

Pertemuan ke-2

SISTEM BILANGAN REAL

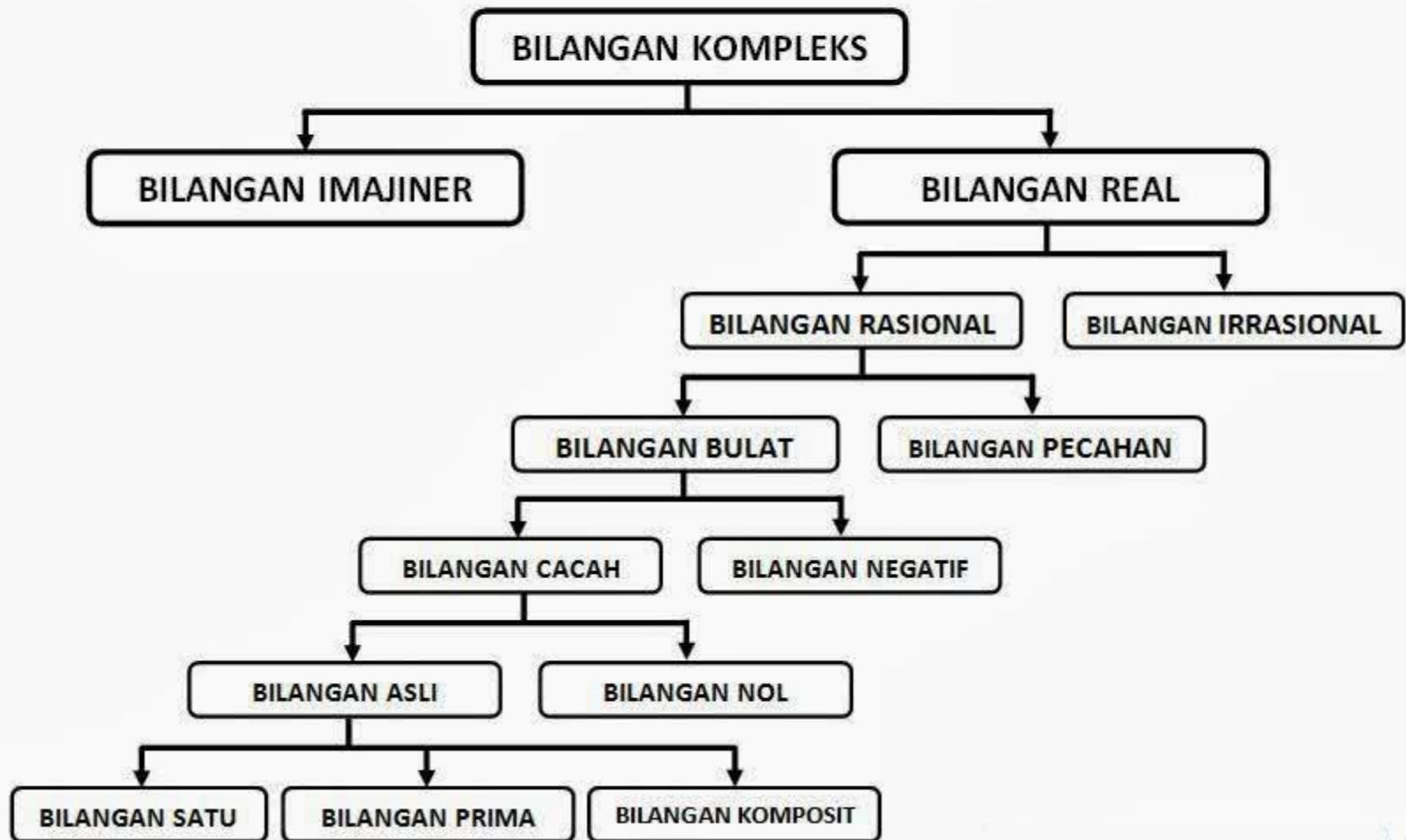
Oleh:

