напряжение диодов равно линейному, т.е.:

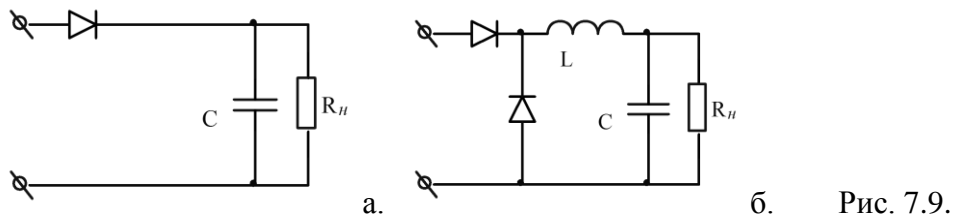
$$U_{обр} = \sqrt{3} U_m = 2,09 U_{\text{нсп}}$$

Коэффициент пульсаций:

$$K_{\Pi} = 0,25$$

Как видно, наличие пульсаций ухудшает качество выпрямленного напряжения и тока, для уменьшения влияния пульсаций на нагрузку применяются сглаживающие фильтры.

Работа выпрямителя на нагрузку через сглаживающий фильтр.



Основным параметром сглаживающих фильтров является коэффициент сглаживания, который определяется как отношение коэффициента пульсаций на входе фильтра к коэффициенту пульсаций на его выходе (на нагрузке).

Емкостный фильтр является наиболее простым из всех видов сглаживающих фильтров. Рассмотрим работу этого фильтра при использовании однополупериодного выпрямителя (рис. 7.9а.).

Соотношение для коэффициента пульсаций напряжения на нагрузке (после фильтра):

$$K_{пф} = \frac{1}{2mf_1R_nC}$$

f_1 – частота основной гармоники, m – характеристика выпрямления полуволн (для однополупериодного $m = 1$, для двухполупериодного $m = 2$). Коэффициент сглаживания: $S = K_{п} / K_{пф}$ отношение коэффициентов пульсаций на входе и выходе фильтра.

Из приведенной формулы видно, что коэффициент пульсаций на выходе выпрямителя с емкостным фильтром обратно пропорционален емкости применяемого конденсатора и величине сопротивления нагрузки. Поэтому применение такого фильтра рационально только при достаточно больших значениях этих величин, т.е. при малых токах нагрузки.

Индуктивно-емкостные фильтры широко применяются при повышенных токах нагрузки, поскольку падение напряжения на них можно сделать сравнительно небольшим. К недостаткам индуктивно-емкостных фильтров относятся: большие габаритные размеры и масса, повышенный уровень электромагнитного излучения от элементов фильтра, сравнительно высокая стоимость и трудоемкость изготовления.

Наиболее широко используется Г-образный индуктивно-емкостный фильтр (рис. 7.9б). Для эффективного сглаживания пульсаций таким фильтром необходимо выполнение следующих условий: $\frac{1}{\omega C} \ll R_n$, $\omega L \gg \frac{1}{\omega C}$. При их выполнении, пренебрегая потерями в индуктивности, для коэффициента сглаживания можно записать:

$$S = (2\pi mf_1)^2 LC - 1$$

Во избежание резонансных явлений в фильтре необходимо выбирать $S > 3$. Кроме этого, одним из основных условий является обеспечение условия $\omega L > R_n$, необходимого для большей стабильности характеристики выпрямителя.

Умножитель напряжения.

Еще одна выпрямительная схема представлена на рис. 7.10а. Это схема удвоителя напряжения – специального типа выпрямителя, относящегося к виду умножителей напряжения. **Умножитель напряжения** это устройство, построенное на свойствах однополупериодного выпрямителя, работающего на емкостную нагрузку и имеющее на выходе напряжение кратное входному. Еще одно название умножителя – генератор Кокрофта-Уолта. Умножители используют тогда, когда установка повышающего трансформатора в цепи нецелесообразна.

на по какой-либо причине. Следует обратить внимание, что рабочее напряжение конденсатора C_2 в этой схеме должно составлять не менее $2U_m$.

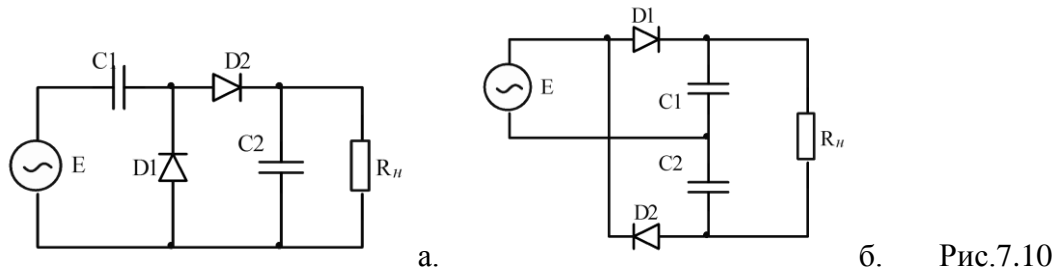


Рис.7.10

Еще одна схема удвоителя напряжения, составленная из двух однофазных однополупериодных выпрямителей с емкостным фильтром, дана на рис. 7.10б. Ее называют симметричным удвоителем напряжения. Основное преимущество перед несимметричным удвоителем напряжения состоит в том, что рабочее напряжение обоих конденсаторов составляет U_m . Коэффициент умножения подобных схем можно увеличивать, наращивая количество звеньев умножения. Когда нагрузка отсутствует, на выходе данной схемы генерируется напряжение $U_H = 2nU_m$, где n число каскадов умножения. При подключении нагрузки конденсаторы будут периодически разряжаться и заряжаться. В результате напряжение на выходе схемы окажется несколько ниже.

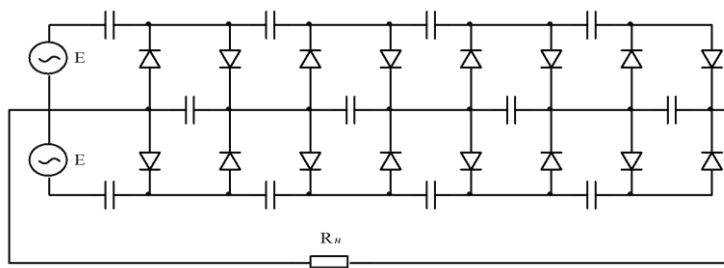


Рис.7.11

При наличии у вторичной обмотки трансформатора средней точки возможно построение многозвенной симметричной схемы умножителя напряжения (рис. 7.11), которая имеет лучшие параметры. При работе данной схемы на нагрузку конденсаторы средней цепочки разряжаются только током, проходящим через нагрузку. Убыль заряда восполняется дважды за период от конденсаторов крайних цепочек. Благодаря этому пульсации и падение напряжения на выходе оказываются существенно меньше, чем в простой несимметричной схеме умножения. Для повышения эффективности умножителей напряжения целесообразно увеличивать частоту питающего напряжения и емкости применяемых в умножителе конденсаторов. В рассмотренных схемах в процессе работы на все диоды действует обратное напряжение $U_{обр} = 2U_m$.

7.4. Другие типы диодов.

Стабилитроном (диодом Зенера) называют полупроводниковый диод, напряжение на обратной ветви ВАХ которого в области электрического пробоя слабо зависит от значения проходящего тока. В области пробоя напряжение на стабилитроне ($U_{ст}$) лишь незначительно изменяется при достаточно больших изменениях тока стабилизации ($I_{ст}$). Такая характеристика используется для получения стабильного (опорного) напряжения.

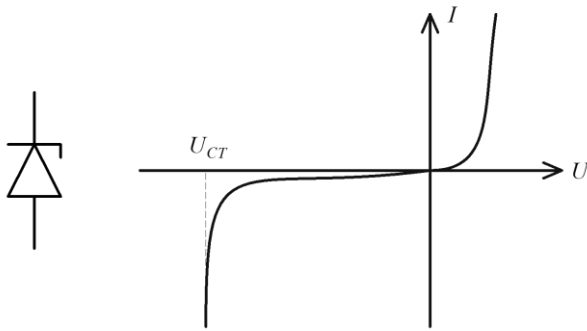


Рис. 7.12. .

В стабилитроне может иметь место и туннельный, и лавинный, и смешанный пробой.

Схема параметрического стабилизатора напряжения на основе стабилитрона приведена на рис. 7.13. Величина напряжения на нагрузке определяется напряжением пробоя стабилитрона, схема работает в пределах допустимого изменения тока стабилитрона.

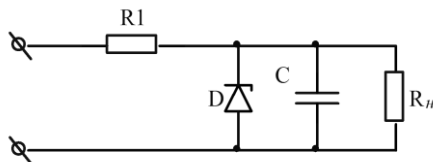


Рис. 7.13.

Лавинные диоды являются разновидностью выпрямительных диодов. Эти приборы на обратной ветви ВАХ имеют лавинную характеристику, подобную стабилитронам. Наличие лавинной характеристики позволяет применять их в качестве элементов защиты цепей от импульсных перенапряжений, в том числе непосредственно в схемах выпрямителей. Выпрямители на этих диодах надежно работают в условиях коммутационных перенапряжений, возникающих в цепях в момент включения сети питания или нагрузки. Изображение лавинного диода на схеме рис. 7.14а

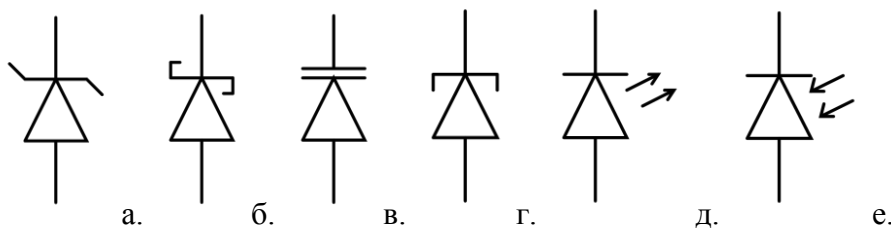


Рис. 7.14.

Диоды с барьером Шоттки (их также называют **диоды Шоттки**.) — это полупроводниковые приборы, построенные на основе структуры металл-полупроводник. Такой электрический переход обладает рядом особенных свойств (отличных от свойств полупроводникового $p-n$ -перехода). К ним относятся: пониженное падение напряжения при прямом включении, высокий ток утечки, очень маленький заряд обратного восстановления. Последнее объясняется тем, что по сравнению с обычным $p-n$ -переходом у таких диодов отсутствует диффузия, связанная с инжекцией неосновных носителей, т.е. они работают только на основных носителях, а их быстродействие определяется только барьерной емкостью.

Диоды Шоттки (рис. 7.14б) используются для выпрямления малых напряжений высокой частоты, в высокочастотных смесителях, в ключах и коммутаторах, умножителях частоты и других быстродействующих импульсных цепях.

Важной особенностью **диодов Шоттки** является меньшее прямое падение напряжения по сравнению с обычными диодами, что делает их очень удобными (более эффективными)

для использования не только в импульсной, но и в силовой электронике (повышение КПД выпрямительных схем).

Варикап (рис. 7.14в) — это полупроводниковый диод, в котором используется зависимость барьерной емкости р-п-перехода от обратного напряжения.

Варикапы удобны тем, что, подавая на них постоянное напряжение смещения, можно дистанционно и практически безынерционно менять величину их емкости. Варикапы применяются для перестройки частоты колебательных контуров и фильтров, усиления и генерации СВЧ сигналов или автоподстройки частоты. Принцип работы варикапа основан на свойствах барьерной емкости р-п-перехода, причем при увеличении обратного напряжения на переходе его емкость уменьшается. Эта емкость имеет относительно высокую добротность, низкий уровень собственных шумов и не зависит от частоты вплоть до миллиметрового диапазона.

