Delopgave 1

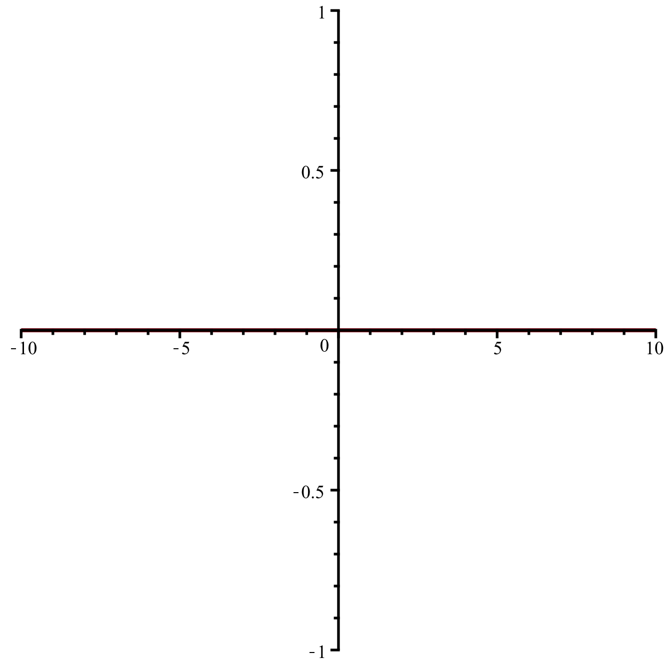
$with = plots$

$$with = plots \tag{1}$$

$f(x) := 3 \cdot \ln(1+x):$

$solve(f(x)=0) = \{c=c, x=0\}, \{c=0, x=x\}$

$plot(f(x))$



$3 \cdot \ln(1+(-2))$

$$3\, \mathrm{I}\, \pi \tag{2}$$

$3 \cdot \ln(1+2)$

$$3 \ln(3) \tag{3}$$

$f^{-1}(x)$

$$\frac{1}{3 \ln(x+1)} \tag{4}$$

$g(x) = \mathrm{e}^{\frac{x}{3}} - 1:$

$f(x) \circ g(x) = 3 \ln(x+1) @ g(x)$

(i)

Givet er at *c* altid der en positiv konstant, ganget med en In ligning som altid vil give et resualtal lige gyldigt om x er positiv eller negativ.

(ii)

Inverse eller omvendt funktions regler fortæller at det inverse af (ln) er e^x og efter som at 1 er lagt til vores x værdi bliver den sat til at skulle trækkes fra, der udover ganger vi med *c* som ender med.

Hvordan kan man bruge det: ingen ide... [forslag] Hvis den logrytmiske transformation bliver brugt til at beholde flere af de lavere værdier i et billede, så må det omvendte være en eksponentiel transformation der beholder flere af de højere værdier.

(iii)

Vi kender jo formelen der skal bruges for at og funktion er startet hos os i log_transformation.m. For at kunne ændre billedet skal vi vi gennem alle pixelsene i billedet og udføre log tranformation:

$f(x) := c \cdot \log(1 + x)$:

Her har vi implementationen:

```
function B= log_transform(A,c)
%Denne funktion anvender intensitetstransformation c*log(1+a_ij) på
%matricen A.


% vi sikkeres os at alle tallene i billedet er doubles
ad= im2double(A);

% vi gemmer billede sørelsen i variablerne xs og ys (står for x size
og y size)
[xs,ys] = size(A);
% vi skriver dem ud i konsolen
disp(size(A))
%vi gemmer billede værdierne i x
x= ad;

%vi går igennem alle pixel og udføre log tranformationen
for i = 1:xs
    for j = 1:ys
       x(i,j) = c * log(1+ad(i,j));
    end
end
```

(iiii)

Her er et billede der viser de forskelle transformationer:

imshow(A) er billedet uden nogle form for transformation

imshow(A,[]) viser gråtonebilledet A, skalerer visningen baseret på området af pixelværdier i A. imshow bruger [min(I(:)) max(I(:))] som visningsområde. imshow viser minimumværdien i A som sort og maksimumværdien som.

log_transform(A,1/7) viser billedet efter den er blevet transformeret af vores formel hvor c er 1/7

Delopgave 2

(i)

To ligninger skal være opfyldt:

1) f(x)= ajx + b = yj

2) f(xj+1) = aj+1 + b = yj+1

Dette kan skrives på matrix-form

$$\begin{bmatrix} x_j & 1 \\ x_{j+1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_j \\ b_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_j \\ y_{j+1} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_j a_j + b_j \\ x_{j+1} a_j + b_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_j \\ y_{j+1} \end{bmatrix} \tag{5}$$

Så aj og bj opfylder ligningssystemet.

