NGUYEN Thi Minh Tuyen

Théorie des automates et langages formels

Automates à Pile

Automates à Pile

- un autre modèle de machines théoriques

Un ruban d'entrée

							. . .

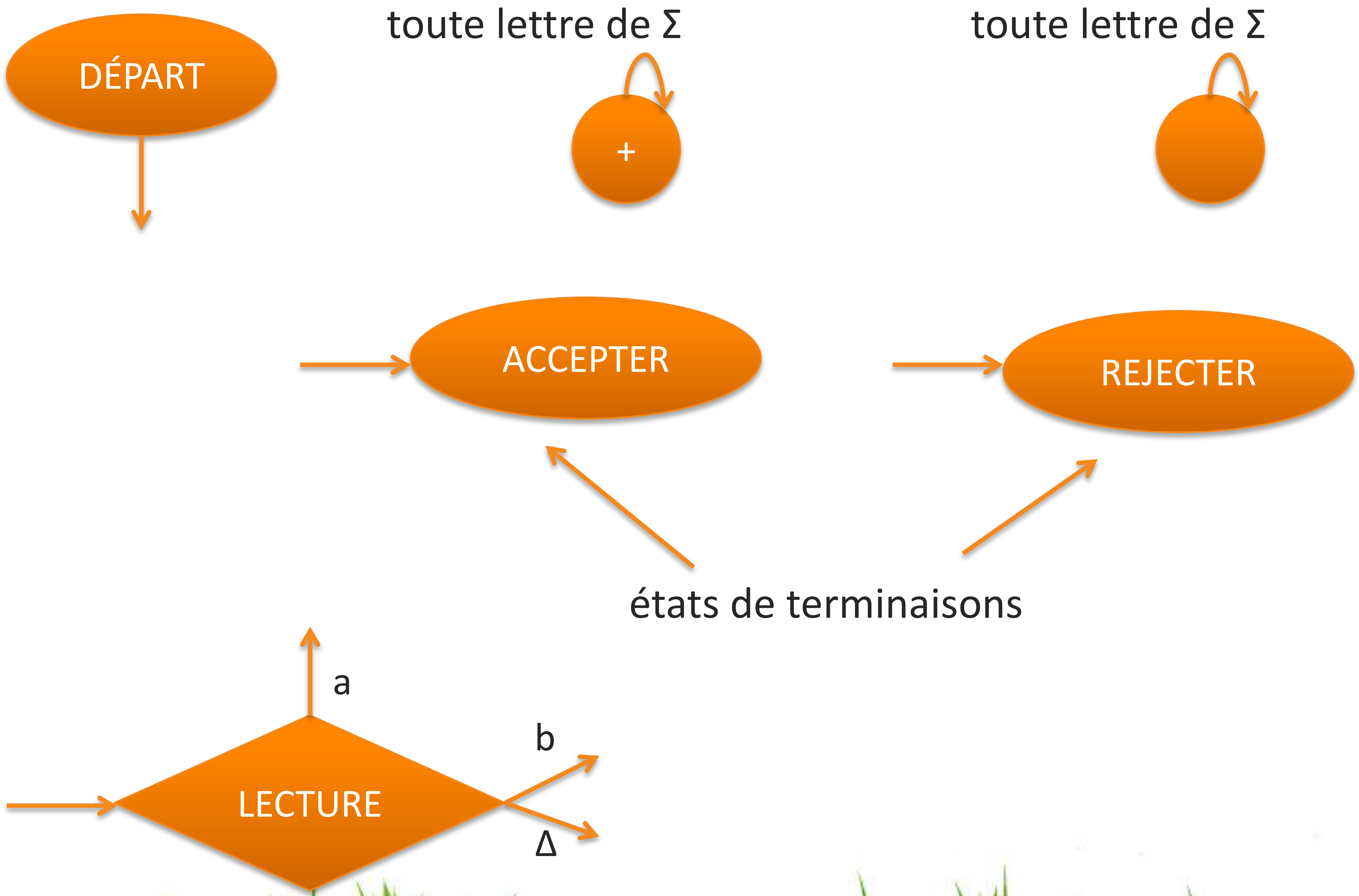
Les cases

Le mot d'entrée

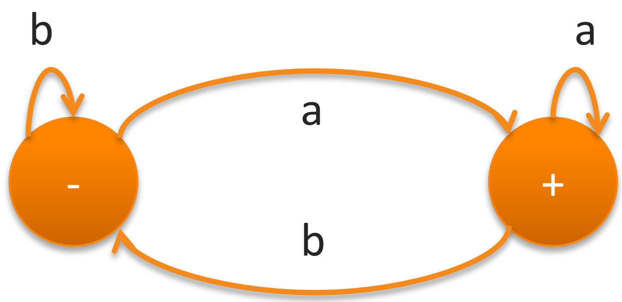
a	a	b	a	Δ	Δ	Δ	. . .