Туннельный диод изготавливается на основе вырожденного полупроводника. Вырожденный полупроводник — это полупроводник, концентрация примесей в котором настолько велика, что собственные свойства практически не проявляются, а проявляются в основном свойства примеси. Для описания распределения носителей заряда в зонах в этом случае нужно применять статистику Ферми-Дирака. Полупроводник начинает вести себя аналогично металлу. Обычные диоды при увеличении прямого напряжения монотонно увеличивают пропускаемый ток, в туннельном же диоде квантово-механическое туннелирование электронов добавляет прогиб вольтамперной характеристики, при этом из-за высокой степени легирования р- и н-областей напряжение пробоя уменьшается практически до нуля. Туннельный эффект позволяет электронам преодолеть энергетический барьер в зоне перехода с шириной 50—150 Å при таких напряжениях, когда зона проводимости в н-области имеет равные энергетические уровни с валентной зоной р-области. При дальнейшем увеличении прямого напряжения уровень Ферми н-области поднимается относительно р-области, попадая на запрещенную зону р-области, а поскольку туннелирование не может изменить полную энергию электрона, вероятность перехода электрона из н-области в р-область резко падает. Это создаёт на прямом участке вольтамперной характеристики участок, где увеличение прямого напряжения сопровождается уменьшением тока. Эта область отрицательного дифференциального сопротивления используется для усиления слабых сверхвысокочастотных сигналов либо для генерации таких сигналов. Максимальная частота генерации в таких схемах может достигать 100 ГГц. Условное обозначение туннельного диода приведено на Рис. 7.14г, а его вольт-амперная характеристика и схема генератора на рис.7.15.

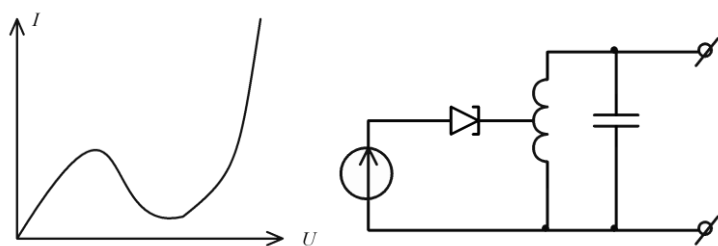


Рис.7.15. Вольтамперная характеристика туннельного диода. Генератор сверхвысокочастотных колебаний на основе туннельного диода.

Полупроводниковый светоизлучающий диод (рис. 7.14д)— это излучающий полупроводниковый прибор с одним или несколькими электрическими переходами, предназначенный для непосредственного преобразования электрической энергии в энергию некогерентного светового излучения. Работа светодиодов основана на генерировании светового излучения в прямосмещённом р-п-переходе. Интенсивность света, излучаемого светодиодом,

зависит от числа рекомбинируемых «дырок» и электронов в единицу времени, а цвет излучения – от применяемых полупроводниковых материалов. В зависимости от длины волны (цвета) излучения светоизлучающие диоды могут быть с излучением в видимой части спектра и инфракрасной (т.н. ИК-диоды).

Светоизлучающие диоды применяются в линиях передачи информации, в качестве элементов индикации и освещения. Светодиоды для систем освещения в настоящее время являются альтернативой лампам накаливания и люминесцентным лампам, и в обозримой перспективе могут полностью их заменить.

Фотодиод (рис. 7.14е) — это фоточувствительный полупроводниковый прибор с одним электрическим переходом, обратный ток которого зависит от освещенности.

При освещении электрического перехода в нем и в прилегающих к нему областях возникают электронно-дырочные пары. Неосновные носители, возникающие в прилегающих к переходу областях на расстоянии, не превышающем диффузионной длины, диффундируют к переходу и проходят через него под действием электрического поля. К аналогичному результату приводит поглощение квантов света непосредственно в электрическом переходе. Таким образом, при освещении фотодиода обратный ток через него возрастает на величину, называемую фототоком.

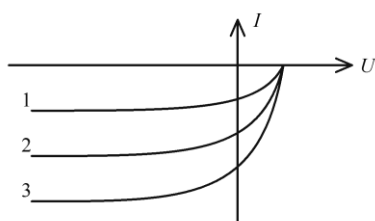


Рис. 7.16. Зависимость обратного тока фотодиода от уровней освещенности 1, 2 и 3.

При комбинации светодиода и фотодиода в одном корпусе получается оптопара (оптрон). Оптопара позволяет передавать электрические сигналы между гальванически не связанными участками электрической цепи.

§8. Биполярный транзистор. Полевые транзисторы. Тиристоры.

8.1. Биполярный транзистор.

Биполярный транзистор в своей основе содержит три слоя полупроводника (p - n - p или n - p - n) и соответственно два p - n -перехода. Каждый слой полупроводника через контакт металл-полупроводник подсоединен к внешнему выводу. На Рис.8.1 показаны условные обозначения транзисторов и их структура.

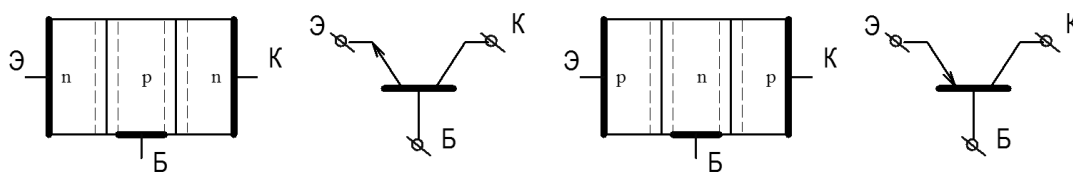


Рис.8.1. Схематическое обозначение n - p - n и p - n - p - транзисторов и их структура.

Средний слой и соответствующий вывод называют базой (B), один из крайних слоев и соответствующий вывод называют эмиттером (\mathcal{E}), а другой крайний слой и соответствующий вывод — коллектором (K). Транзистор по структуре состоит из двух p-n-переходов, однако каждая область транзистора имеет свои особенности. Сильнее всего легирован эмиттер, а слабее всего — база. Следует также учесть, что толщина базы невелика. Благодаря такой структуре транзистор может выполнять функции усиления тока и напряжения, что обуславливает область его применения в электронике.

Рассмотрим подробно принцип работы биполярного транзистора. Для примера возьмем n-p-n-транзистор как наиболее распространенный.

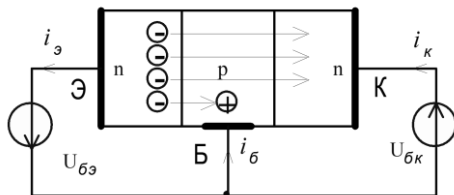


Рис.8.2. Структура транзистора и процессы, происходящие в нем.

Рассмотрим рабочие процессы в транзисторе. С помощью внешних источников напряжения сместим база-эмиттерный переход в прямом, а коллекторно-базовый — в обратном направлении. Тогда через база-эмиттерный переход благодаря инжекции электронов из сильно легированного эмиттера будет протекать ток $i_э$. Инжекция «дырок» из базы в эмиттер будет незначительной вследствие того, что база слабо легирована. Из-за малой толщины базы почти все электроны, пройдя базу, через так называемое время пролета достигают коллектора. Только малая доля электронов рекомбинирует в базе с «дырками». Убыль этих «дырок» компенсируется протеканием тока базы $i_б$. Отсюда следует, что $i_б \ll i_э$. Обратное смещение коллекторного перехода способствует тому, что электроны, подошедшие к нему, захватываются электрическим полем перехода и переносятся в коллектор. В то же самое время, это поле препятствует переходу электронов из коллектора в базу. Ток коллектора $i_к$ лишь незначительно меньше тока эмиттера, но при этом сильно превышает ток базы. Таким образом, транзистор работает как усилитель по току, т.е. с помощью небольшого тока базы можно управлять большим током коллектора или эмиттера. Отношение коллекторного тока к току базы называется статическим коэффициентом передачи по току и обозначается буквой β . Учитывая, переходы коллектор-база и коллектор-эмиттер выдерживают напряжения, намного более высокие (до нескольких киловольт), нежели переход база-эмиттер, транзистор можно применять и в качестве усилителя по напряжению.

8.2. Модель биполярного транзистора для большого сигнала (модель Эберса-Молла).

Общая эквивалентная схема транзистора, используемая при получении математической модели Эберса-Молла, показана на рисунке.

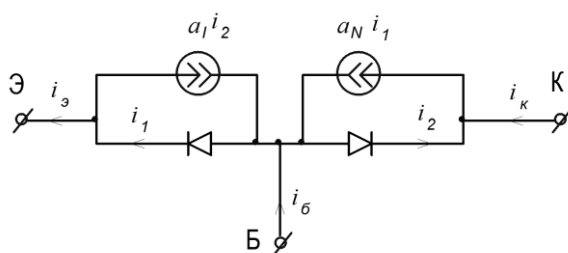


Рис. 8.3.

Каждый переход транзистора p - n - p типа представлен в виде диода, а их взаимодействие отражено генераторами тока, где: α_I – инверсный коэффициент передачи тока (из коллектора в эмиттер); α_N – нормальный коэффициент передачи тока (из эмиттера в коллектор) $\alpha_N i_1$ – генератор коллекторного тока; $\alpha_I i_2$ – генератор эмиттерного тока.

Таким образом, токи эмиттера и коллектора в общем случае содержат две составляющие: инжектируемую (i_1 или i_2) и экстрактируемую ($\alpha_N i_1$ или $\alpha_I i_2$), поэтому:

$$i_э = i_1 - \alpha_I i_2, \quad i_к = \alpha_N i_1 - i_2 \quad (8.1)$$

Если в общей эквивалентной схеме поочередно прикладывать напряжение к каждому p - n переходу, а выводы других, соответственно, поочередно замыкать между собой накоротко, то токи i_1 и i_2 , протекающие через p - n переходы к которым приложено напряжение (в соответствии с уравнением Шокли) примут вид:

$$i_1 = I'_{э0} \left(e^{\frac{U_{эб}}{\varphi_T}} - 1 \right), \quad i_2 = I'_{к0} \left(e^{\frac{U_{кб}}{\varphi_T}} - 1 \right) \quad (8.2)$$

где $I'_{э0}$ – тепловой ток эмиттерного p - n перехода при замкнутых базе и коллекторе; $I'_{к0}$ – тепловой ток коллекторного p - n перехода при замкнутых базе и эмиттере.

Токи коллектора и эмиттера с учетом (8.2) будут:

$$i_к = \alpha_N I'_{э0} \left(e^{\frac{U_{эб}}{\varphi_T}} - 1 \right) - I'_{к0} \left(e^{\frac{U_{кб}}{\varphi_T}} - 1 \right) \quad (8.3)$$

$$i_э = I'_{э0} \left(e^{\frac{U_{эб}}{\varphi_T}} - 1 \right) - \alpha_I I'_{к0} \left(e^{\frac{U_{кб}}{\varphi_T}} - 1 \right) \quad (8.4)$$

На основании первого правила Кирхгофа ток базы определяется как: $i_б = i_э - i_к$; соотношения (8.3) и (8.4) называются формулами Эбберса-Молла. В самом общем случае в транзисторах справедливо равенство: $\alpha_N I'_{э0} \approx \alpha_I I'_{к0}$ решая (8.3) и (8.4) относительно тока коллектора и напряжения база эмиттер получим:

$$i_к = \alpha_N i_э - I'_{к0} \left(e^{\frac{U_{кб}}{\varphi_T}} - 1 \right), \quad U_{эб} = \varphi_T \ln \left[\frac{i_э}{I'_{э0}} + 1 + \alpha_N \left(e^{\frac{U_{кб}}{\varphi_T}} - 1 \right) \right]$$

Последние два уравнения описывают выходные и входные ВАХ транзистора. Каждая из выходных характеристик соответствует своей величине тока базы.

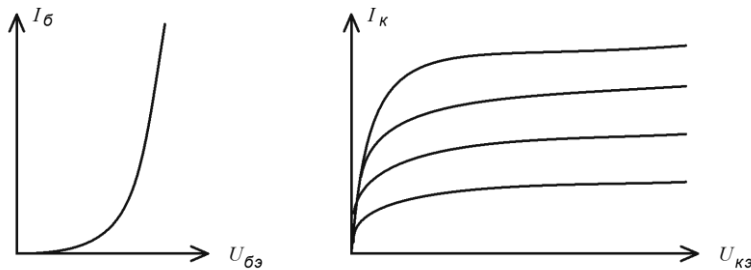


Рис. 8.4.

Связь между указываемыми в документации на транзистор обратными токами p - n переходов $I_{к0}$, $I_{э0}$, включенных отдельно и тепловыми токами $I'_{э0}$, $I'_{к0}$ получим из (1). Пусть $i_э = 0$, тогда $i_1 = \alpha_I i_2$. При $|U_{кб}| \ll \varphi_T$, $i_2 \approx -I'_{к0}$.