(ii)

Her skal vi vise at A er inverterbar hvis og kun hvis $x_j \neq x_{j+1}$(Da hvis du ha 2 ens rækker kan man ikke bruge dem til række opberation). Bestem herefter A^{-1} (under antagelse af at $\left(x_j \neq x_{j+1}\right)$ og brug denne til at løse ligning systemet fra opgave (i))

Vi skal med at inviter matrix A

$$A := \begin{bmatrix} x_j & 1 \\ x_{j+1} & 1 \end{bmatrix}:$$

$$A^{-1}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{x_j - x_{j+1}} & -\frac{1}{x_j - x_{j+1}} \\ -\frac{x_{j+1}}{x_j - x_{j+1}} & \frac{x_j}{x_j - x_{j+1}} \end{bmatrix} \tag{6}$$

$$A \begin{bmatrix} a_j \\ b_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_j \\ y_{j+1} \end{bmatrix}:$$

$$\begin{bmatrix} a_j \\ b_j \end{bmatrix} = A^{-1} \begin{bmatrix} y_j \\ y_{j+1} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a_j \\ b_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{y_j}{x_j - x_{j+1}} - \frac{y_{j+1}}{x_j - x_{j+1}} \\ -\frac{x_{j+1} y_j}{x_j - x_{j+1}} + \frac{x_j y_{j+1}}{x_j - x_{j+1}} \end{bmatrix} \tag{7}$$

Så a_j og b_j kan bruges til at finde de linje stykker der skal bruges til intapolering

(iii)

Vi skal konkluder ud fra opgave (ii) at f_j er givet ved :

$$A \begin{bmatrix} a_j \\ b_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_j \\ y_{j+1} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_j a_j + b_j \\ x_{j+1} a_j + b_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_j \\ y_{j+1} \end{bmatrix} \tag{8}$$

$$f_j(x) = \frac{y_{j+1} - y_j}{x_{j+1} - x_j}\left(x - x_j\right) + y_j :$$

$$A^{-1}\begin{bmatrix} y_j \\ y_{j+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_j \\ b_j \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{y_j}{x_j - x_{j+1}} - \frac{y_{j+1}}{x_j - x_{j+1}} \\ -\frac{x_{j+1} y_j}{x_j - x_{j+1}} + \frac{x_j y_{j+1}}{x_j - x_{j+1}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_j \\ b_j \end{bmatrix} \tag{9}$$

$$\begin{bmatrix} a_j \\ b_j \end{bmatrix} = A^{-1}\begin{bmatrix} y_j \\ y_{j+1} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a_j \\ b_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{y_j}{x_j - x_{j+1}} - \frac{y_{j+1}}{x_j - x_{j+1}} \\ -\frac{x_{j+1} y_j}{x_j - x_{j+1}} + \frac{x_j y_{j+1}}{x_j - x_{j+1}} \end{bmatrix} \tag{10}$$

$$a \cdot x + b =$$

$$\frac{y_j - y_{j+1}}{x_j - x_{j+1}} \cdot x + \frac{x_j y_{j+1} - x_{j+1} y_j}{x_j - x_{j+1}}$$

$$\frac{\left(y_j - y_{j+1}\right) x}{x_j - x_{j+1}} + \frac{x_j y_{j+1} - x_{j+1} y_j}{x_j - x_{j+1}} \tag{11}$$

$$\frac{\left(y_j - y_{j+1}\right) x + x_j y_{j+1} - x_{j+1} y_j}{x_j - x_{j+1}}$$

$$\frac{\left(y_j - y_{j+1}\right) x + x_j y_{j+1} - x_{j+1} y_j}{x_j - x_{j+1}} \tag{12}$$

(iv)

Vi har fået function

$$f_j(x)$$

$$f_j(x) := \alpha_j x^3 + \beta_j x^2 + \gamma_j x + \delta_j :$$

Vi ved at $f_j'(x)$ er:

$$f_j'(x) := 3\,\alpha_j x^2 + 2\,\beta_j x + \gamma_j :$$

Vi ved at den skal opfyldyde disse fire krav:

(1) $f_j(x_j) = y_j$

(2)$f_{j+1}(x_{j+1}) = y_{j+1}$

(3)$f_j'(x_j) = d_j$

(4)$f_{j+1}'(x_{j+1}) = d_{j+1}$

For at simplificere dette kan vi antage at:

$x_j = 0$

$x_{j+1} = 1$

Der skal vise at koeffcienterne α_j, β_j, γ_j, δ_j løser lining systemet

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_j \\ \beta_j \\ \gamma_j \\ \delta_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_j \\ d_j \\ y_{j+1} \\ d_{j+1} \end{bmatrix} :$$

For at kunne løse det kan vi tage udrenge lining systemet og se om vi for det samme som på den anden siden

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_j \\ \beta_j \\ \gamma_j \\ \delta_j \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \delta_j \\ \gamma_j \\ \alpha_j + \beta_j + \gamma_j + \delta_j \\ 3\,\alpha_j + 2\,\beta_j + \gamma_j \end{bmatrix} \tag{13}$$

