

بسمه تعالی

پروژه درس کنترل خطی

VTOL (Vertical Take-Off and Landing)

اعضای گروه : سجاد قدیری، محمد برآبادی، دانش عبداللهی، محمد مهدی مالوردی

• چکیده

در این پروژه دینامیک یک کوادروتور با استفاده از روش نیوتن استخراج می‌شود و طراحی یک کنترلر به منظور تغییر موقعیت آن به موقعیتی معلوم در فضا تشریح میشود. به منظور دستیابی به کنترل دقیق و موثر برای پهباد، از طراحی کنترلر PID (تناسبی-انتگرالی-مشتقی) بهره برده شده است. در سیستم‌های کنترلی حلقه بسته، همواره خروجی بسته به مقدار تنظیمی و جاری فرآیند تغییر میکند. به عبارت دیگر در چنین سیستمی در هر لحظه، از مقدار جاری کمیت‌های خروجی نمونه‌برداری شده و با مقدار تنظیمی مقایسه میشود و مقدار خطای موجود محاسبه و یک مقدار خروجی برای جبران خطای سیستم به کنترلر فرستاده میشود. پس از طراحی کنترلر، با استفاده از شبیه‌سازی‌های عددی، صحت رفتار کنترلر برای تغییر موقعیت کوادروتور مورد بررسی قرار گرفته و تایید شده است.

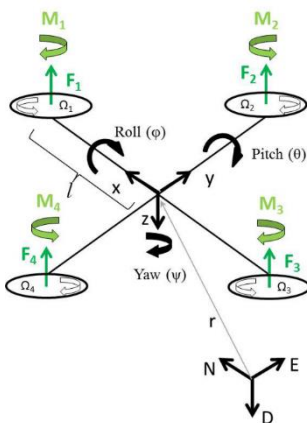
• مقدمه

در سال‌های اخیر گرایش به استفاده از پهبادهای شدیداً افزایش یافته است. حفظ جان خلبان، کم کردن وزن و هزینه‌ها، باعث افزایش جذابیت پهبادهای گشته است. اما پهبادهای می‌بایست در زمینه کارایی، قدرت مانور و انعطاف‌پذیری با هواپیماهای متداول دارای خلبان مقایسه شوند. در عملیات‌های کاربردی، پهبادهای بال ثابت سالهای زیادی جهت جستجو و نظارت مورد استفاده قرار گرفته‌اند اما نقصان قابلیت پرواز ایستگاهی، توجه را به سمت پهبادهای عمود پرواز معطوف گردانید. پهبادهای عمود پرواز، قابلیت پرواز از هر مکان و پرواز در یک ارتفاع ثابت را دارا می‌باشند. چندین طراحی برای ساخت پهبادهای عمود پرواز وجود دارد که یکی از بهترین طراحی‌های انجام شده طراحی کوادروتور است. کوادروتور دارای قابلیت حمل بار بیشتر، پایداری زیاد و قابلیت مانور بالا می‌باشد؛ اما مهمترین مزیت کوادروتور در مقایسه با بالگردهای متداول، نیازمند سیستم مکانیکی پیچیده شامل صدها قطعه متحرک جهت کنترل زاویه حمله ملخ‌ها می‌باشند. ملخ‌های با زاویه ثابت در کوادروتور، کاهش قابل ملاحظه‌ای در پیچیدگی مکانیکی وسیله ایجاد کرده است.

- اولین قدم ما قبل از طراحی کنترلر برای کوادروتور به دست آوردن مدل مناسب دینامیکی وسیله پرنده میباشد.

در مدل‌های قدیمی، دو موتور جهت حرکت‌های رول و پیچ مورد استفاده قرار می‌گرفتند. بنابراین حرکت چرخشی با حرکت جانبی آمیخته می‌شد. در مدل‌های جدید چهار موتور جهت حرکت چرخشی و فراز مورد استفاده قرار می‌گیرند. این روش باعث از بین رفتن اثر جابروسکوپیک گشته و هیچ تداخلی بین چرخش فراز و بوجود نخواهد آمد.

مدل دینامیکی با استفاده از فرمول نیوتن-اولر بدست خواهد آمد:



$$\vec{F} = \frac{d(m\vec{V})}{dt}, \quad \vec{M} = \frac{d(\vec{H})}{dt}$$

در این رابطه F نشان‌دهنده مجموع تمام نیروهای خارجی، M نشان‌دهنده مجموع تمام گشتاورهای وارد شده به پرنده و H نشان‌دهنده ممثوم زاویه‌ای می‌باشد.