Подставив эти выражения в (1) для тока коллектора получим:

$$I_{K0} = \alpha_N \alpha_I i_2 - i_2 = I'_{K0} (1 - \alpha_N \alpha_I)$$

Откуда $I'_{K0} = \frac{I_{K0}}{1 - \alpha_N \alpha_I}$. Аналогично: $I'_{Э0} = \frac{I_{Э0}}{1 - \alpha_N \alpha_I}$.

Модель Эберса-Молла, несмотря на ее приближенность, полезна для анализа статических режимов при больших изменениях сигналов. Введем здесь определение для статического коэффициента передачи по току:

$$\beta = \frac{\alpha_N}{1 - \alpha_N} \quad (8.5)$$

Модель Эберса-Молла можно усложнить, например добавив в нее емкости р-п переходов, что позволит отразить частотные свойства транзистора и т.д..

8.3. Рабочая точка транзистора

Точка на плоскости входных и выходных характеристик транзистора, связывающая текущие значения напряжений и токов в нем, называется **рабочей точкой** (рис. 8.5 точка b).

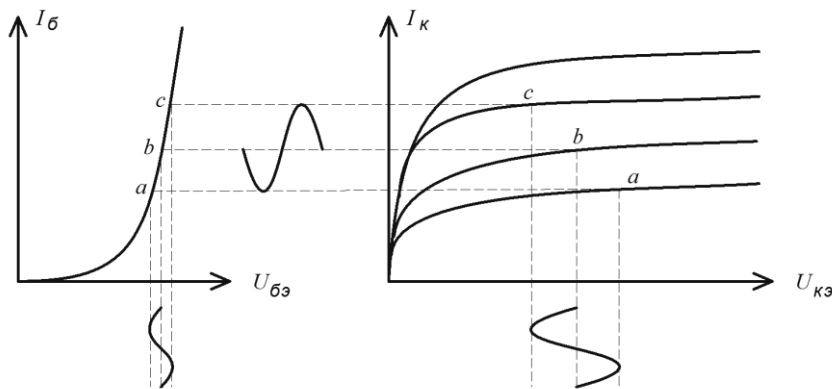


Рис. 8.5.

Формирование рабочей точки достигается установкой резисторов, задающих начальное напряжение смещения базы, также нагрузкой и элементами определяющими обратную связь в схеме усилителя.

8.4. Анализ работы транзистора.

Для анализа работы транзистора с малыми сигналами в окрестности рабочей точки можно использовать метод с применением теории активных линейных четырехполюсников. В этом случае и сам транзистор, и схема в которой он работает, могут быть представлены четырехполюсником с двумя парами входных и выходных зажимов (рис. 8.6).

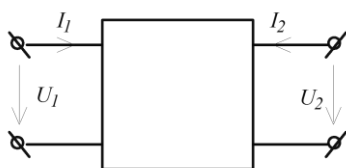


Рис. 8.6

Уравнения линейного четырехполюсника в системе H - параметров имеют вид:

$$\dot{U}_1 = H_{11} \dot{I}_1 + H_{12} \dot{U}_2$$

$$\dot{I}_2 = H_{21}\dot{I}_1 + H_{22}\dot{U}_2$$

H_{11} - это сопротивление, через которое течет входной ток \dot{I}_1 благодаря приложенному к нему напряжению \dot{U}_1 ; H_{12} - это параметр обратной передачи, он определяет, какая часть выходного напряжения передается во входную цепь; H_{21} - это параметр прямой передачи тока (β), он показывает, как передается в выходную цепь изменение тока во входной цепи; H_{22} - это проводимость, через которую течет выходной ток.

Система уравнений позволяет представить линейный четырехполюсник в виде эквивалентной схемы (или схемы замещения), входная цепь которой определяется первым уравнением, а выходная - вторым уравнением системы. Таким образом, активный линейный четырехполюсник может быть представлен в виде схемы замещения. Этот четырехполюсник, в отличие от рассмотренных ранее, не является взаимным и симметричным. На рис.8.7 представлена эквивалентная схема транзистора с ОЭ в виде четырехполюсника, где приняты обозначения: $r_{бэ} = H_{11}$, - входное сопротивление транзистора, $\beta = H_{21}$ - коэффициент передачи базового тока в коллекторную цепь, $r_{кэ} = 1/H_{22}$ - выходное сопротивление транзистора с ОЭ.

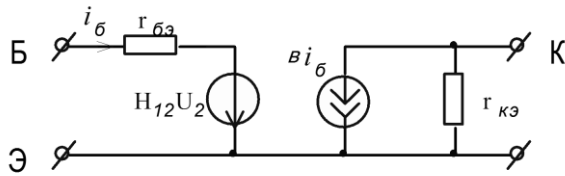


Рис. 8.7

Пример 8.1. Усилитель по схеме с общим эмиттером. Определить коэффициенты передачи по напряжению и току через параметры схемы замещения.

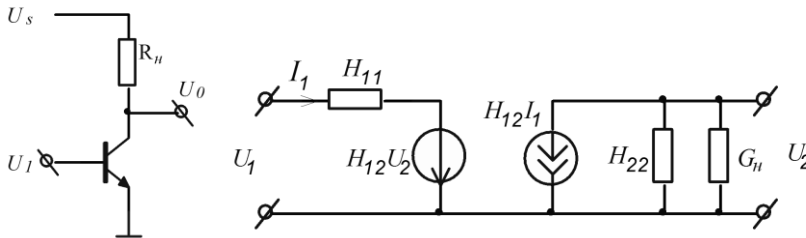


Рис. 8.8

Внеся нагрузку в четырехполюсник, получим во втором уравнении модифицированного четырехполюсника ($\dot{I}_2' = 0$, $H_{22}' = H_{22} + G_n$, $G_n = 1/R_n$):

$$H_{21}\dot{I}_1 + (H_{22} + G_n)\dot{U}_2 = 0 \Rightarrow \dot{I}_1 = -\dot{U}_2 \frac{H_{22} + G_n}{H_{21}},$$

Далее используя первое уравнение и $\dot{U}_2 G_n = \dot{I}_2$, выразим коэффициенты передачи по напряжению и току:

$$K_U = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = -\frac{H_{21}}{(H_{22} + G_n)H_{11} - H_{12}H_{21}}, \quad K_I = \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1} = -\frac{H_{21}G_n}{H_{22} + G_n}$$

Если пренебречь величиной влияния напряжения коллектор-эмиттер на входную цепь ($H_{12} = 0$):

$$K_U = -\frac{H_{21}}{(H_{22} + G_n)H_{11}} = -\frac{H_{21}/H_{11}}{H_{22} + G_n} \quad (8.6)$$

Пример 8.2. Аperiодический усилитель. Определить зависимость коэффициента передачи от частоты. Принять напряжения и токи в цепи синусоидальными.

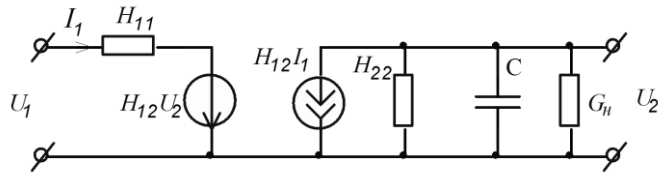


Рис. 8.9

Схема замещения аperiодического усилителя представлена на рис. 8.9. Емкость включает в себя внутреннюю межэлектродную емкость транзистора и емкость внешней цепи. С учетом этой емкости модифицируем соотношение для коэффициента (8.6):

$$K_U = -\frac{H_{21}/H_{11}}{H_{22} + G_n + j\omega C} = -\frac{K_{max}}{1 + j\omega\tau_1} = -\frac{K_{max}}{\sqrt{1 + \omega^2\tau_1^2}} e^{-j\arctg\omega\tau_1},$$

$$K_{max} = \frac{H_{21}/H_{11}}{H_{22} + G_n}, \quad \tau_1 = \frac{C}{H_{22} + G_n}$$

АЧХ усилителя с точностью до K_{max} будет соответствовать АЧХ RC фильтра из примера 6.1. Граничная частота полосы пропускания (при $K_p = K_{max}/\sqrt{2}$) $\omega_p = \frac{1}{\tau_1}$.

Пример 8.3. Резонансный усилитель.

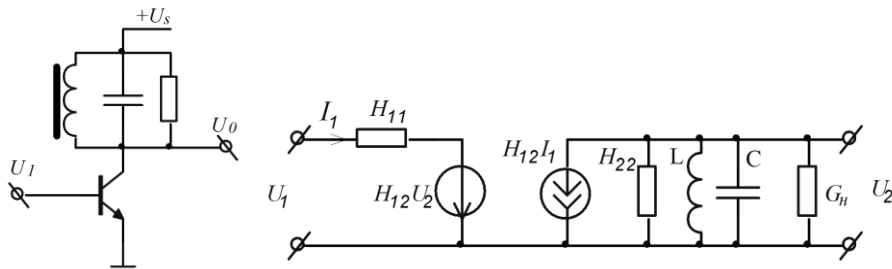


Рис. 8.10

Для рис. 8.10

$$K_U = -\frac{H_{21}/H_{11}}{H_{22} + G_n + j\omega C + 1/j\omega L} = -\frac{j\omega H_{21}/CH_{11}}{(j\omega)^2 + j\omega \frac{H_{22} + G_n}{C} + \frac{1}{LC}}$$

Приведенные выше примеры приведены для случая синусоидальных сигналов.

Если ввести еще ряд допущений, связанных с H параметрами, будет получена упрощенная модель транзистора для решения задач с различными типами включения транзисторов, в виде трехполюсника, здесь $H_{22} = 0$. Транзисторы характеризуются сравнительно слабой зависимостью входных характеристик от напряжения коллектор-эмиттер, поэтому часто принимают $H_{12} = 0$. $\beta = H_{21}$.

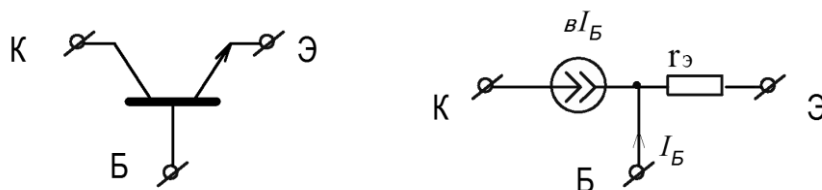


Рис. 8.11

Следует также обратить внимание, что питание усилительной цепи на транзисторе в этих моделях уже учтено – в них присутствует генератор тока, поэтому при моделировании внешний источник должен быть заменен на его внутреннее сопротивление. Типовые схемы включения и пример расчета приведены ниже. Рассмотрение работы типовых схем производится для режима переменного тока, при этом положение рабочей точки транзистора не определяется, т.е. постоянное смещение входного и выходного сигналов не учитывается.

8.4. Типовые схемы включения биполярных транзисторов.

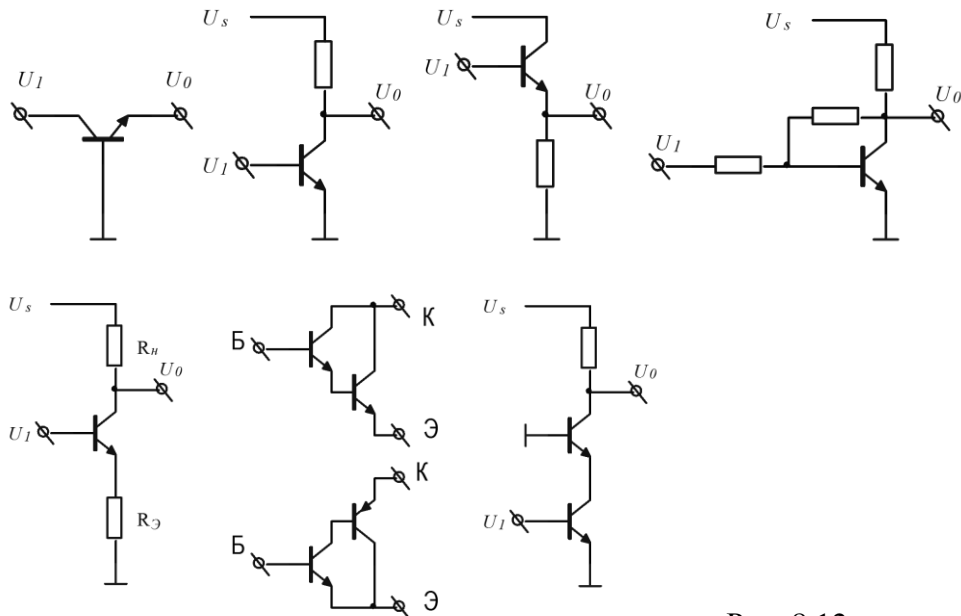


Рис. 8.12.

