

Согласно определению натуральных чисел, каждое натуральное число  $n$  представимо в виде

$$n = (\dots((1 + 1) + 1 \dots + 1) + 1. \quad (1.4)$$

(Рассматривая множества, состоящие из «одинаковых» элементов, можно сказать, что в формуле в правой части стоит множество из  $n$  единиц, соединенных последовательно знаком «+».)

Согласно конструкции, определяющей натуральные числа, число  $n + 1 \in N$  характеризуется тем свойством, что каждое множество, состоящее из  $n + 1$  элемента, после удаления любого из них превращается в множество, которое состоит из  $n$  элементов.

Согласно той же конструкции, любые два множества, состоящие из  $n \in N$  элементов, отображаются друг на друга взаимно однозначно.

Если из двух натуральных чисел  $m$  и  $n$  число  $m$  встречается раньше, чем  $n$  в ряде натуральных чисел (1.3), т. е. число  $m$  стоит левее числа  $n$ , то число  $m$  называют меньшим числа  $n$  и пишут  $m < n$  или, что то же, число  $n$  называют большим числа  $m$  и пишут  $n > m$ .

Например,  $n - 1 < n < n + 1, n \neq 1$ . Для любых двух различных натуральных чисел  $m$  и  $n$  имеет место точно одно из соотношений  $m < n$  или  $m > n$ . При этом если  $m < n$  и  $n < p$ , то  $m < p, m, n, p \in N$ .

Если число  $m \in N$  меньше числа  $n \in N$ , то в каждом множестве, состоящем из  $n$  элементов, имеются подмножества, состоящие из  $m$  элементов. Это следует из самой конструкции последовательного определения натуральных чисел.

Множество натуральных чисел  $N$  обладает следующим замечательным свойством.

*Если множество  $M$  таково, что:*

- 1)  $M \subset N$ ;
- 2)  $1 \in M$ ;
- 3) из  $n \in M$  следует, что  $n + 1 \in M$ , то

$$M = N \quad (1.4)$$

Действительно, согласно условию 2), имеем  $1 \in M$ , поэтому, согласно свойству 3), и  $2 \in M$ ; тогда, согласно тому же свойству 3), получаем  $3 \in M$ . Но любое натуральное число  $n \in N$  получается из 1 последовательным прибавлением к ней той