- معادلات حرکت انتقالی

معادله اصلی حرکت انتقالی به صورت روبرو میباشد؛ که F_B و R را هم به صورت زیر تعریف میشوند. (R ماتریس انتقال مختصات است)

$$m\ddot{\vec{r}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix} + RF_B$$

$$F_B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -U_1 \end{bmatrix} \quad R = \begin{bmatrix} c\theta c\psi & s\phi s\theta c\psi & c\phi s\theta c\psi + s\phi s\psi \\ c\theta s\psi & s\phi s\theta s\psi + c\theta c\psi & c\phi s\theta s\psi - s\theta c\psi \\ -s\theta & s\phi c\theta & c\phi c\theta \end{bmatrix}$$

که در آخر هم به این نتایج میرسیم:

$$m \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c\psi c\theta & c\psi s\phi s\theta & s\phi s\psi + c\phi c\psi s\theta \\ c\theta s\psi & c\theta c\psi + s\phi s\psi s\theta & c\phi s\psi s\theta - c\psi s\theta \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\phi c\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -U_1 \end{bmatrix}$$

$$m \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (s\phi s\psi + c\phi c\psi s\theta)(-U_1) \\ (c\phi s\psi s\theta - c\psi s\theta)(-U_1) \\ (c\phi c\theta)(-U_1) \end{bmatrix}$$

$$\ddot{x} = \frac{-U_1}{m} (\sin \phi \sin \psi + \cos \phi \cos \psi \sin \theta)$$

$$\ddot{y} = \frac{-U_1}{m} (\cos \phi \sin \psi \sin \theta - \cos \psi \sin \phi)$$

$$\ddot{z} = g - \frac{U_1}{m} (\cos \phi \cos \theta)$$

Translational Equation of Motion

• معادلات حرکت چرخشی

$$J\dot{\omega} + \omega \times J\omega + \omega \times [0 \ 0 \ J_r\Omega_r]^T = M_B$$

$$M_B = \begin{bmatrix} l U_2 \\ l U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ J_r\Omega_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l U_2 \\ l U_3 \\ U_4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_{xx}\ddot{\phi} \\ I_{yy}\ddot{\theta} \\ I_{zz}\ddot{\psi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\theta}I_{zz}\dot{\psi} - \dot{\psi}I_{yy}\dot{\theta} \\ \dot{\psi}I_{xx}\dot{\phi} - \dot{\phi}I_{zz}\dot{\psi} \\ \dot{\phi}I_{yy}\dot{\theta} - \dot{\theta}I_{xx}\dot{\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\theta}J_r\Omega_r \\ -\dot{\phi}J_r\Omega_r \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l U_2 \\ l U_3 \\ U_4 \end{bmatrix}$$

$$U = \begin{bmatrix} U_1 & U_2 & U_3 & U_4 \end{bmatrix}$$

$$U_1 = K_f(\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2)$$

$$U_2 = K_f(-\Omega_2^2 + \Omega_4^2)$$

$$U_3 = K_f(\Omega_1^2 - \Omega_3^2)$$

$$U_4 = K_M(\Omega_1^2 - \Omega_2^2 + \Omega_3^2 - \Omega_4^2)$$

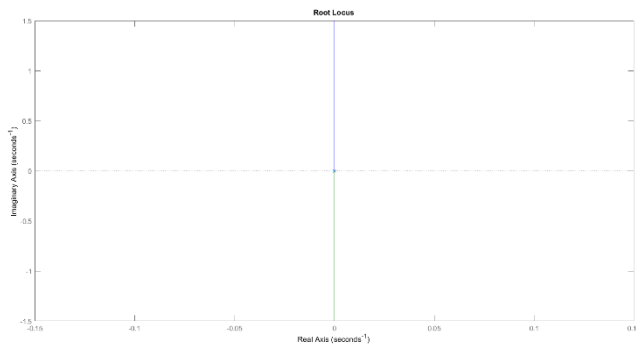
$$\begin{aligned} \ddot{\phi} &= \frac{l}{I_{xx}}U_2 - \frac{J_r}{I_{xx}}\dot{\theta}\Omega_r + \frac{I_{yy}}{I_{xx}}\dot{\psi}\dot{\theta} - \frac{I_{zz}}{I_{xx}}\dot{\theta}\dot{\psi} \\ \ddot{\theta} &= \frac{l}{I_{yy}}U_3 - \frac{J_r}{I_{yy}}\dot{\phi}\Omega_r + \frac{I_{zz}}{I_{yy}}\dot{\phi}\dot{\psi} - \frac{I_{xx}}{I_{yy}}\dot{\psi}\dot{\phi} \\ \ddot{\psi} &= \frac{1}{I_{zz}}U_4 + \frac{I_{xx}}{I_{zz}}\dot{\theta}\dot{\phi} - \frac{I_{yy}}{I_{zz}}\dot{\phi}\dot{\theta} \end{aligned}$$

Rotational Equation of Motion

- ما برای اینکه بتوانیم از معلومات خود از درس کنترل خطی استفاده کنیم؛ نیاز داریم که این معادلات MIMO را به معادلات SISO تبدیل کنیم و برای هر کدام به صورت جداگانه کنترل طراحی کنیم. (4 معادله SISO بدست میآوریم)
- برای این کار در نقطه تعادل (hovering) مشتق های زوایا رول و یا و پیچ را برابر صفر قرار داده و از اثر ژيروسکوپی و آیرودینامیکی صرف نظر کردیم .
- ما به صورت تئوری برای هر کدام از این معادلات تابع تبدیل بدست آوریم که به صورت یک گین بر روی دوتا انتگرالگیر شدند. (k/s²)
- از اینجا به بعد مرحله طراحی کنترلر شروع میشود به این صورت که در ابتدا مشخصات مطلوب (P.O کمتر از 15٪ و Settling time کمتر از 1 ثانیه) را به محل قطب های مطلوب تبدیل کردیم . سپس از ابزارهای نرم افزار متلب کمک گرفتیم تا کنترلی را که به صورت تئوری طراحی کرده بودیم بهبود ببخشیم . از مهمترین ابزار sisotool می باشد که step response و root locus تابع تبدیل را نشان میدهد که با اضافه کردن صقر و قطب مورد نظر هم پاسخ پله و