Santi Arum Puspita Lestari, M.Pd

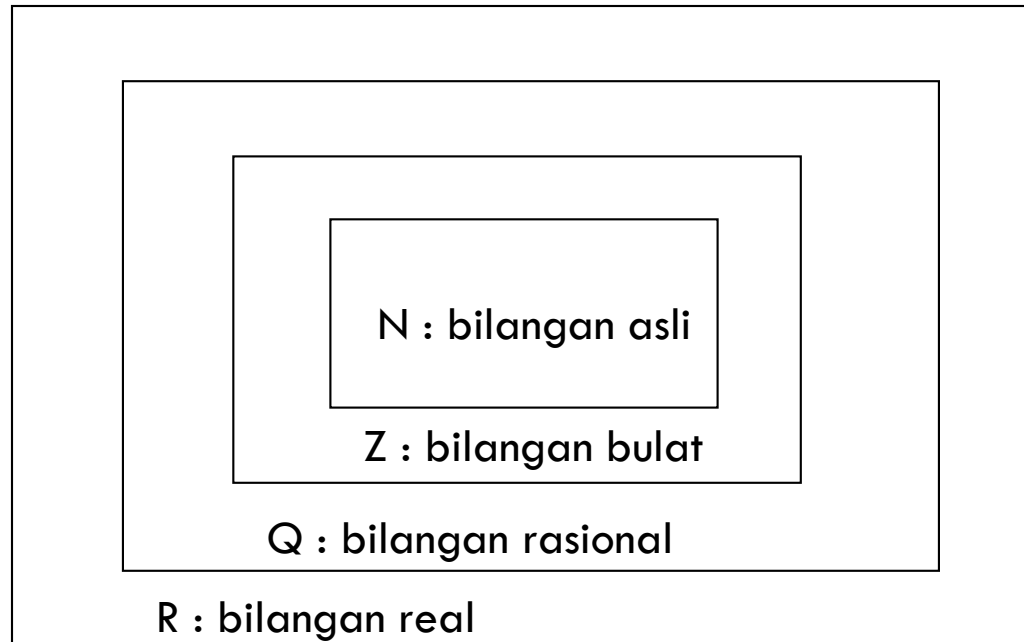
Teknik Informatika

Universitas Buana Perjuangan Karawang

BAGAN SISTEM BILANGAN



BILANGAN-BILANGAN REAL



Dari gambar di atas dapat disimpulkan bahwa:

$$N \subset Z \subset Q \subset R$$

BILANGAN-BILANGAN REAL

Bil. Asli adalah bilangan positif yang dimulai dari bilangan satu ke atas.

Contoh: $N = \{ 1, 2, 3, 4, 5, \dots \}$

Bil. Bulat adalah himpunan bilangan bulat negatif, bilangan nol dan bilangan bulat positif.

Contoh: $Z = \{ \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots \}$

Bil. Rasional adalah bilangan yang dinyatakan dalam bentuk $\frac{a}{b}$, dengan a dan b adalah anggota bilangan bulat dan $b \neq 0$.

Contoh: $Q = \{ \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \dots \}$

Bil. Real adalah bilangan yang merupakan gabungan dari bilangan rasional dan bilangan irrasional itu sendiri.

Contoh: $R = \{ 0, 1, \frac{1}{4}, \frac{2}{3}, \sqrt{2}, \sqrt{5}, \dots \}$

SIFAT-SIFAT OPERASI HITUNG

Misalkan ada dua bilangan real x dan y , maka:

SIFAT	PENJUMLAHAN	PERKALIAN
Komutatif	$x + y = y + x$	$xy = yx$
Asosiatif	$x + (y + z) = (x + y) + z$	$x(yz) = (xy)z$
Distributif	$x(y + z) = xy + xz$	Tidak ada
Identitas	$I = 0$, karena $x + 0 = x$	$I = 1$, karena $x \cdot 1 = x$
Invers	Invers dari $x = -x$ (bilangan negatif)	Invers dari $x = x^{-1}$ (kebalikan)

URUTAN BILANGAN

Bilangan-bilangan real tak nol dipisahkan menjadi dua himpunan, yaitu: bilangan real positif dan negatif.