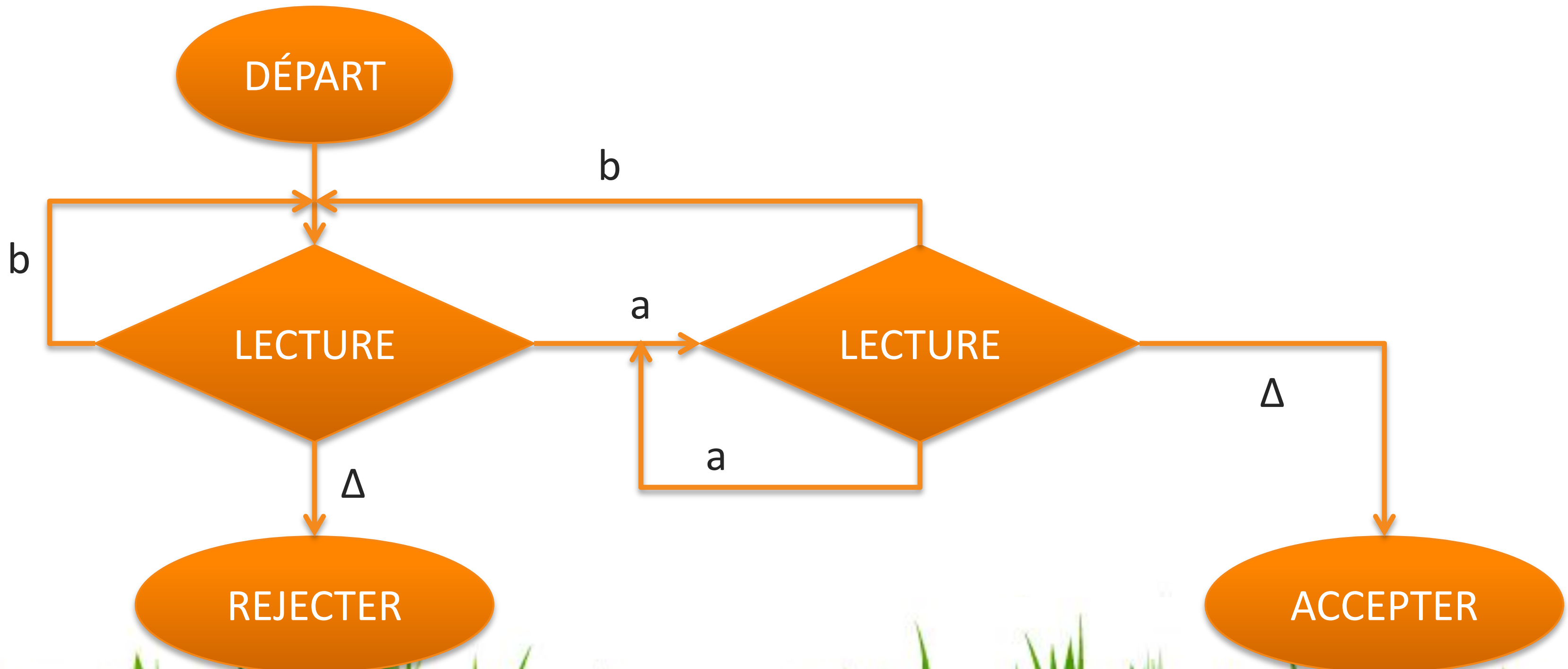
symbole blanc

Symboles

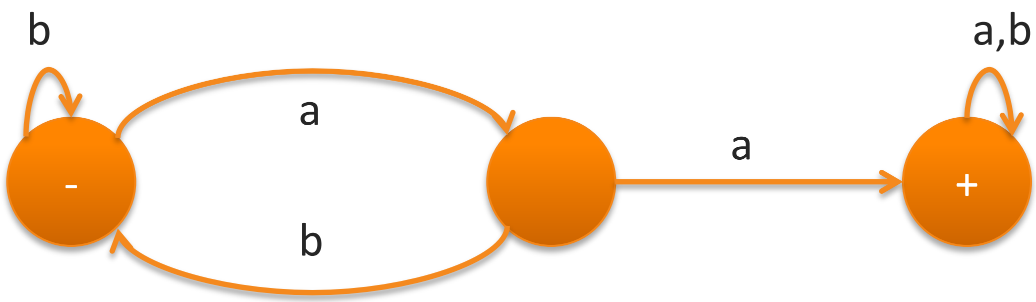

DÉPART
toute lettre de Σ
+
toute lettre de Σ
ACCEPTER
REJECTER
états de terminaisons
a
LECTURE
b
Δ