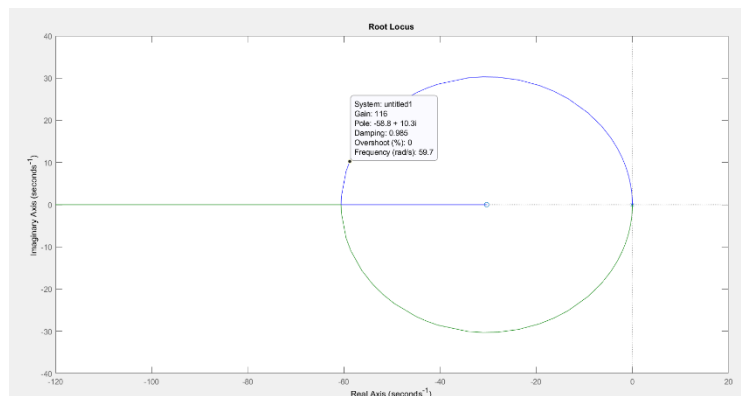
هم مکان هندسی ریشه‌ها دستخوش تغییر می شوند و به مشخصات مطلوب نزدیک می شویم که نیاز است مکان قطب‌های مطلوب را پیدا کنیم.

- PID Tuning for Phi & Theta

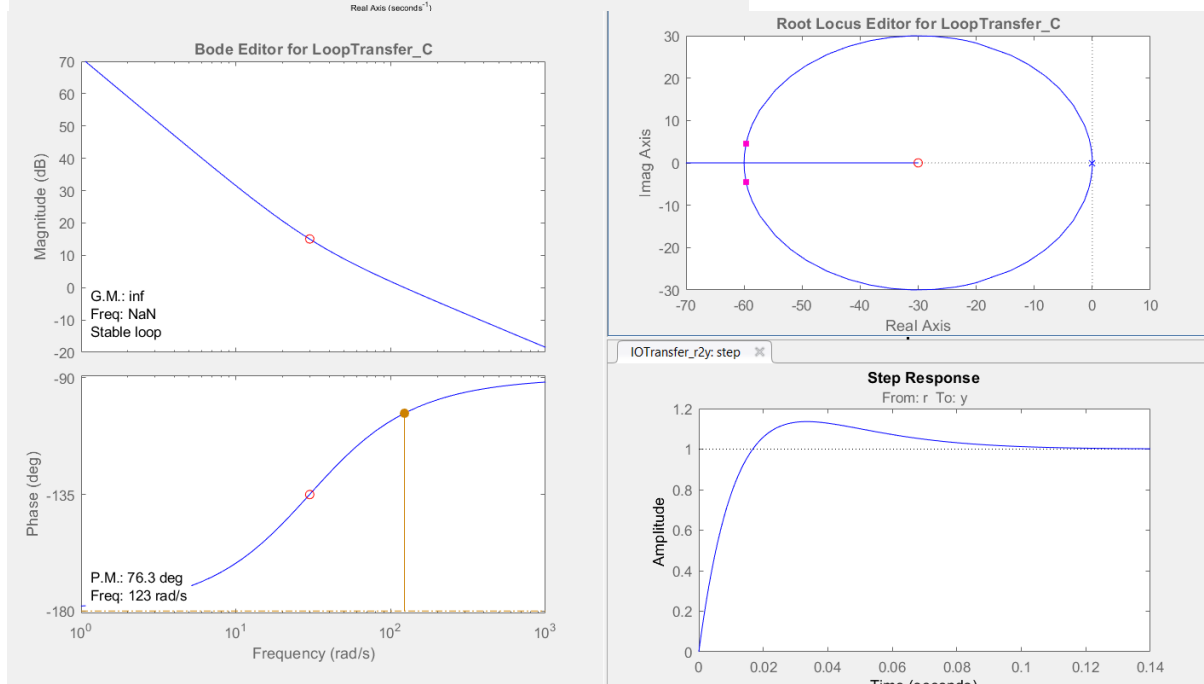


Root Lucas بدون کنترلر

به دلیل وجود دوتا انتگرالگیر در تابع تبدیل دیگر در کنترلر به انتگرال گیر نیاز نیست پس به جای PID از PD استفاده می کنیم و فقط صفر در LHP اضافه می کنیم تا مکان هندسی ریشه‌ها به سمت چپ کشیده شود (خم شود) و مکان صفر را طوری انتخاب می کنیم تا گین معقولی مانند 100 بگیریم.