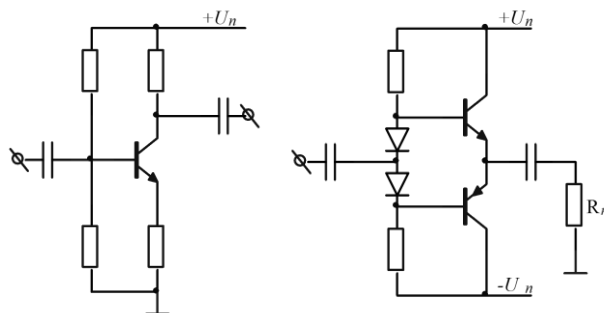


Рис. 8.13 Усилители класса А и АВ.

Здесь показаны схемы с общей базой, общим эмиттером, общим коллектором, схемы с обратной связью по напряжению и току, составные схемы: схема Дарлингтона, Шклаи и каскод (базовый вариант). Схемы усилителей мощности показаны в более полном варианте, с учетом задания рабочих точек транзисторов и отсечения постоянных смещений установкой последовательных конденсаторов.

Пример 8.4. Определить величины коэффициентов передачи для тока и напряжения и входного сопротивления для схемы с общим эмиттером.

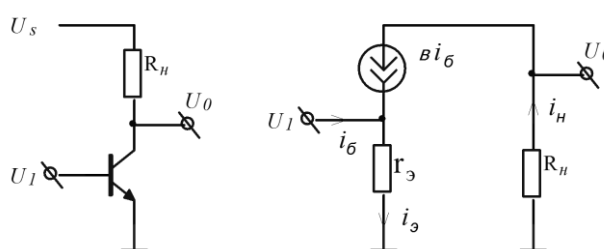


Рис. 8.14

Перерисуем схему с использованием упрощенной модели транзистора, расставим протекающие в ветвях токи. Запишем соотношения для токов и напряжений, используя правила Кирхгофа и закон Ома:

$$U_1 = i_3 r_3 = (i_6 + \beta i_6) r_3 = (\beta + 1) i_6 r_3$$

$$U_0 = -i_H R_H = -\beta i_6 R_H$$

Определим коэффициенты передачи как отношение выходных и входных токов и напряжений, а входное сопротивление как отношение входного напряжения к входному току:

$$K_U = \frac{U_0}{U_1} = -\frac{\beta R_H}{(\beta + 1) r_3}, \quad K_I = \frac{i_H}{i_6} = \beta, \quad R_{вх} = \frac{U_1}{i_6} = (\beta + 1) r_3$$

8.5. Полевые транзисторы.

Электроды полевого транзистора называются сток, исток и затвор. По внутренней структуре полевые транзисторы делятся на два основных типа:

1. Полевой транзистор с управляющим переходом (JFET, рис. 8.15)
2. Полевой транзистор с изолированным затвором (МДП транзистор, MOSFET, рис. 8.16)

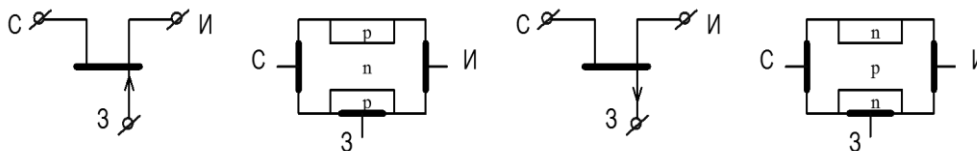


Рис. 8.15

В качестве рабочего элемента **полевого транзистора с управляющим переходом** выступает полупроводник *p*- или *n*-типа. К противоположным концам такого полупроводника подводится внешнее напряжение, что приводит к появлению в нем потоков зарядов и, соответственно, к протеканию через полупроводник некоторого тока. Чтобы сделать возможным управление потоком зарядов в полупроводниковую структуру, так же, как и в случае с биполярным транзистором, вводится небольшая область с противоположным основному типу электропроводности. Однако здесь эта область не разделяет исходную структуру на две части как в биполярном транзисторе, а лишь создает в ней на пути протекания потока зарядов некоторое достаточно узкое место, канал. С помощью электрического поля, создаваемого потенциалом затвора, воздействующего на созданный в полупроводниковой структуре канал мы можем управлять током через него. Фактически полевой транзистор представляет собой резистор управляемый напряжением. Соответственно полевой транзистор может быть с *n* – каналом или *p* –каналом.

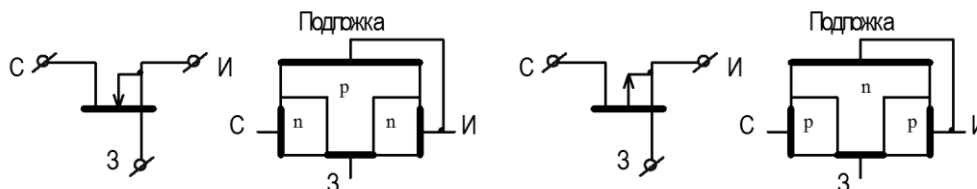


Рис. 8.16

В МДП-транзисторах нет четкой монокристаллической полупроводниковой структуры с одним типом проводимости, которая играла бы роль канала для протекания потока зарядов так же, как это происходит в полевых транзисторах с управляющим переходом. Здесь канал как бы спрятан внутри особой области полупроводника (*подложки*) с типом проводимости, проти-

воположным тому, который необходим для протекания потока соответствующих данному транзистору зарядов. Возникновение тока по-прежнему обусловлено наличием некоторого внешнего потенциала, прикладываемого к областям стока и истока, но дополнительным условием является наличие в структуре самого канала — пути, по которому возможно протекание тока.

Особенность МДП-транзисторов заключается в наличии самостоятельной области подложки. Из-за пространственного расположения областей подложки стока и истока внутри МДП-транзистора возникает паразитный биполярный транзистор. Если вывод от области подложки выполнить отдельно, то это позволит управлять некоторыми характеристиками прибора через паразитный транзистор, но гораздо чаще он соединяется с истоком внутри корпуса транзистора. Это приводит к тому, что между выводами истока и стока возникает диод, образованный р-п-переходом между подложкой и стоком. Плохие частотные характеристики этого диода являются недостатком данного вида транзисторов. Транзисторы этого типа наиболее часто используются в ключевом режиме работы. Достоинства полевых транзисторов перед биполярными:

1. Полевые транзисторы обладают высоким входным сопротивлением по постоянному току, и даже управление на высокой частоте не приводит к значительным затратам энергии.
2. Вследствие отсутствия накопления и рассасывания неосновных носителей полевые транзисторы отличаются более высоким быстродействием.
3. Температурный коэффициент сопротивления канала сток-исток у полевых транзисторов положительный, в результате чего их можно соединять параллельно без специальных выравнивающих устройств (если по какой-либо причине ток одного из транзисторов становится больше, то он начинает сильнее нагреваться, увеличивая своё сопротивление, вследствие чего ток снова уменьшается).

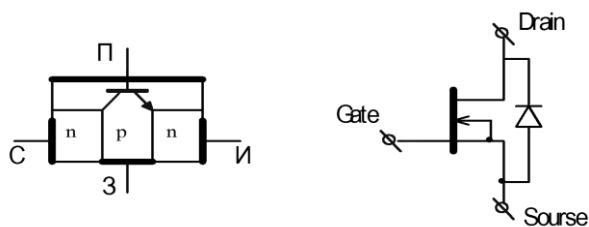
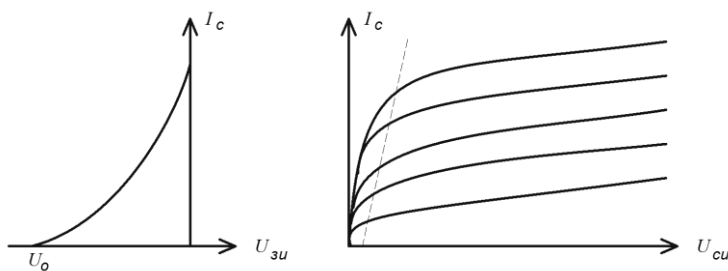


Рис. 8.17.

8.6. Эквивалентные схемы замещения полевых транзисторов

ВАХ для транзистора с управляющим переходом (сверху) и изолированным затвором. Следует заметить, что у транзистора с управляющим переходом напряжение отсечки (U_0) меньше нуля, т.е. для управления на затвор необходимо подавать напряжение отрицательной полярности.



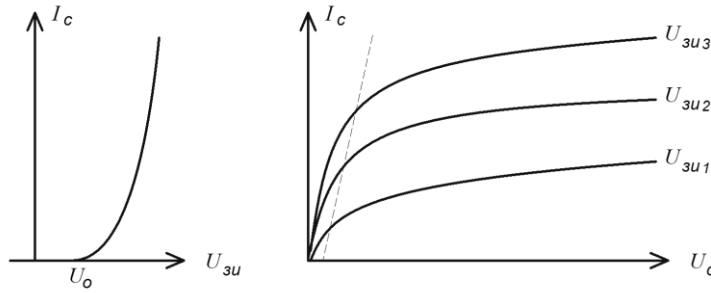


Рис. 8.18.

Для описания работы полевого транзистора вводится понятие крутизны характеристики:

$$S = \frac{dI_c}{dU_{зи}} \quad (\text{для } U_{си} = \text{const})$$

Крутизна нелинейно зависит от напряжения сток-исток, поэтому при рассмотрении работы транзистора вводится понятие удельной крутизны, величина которой определяется параметрами полупроводниковой структуры:

$$b = \mu C_0 \frac{W}{L}$$

Здесь μ - приповерхностная подвижность носителей, C_0 - удельная емкость затвор-канал, W - ширина, L - длина канала. Видно, что геометрические размеры канала и толщина диэлектрического слоя определяют основные параметры транзистора. ВАХ транзистора можно аппроксимировать выражением:

$$I_c = b((U_{зи} - U_0)U_{си} + \frac{U_{си}^2}{2})$$

В области насыщения выражение упрощается еще более:

$$I_c = b(U_{зи} - U_0)U_{си}$$

Величина $R_{си} = \frac{1}{b(U_{зи} - U_0)}$ называется сопротивлением канала транзистора. Для транзистора с изолированным затвором в области насыщения:

$$I_c = \frac{1}{2} b(U_{зи} - U_0)^2$$

При работе на высоких частотах в эквивалентной схеме полевого транзистора необходимо учитывать межэлектродные емкости $C_{зи}$, $C_{зс}$, $C_{си}$. Для полевого транзистора в линейном режиме эквивалентные схемы с исполнением выходной цепи транзистора в виде генератора тока и генератора напряжения (рис. 8.19).

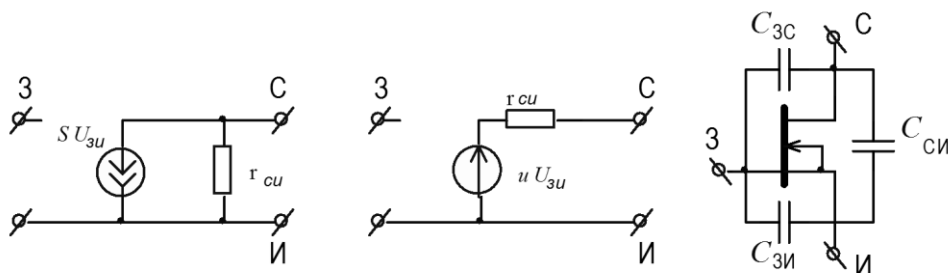


Рис. 8.19

$$u = S \cdot r_{си}$$

Аналогично биполярным, в усилительном каскаде полевой транзистор можно включить по схемам с общим истоком (ОИ), общим стоком (ОС) и общим затвором (ОЗ) и т.д. Также приведена базовая схема синхронного выпрямителя. Синхронный выпрямитель используют для повышения КПД в низковольтных устройствах.

