

NGUYEN Thi Minh Tuyen 

Théorie des automates et langages formels

# Langages non-contextuels



# Théorème 1

La classe des langages non contextuels est fermée pour les opérations:

**réunion, concaténation, et opération étoile.**

Réunion.  $L_1 + L_2$

$L_1$  et  $L_2$  sont engendrés par deux grammaires non contextuelles  $G_1$  et  $G_2$ . On remplace chaque variable  $X$  de  $G_1$  par  $X_1$ , et chaque variable  $X$  de  $G_2$  par  $X_2$ . On ajoute les productions:

$$S \rightarrow S_1$$

$$S \rightarrow S_2$$

$L_1 + L_2$  est le langage engendré par cette nouvelle grammaire.

# Exemple

**Exemple 1:**  $L_1 = \text{PALINDROME}: S \rightarrow aSa \mid bSb \mid a \mid b \mid \Lambda$

$L_2 = a^n b^n : S \rightarrow aSb \mid \Lambda$

$L_1 + L_2 :$

$$S \rightarrow S_1 \mid S_2$$
$$S_1 \rightarrow aS_1a \mid bS_1b \mid a \mid b \mid \Lambda$$
$$S_2 \rightarrow aS_2b \mid \Lambda$$

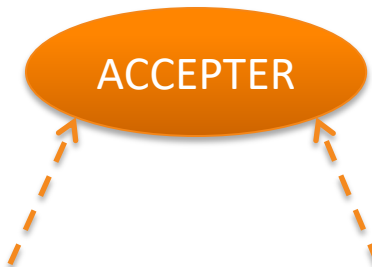
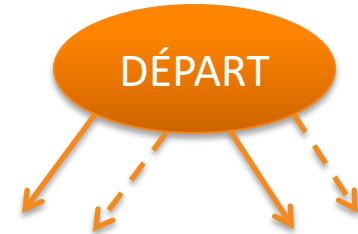
**Exemple 2:**  $L_1 = \{aa, bb\}: S \rightarrow aA \mid bB \quad A \rightarrow a \quad B \rightarrow b$