مشخصات مطلوبی که در بالا ذکر شد که با آن توانستیم کنترلر مورد نیاز را طراحی کنیم؛ P.O را کمتر از 15 درصد در نظر می گیریم که ξ هم بزرگتر از 0.516 بدست میاید و $\cos(\theta) = \xi$ که $\theta = 58.93$ و در اخر



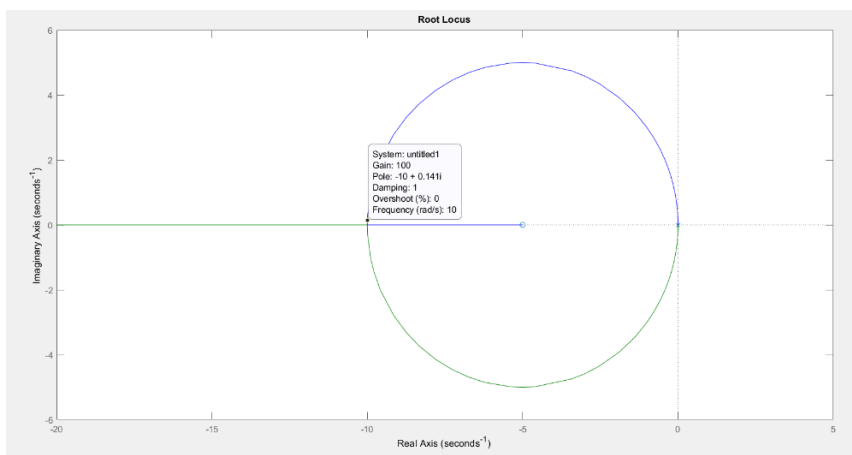
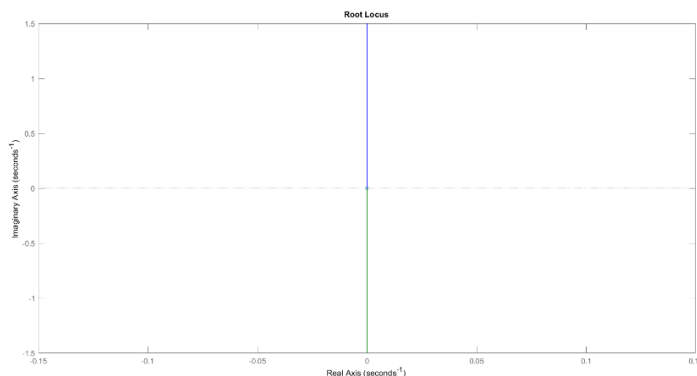
Root Lucas

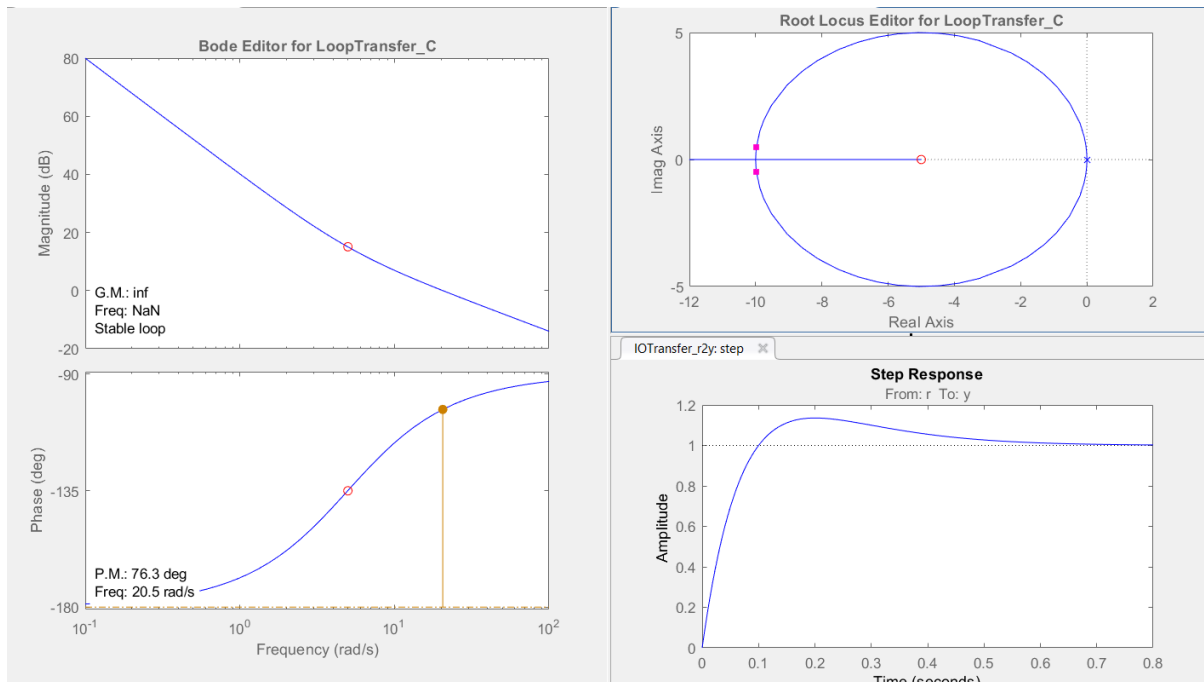
هم settling time را 1 ثانیه فرض می کنیم و $\zeta\omega_n$ هم بدست میاید.
با کنترلر

ما برای طراحی هر کنترلر باید تمام پارامترها را بررسی می کردیم تا همدیگر را نقض نکنند و بلکه تایید کنند مانند دیاگرام بودی ، پاسخ پله ، P.M ، G.M و root locus

- PID Tuning For Z

فرق اصلی این قسمت با قسمت قبل، مکان صفر انتخابی برای کنترلر می باشد که به دلیل متفاوت بودن تابع تبدیل های این دو می باشد.

