

II Multiple et diviseur

Pour comprendre la définition de **multiple et de diviseur**, nous allons prendre deux nombres : 105 et 7.

Définition : • 105 est un **multiple** de 7 car **105 est dans la table de multiplication de 7** : $7 \times 15 = 105$.

On dit aussi que 105 est **divisible** par 7.

• 7 est un **diviseur** de 105 car **le reste de la division euclidienne de 105 par 7 est égal à 0** :

$$\begin{array}{r|l} 105 & 7 \\ - 7 & 15 \\ \hline 35 & \\ - 35 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Remarque : Ces trois phrases **veulent dire la même chose**.

En disant « 105 est un **multiple** de 7 », on dit aussi que :

- « 105 est **divisible** par 7 »
- « 7 est un **diviseur** de 105 »

Voici un exemple en français.

La phrase « Pierre est le **père** de Vincent » veut dire la même chose que :

- « Pierre est **l'un des deux parents** de Vincent »
- « Vincent est le **fils** de Pierre »

Exemple : • Donner trois multiples de 23 :

46 (car $23 \times 2 = 46$), 115 (car $23 \times 5 = 115$), 23 (car $23 \times 1 = 23$)

• Donner trois diviseurs de 40. On a vu que la phrase « Un nombre est un diviseur de 40 » veut dire la même chose que « 40 est un multiple de ce nombre » :

8 est un diviseur de 40 car 40 est un multiple de 8 ($8 \times 5 = 40$).

5 est un diviseur de 40 car 40 est un multiple de 5 ($5 \times 8 = 40$).

20 est un diviseur de 40 car 40 est un multiple de 20 ($20 \times 2 = 40$).

• 175 est-il divisible par 9? On a vu que la phrase « 175 est divisible par 9 » veut dire la même chose que « 9 est un diviseur de 175 ».

Pour savoir si 9 est un diviseur de 175, on effectue une division euclidienne et on regarde le reste :

$$\begin{array}{r|l} 175 & 9 \\ - 9 & 19 \\ \hline 85 & \\ - 81 & \\ \hline 4 & \end{array}$$

Le reste n'est pas égal 0, donc 9 n'est pas un diviseur de 175, et 175 n'est pas divisible par 9.

III Critère de divisibilité

Au lieu d'effectuer une division euclidienne et de regarder le reste pour savoir si un nombre est divisible par un autre, nous pouvons utiliser **les critères de divisibilité**.

Propriété : Un nombre est divisible par :

- 2 s'il **est pair** (il se termine par 0, 2, 4, 6 ou 8).
- 5 s'il **se termine par 0 ou 5**.
- 10 s'il **se termine par 0**.

Exemple : 48 et 10 024 sont divisibles par 2 car ils sont **pairs**.

855 et 1 250 sont divisibles par 5 car ils **se terminent par 0 ou 5**.

230 et 6 410 sont divisibles par 10 car ils **se terminent par 0**.

Propriété : Un nombre est divisible par :

- 3 si **la somme de ses chiffres** est **divisible par 3**.
- 9 si **la somme de ses chiffres** est **divisible par 9**.
- 4 si **le nombre formé par les deux derniers chiffres** est **divisible par 4**.

Exemple : 1 032 est divisible par 3 car $1 + 0 + 3 + 2 = 6$ est divisible par 3.

5 913 est divisible par 9 car $5 + 9 + 1 + 3 = 18$ est divisible par 9.

8124 est divisible par 4 car 24 est divisible par 4.