$L_2 = \{\Lambda\} : S \rightarrow \Lambda$

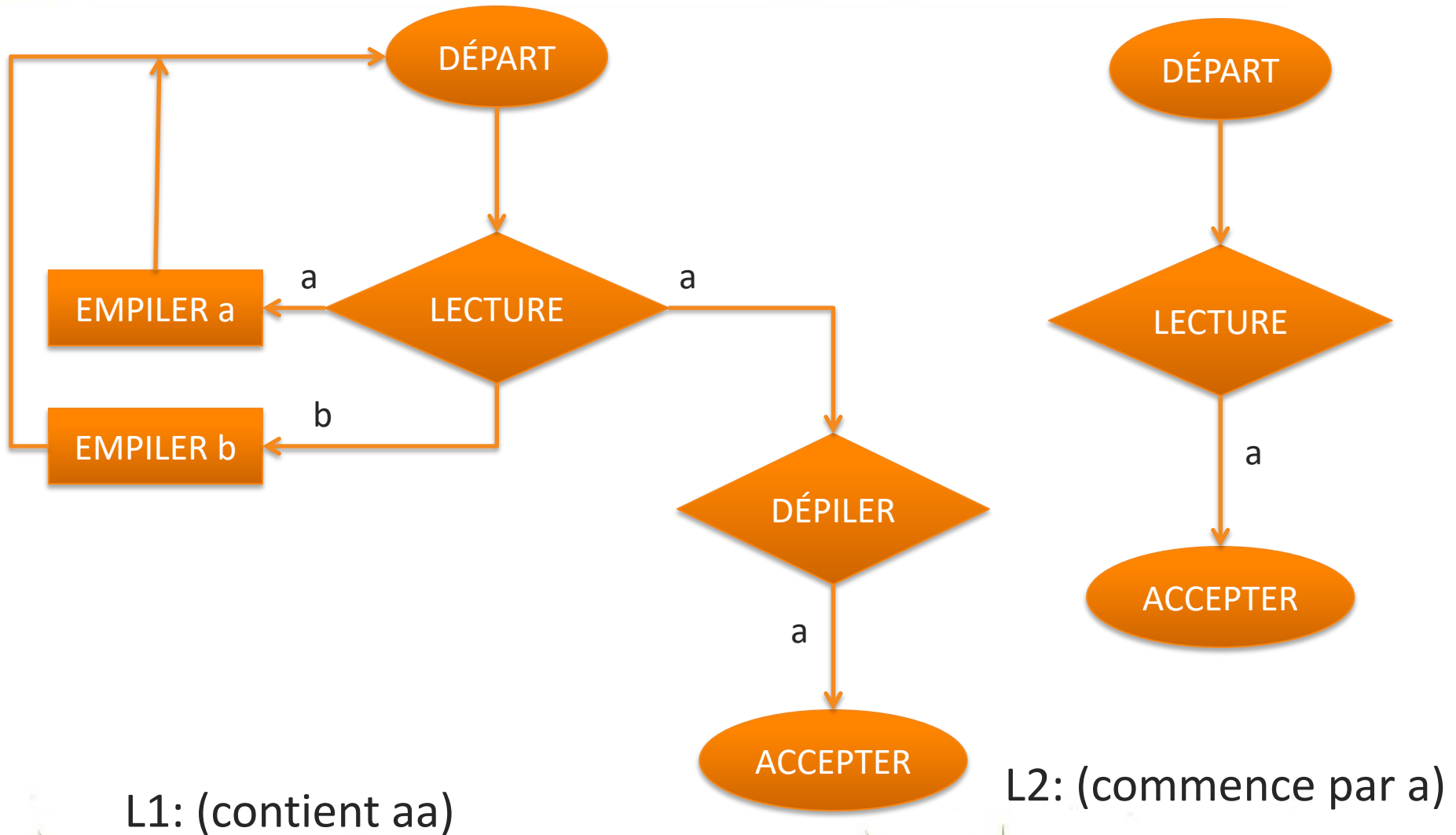
$L_1 + L_2 :$

$$S \rightarrow S_1 \mid S_2$$
$$S_1 \rightarrow aA_1 \mid bB_1 \quad A_1 \rightarrow a \quad B_1 \rightarrow b$$
$$S_2 \rightarrow \Lambda$$