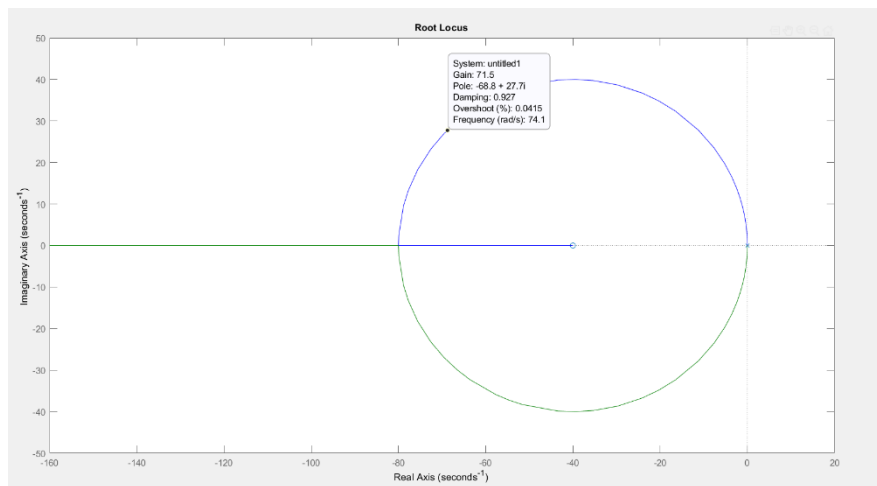


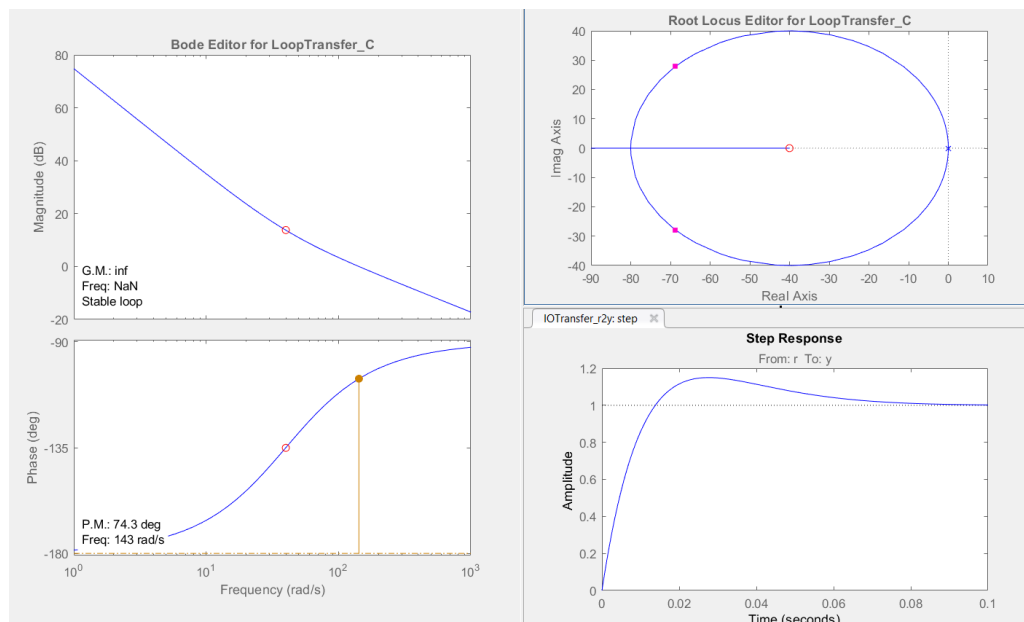


- PID Tuning For Psi

باز هم مثل قسمت قبل محل صفر متفاوت میباشد که در نتیجه ضرایب PD و گین کنترلر هم متفاوت

میشود.