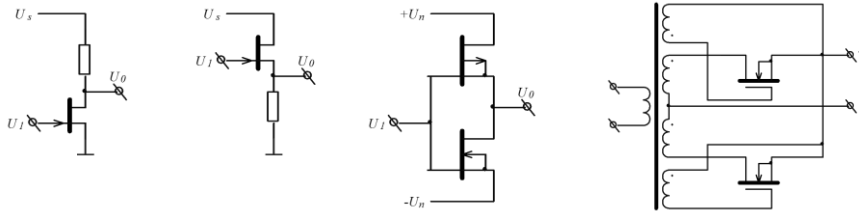


Рис. 8.20

8.7. Биполярный транзистор с изолированным затвором.

Биполярные транзисторы с изолированным затвором имеют входные характеристики, подобные входным характеристикам полевого транзистора, а выходные – подобные выходным характеристикам биполярного. В литературе этот прибор называют БТИЗ или IGBT (Insulated Gate Bipolar Transistor). По быстродействию они значительно превосходят биполярные транзисторы. Чаще всего IGBT-транзисторы используют в качестве мощных быстродействующих ключей полупроводниковых преобразователей, при этом коммутируемые напряжения могут достигать нескольких киловольт, а коммутируемые токи – нескольких килоампер. Данные транзисторы применяются в системах управления электродвигателями, в мощных источниках питания и иных преобразовательных устройствах. По структуре внутренних емкостей IGBT аналогичен MOSFET.

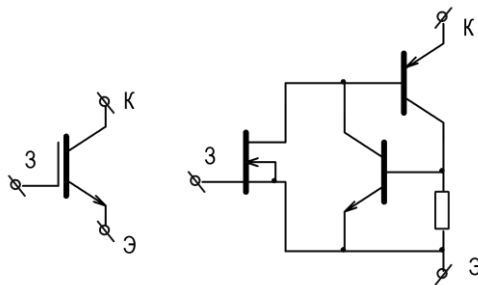


Рис. 8.18. Схемное обозначение и упрощенная модель IGBT

8.8. Ключевой режим работы транзистора.

В предыдущем материале мы рассматривали работу транзисторов в основном в режимах линейного усиления сигналов. В этих режимах падение напряжения на коллекторе относительно высоко, и ток коллектора ограничен небольшими величинами, связанными с возможностью корпуса транзистора рассеять выделяющуюся мощность.

В ключевом режиме транзистор находится поочередно в двух состояниях: 1) транзистор заперт, ток коллектора равен нулю и 2) транзистор полностью открыт, напряжение на коллекторе определяется режимом насыщения. При этом ток коллектора может достигать гораздо больших величин в связи с небольшой величиной напряжения насыщения коллектора. В ключевом режиме допустимый ток открытого состояния определяется величиной потерь энергии на переключение транзистора (эти данные приводятся в технической документации на транзисторы) и частотой переключения, часто говорят - частотой коммутации.

Каждый из типов транзисторов обладает своими достоинствами и недостатками в применении к ключевому режиму:

Биполярные транзисторы – очень дешевы, но обладают невысокими данными по скоростям переключения и, как следствие, высокими потерями на коммутацию, применяются в основном в резонансных схемах (люминесцентная подсветка LCD-мониторов и т.д.)

IGBT – средние скорости переключения ($<100\text{кГц}$), большая нагрузочная способность, небольшие величины паразитных емкостей транзистора, относительная простота управления.

MOSFET – низкие потери на переключение, позволяют работать на частотах до единиц мегагерц, но высокие величины паразитных емкостей и паразитно сформированный обратный диод (плохие параметры) ограничивают возможности применений их в преобразовательных устройствах.

Рассмотрим режим включения биполярного транзистора с изолированным затвором в качестве примера, работа MOSFET выглядит аналогично, за исключением более высоких скоростей переключения. На интервале t_0-t_1 (рис. 8.19) напряжение затвора (U_G), плавно нарастая, достигает величины напряжения отсечки (U_{th}). С момента отсечки через транзистор начинает протекать ток, величина которого определяется напряжением затвора – это линейная область работы. К моменту t_2 ток транзистора достигает максимально возможной величины, определяемой нагрузкой. До этого момента происходила зарядка входной емкости транзистора C_{GE} . В этот момент напряжение на затворе практически перестает расти до момента t_3 , это явление называется эффектом Миллера. Во время «плато Миллера» происходит перезарядка емкостей C_{GC} и C_{CE} , при этом напряжение на коллекторе уменьшается до значений близких к насыщению. Эффективная величина емкости Миллера примерно в 3-5 раз больше входной. По завершении плато Миллера напряжение на затворе еще немного растет – продолжает заряжаться входная емкость транзистора, и напряжение коллектора достигает минимальных значений, определяемых величиной тока коллектора. Энергетические потери определяются площадью под кривыми тока коллектора и напряжения коллектор-эмиттер.

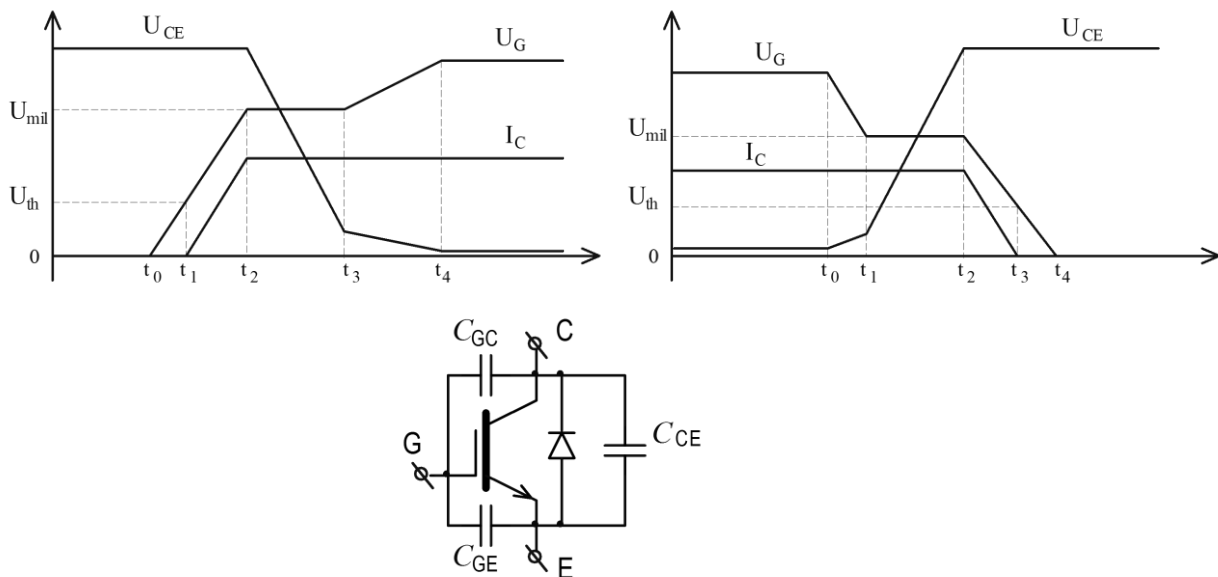


Рис. 8.19.

При выключении транзистора все процессы проходят в обратном порядке. Для MOSFET величина напряжения сток-исток определяется сопротивлением канала. Из приведенного описания видно, что для уменьшения потерь при переключении транзистора необходимо управлять затвором с помощью тока достаточно больших величин, определяемых величинами входной емкости и емкости Миллера. Это требует изготовления особого устройства, называемого **драйвером** транзистора.

8.9. Тиристор.

Тиристором называют полупроводниковый прибор с тремя (или более) p - n -переходами, вольтамперная характеристика которого имеет участок с отрицательным дифференциальным сопротивлением и который используется для коммутаций в электрических цепях.

Простейшим тиристором с двумя выводами является диодный тиристор (динистор). Триодный тиристор (тринистор) имеет дополнительно третий (управляющий) электрод. Как диодный, так и триодный, тиристоры имеют четырехслойную структуру с тремя p - n -переходами (рис. 8.20). Крайние области $p1$ и $n2$ называются анодом и катодом, соответственно, с одной из средних областей $p2$ или $n1$ соединен управляющий электрод, в данном случае $p2$ (управление по катоду).

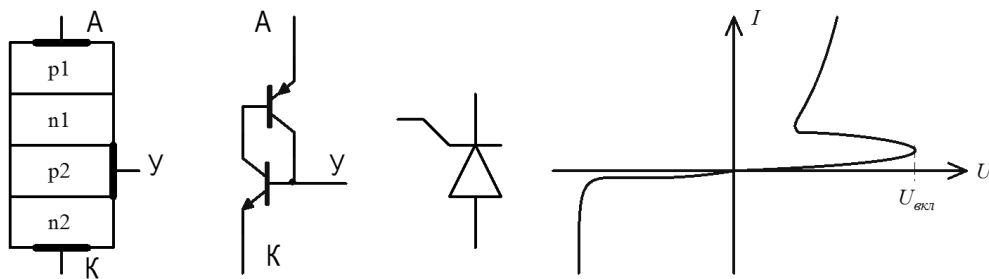


Рис.8.20. Структура, схема замещения, обозначение и ВАХ тиристора.

При повышении прямого напряжения ток тиристора или динистора практически не увеличивается, пока напряжение не приблизится к некоторому критическому значению напряжения пробоя, равному напряжению включения $U_{вкл}$. При дальнейшем повышении напряжения $U_{пр}$ под влиянием нарастающего электрического поля в переходе $n1$ - $p2$ происходит резкое увеличение количества носителей заряда, образовавшихся в результате ударной ионизации при столкновении носителей заряда с атомами. В результате ток в переходе быстро нарастает, так как электроны из слоя $n2$ и «дырки» из слоя $p1$ устремляются в слои $p2$ и $n1$ и насыщают их неосновными носителями заряда. В дальнейшем ток в приборе нарастает в соответствии с вертикальным участком вольтамперной характеристики. Напряжение $U_{вкл}$, при котором начинается лавинообразное нарастание тока, может быть снижено дополнительным введением неосновных носителей заряда в любой из слоев, прилегающих к переходу $n1$ - $p2$. Эти добавочные носители заряда увеличивают число актов ионизации в переходе $n1$ - $p2$, в связи с чем напряжение включения $U_{вкл}$ уменьшается. Добавочные носители заряда в триодном тиристоре (чаще его называют просто «тиристор»), вводятся в слой $p2$ вспомогательной цепью, питаемой от независимого источника низковольтного напряжения (ток управления).

Будучи переведенным в открытое (включенное) состояние, тиристор не выключается даже при уменьшении управляющего тока до нуля. Выключить тиристор можно снижением внешнего напряжения между анодом и катодом до некоторого минимального значения. Значение этого тока достигает нескольких сотен миллиампер, а в мощных тиристорах – нескольких Ампер. Минимальный прямой ток, при котором тиристор остается во включенном состоянии (при отсутствии тока управления), называется током удержания. При уменьшении прямого тока до величины, меньшей чем ток удержания, высокое сопротивление перехода восстанавливается и происходит выключение тиристора. Время восстановления сопротивления p - n -перехода обычно составляет $1 - 100$ мкс.

Диодные тиристоры (динисторы) используются для генерации мощных импульсов низкой частоты, для запуска мощных преобразователей и т.д. Триодные тиристоры (или просто тиристоры) используются в мощных импульсных системах, инверторах тока и напряжения, а

также в управляемых выпрямителях. Во избежание пробоя тиристора в обратном направлении необходимо, чтобы обратное напряжение в цепи было меньше $U_{обр.макс}$, которое указывается в паспорте на тиристор. В настоящее время выпускаются тиристоры на токи до 5000 А и напряжения включения до 6300 В.

Основные недостатки большинства тиристоров – неполная управляемость (тиристор не выключается после снятия сигнала управления) и относительно низкое быстродействие (десятки микросекунд). Однако в недавнем прошлом были созданы запираемые тиристоры (*GTO*, *IGCT*), но у них более сложная внутренняя структура и необходимы дополнительные элементы: драйвер для включения и выключения, снабберная цепь и индуктивность ограничивающая скорость нарастания тока. Частоты коммутации этих тиристоров сравнительно невелики 300-500 Гц. Следует также отметить, что в преобразователях малой и средней мощности тиристоры успешно вытесняются IGBT и MOSFET.