Exemple

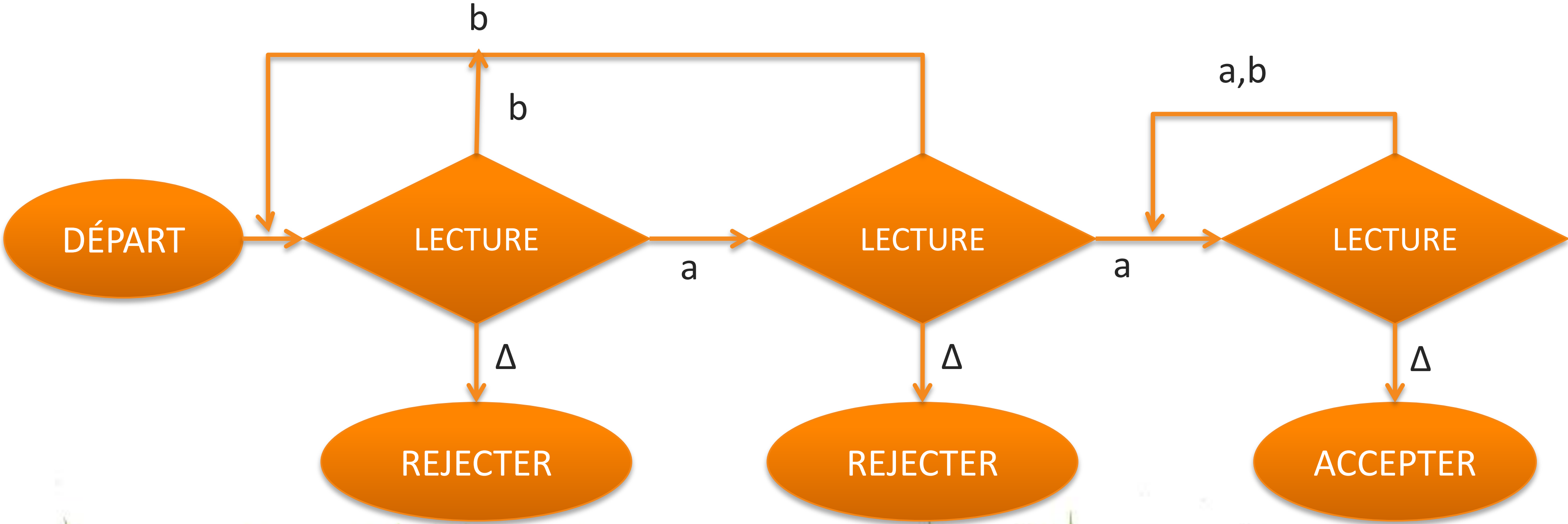




Exemple



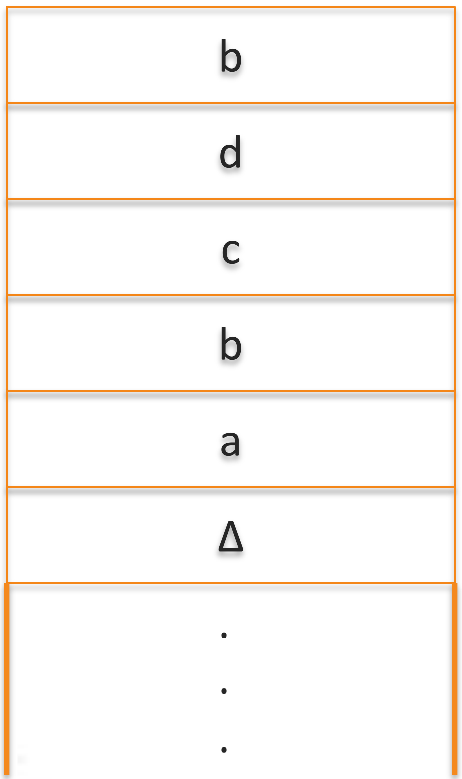
b
a
-
b
a
+
a,b



b
b
a,b
DÉPART
LECTURE
a
LECTURE
a
LECTURE
Δ
Δ
Δ
REJECTER
REJECTER
ACCEPTER

Opérations

Ajout d’une pile



Empiler a

Empiler b

Empiler c

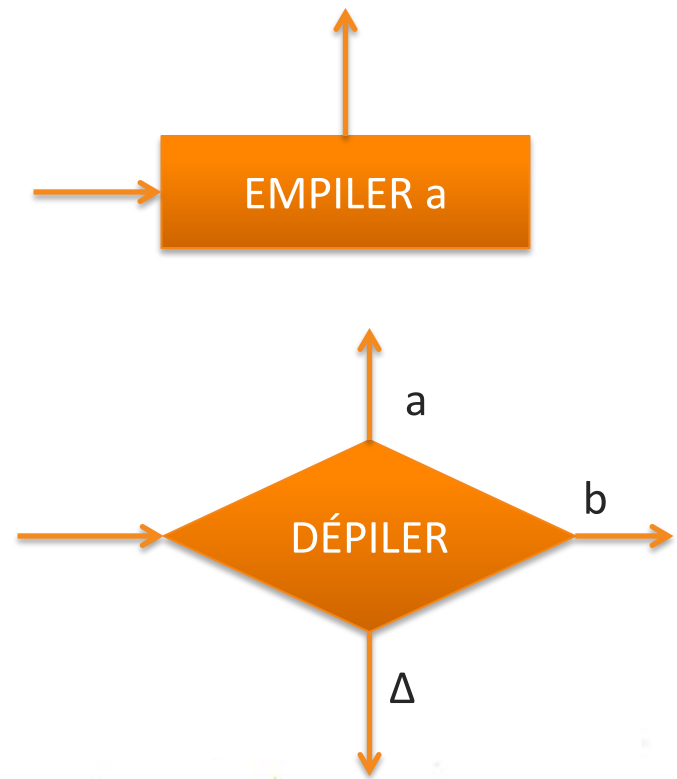
Empiler d

Empiler b

Empiler a

Déplier

Opérations: Empiler et Dépiler



Définition [1]

Un automate à pile est défini par:

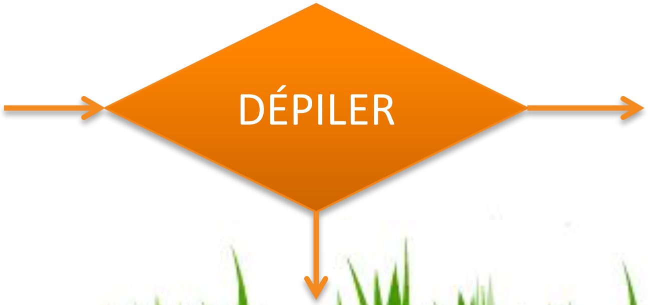
1. Un alphabet Σ de lettres d'entrées
2. Un ruban d'entrée, séparé en cases, fini à gauche mais infini à droite. Au départ, le ruban contient le mot d'entrée à partir de la première case. Toutes les cases après ce mot contiennent le symbole blanc Δ.
3. Un état de départ avec au moins une arête issue de cet état
4. Un ensemble d'états de terminaison avec les arêtes qui y aboutissent
5. Un ensemble d'états de lecture. Les arêtes sont étiquetées d'une lettre ou de symbole blanc

Définition [2]

Un automate à pile …:

6. Un alphabet Γ de caractères pour la pile
7. Une pile infini dans une direction. La pile est vide dans la configuration initiale.
8. Un ensemble fini d'états “EMPILER” qui permet de mettre des lettres dans la pile. Une arête est issue de chaque état.
9. Un ensemble fini d'états “DÉPILER”. Les arêtes issues de chaque état sont étiquetées d'une lettre ou du symbole blanc

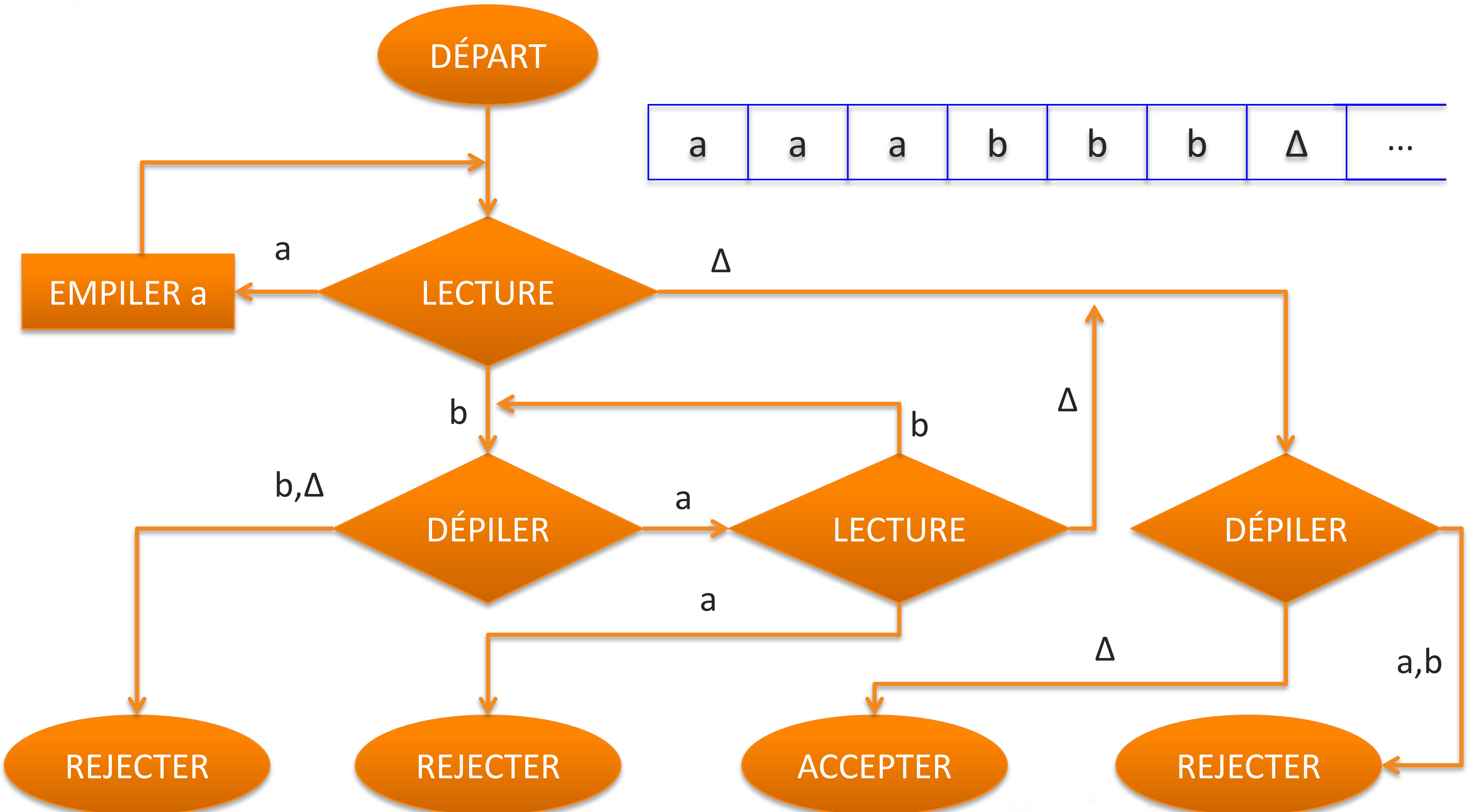
(On peut avoir la même lettre sur une ou plusieurs arêtes: non déterministe)



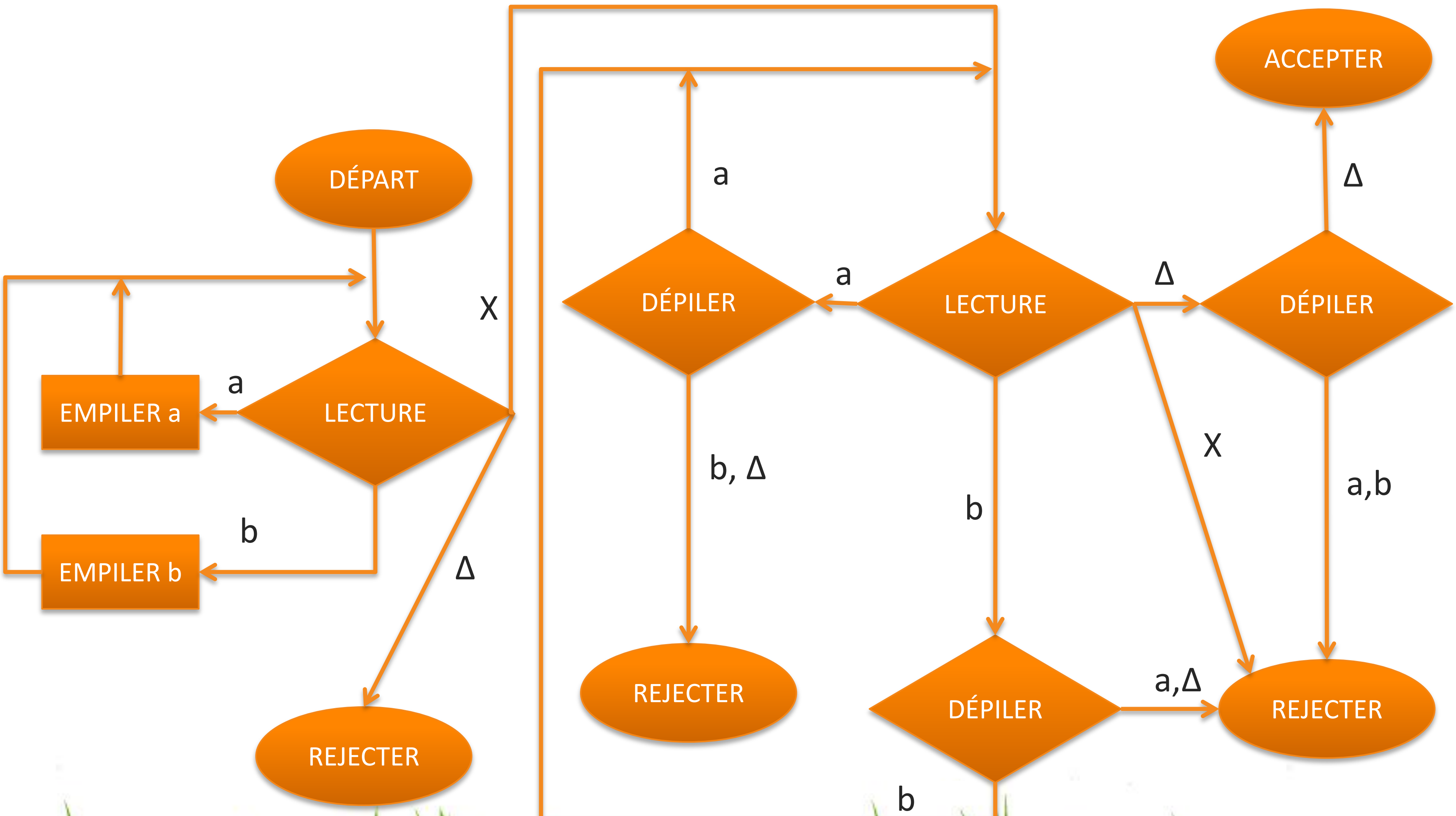
- Le langage reconnu par un automate à pile est l'ensemble de tous les mots qui se terminent dans un état ACCEPTER.
- **Théorème**. Pour tout langage régulier L, il existe un automate à pile (sans l'utilisation de pile) qui le reconnaît.