# Preuve par machines

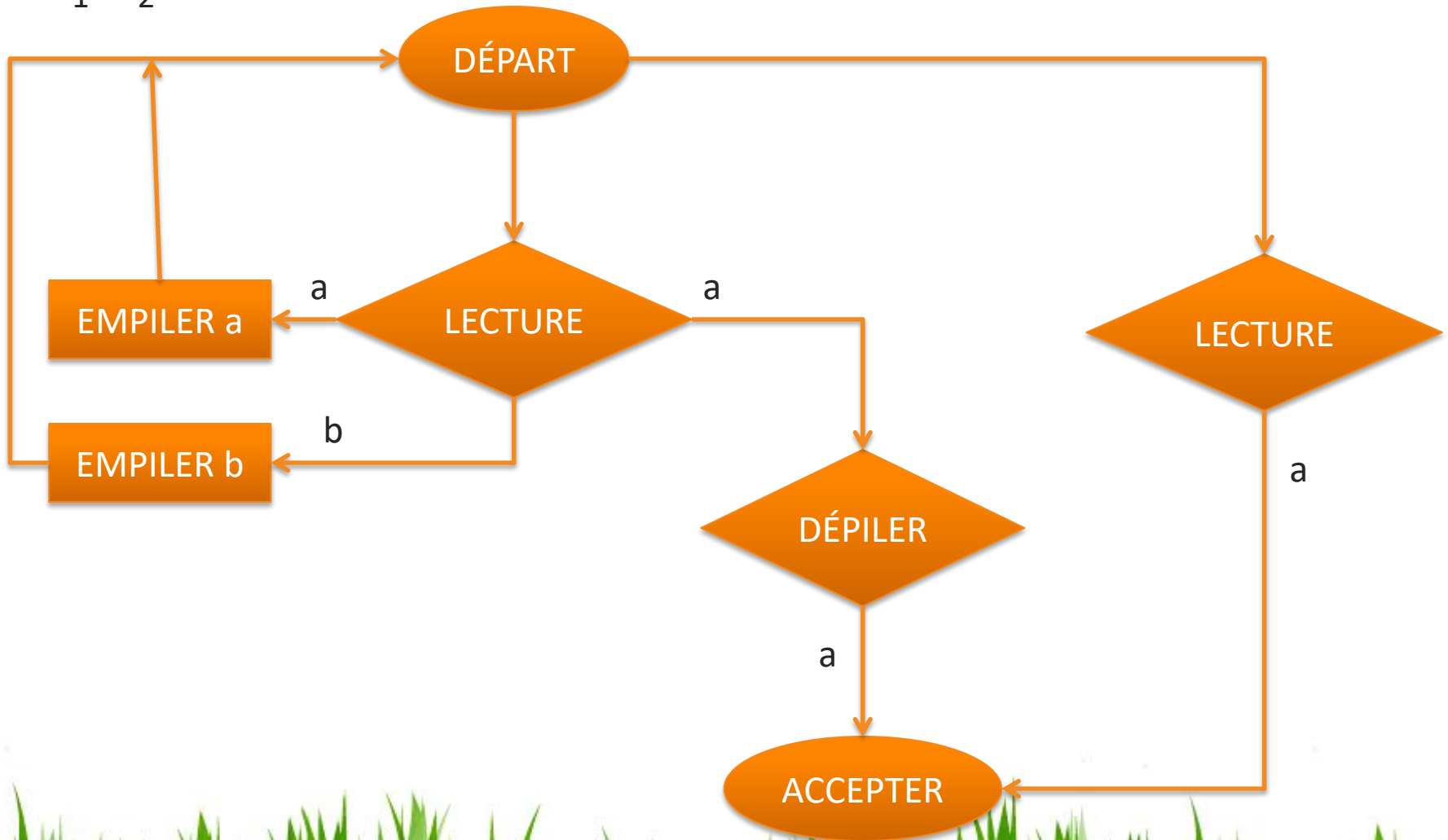


# Example [1]



# Example [2]

$L_1 + L_2$



- Concaténation:  $L_1L_2$

Similaire à la réunion sauf qu'on ajoute:

$$S \rightarrow S_1S_2$$

- Étoile.  $L^*$

On remplace  $S$  par  $S_1$  et on ajoute:

$$S \rightarrow S_1S \mid \Lambda$$

$$S \Rightarrow S_1S \Rightarrow S_1S_1S \Rightarrow S_1S_1S_1S \Rightarrow \dots$$



# Théorème 2

---

Il n'est pas toujours vrai que l'intersection de deux langages non contextuels soit un langage non contextuel.



# Exemple

- $L_1 = a^n b^n a^m$

$S \rightarrow XA$

$X \rightarrow aXb \mid ab$

$A \rightarrow aA \mid a$

- $L_2 = a^n b^m a^m$

$S \rightarrow AX$

$X \rightarrow bXa \mid ba$

$A \rightarrow aA \mid a$

- $L_1 \cap L_2 = a^n b^n a^n$

(n'est pas un langage non contextuel)