8.10. Управляемый выпрямитель

Для регулировки выходного напряжения в цепях переменного тока с выпрямлением применяют управляемые выпрямители. По сравнению с другими способами управления выходным напряжением, такими как ЛАТР или реостат, управляемый выпрямитель позволяет добиться гораздо большей величины КПД.

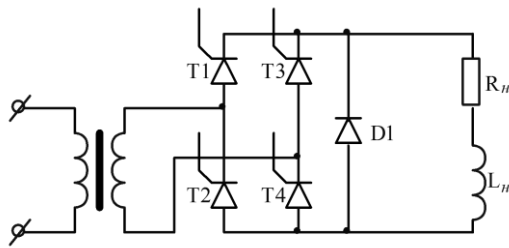


Рис. 8.21.

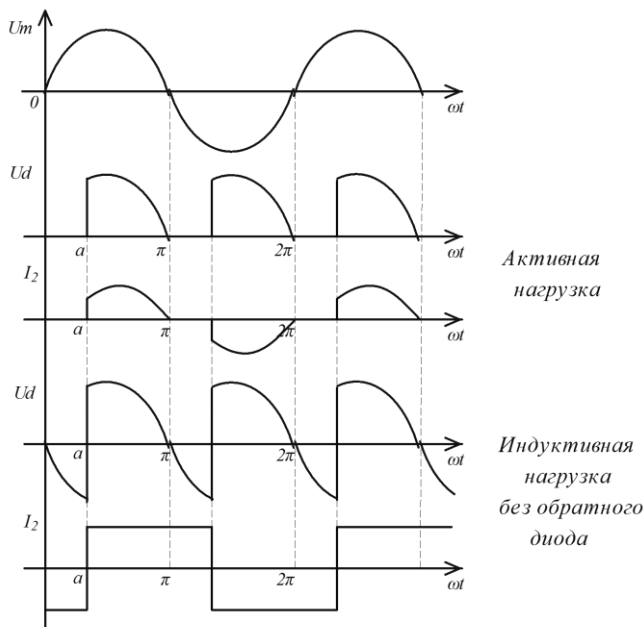


Рис. 8.22.

Постоянная составляющая напряжения на нагрузке, подключенной после регулируемого выпрямителя, может быть найдена по формуле (ток на активной нагрузке всегда будет прерывистый):

$$U_d = U_{d0} \cdot \frac{1 + \cos \alpha}{2}$$

На нагрузке индуктивного характера ток через тиристоры будет иметь прямоугольную форму, и при угле больше нуля будет происходить затягивание тока в связи с наличием запасенной в нагрузке энергии. Чтобы исключить это затягивание, применяют нулевой диод $D1$, через который ток может замыкаться.

Для трехфазного мостового выпрямителя выражения для определения среднего значения будут иметь вид:

$$U_d = U_{d0} \cdot \cos \alpha \quad \alpha \leq \pi/3$$

$$U_d = U_{d0} \cdot [1 + \cos(\pi/3 + \alpha)] \quad \alpha > \pi/3$$

Точка перехода характеристики связана с переходом от режима прерывистого к режиму непрерывного тока.

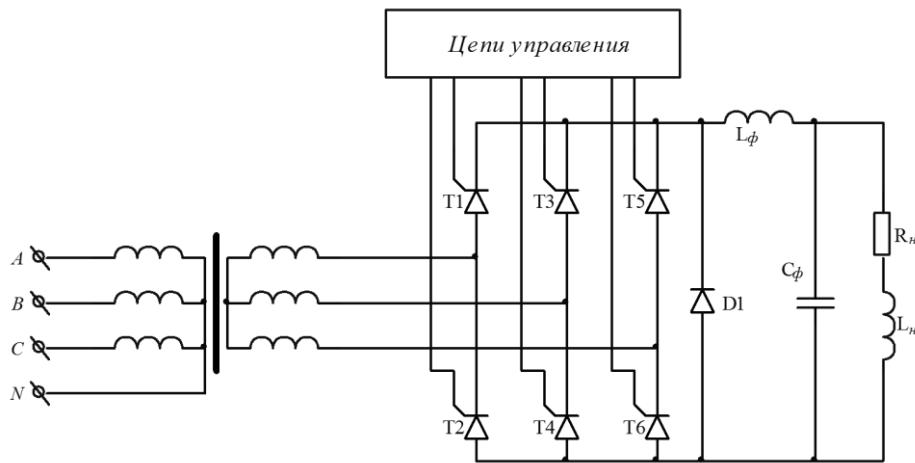
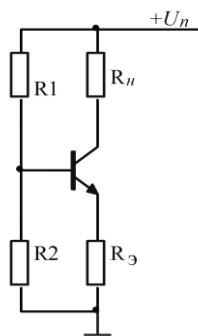


Рис. 8.23.

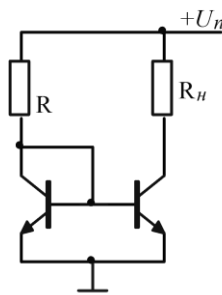
§9. Операционный усилитель.

9.1. Генератор тока на транзисторе.

Простейшим источником тока является схема с общим эмиттером и отрицательной обратной связью по току (рис. 9.1а). Нагрузкой является резистор в цепи коллектора.



а.



б.

Рис. 9.1

Ток коллектора . $I_K = \beta I_6 \approx \beta \frac{U_6 - 0,7}{R_6 + R_3(\beta + 1)}$, $R_B = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$, $U_6 = \frac{U_n R_2}{R_1 + R_2}$

Еще один вариант - «токовое зеркало» рис. 9.1б. Если параметры транзисторов идентичны, то

$$I_{61} = I_{62} = I_6, \quad I_R = \beta I_6 + 2I_6, \quad I_H = \beta I_6 = \frac{\beta}{\beta + 2} I_R \approx I_R$$

Максимальное сопротивление нагрузки, при котором транзистор VT2 находится в активном режиме и обеспечивает заданное значение тока

$$R_H = \frac{U_{\Pi} - U_{\text{нас}}}{I_H}, \quad U_{\text{нас}} = 0,2 \div 0,3V$$

В нагрузочной части можно включить m идентичных транзисторов параллельно. При этом отношение нагрузочного и управляющего токов $\frac{I_H}{I_R} = \frac{\beta m}{\beta + m + 1}$

9.2. Дифференциальный каскад.

Еще одной интересной схемой с применением транзисторов является дифференциальный каскад.

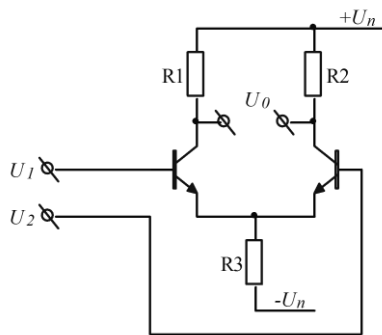


Рис. 9.2.

Дифференциальный каскад собран на двух идентичных транзисторах, включенных как показано на рис. 9.2. Величины $R1$ и $R2$ равны. Выходная разность потенциалов:

$$U_0 = K_U (U_1 - U_2) = \frac{R1}{R_3} (U_1 - U_2)$$

Здесь R_3 – общее эмиттерное сопротивление, величина которого зависит от режима работы. В случае равенства входных сигналов коэффициент передачи по напряжению равен:

$$K_U = \frac{R1}{2R3 + r_3}$$

Где r_3 – внутреннее сопротивление эмиттера, обычно оно много меньше $R3$, и при равенстве $R3$ и $R1$ коэффициент передачи равен $\frac{1}{2}$. Такие входные сигналы и связанный с ним коэффициент называются синфазными сигналами и коэффициентом ослабления синфазного сигнала (КОСС) соответственно. При использовании в качестве эмиттерного сопротивления генератора тока, построенного на биполярном транзисторе, КОСС может достигать очень больших величин. При подаче на входы противоположных по знаку напряжений суммарный ток в $R3$ равен нулю, а коэффициент передачи имеет величину:

$$K_U = \frac{R1}{r_3}$$

В связи с малой величиной r_3 коэффициент передачи велик (1000 и более). Входное сопротивление этой схемы такое же, как и у схемы с ОК:

$$R_{вх} = (\beta + 1)(R3 + r_3),$$

и может еще быть увеличено, если использовать полевые транзисторы и генератор тока. Дифференциальный каскад и схемы генераторов тока, рассмотренные выше, являются основой операционного усилителя.

9.3. Операционный усилитель

Операционный усилитель — усилитель постоянного тока с дифференциальным входом и, как правило, единственным выходом, имеющий высокий коэффициент усиления. ОУ почти всегда используются в схемах с глубокой отрицательной обратной связью, которая, благодаря высокому коэффициенту усиления ОУ, полностью определяет коэффициент передачи полученной схемы.

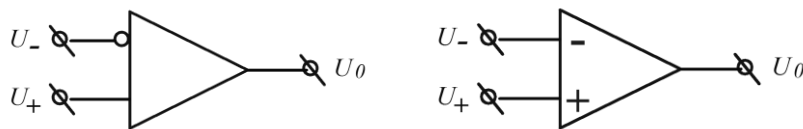


Рис. 9.3.

На рисунке показано схематичное изображение операционного усилителя. Выводы имеют следующие названия: U_+ : обозначает неинвертирующий вход, U_- : инвертирующий вход, U_o : выход, также на схеме могут обозначаться точки подключения источника питания. Иногда на схеме изображаются выводы, к которым подключается источник питания.

Рассмотрим работу ОУ как отдельного дифференциального усилителя, то есть без включения в рассмотрение каких-либо внешних компонентов. В этом случае ОУ ведёт себя как обычный усилитель с дифференциальным входом, то есть поведение ОУ описывается следующим образом:

$$U_o = G_{openloop}(U_+ - U_-) \quad (9.1)$$

Здесь: U_o : напряжение на выходе, U_+ : напряжение на неинвертирующем входе, U_- : напряжение на инвертирующем входе, $G_{openloop}$: коэффициент усиления с разомкнутой петлёй обратной связи

Все напряжения считаются относительно общей точки схемы. Рассматриваемый способ включения ОУ (без обратной связи) практически не используется вследствие присущих ему серьёзных недостатков:

- Коэффициент усиления с разомкнутой петлёй обратной связи нормируется в очень широких пределах (зависит от частоты сигнала, температуры и т.д.).
- Коэффициент усиления велик (10^5 - 10^6 на постоянном токе) и не регулируется.
- Точка отсчёта входного и выходного напряжений не поддаётся регулировке.

9.4. Идеальный операционный усилитель.

Идеальный ОУ является математической моделью, и позволяет существенно упростить рассмотрение работы схем. Идеальный ОУ обладает следующими характеристиками:

- Бесконечно большой коэффициент усиления с разомкнутой петлей обратной связи.
- Бесконечно большое входное сопротивление входов V_- и V_+ . Другими словами, ток, протекающий между входами, равен нулю.
- Нулевое выходное сопротивление выхода ОУ.
- Способность выставить на выходе любое значение напряжения.
- Бесконечно большая скорость нарастания напряжения на выходе ОУ.
- Бесконечная полоса пропускания.

Из перечисленных условий следует важнейшее свойство идеального ОУ, упрощающее рассмотрение схем с его использованием: Идеальный ОУ, охваченный отрицательной обратной связью, поддерживает одинаковое напряжение на своих входах:

$$U_+ = U_-$$

Не следует думать, что ОУ выравнивает напряжения на своих входах, подавая напряжение на входы «изнутри». На самом деле ОУ выставляет на выходе такое напряжение, которое через обратную связь подействует на входы таким образом, что разность входных напряжений уменьшится до нуля. При рассмотрении идеального ОУ обычно не учитывается величина напряжения питания усилителя.

9.5. Отличия реальных ОУ от идеального

Параметры ОУ, характеризующие его неидеальность, можно разделить на группы:

Параметры по постоянному току

Ограниченное усиление: коэффициент усиления не бесконечен ($10^5 \div 10^6$ на постоянном токе).

Ненулевой входной ток (ограниченное входное сопротивление): типичные значения входного тока составляют $10^{-9} \div 10^{-12}$ А. Это накладывает ограничения на максимальное значение сопротивлений в цепи обратной связи, а также на возможности согласования по напряжению с источником сигнала.

