Согласно определению натуральных чисел, каждое натуральное число $n$ представимо в виде

$$n = (\ldots((1+1)+1\ldots+1)+1. \tag{1.4}$$

(Рассматривая множества, состоящие из «одинаковых» элементов, можно сказать, что в формуле в правой части стоит множество из $n$ единиц, соединенных последовательно знаком «$+$».)

Согласно конструкции, определяющей натуральные числа, число $n+1 \in N$ характеризуется тем свойством, что каждое множество, состоящее из $n+1$ элемента, после удаления любого из них превращается в множество, которое состоит из $n$ элементов.

Согласно той же конструкции, любые два множества, состоящие из $n \in N$ элементов, отображаются друг на друга взаимно однозначно.

Если из двух натуральных чисел $m$ и $n$ число $m$ встречается раньше, чем $n$ в ряде натуральных чисел (1.3), т. е. число $m$ стоит левее числа $n$, то число $m$ называют меньшим числа $n$ и пишут $m < n$ или, что то же, число $n$ называют большим числа $m$ и пишут $n > m$.

Например, $n-1 < n < n+1, n \neq 1$. Для любых двух различных натуральных чисел $m$ и $n$ имеет место точно одно из соотношений $m < n$ или $m > n$. При этом если $m < n$ и $n < p$, то $m < p, m, n, p \in N$.

Если число $m \in \boldsymbol{N}$ меньше числа $n \in \boldsymbol{N}$, то в каждом множестве, состоящем из $n$ элементов, имеются подмножества, состоящие из $m$ элементов. Это следует из самой конструкции последовательного определения натуральных чисел.

Множество натуральных чисел $\boldsymbol{N}$ обладает следующим замечательным свойством.

*Если множество М таково, что:*

1) $\boldsymbol{M} \subset \boldsymbol{N}$**;**

2) $1 \in \boldsymbol{M}$**;**

3) из $n \in \boldsymbol{M}$ следует, что $n+1 \in \boldsymbol{M}$, то

$$\boldsymbol{M} = \boldsymbol{N} \tag{1.4}$$

Действительно, согласно условию 2 ), имеем $1 \in \boldsymbol{M}$, поэтому, согласно свойству 3), и $2 \in \boldsymbol{M}$; тогда, согласно тому же свойству 3 ), получаем $3 \in \boldsymbol{M}$. Но любое натуральное число $n \in \boldsymbol{N}$ получается из 1 последовательным прибавлением к ней той