# Théorème 3

---

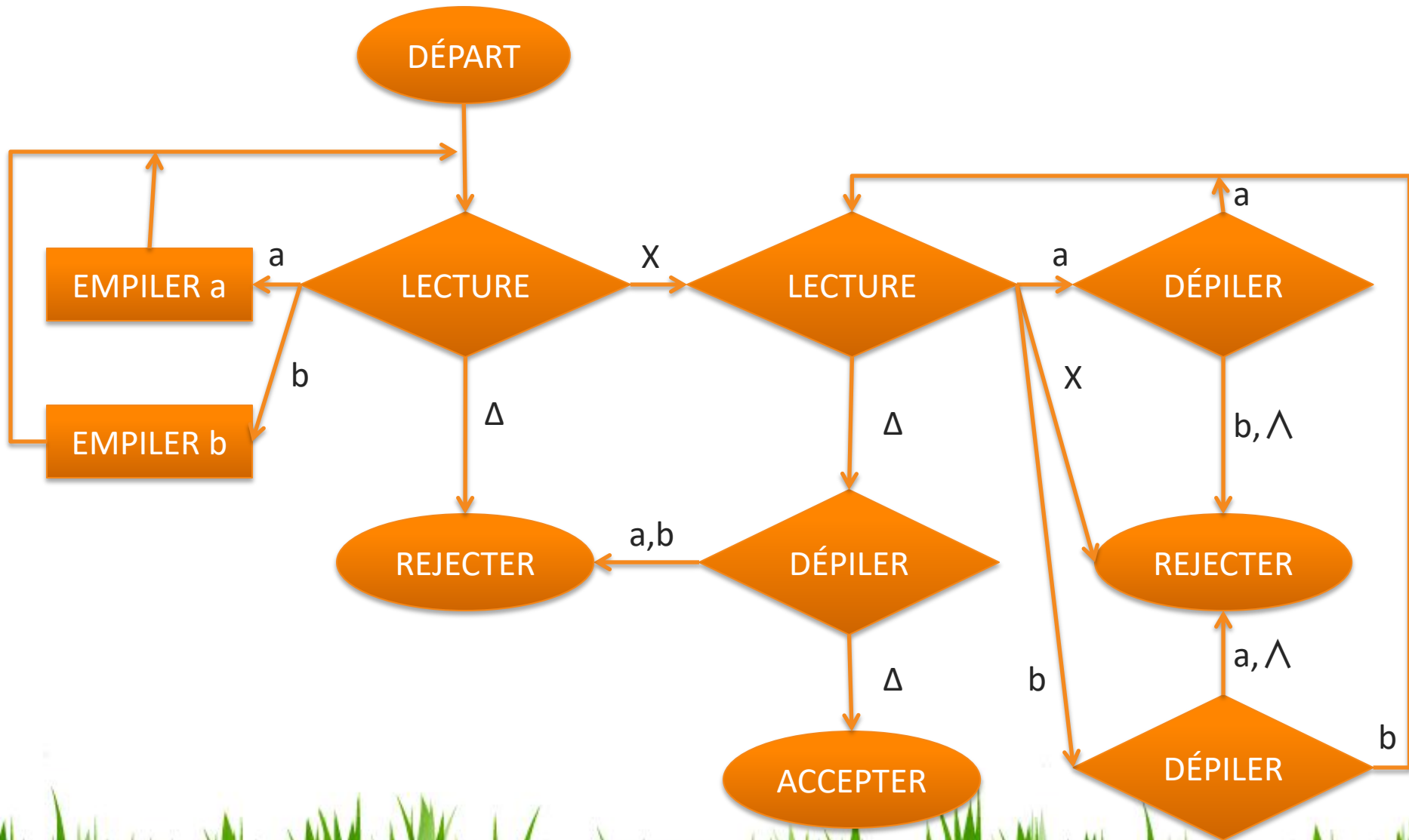
L'intersection d'un langage non contextuel et un langage régulier est un langage non contextuel.

## Théorème 4

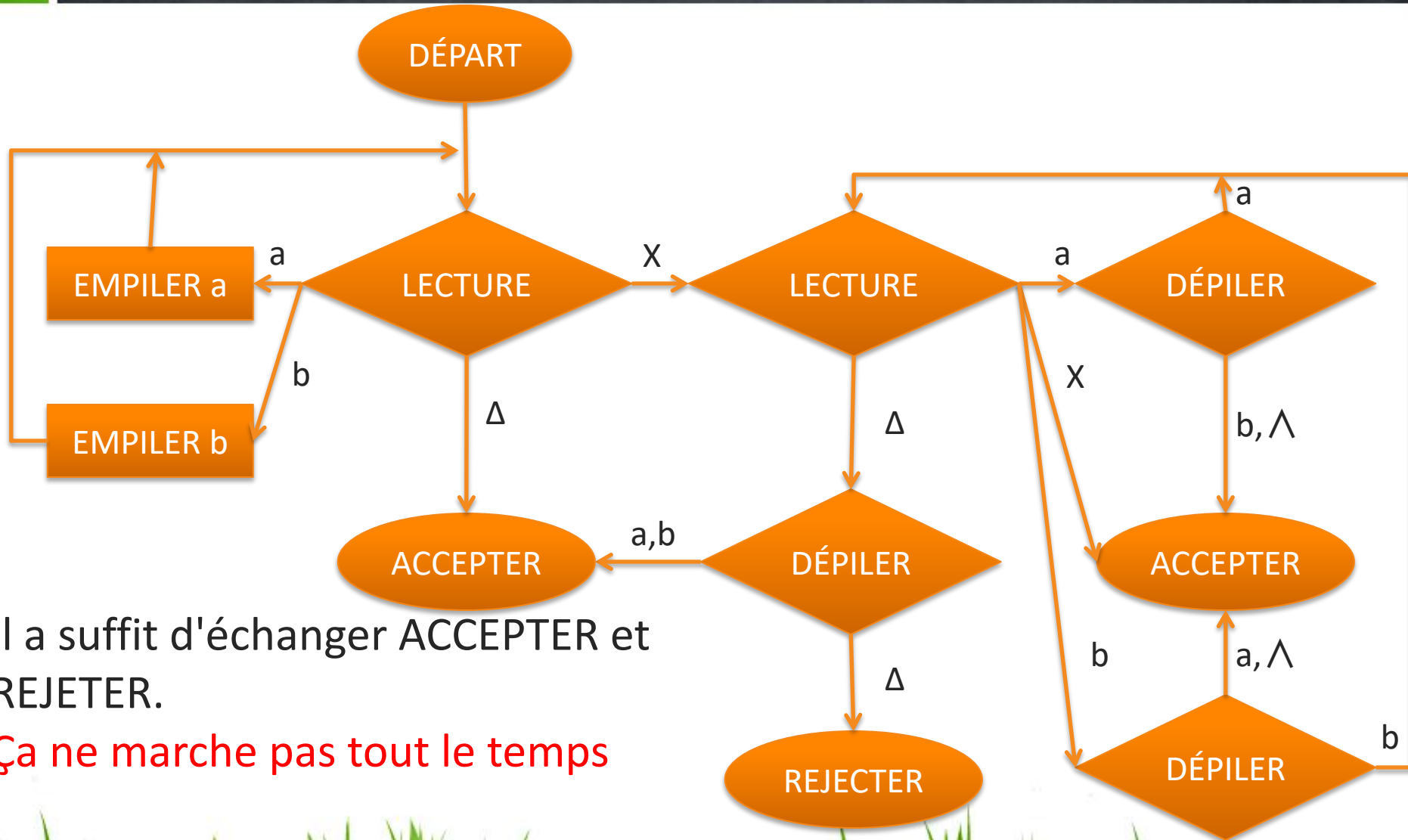
---

Il n'est pas toujours vrai que le complément d'un langage non contextuel est un langage non contextuel.

# PALINDROME-X



# Complément de PALINDROME-X



Il a suffit d'échanger ACCEPTER et REJETER.

Ça ne marche pas tout le temps



# Question?