Ненулевое выходное сопротивление. Данное ограничение не имеет большого значения, так как наличие обратной связи эффективно уменьшает выходное сопротивление каскада на ОУ (практически до сколь угодно малых значений).

Ненулевое напряжение смещения: требование о равенстве входных напряжений в активном состоянии для реальных ОУ выполняется не совсем точно — ОУ стремится поддерживать между своими входами не точно ноль, а некоторое небольшое напряжение (напряжение смещения). Другими словами, реальный ОУ ведет себя как идеальный ОУ, у которого внутри последовательно с одним из входов включен генератор напряжения с ЭДС $U_{см}$.

Напряжение смещения — очень важный параметр, он ограничивает точность ОУ, например, при сравнении двух напряжений. Типичные значения $U_{см}$ составляют $10^{-3} \div 10^{-6}$ В.

Ненулевое усиление синфазного сигнала. Идеальный ОУ усиливает только разницу входных напряжений, сами же напряжения значения не имеют. В реальных ОУ значение входного синфазного напряжения оказывает некоторое влияние на выходное напряжение. Данный эффект определяется параметром коэффициент ослабления синфазного сигнала. Типичные значения: $10^4 \div 10^6$.

Параметры по переменному току

Ограниченная полоса пропускания. Любой усилитель имеет конечную полосу пропускания, но фактор полосы не особенно значим для ОУ, поскольку они имеют внутреннюю частотную коррекцию для увеличения запаса по фазе.

Ненулевая входная ёмкость. Образует паразитный фильтр нижних частот.

Ненулевая задержка сигнала. Данный параметр, косвенно связанный с ограничением полосы пропускания, может ухудшить действие ООС при повышении рабочих частот.

Насыщение — ограничение диапазона возможных значений выходного напряжения. Обычно выходное напряжение не может выйти за пределы напряжения питания. Насыщение имеет место в случае, когда выходное напряжение «должно быть» больше максимального или меньше минимального выходного напряжения. ОУ не может выйти за пределы, и выступающие части выходного сигнала «срезаются». В моменты насыщения усилитель не действует в соответствии с формулой (1), что вызывает отказ в работе ООС и появлению разности напряжений на его входах, что обычно является признаком неисправности схемы (и это легко обнаруживаемый наладчиком признак проблем). Исключение - работа ОУ в режиме компаратора.

Ненулевое время восстановления после насыщения .

Ограниченная скорость нарастания. Скорость изменения выходного напряжения измеряется в вольтах за микросекунду, типичные значения $1 \div 100$ В/мкс. Параметр обусловлен временем, необходимым для перезаряда внутренних ёмкостей.

Ограниченное выходное напряжение. У любого ОУ потенциал на выходе не может быть выше, чем потенциал положительной шины питания и не может быть ниже, чем потенциал отрицательной шины питания (в случае, если нагрузка отсутствует, или является резистивной и не содержит источник тока).

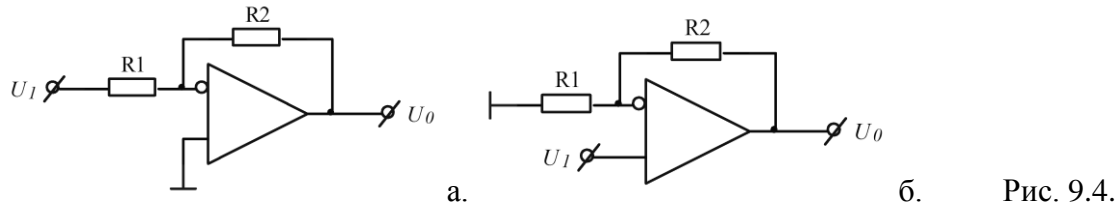
Ограниченный выходной ток. Большинство ОУ широкого применения имеют встроенную защиту от превышения выходного тока. Защита предотвращает перегрев и выход ОУ из строя.

Ограниченная выходная мощность. Большинство ОУ предназначено для применений, не требовательных к мощности: сопротивление нагрузки не должно быть менее $1 - 2$ кОм.

9.6. Схемы с использованием ОУ.

Схемы приведенные далее рассмотрены исключительно для идеальной модели ОУ. Для реальных усилителей необходимо учитывать пределы, в которых функция будет выполнена, определяемых напряжением питания, входным напряжением и т.д.

Схемы инвертирующего и не инвертирующего усилителя.

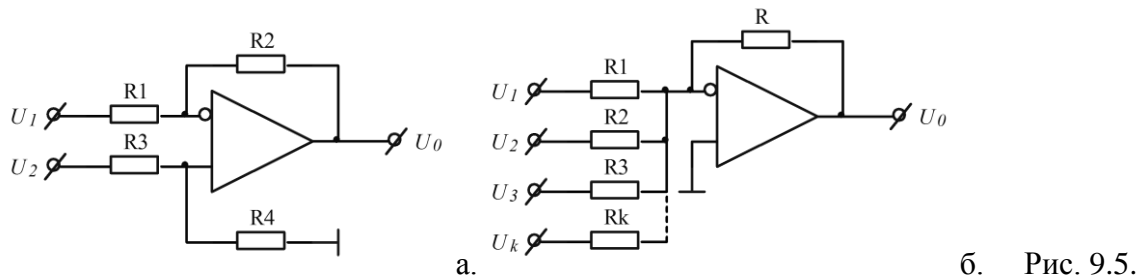


$$U_0 = -U_1 \cdot \frac{R_2}{R_1}$$

$$U_0 = U_1 \cdot \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$

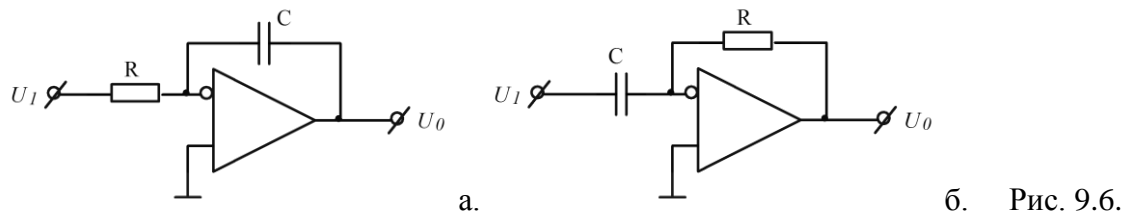
Если на рис. 9.4б R_1 убрать, а R_2 сделать равным нулю, то полученная схема с коэффициентом передачи равным 1, называется **инструментальным включением ОУ**. Инструментальное включение используется для «развязки» источника сигнала и усилительного каскада по сопротивлению.

Разностный (дифференциальный) и суммирующий усилители.



$$U_0 = -U_1 \frac{R_2}{R_1} + U_2 \frac{R_4}{R_3 + R_4} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \quad U_0 = - \sum_{n=1}^k U_n \frac{R}{R_n}$$

Интегратор и дифференциатор



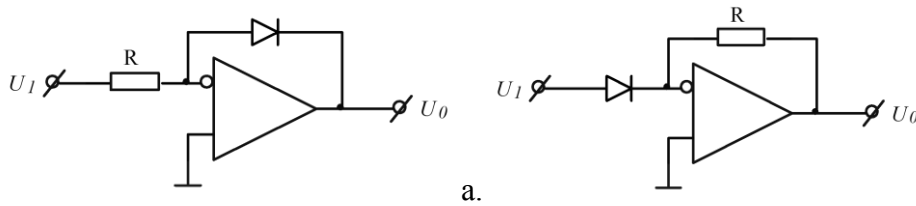
$$U_0 = -\frac{1}{RC} \int U_1 dt$$

$$U_0 = -RC \frac{dU_1}{dt}$$

Эти схемы используются в аналоговых ПИД регуляторах и фильтрах.

Логарифмический и экспоненциальный усилители

Логарифмический и экспоненциальный усилители применяются в устройствах изменения динамического диапазона сигнала, аналоговых умножителях.



б. Рис. 9.7.

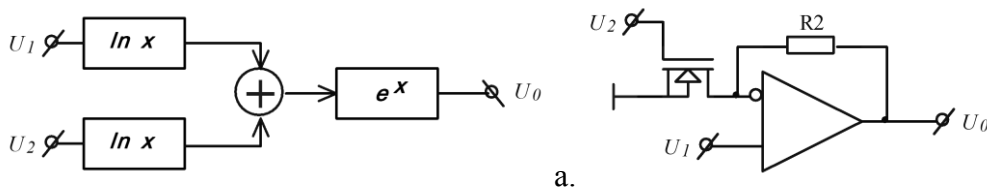
$$U_0 = -\varphi_T \ln\left(1 + \frac{U_1}{I_0 R}\right)$$

$$U_0 = -R I_0 \left(e^{\frac{U_1}{\varphi_T}} - 1\right)$$

Аналоговый умножитель напряжений.

Существует несколько методов перемножения аналоговых сигналов, один из них описывается следующей формулой и показан на рис. 9.8а:

$$U_0 = U_1 \cdot U_2 = e^{(\ln U_1 + \ln U_2)}$$



б. Рис. 9.8.

Еще одна схема, которая может быть отнесена к умножителям напряжений, изображена на рис. 9.8б, здесь использовано свойство полевого транзистора являться зависящим от напряжения затвора сопротивлением. Эту схему часто называют, усилитель управляемый напряжением (УНУ), и используют в электронных регуляторах громкости, яркости и т.д.

В настоящий момент умножители выпускаются в виде готовых интегральных схем, различными компаниями-производителями. Другие виды умножителей аналоговых сигналов будут рассмотрены позднее, при изучении модуляции электрических сигналов.

9.4. Компаратор.

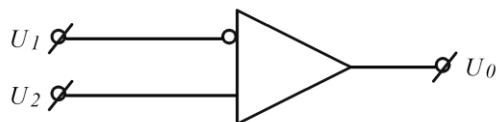
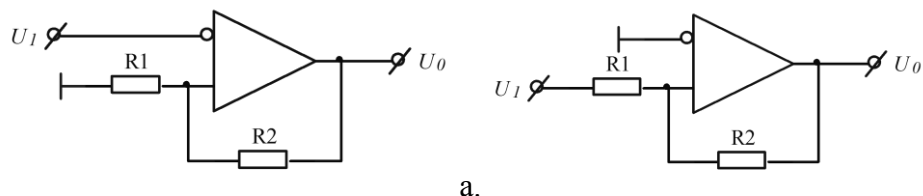


Рис. 9.9.

Компаратор – устройство сравнивающее два напряжения и выдающее сигнал, показывающий какое из них больше. Компаратор можно построить на основе ОУ, включенного без обратной связи. Недостатки такого включения были пояснены выше. Кроме того, схема на рис. 9.9 обладает низкой помехоустойчивостью, что может приводить к паразитным переключениям. От этого недостатка свободен триггер Шмидта.

Инвертирующий и неинвертирующий триггер Шмидта.



б. Рис. 9.10.

Пороговые напряжения срабатывания для этих схем соответственно:

$$U_{п} = \pm U_s \frac{R1}{R1 + R2}, \quad U_{п} = \pm U_s \frac{R1}{R2}$$

Здесь U_s - выходное напряжение насыщения ОУ (или напряжение питания, если мы пренебрегаем падением напряжения на выходном каскаде усилителя).

Компараторы находят применение в схемах нулевых детекторов, схемах защит и блокировок, генераторах. В настоящее время выпускается большое количество интегральных схем – компараторов, с разным быстродействием и диапазоном питающих напряжений, среди них есть триггеры Шмидта (т.е. резисторы петли ПОС не нужны).

§10. Преобразователи энергии.

10.1. Основные типы преобразователей.

Преобразователи можно разделить на несколько типов, по входным и выходным параметрам:

1. Преобразователи переменный ток – переменный ток (AC-AC).
2. Преобразователи переменный ток – постоянный ток (AC-DC).
3. Преобразователи постоянный ток – переменный ток (DC-AC).
4. Преобразователи постоянный ток – постоянный ток (DC-DC).

По принципу работы:

1. Линейные преобразователи.
2. Импульсные преобразователи.

