Согласно определению натуральных чисел, каждое натуральное число n представимо в виде

$$n = (...((1 + 1) + 1 ... + 1) + 1. \tag{1.4}$$

(Рассматривая множества, состоящие из «одинаковых» элементов, можно сказать, что в формуле в правой части стоит множество из n единиц, соединенных последовательно знаком «+».)

Согласно конструкции, определяющей натуральные числа, число $n + 1 \in \boldsymbol{N}$ характеризуется тем свойством, что каждое множество, состоящее из $n + 1$ элемента, после удаления любого из них превращается в множество, которое состоит из n элементов.

Согласно той же конструкции, любые два множества, состоящие из $n \in \boldsymbol{N}$ элементов, отображаются друг на друга взаимно однозначно.

Если из двух натуральных чисел m и n число m встречается раньше, чем n в ряде натуральных чисел (1.3), т. е. число m стоит левее числа n, то число m называют *меньшим числа* n и пишут $m < n$ или, что то же, число n называют *бóльшим числа* m и пишут $n > m$.

Например, $n - 1 < n < n + 1$, $n \neq 1$. Для любых двух различных натуральных чисел m и n имеет место точно одно из соотношений $m < n$ или $m > n$. При этом если $m < n$ и $n < p$, то $m < p$, $m, n, p \in \boldsymbol{N}$.

Если число $m \in \boldsymbol{N}$ меньше числа $n \in \boldsymbol{N}$, то в каждом множестве, состоящем из n элементов, имеются подмножества, состоящие из m элементов. Это следует из самой конструкции последовательного определения натуральных чисел.

Множество натуральных чисел $\boldsymbol{N}$ обладает следующим замечательным свойством.

Если множество $\boldsymbol{M}$ *таково, что*:

1) $\boldsymbol{M} \subset \boldsymbol{N}$;

2) $1 \in \boldsymbol{M}$;

3) *из* $n \in \boldsymbol{M}$ *следует, что* $n + 1 \in \boldsymbol{M}$, *то*

$$\boldsymbol{M} = \boldsymbol{N}. \tag{1.5}$$

Действительно, согласно условию 2), имеем $1 \in \boldsymbol{M}$, поэтому, согласно свойству 3), и $2 \in \boldsymbol{M}$; тогда, согласно тому же свойству 3), получаем $3 \in \boldsymbol{M}$. Но любое натуральное число $n \in \boldsymbol{N}$ получается из 1 последовательным прибавлением к ней той