NGUYEN Thi Minh Tuyen

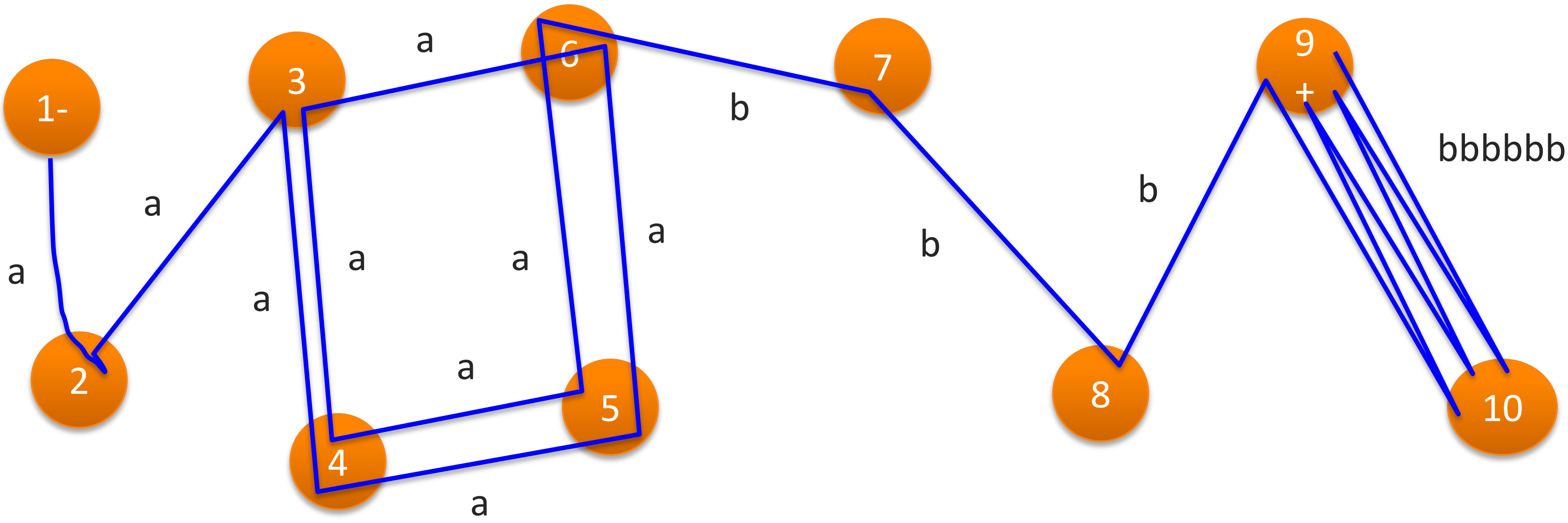
Théorie des automates et langages formels

Langages non réguliers

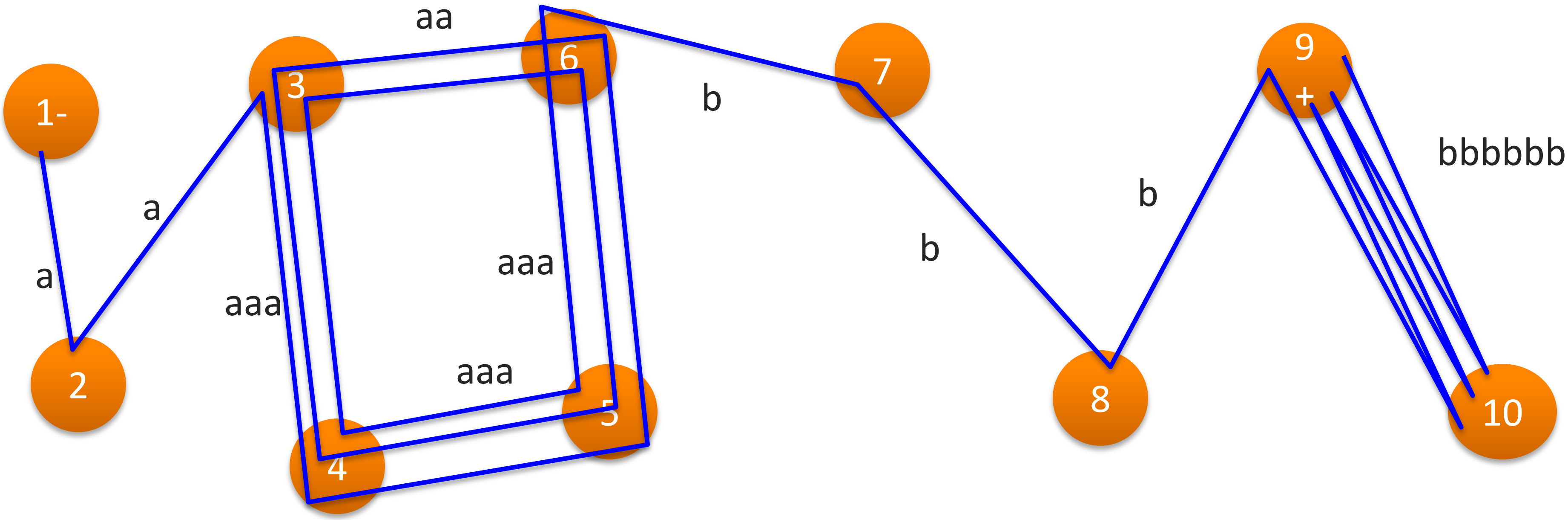
Exemple

- $L = \{\Lambda, ab, aabb, aaabbb, aaaabbbb, \ldots\}$
- $L = \{a^n b^n \mid n=0,1,2,3,4,\ldots\}$
- $L = \{a^n b^n\}$
- $L \subset$ langage(a^*b^*)

a^9b^9



$a^{13}b^{9}$



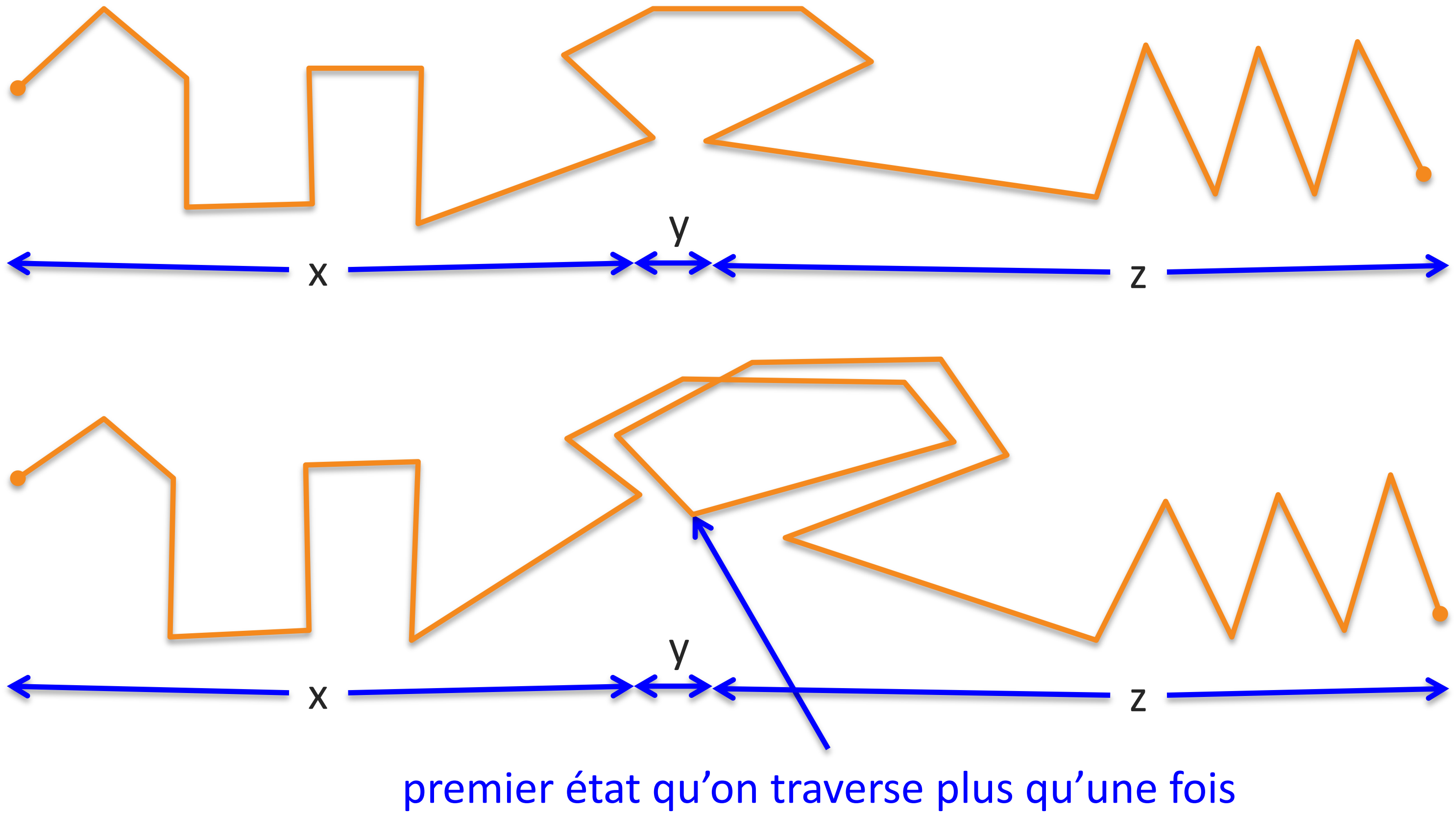
$a^{5}(a^{4})^{*}b^{9}$

Le lemme de l'étoile: (pumping lemma)

Soit L un langage régulier qui contient un nombre infini de mots, alors ils existent 3 mots x, y, z (y n'est pas le mot vide) tels que tout mot sous la forme:

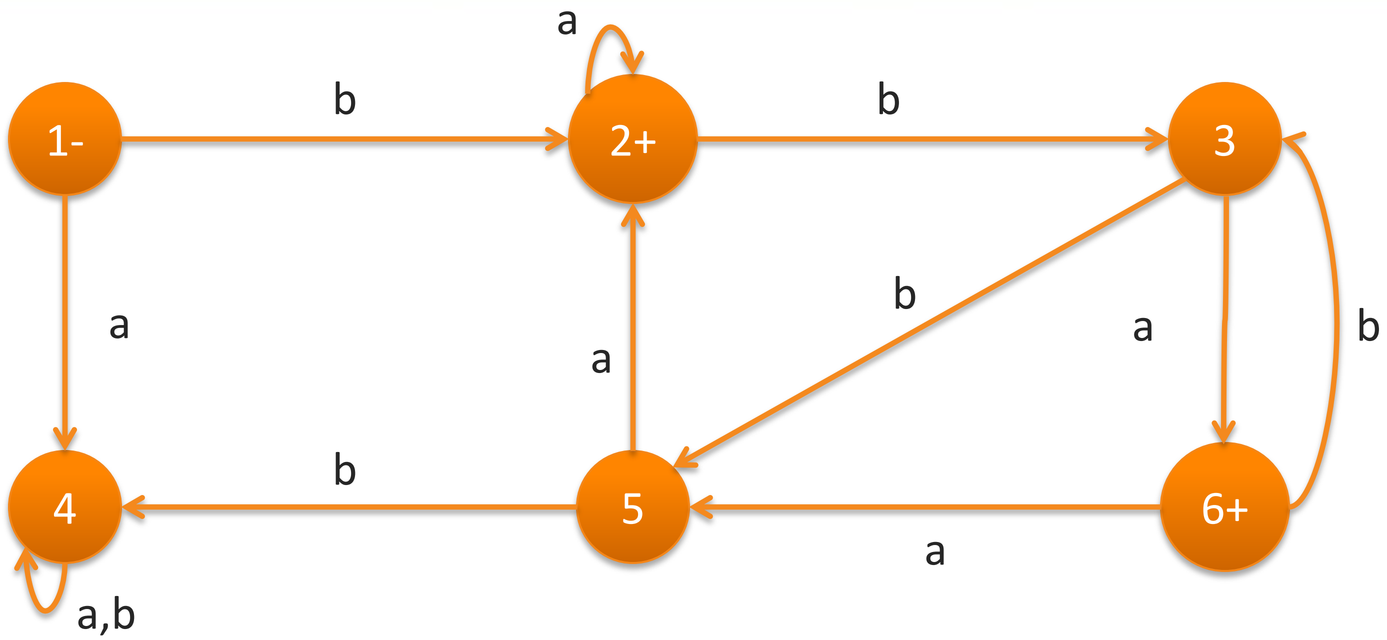
$$xy^nz \text{ pour } n=1, 2, 3, 4,\ldots$$

est dans le langage L.



$xz \in L$, $xyz \in L$, $xyyz \in L$, $xyyyz \in L$, …, $xy^nz \in L$.

Exemple



w = bbbababa

$$\underbrace{1 \longrightarrow 2}_{x}\ \underbrace{\longrightarrow 3 \longrightarrow 5 \longrightarrow}_{y}\ \underbrace{2 \longrightarrow 3 \longrightarrow 6 \longrightarrow 3 \longrightarrow 6}_{z}$$

Exemple

- $L = \{a^n b^n \mid n=0,1,2,3,4,\ldots\}$ n'est pas un langage régulier.
- EGALE = le langage de tous les mots qui contiennent le même nombre des a et des b.

EGALE = {Λ, ab, ba, aabb, abab, abba, baab, baba, bbaa, …}.

Théorème : EGALE n'est pas un langage régulier.

Le lemme de l'étoile: (pumping lemma) (version 2)

Soit L un langage régulier qui contient un nombre infini de mots, et qui est reconnu par un automate fini AF avec N états. Alors tout mot w dans L et qui contient plus de N lettres peut être décomposé sous la forme w= xyz tel que:

1. y n'est pas le mot vide
2. longueur(x) + longueur(y) ≤ N
3. pour tout $n \geq 1$, xy^nz est dans le langage L.

Exemple

Exemple 1 :

PALINDROME n'est pas un langage régulier.

Exemple 2 :

PREMIERS $= \{a^p \mid p \text{ est un nombre premier}\}$

$= \{aa, aaa, aaaaa, aaaaaaa, \ldots\}$

n'est pas un langage régulier.

Question?