Линейные преобразователи представляют собой устройство в котором регулирующий элемент (например транзистор) работает в линейном режиме. Простейший линейный преобразователь напряжения построен на базе параметрического стабилизатора (Рис. 101.1а). Для такого стабилизатора напряжение нагрузки: $U_H = U_{ref} - 0,7В$.

Более сложная схема с регулятором на основе ОУ (Рис. 10.16). Здесь $U_H = \left(1 + \frac{R2}{R1}\right) \cdot U_{ref}$

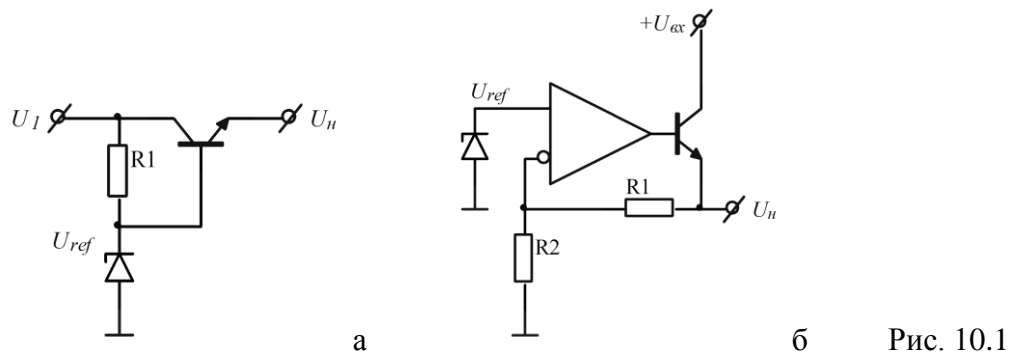


Рис. 10.1

В настоящее время в электронике широко используются устройства импульсного преобразования энергии. Они могут быть построены по схемам ШИМ (широтно-импульсный модулятор) или ЧИМ (частотно- импульсный модулятор), а принцип действия основан на взаимодействии управляемого ключа (чаще всего IGBT или MOSFET) с индуктивными и емкостными накопителями энергии. ШИМ представляет собой устройство, выходная величина которого пропорциональна длительности импульса, при этом частота повторения и амплитуда этих импульсов неизменны.

Введем дополнительную характеристику для прямоугольного периодического сигнала, называемую коэффициентом заполнения или скважностью: если период функции равен T и длительность положительной части импульса равна τ , то $S = \frac{1}{D} = \frac{T}{\tau}$, где D это **коэффициент заполнения**, а S называется **скважность**.

Рассмотрим схемы с ШИМ, как наиболее часто используемые, на примере преобразователей напряжения (преобразователей типа DC-DC). В этих схемах транзистор изображен как ключ с нулевым сопротивлением в замкнутом состоянии, для диода выбран самый простой тип кусочно-линейной модели. При более тщательных расчетах необходимо будет учитывать падения напряжения на транзисторе и диоде в открытом состоянии, учитывать потери на коммутацию транзистора, на обратное восстановление диода и т.д. Существуют три базовых типа преобразователей напряжения (рис. 10.2): понижающий (в англоязычной литературе - BUCK), повышающий (BOOST) и инвертирующий (BUCK-BOOST).

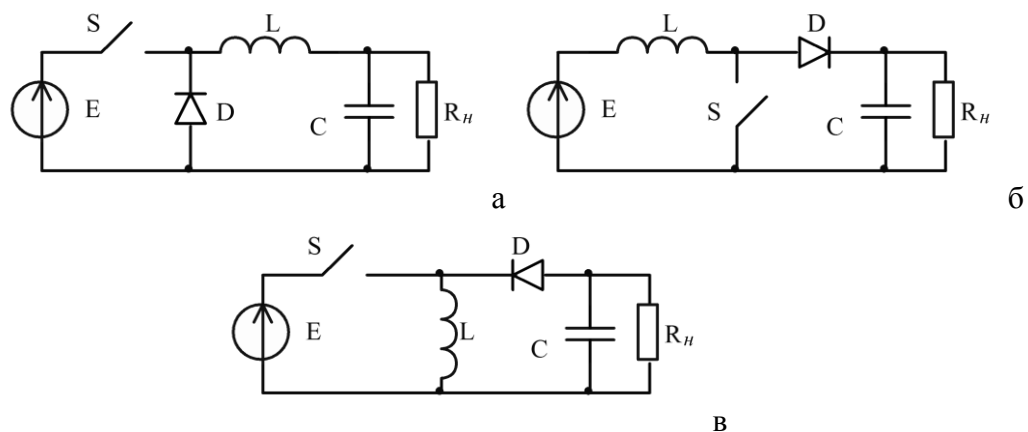


Рис. 10.2 ШИМ преобразователи: а – понижающий; б –повышающий; в – инвертирующий.

Принцип работы понижающего преобразователя: когда ключ S замкнут, в индуктивности накапливается энергия и растет ток, при размыкании ключа ток индуктивности смещает диод D в положительном направлении, диод отпирается замыкая цепь нагрузки. При замы-

кании ключа S положительный потенциал, поданный на катод запирает диод D , и цикл повторяется вновь.

Математически анализ и моделирование импульсных преобразователей отличается от задач других разделов, которые мы рассматривали до сих пор. Вследствие периодической коммутации силовых ключей эти схемы являются схемами с переменной конфигурацией. Внутри периода тактовой частоты работы преобразователя может быть несколько таких конфигураций, и они описываются различными дифференциальными уравнениями (системами дифференциальных уравнений). Для упрощения ситуации воспользуемся методом составления усредненной системы уравнений с весовыми коэффициентами, определяемыми величиной заполнения (D и $(1 - D)$ соответственно), т.е. относительной длительностью существования каждой конфигурации. Усредненная система дифференциальных уравнений является математическим представлением нелинейной непрерывной модели преобразователя, а способ получения такой модели получил название метода **усреднения в пространстве состояний**. Это упрощение допустимо лишь в том случае, если каждая из постоянных времени в цепи $(RC, L/R, 2\pi\sqrt{LC})$ на порядок и более превосходит период коммутации ключа. В этом случае изменение переменных за период коммутации будет незначительным по сравнению с их средним значением. Из этого следует, что информация о пульсациях в нагрузке будет потеряна. В реальных схемах величины компонентов фильтра выбираются так, чтобы пульсации напряжения на нагрузке составляли сотые доли от его постоянной среднего значения, при заданных входном и выходном напряжениях и токе. Это в свою очередь позволяет сделать еще одно допущение - в установившемся режиме средние за период значения переменных считаются неизменными, и их производные равны нулю. Из этого допущения можно определить зависимость среднего значения выходного напряжения от величины коэффициента заполнения.

Пример 10.1. Составить систему по методу усреднения и определить зависимость выходного напряжения от коэффициента заполнения для понижающего преобразователя.

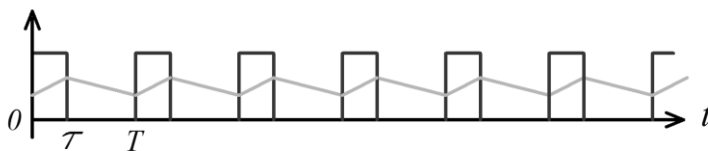


Рис. 10.3.

Для замкнутого состояния ключа, по второму правилу Кирхгоффа, для контура, в который входят ЭДС, индуктивность и емкость запишем:

$$L \frac{di_L}{dt} = E - U_C$$

И для узла, где соединяются ветви, содержащие индуктивность, емкость и нагрузку, по первому правилу Кирхгоффа:

$$C \frac{dU_C}{dt} = i_L - \frac{U_C}{R}$$

Для разомкнутого состояния ключа эти уравнения выглядят так:

$$L \frac{di_L}{dt} = -U_C \qquad \frac{dU_C}{dt} = i_L - \frac{U_C}{R}$$

Умножим уравнения на соответствующие весовые коэффициенты и просуммируем:

$$L \frac{di_L}{dt} D + L \frac{di_L}{dt} (1 - D) = (E - U_C) D + (-U_C)(1 - D) = ED - U_C$$

$$C \frac{dU_C}{dt} D + C \frac{dU_C}{dt} (1 - D) = \left(i_L - \frac{U_C}{R}\right) D + \left(i_L - \frac{U_C}{R}\right) (1 - D) = i_L - \frac{U_C}{R}$$

Откуда средние значения напряжения на емкости (нагрузке) и тока в индуктивности (при равенстве производных нулю – ток и напряжение не меняются):

$$U_C = ED, \quad i_L = \frac{U_C}{R}$$

На рис. 10.3 форма напряжения до фильтра и ток индуктивности. Вывод соотношений для других типов преобразователей, производится аналогично.

10.2. Двухтактные преобразователи с трансформаторной развязкой между входом и выходом.

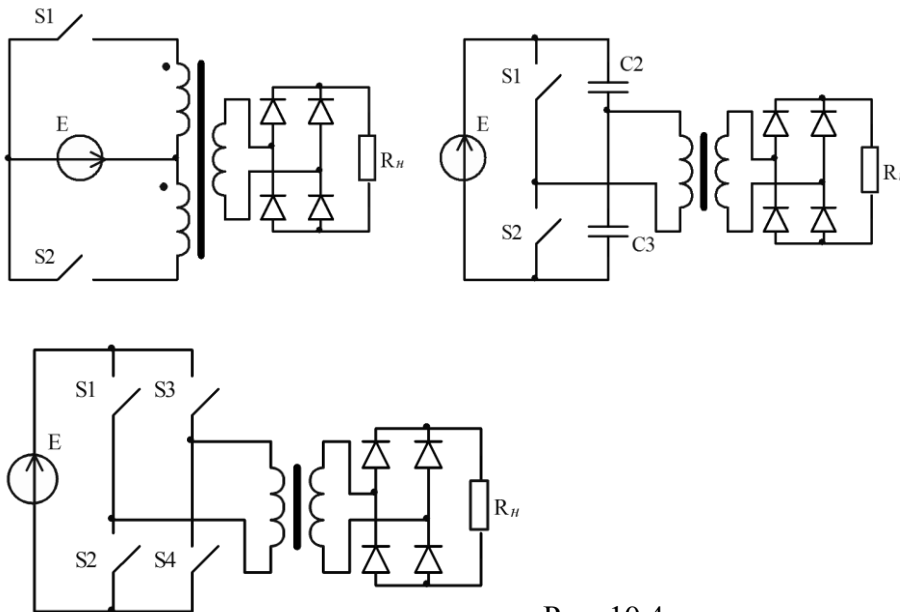


Рис. 10.4

Существуют три основных типа двухтактных преобразователей, это Push-Pull, полумостовой и мостовой. У каждой из схем есть свои достоинства и недостатки. Основные принципы работы соответствуют рассмотренным выше одноктактным преобразователям. Двухтактный преобразователь на рис. 10.5 можно заменить одноктактным, работающим на удвоенной частоте. Далее при нахождении напряжения нагрузки необходимо учитывать коэффициент трансформации и напряжение, приложенное к первичной обмотке, на эту величину необходимо обращать внимание, например, для полумостовой схемы напряжение первичной обмотки составляет $\pm \frac{E}{2}$, а для мостовой $\pm E$.

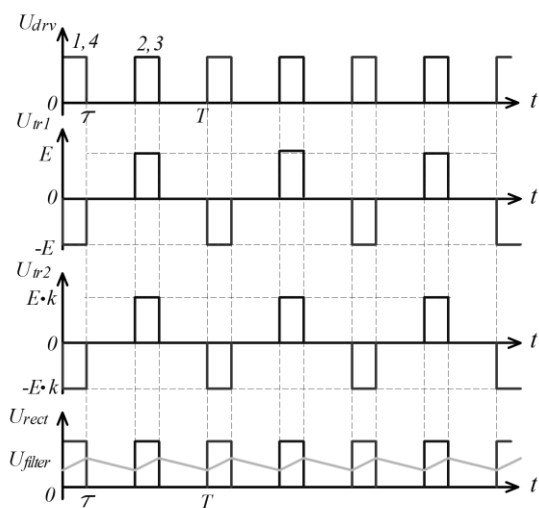


Рис. 10.5

Область применения преобразователей очень широка, и продолжает расширяться. Это разнообразные системы электропитания, электропривод и т.д.

Список литературы:

1. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.
2. Титце У., Шенк К. Полупроводниковая схемотехника.
4. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы.