

# Chapitre 7 : Équations

## I Définition

**Définition :** Une **équation** est une égalité comportant un ou plusieurs nombres inconnus désignés par des lettres. Ces lettres sont appelées **inconnues** de l'équation.

**Exemple :** Voici des exemples d'équations.

- $5x + 4 = 19$  ← l'inconnue est  $x$
- $7 = 22 - 3y$  ← l'inconnue est  $y$

**Définition :** Une **solution** d'une équation est une **valeur de l'inconnue** pour laquelle l'égalité est vraie.

**Exemple :** Reprenons l'équation  $5x + 4 = 19$ .

→ 1 est-il une solution de l'équation? En prenant  $x = 1$  on a :

$5 \times 1 + 4 = 5 + 4 = 9$ , et  $9 \neq 19$ , donc **1 n'est pas une solution de l'équation.**

→ 3 est-il une solution de l'équation? En prenant  $x = 3$  on a :

$5 \times 3 + 4 = 15 + 4 = 19$ , et  $19 = 19$ , donc **3 est une solution de l'équation.**

**Exemple :** Reprenons l'équation  $7 = 22 - 3y$ .

→ 2 est-il une solution de l'équation? En prenant  $y = 2$  on a :

$22 - 3 \times 2 = 22 - 6 = 16$ , et  $16 \neq 7$ , donc **2 n'est pas une solution de l'équation.**

→ 5 est-il une solution de l'équation? En prenant  $y = 5$  on a :

$22 - 3 \times 5 = 22 - 15 = 7$ , et  $7 = 7$ , donc **5 est une solution de l'équation.**

## II Résoudre une équation

**Propriété :** Dans une égalité, on a le droit **d'additionner ou de soustraire par un même un nombre** chaque membre de l'égalité.

Dans une égalité, on a le droit **de multiplier ou de diviser par un même nombre non nul** chaque membre de l'égalité.

**Définition :** Résoudre une équation, c'est **trouver toutes les solutions de l'équation.**

Pour pouvoir résoudre des équations, nous allons utiliser la propriété précédente afin **d'isoler (c'est-à-dire mettre seul) les inconnues de l'équation.**

**Exemple :** Nous allons résoudre l'équation  $10x + 9 = 45$ .

$10x + \underline{9} = 45$  ← On veut isoler  $x$ . On va se débarrasser du **9**.

$10x + 9 - \underline{9} = 45 - \underline{9}$  ← On **soustrait 9** aux deux membres de l'égalité.

**$10x = 34$**  ← On va se débarrasser du **10**.

$\frac{10x}{\underline{10}} = \frac{34}{\underline{10}}$  ← On **divise par 10** les deux membres de l'égalité.

$$\frac{10 \times x}{10} = \frac{34}{10}$$

← On simplifie par 10.

$$x = 3,4$$

← La solution de l'équation est 3,4.

**Exemple :** Nous allons résoudre l'équation  $70 = -5y - 21$ .

$$70 = -5y - \underline{21}$$

← On veut isoler  $y$ . On va se débarrasser du  $-21$ .

$$70 + 21 = -5y - 21 + 21$$

← On **ajoute 21** aux deux membres de l'égalité.

$$91 = -\underline{5}y$$

← On va se débarrasser du  $-5$ .

$$\frac{91}{-5} = \frac{-5y}{-5}$$

← On **divise par -5** les deux membres de l'égalité.

$$\frac{91}{-5} = \frac{-5 \times y}{-5}$$

← On simplifie par  $-5$ .

$$-18,2 = y$$

← La solution de l'équation est  $-18,2$ .

**Exemple :** Nous allons résoudre l'équation  $5z - 4 = 3z + 8$ .

$$5z - 4 = 3z + 8$$

← On veut n'avoir des termes en  $z$  que **d'un côté de l'égalité**.

$$5z - 4 - 3z = 3z + 8 - 3z$$

← On **soustrait 3z** aux deux membres de l'égalité.

$$5z - 3z - 4 = 8$$

← Les termes en  $z$  sont tous réunis dans un seul côté.

$$2z - \underline{4} = 8$$

← On veut isoler  $z$ . On va se débarrasser du  $-4$ .

$$2z - 4 + 4 = 8 + 4$$

← On **ajoute 4** au deux membres de l'égalité.

$$\underline{2}z = 12$$

← On va se débarrasser du  $2$ .

$$\frac{2z}{2} = \frac{12}{2}$$

← On **divise par 2** les deux membres de l'égalité.

$$\frac{2 \times z}{2} = \frac{12}{2}$$

← On simplifie par 2.

$$z = 6$$

← La solution de l'équation est 6.