Sehingga diperoleh;

$$x < y \Leftrightarrow y - x \text{ adalah positif}$$

Selain itu, ada urutan lainnya yaitu:

$$x \leq y \Leftrightarrow y - x \text{ adalah positif atau nol}$$

SIFAT-SIFAT URUTAN

Trikotomi

Jika x dan y adalah bilangan-bilangan, maka salah satunya akan berlaku:

$$x < y \text{ atau } x = y \text{ atau } x > y$$

Ketransitifan

$$x < y \text{ dan } y < z \Rightarrow x < z$$

Penambahan

$$x < y \Leftrightarrow x + z < y + z$$

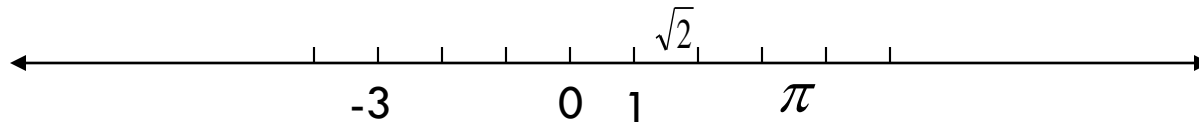
Perkalian

$$\text{apabila } z \text{ positif, } x < y \Leftrightarrow xz < yz$$

$$\text{apabila } z \text{ negatif, } x < y \Leftrightarrow xz > yz$$

KETAKSAMAAN

Penyelesaian suatu ketaksamaan berarti mencari semua himpunan bilangan real yang membuat ketaksamaan berlaku.



Himpunan bagian dari garis bilangan disebut selang

Himpunan penyelesaian suatu ketaksamaan terdiri dari seluruh selang bilangan atau gabungan dari selang-selang.

Contoh: $3x - 17 < 0$

$$x^2 - x - 6 \geq 0$$

SELANG – SELANG (INTERVAL)

Selang (interval) ketaksamaan dibagi menjadi dua jenis, yaitu:









1. Selang Terbuka $\rightarrow a < x < b$

Terdiri dari semua selang antara a dan b , tidak termasuk titik ujung a dan b , dinyatakan dengan (a, b) .

2. Selang Tertutup $\rightarrow a \leq x \leq b$

Semua selang antara a dan b mencakup titik-titik ujung a dan b , dinyatakan dengan $[a, b]$.

HP SELANG (INTERVAL)

No.	Selang (Interval)	Grafik
1	$x > a$	
2	$x < a$	
3	$x \geq a$	
4	$x \leq a$	
5	$a > x < b$	
6	$a \leq x \leq b$	
7	$a < x \leq b$	
8	$a \leq x < b$	

MENYELESAIKAN KETAKSAMAAN

Untuk menyelesaikan suatu ketaksamaan harus dilakukan operasi-operasi tertentu tanpa mengubah himpunan penyelesaiannya, antara lain:

1. Menambahkan bilangan yang sama pada kedua ruas suatu ketaksamaan.
2. Mengalikan kedua ruas suatu ketaksamaan dengan suatu bilangan positif.
3. Mengalikan/membagi kedua ruas dengan suatu bilangan negatif, tetapi kemudian harus membalikkan arah tanda ketaksamaan.

CONTOH 1

Selesaikan ketaksamaan $2x - 7 < 4x - 2$
dan gambar grafik himpunan penyelesaiannya.

Penyelesaian:

$$2x - 7 < 4x - 2$$

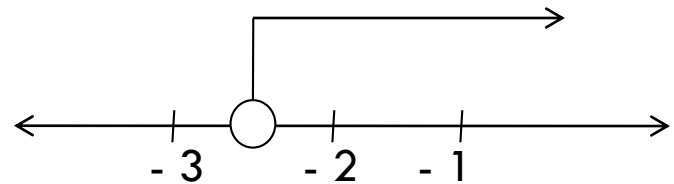
$$2x - 7 + 7 < 4x - 2 + 7$$

$$2x < 4x + 5$$

$$2x - 4x < 4x - 4x + 5$$

$$(-2x < 5) \text{ dibagi } -2$$

$$x > -\frac{5}{2}$$



$$\text{jadi HP} = x > -\frac{5}{2}$$

CONTOH 2:

Selesaikan persamaan $-2 < 6 - 4x \leq 8$

Penyelesaian:

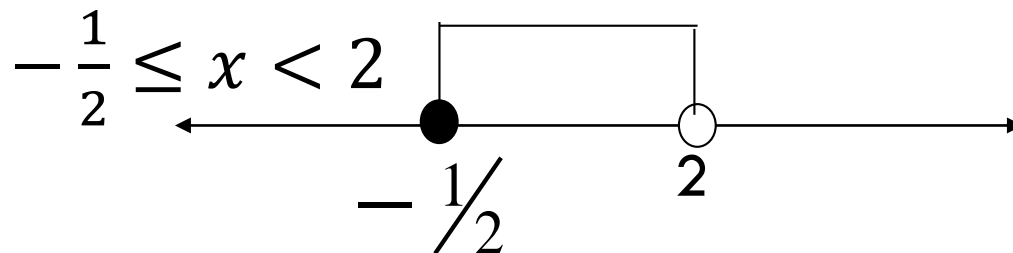
$$-2 < 6 - 4x \leq 8$$

$$-2 - 6 < 6 - 6 - 4x \leq 8 - 6$$

$$(-8 < -4x \leq 2) \text{ dikali } -1$$

$$(8 > 4x \geq -2) \text{ bagi } 4$$

$$2 > x \geq -1/2$$



$$\text{HP} = \left[-\frac{1}{2}, 2 \right)$$

CONTOH 3:

Selesaikan persamaan $x^2 - x < 6$

Penyelesaian:

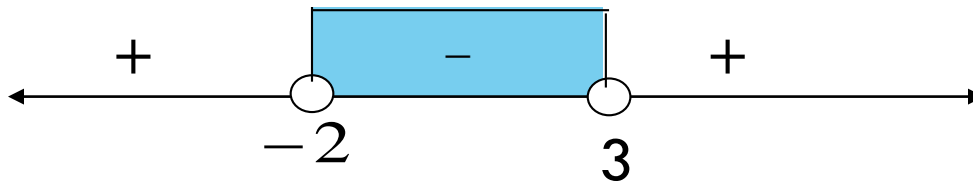
$$x^2 - x < 6$$

$$x^2 - x - 6 < 0$$

$$(x - 3)(x + 2) < 0$$

$$x = 3 \text{ atau } x = -2$$

Titik Pemecah (TP) = 3 atau -2



Jadi, HP = $(-2, 3)$

NILAI MUTLAK

Nilai mutlak x ($|x|$) merupakan sebagai jarak x dari titik pusat pada garis bilangan, sehingga jarak selalu bernilai positif.

Definisi nilai mutlak :

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

Contoh:

$$|6| = 6$$

$$|0| = 0$$

$$|-5| = 5$$

SIFAT-SIFAT NILAI MUTLAK

Nilai mutlak dapat diterapkan pada perkalian & pembagian, tetapi tidak mudah diterapkan dalam penambahan dan pengurangan.

Sifat-sifat nilai mutlak antara lain:

1. $|x| = \sqrt{x^2}$

2. $|x| \leq a, a \geq 0 \Leftrightarrow -a \leq x \leq a$

3. $|x| \geq a, a \geq 0 \Leftrightarrow x \geq a \text{ atau } x \leq -a$

4. $|x| \leq |y| \Leftrightarrow x^2 \leq y^2$

5. $\left| \frac{x}{y} \right| = \frac{|x|}{|y|}$

6. Ketaksamaan segitiga

$$|x + y| \leq |x| + |y| \text{ dan } |x - y| \geq ||x| - |y||$$

CONTOH 4:

Selesaikan ketaksamaan berikut

$$|2x - 5| < 3$$

Penyelesaian:

Kita bisa menggunakan sifat ke-2.

$$-3 < 2x - 5 < 3$$

$$5 - 3 < 2x < 3 + 5$$

$$2 < 2x < 8$$

$$1 < x < 4$$



Jadi, HP = (1,4)

CONTOH 5:

Selesaikan ketaksamaan berikut $|2x - 5| < 3$

Penyelesaian:

Kita bisa juga menggunakan sifat ke-4,
karena ruas kiri dan kanan keduanya positif.

$$|2x - 5| < 3$$

$$(2x - 5)^2 < 3^2$$

$$4x^2 - 20x + 25 < 9$$

$$4x^2 - 20x + 16 < 0$$

$$2x^2 - 10x + 8 < 0$$

$$(2x - 2)(x - 4) < 0$$



Jadi HP = (1, 4)

CONTOH 6:

Selesaikan ketaksamaan berikut $|2x + 3| \geq |4x + 5|$

Penyelesaian:

Kita bisa menggunakan sifat 4

$$|2x + 3| \geq |4x + 5|$$

$$(2x + 3)^2 \geq (4x + 5)^2$$

$$4x^2 + 12x + 9 \geq 16x^2 + 40x + 25$$

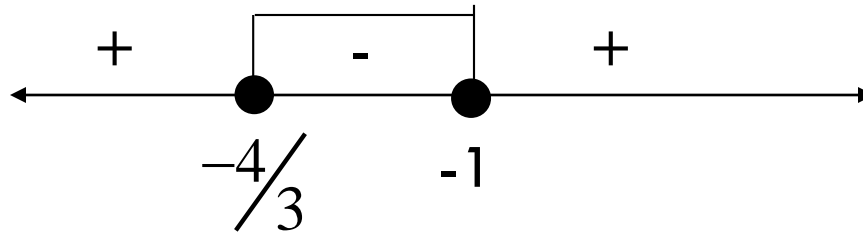
$$-12x^2 - 28x - 16 \geq 0$$

$$3x^2 + 7x + 4 \leq 0$$

Jadi, titik potong = $\left(-\frac{4}{3}, -1\right)$

LANJUTAN CONTOH 6:

Jika digambar pada garis bilangan :



$$HP = \left[-\frac{4}{3}, -1 \right]$$

CONTOH 7 :

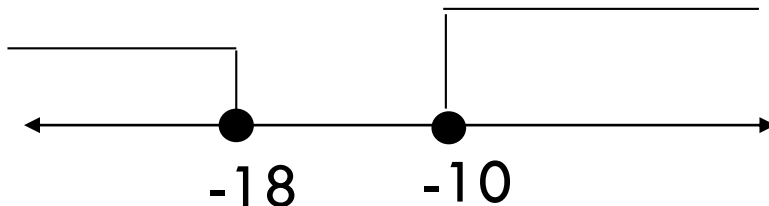
Selesaikan ketaksamaan berikut $\left| \frac{x}{2} + 7 \right| \geq 2$

Penyelesaian:

$$\frac{x}{2} + 7 \geq 2 \quad \text{atau} \quad \frac{x}{2} + 7 \leq -2$$

$$\frac{x}{2} \geq -5 \quad \text{atau} \quad \frac{x}{2} \leq -9$$

$$x \geq -10 \quad \text{atau} \quad x \leq -18$$



$$\text{Jadi, HP} = (-\infty, -18] \cup [-10, \infty)$$

SOAL LATIHAN

Cari himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan

1. $\frac{x-2}{4-2x} \geq 1 - x$

2. $\frac{x-2}{x^2} \leq \frac{x+1}{x+3}$

3. $|2 - x| + |3 - 2x| \leq 3$

4. $|x + 1|^2 + 2|x + 2| \geq 2$

5. $2x + 3 \geq |4x + 5|$

6. $||x| + 3x| \leq 2$

The background is a solid blue gradient, darker at the bottom. It is decorated with white, stylized circuit board traces and circular nodes. These elements are located in the corners: top-left, top-right, bottom-left, and bottom-right. In the center, there is a faint, large, light-blue circular graphic that serves as a backdrop for the text.

**SEKIAN DAN
TERIMA KASIH**