Démonstration: Il existe un automate fini qui reconnaît L. On peut le transformer en un automate à pile qui lui est équivalent.

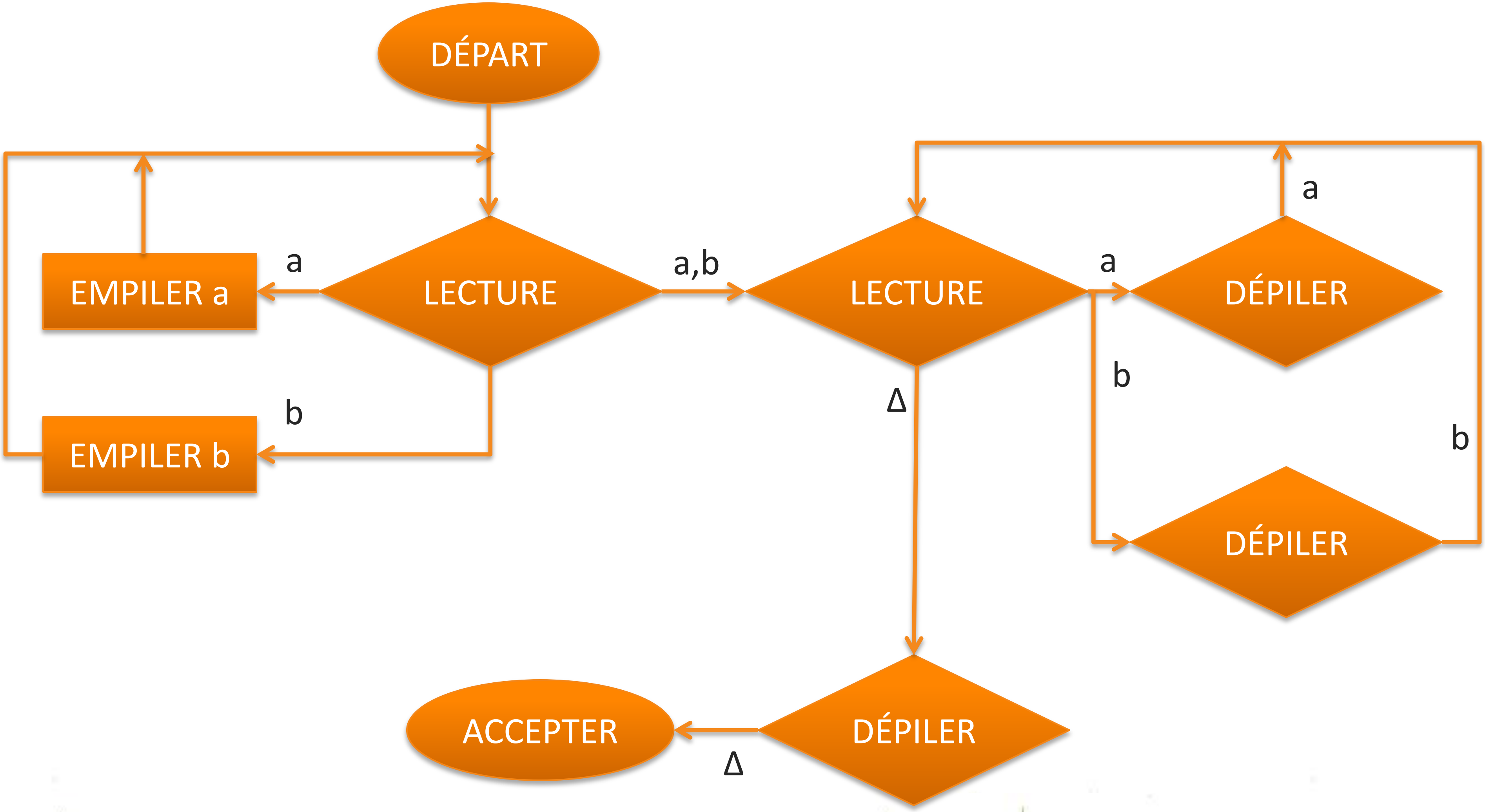
$a^n b^n$


DÉPART
a
a
a
b
b
b
Δ
...
EMPILER a
a
LECTURE
Δ
b
b
Δ
b,Δ
DÉPILER
a
LECTURE
DÉPILER
a
Δ
a,b
REJECTER
REJECTER
ACCEPTER
REJECTER

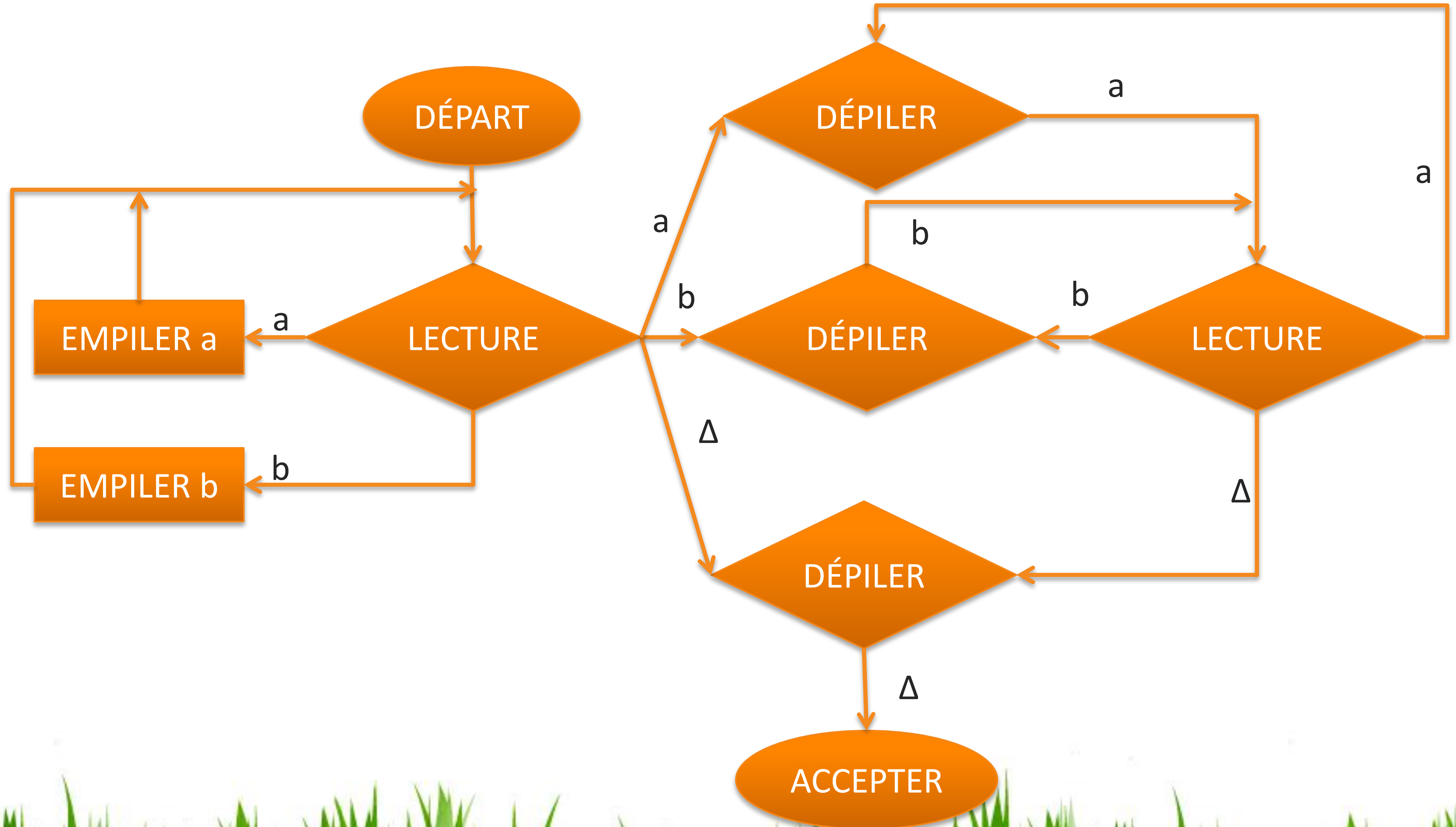
PALINDROMEX = {X,aXa,bXb,aaXaa,abXba,baXab,…}