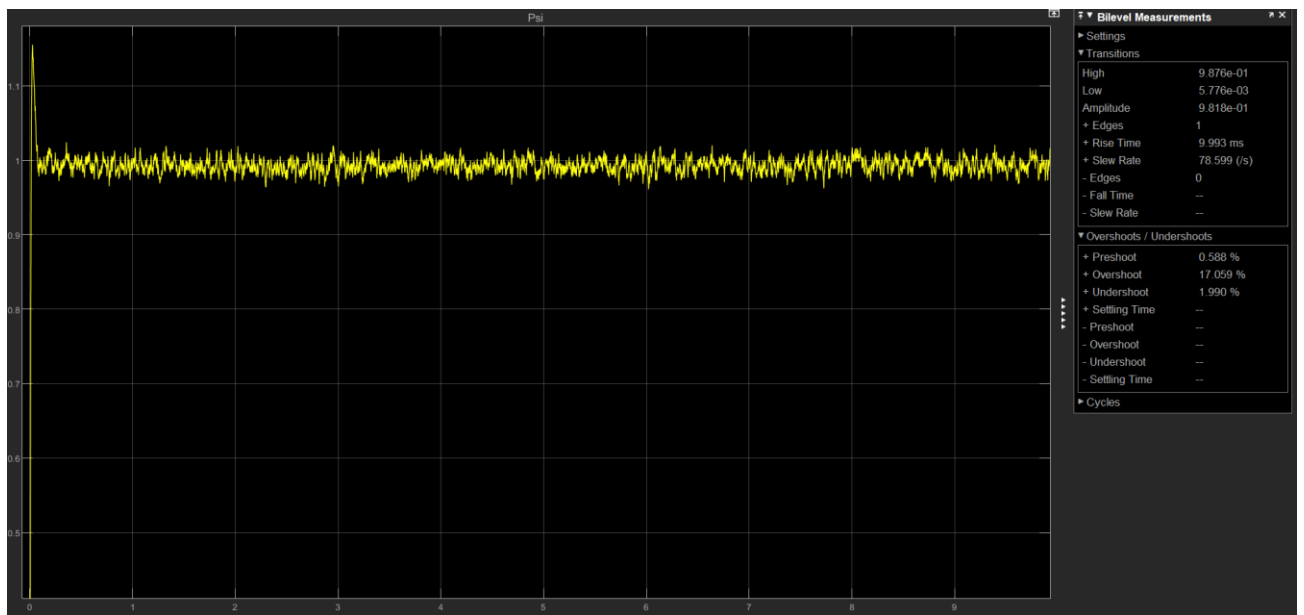




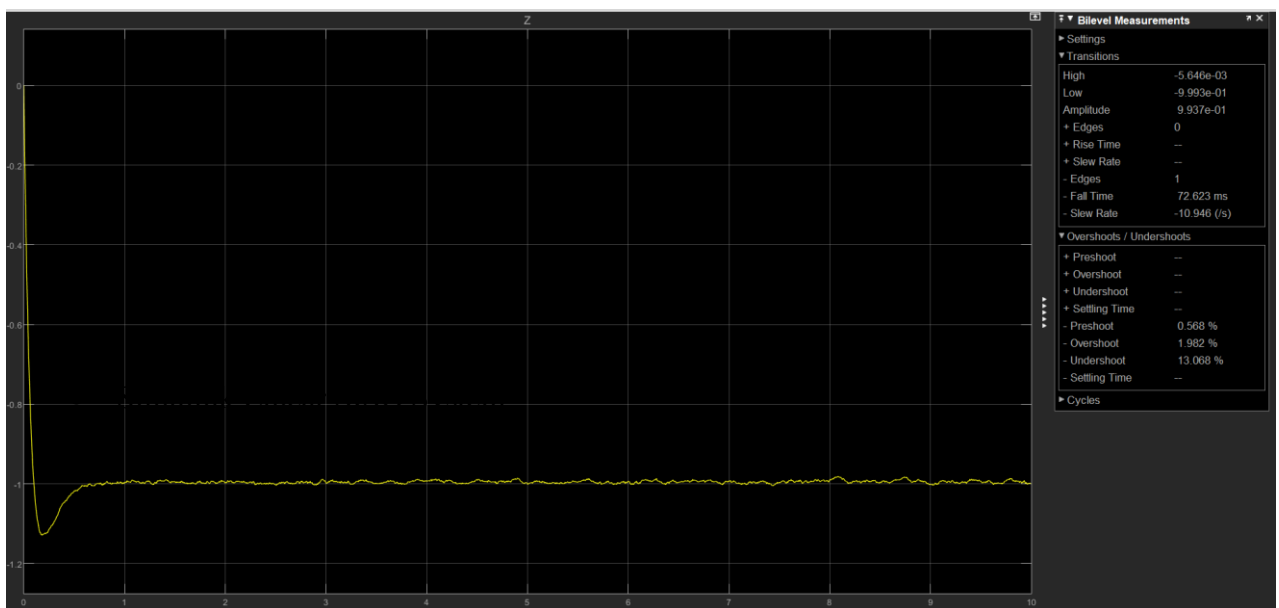
- در انتها هم اغتشاش و نویز به سیستم اضافه میکنیم که سیستم از ایده آل بودن خارج شده به واقعیت نزدیک شود.



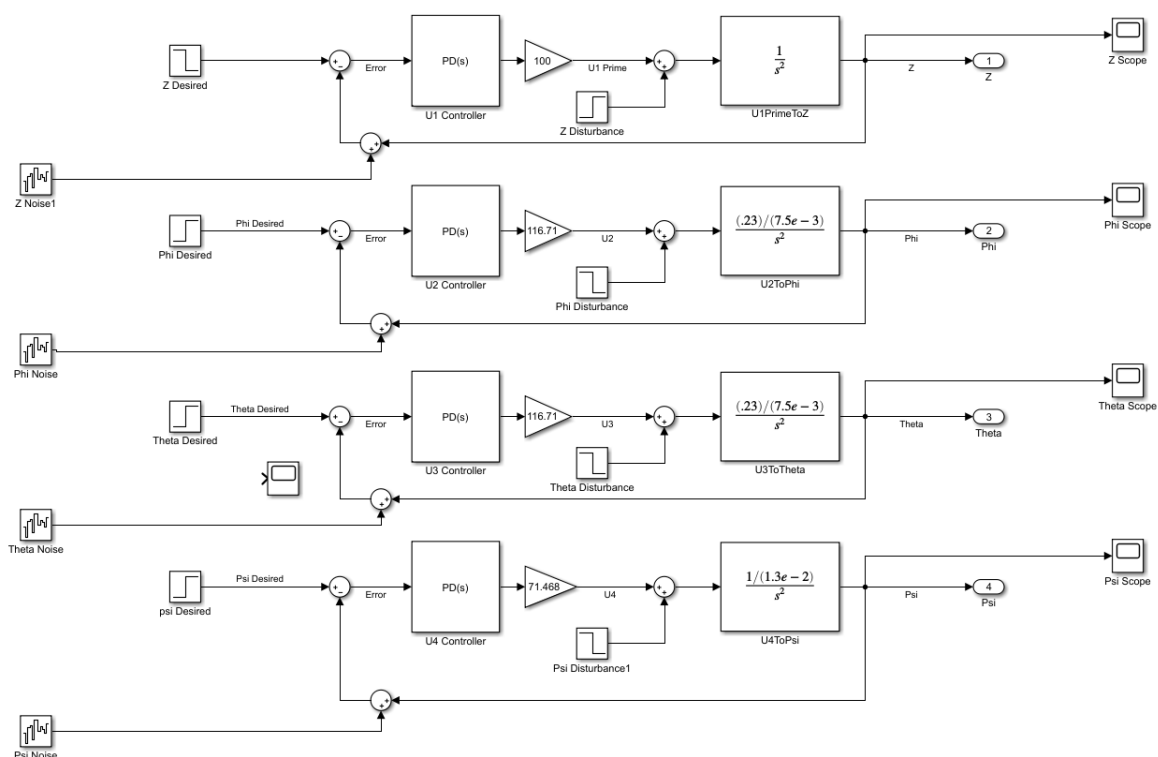
Noise & Disturbance Effect On Phi & Theta



Noise & Disturbance Effect On Psi



Noise & Disturbance Effect On Z

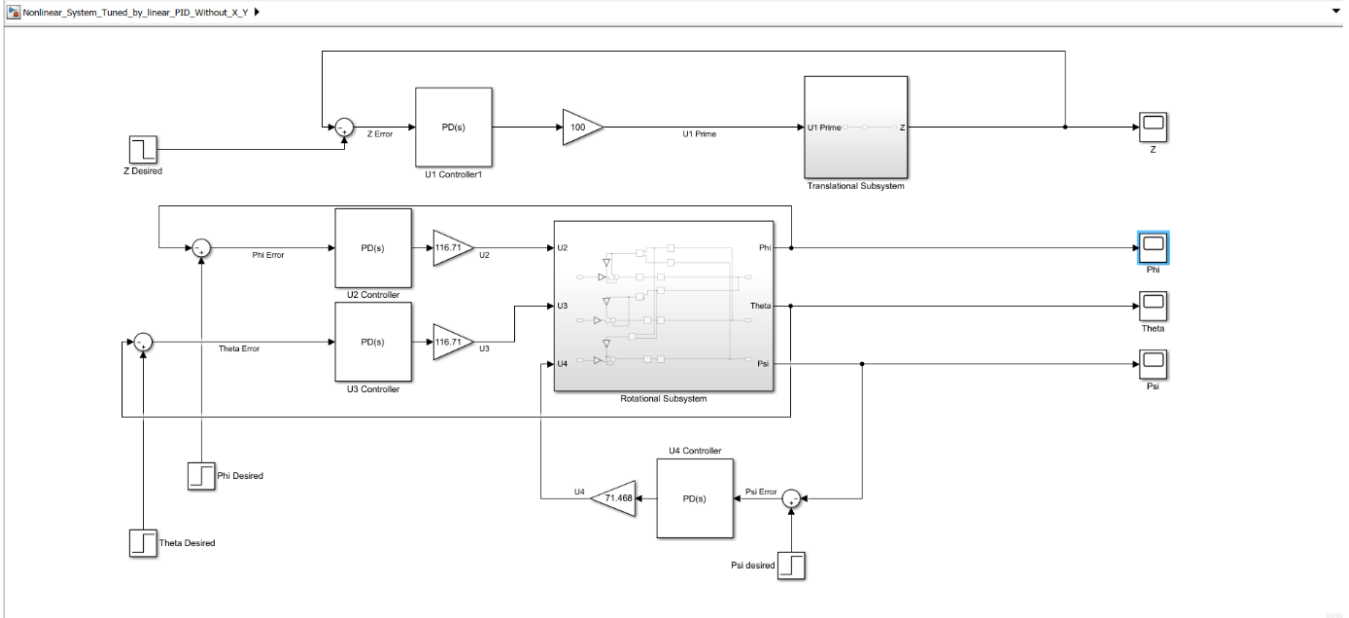


دقت : برای مشاهده دقیق تر عکس ها و نتایج بدست آمده می توانید از پوشه های

ضمیمه شده هر بخش در فایل کلی استفاده کنید .

همچنین از آوردن برخی عکس ها و نتایج در گزارش کار برای جلوگیری از شلوغ و طولی شدن خودداری شده است که می توانید برای مشاهده به فایل پاورپوینت ارائه و پوشه های هر قسمت در فایل کلی مراجعه کنید .

در آخر هم کنترل‌رهایی که بدست آوردیم را در معادلات کلی که MIMO و غیرخطی هستند قرار می‌دهیم تا صحت و دقت طراحی خود را بسنجیم.



Phi



Psi



Theta


$$\mathbf{Z}$$

Nonlinear System With X & Y •



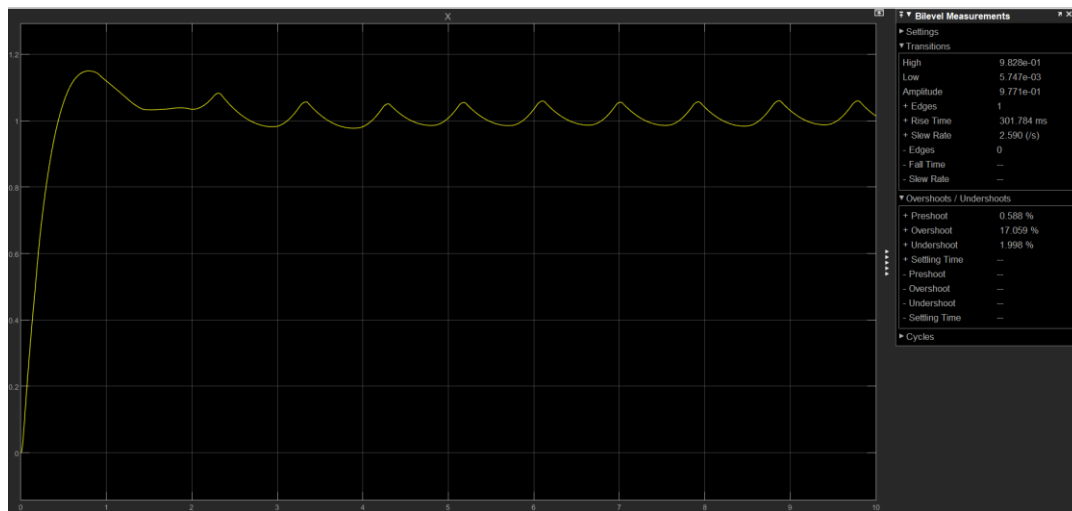
Phi Scope



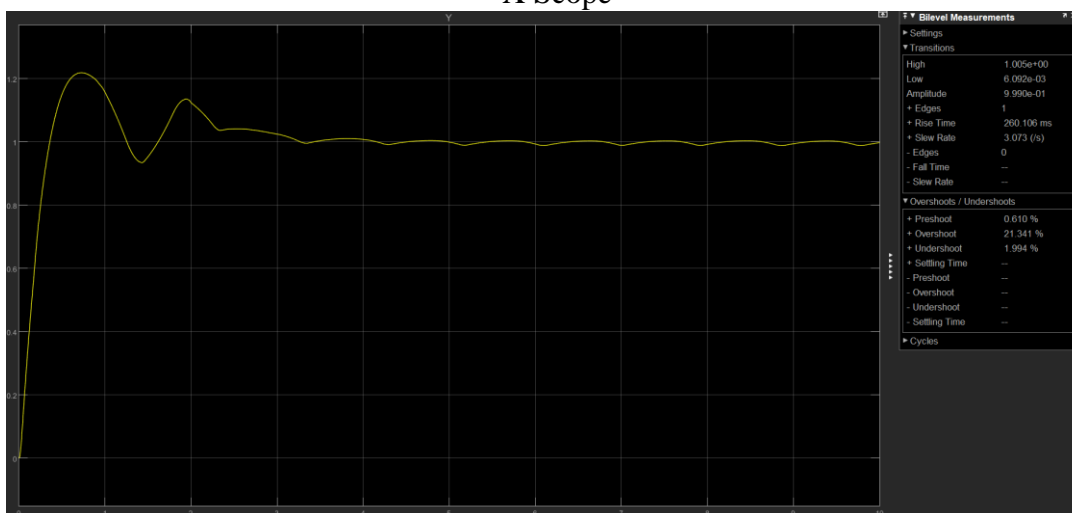
Psi Scope



Theta Scope



X Scope



Y Scope



Z Scope

- **References:**

- **Dynamic Modeling and Control of a Quadrotor Using Linear and Nonlinear Approaches submitted by Heba talla Mohamed Nabil ElKholy 2014**
http://dar.aucegypt.edu/bitstream/handle/10526/3965/Heba_ElKholy_The_sis_S2014.pdf?sequence=1
- **Dynamic modeling, simulation and control of a quadrotor using feedback linearization and PID controller based on MEMS sensors' experimental data 2017**
- **Dynamic analysis and PID control for a quadrotor**
<https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/5985724>