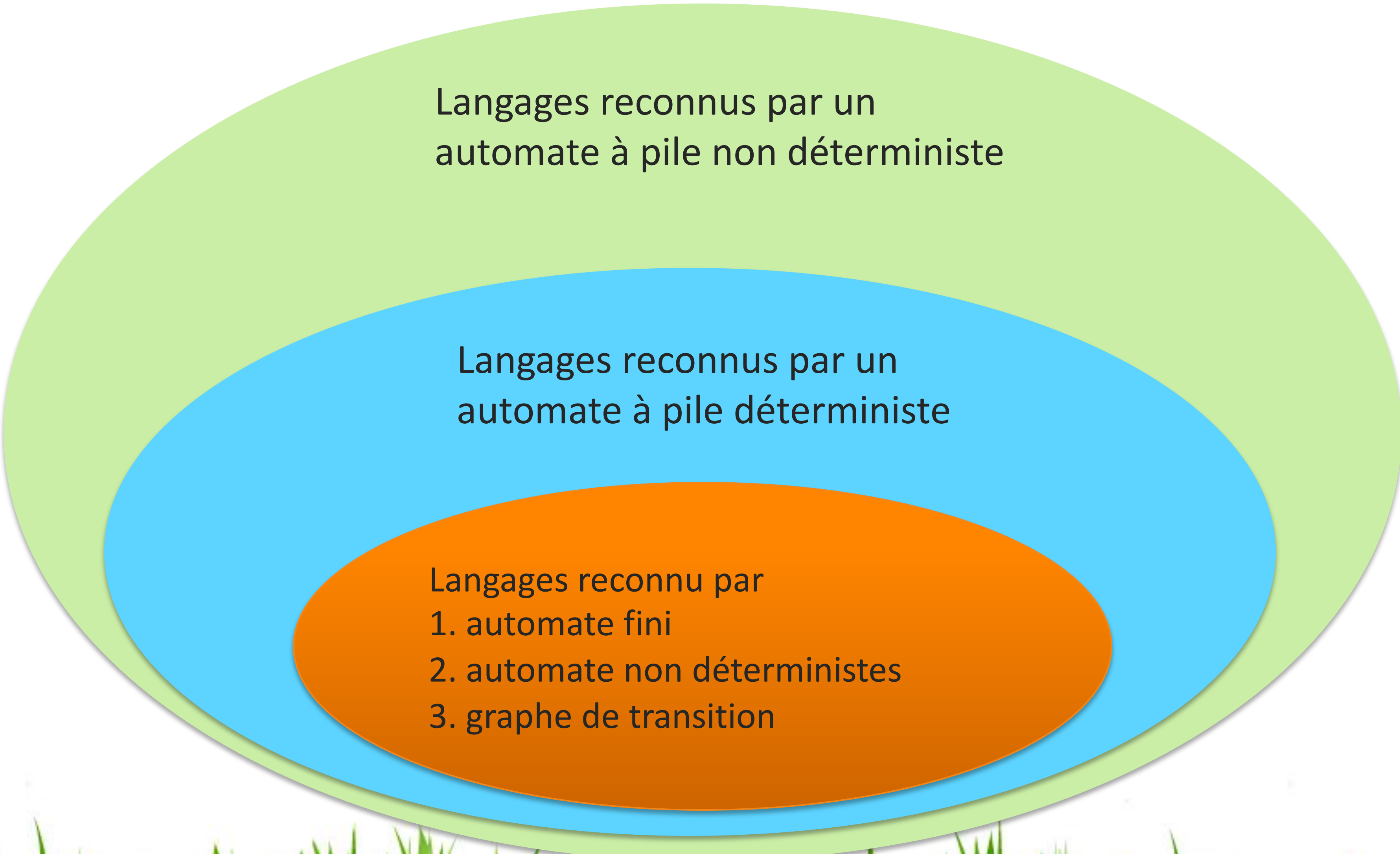


Exemple: PALINDROME-IMPAIR={a,b,aaa,aba,bab,...}

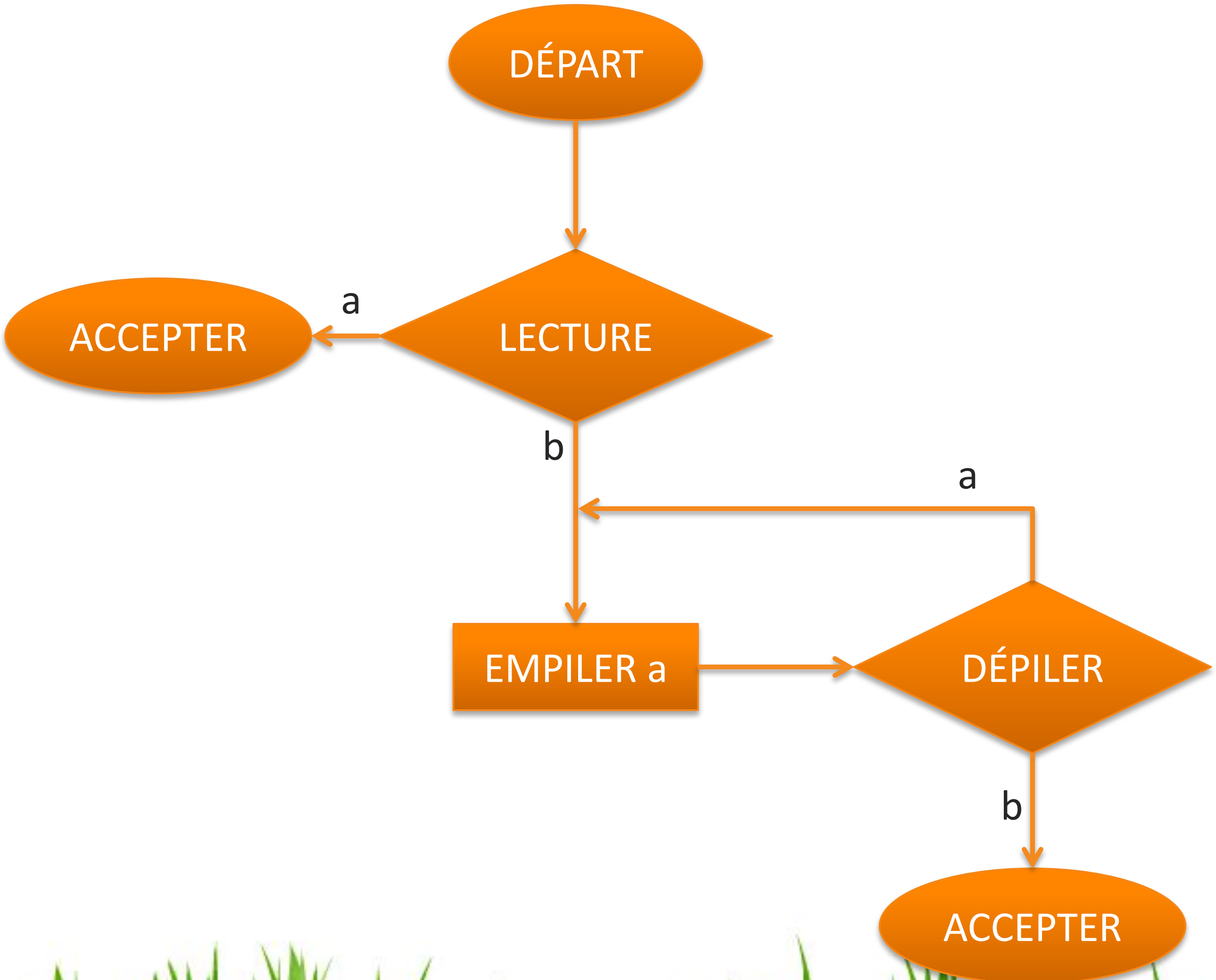


Exemple: PALINDROME-PAIR = {Λ, aa, bb, abba,...}

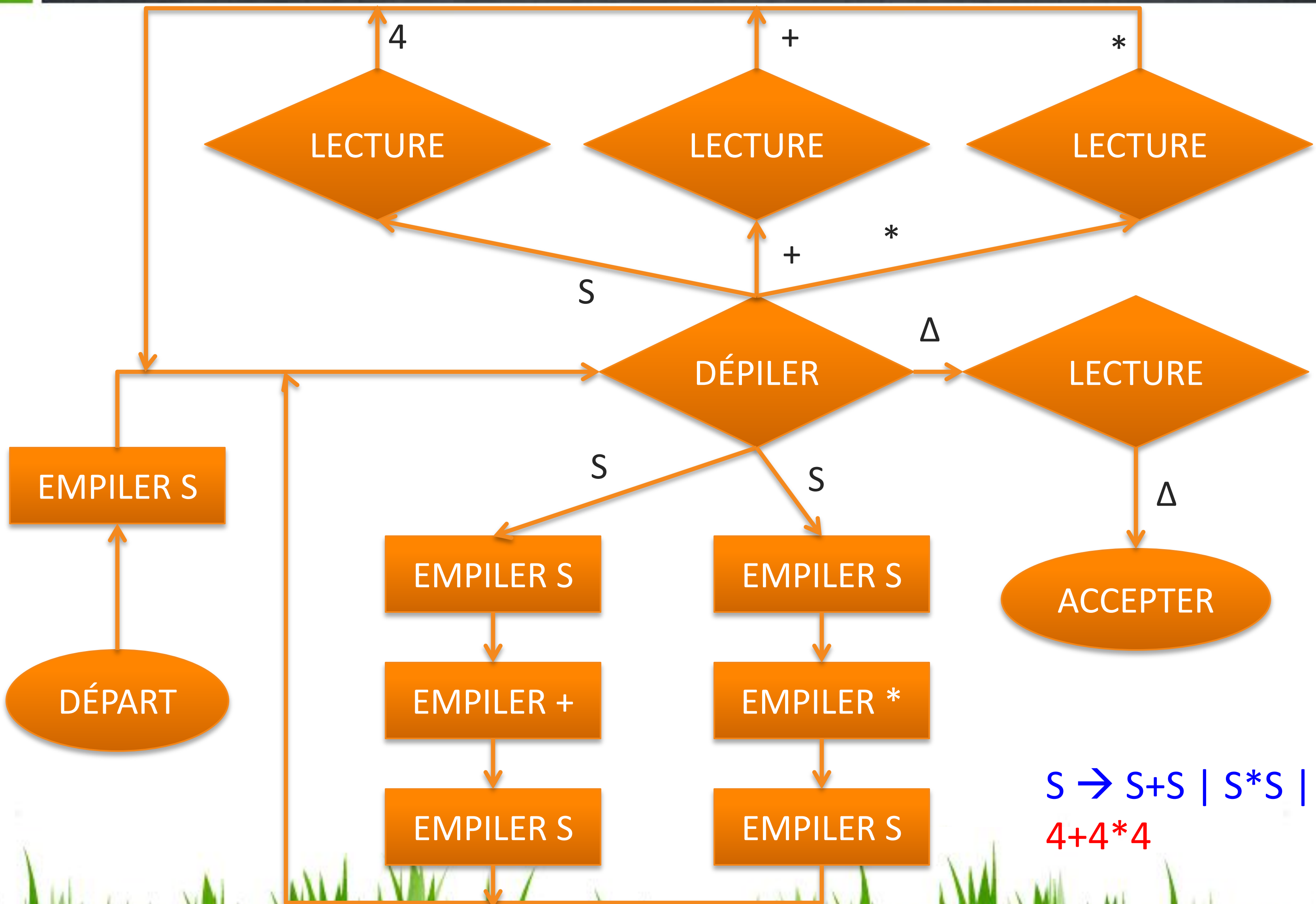



Langages reconnus par un
automate à pile non déterministe
Langages reconnus par un
automate à pile déterministe
Langages reconnu par
1. automate fini
2. automate non déterministes
3. graphe de transition

Un chemin infini



Exemple: GNC →Automate à pile



S → S+S | S*S | 4

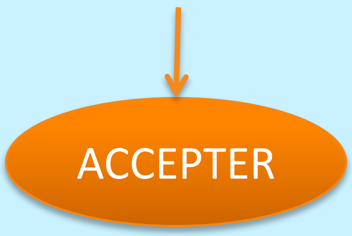
4+4*4

Théorème

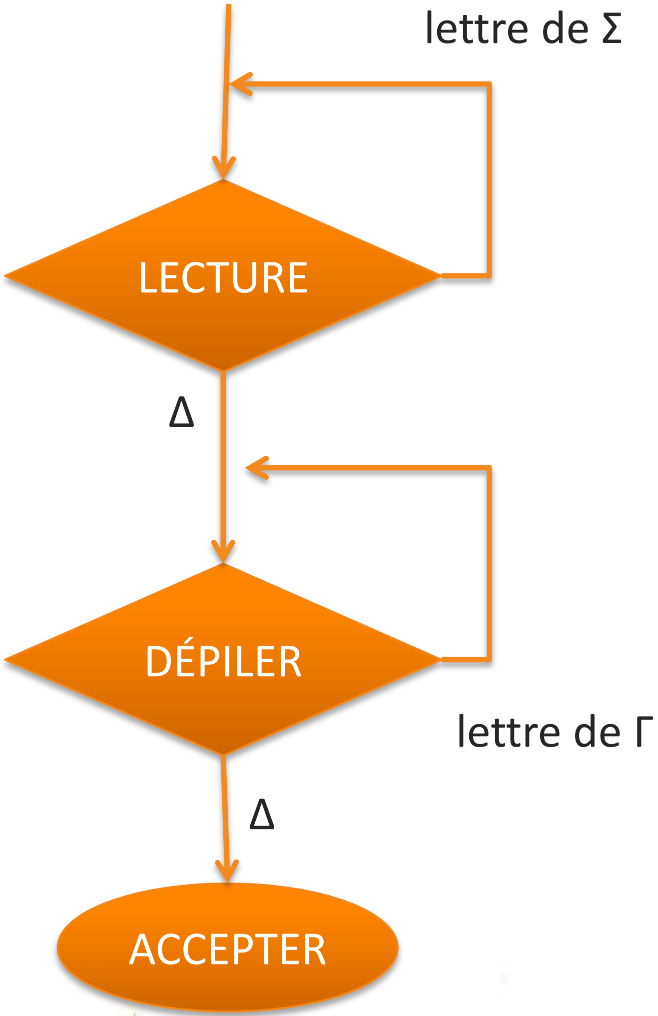
Soit L un langage qui est reconnu par un automate à pile. Alors, il existe un automate à pile qui reconnaît L et tel que chaque fois qu'un chemin aboutit à un état ACCEPTER, le ruban d'entrée et la pile ne contiennent plus que des symboles blancs.

Démonstration

Il suffit de remplacer chaque



PAR



Question?