Vi ved ifølge krav 1 at y_j er det samme som $f_j(x)$ hvor x er lig med 0

$f_j(0)$

$$\delta_j \tag{14}$$

Vi kan se at svaret er det samme som række 1

Vi ved ifølge krav 3 at d_j er det samme som $f_j'(x)$ hvor x er lig med 0

$f_j'(0)$

$$\gamma_j \tag{15}$$

Vi kan se at svaret er det samme som række 2

Vi ved ifølge krav 2 at y_{j+1} er det samme som $f_{j+1}(x)$ hvor x er lig med 1

$f_j(1)$

$$\alpha_j + \beta_j + \gamma_j + \delta_j \tag{16}$$

Vi kan se at svaret er det samme som række 3

Vi ved ifølge krav 2 at d_{j+1} er det samme som $f_{j+1}'(x)$ hvor x er lig med 1

$f_j'(1)$

$$2\,\beta_j + 3\,\alpha_j + \gamma_j \tag{17}$$

Vi kan se at svaret er det samme som række 4

Da alle rækkerne i matrixen er det samme som den sammensatte krav må vi konkludere at koeffcienterne α_j, β_j, γ_j, δ_j løser lining systemet

(v)

Der skal vise med brug Gauss-elimination at få den entydige løsning til ligning systemet:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_j \\ \beta_j \\ \gamma_j \\ \delta_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_j \\ d_j \\ y_{j+1} \\ d_{j+1} \end{bmatrix} :$$

Er givet ved:

$\alpha_j = 2\,y_j - 2\,y_{j+1} + d_j + d_{j+1}$:

$\beta_j = 3\,y_{j+1} - 3\,y_j - 2\,d_j - d_{j+1}$:

$\gamma_j = d_j$:

$\delta_j = y_j$:

For at kunne løse dette bruges Gaus-eliminering på begge sider af ligheds tegne

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_j \\ \beta_j \\ \gamma_j \\ \delta_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_j \\ d_j \\ y_{j+1} \\ d_{j+1} \end{bmatrix} :$$

-1 r2 og -1 r1 fra r3

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_j \\ \beta_j \\ \gamma_j \\ \delta_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_j \\ d_j \\ y_{j+1} - y_j - d_j \\ d_{j+1} \end{bmatrix} :$$

-3 r3 fra r4

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_j \\ \beta_j \\ \gamma_j \\ \delta_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_j \\ d_j \\ y_{j+1} - y_j - d_j \\ d_{j+1} - 3\left(y_{j+1} - y_j - d_j\right) \end{bmatrix}:$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_j \\ \beta_j \\ \gamma_j \\ \delta_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_j \\ d_j \\ y_{j+1} - y_j - d_j \\ d_{j+1} - 3\,y_{j+1} + 3\,y_j + 3\,d_j \end{bmatrix}:$$

-1 r2 fra r4

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_j \\ \beta_j \\ \gamma_j \\ \delta_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_j \\ d_j \\ y_{j+1} - y_j - d_j \\ d_{j+1} - 3\,y_{j+1} + 3\,y_j + 2\,d_j \end{bmatrix}:$$

r4 til r3

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_j \\ \beta_j \\ \gamma_j \\ \delta_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_j \\ d_j \\ y_{j+1} - y_j - d_j + d_{j+1} - 3\,y_{j+1} + 3\,y_j + 2\,d_j \\ d_{j+1} - 3\,y_{j+1} + 3\,y_j + 2\,d_j \end{bmatrix}:$$

r4 multi -1

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_j \\ \beta_j \\ \gamma_j \\ \delta_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_j \\ d_j \\ y_{j+1} - y_j - d_j + d_{j+1} - 3\,y_{j+1} + 3\,y_j + 2\,d_j \\ -d_{j+1} + 3\,y_{j+1} - 3\,y_j - 2\,d_j \end{bmatrix}:$$

Nu er der lavet fuld Gaus-eliminering på begge sider af ligheds tegne og nu kan vi regne de forskellige ud

$\gamma_j = d_j :$

$\delta_j = y_j :$

$\alpha = y_{j+1} - y_j - d_j + d_{j+1} - 3\,y_{j+1} + 3\,y_j + 2\,d_j$

$$\alpha = 2\,y_j - 2\,y_{j+1} + d_j + d_{j+1} \tag{18}$$

$\beta = -d_{j+1} + 3\,y_{j+1} - 3\,y_j - 2\,d_j$

$$\beta = 3\,y_{j+1} - 3\,y_j - 2\,d_j - d_{j+1} \tag{19}$$

Da det vi for ud fra matrixen nu er det samme som gvet oven for kan vi konkludere at den entydige løsning til liningssytemet er givet ved:

$\alpha_j = 2\,y_j - 2\,y_{j+1} + d_j + d_{j+1} :$

$\beta_j = 3\,y_{j+1} - 3\,y_j - 2\,d_j - d_{j+1} :$

$\gamma_j = d_j :$

$\delta_j = y_j :$

(vi)

Vi kan antage at :

$f_j(x) := \alpha_j x^3 + \beta_j x^2 + \gamma_j x + \delta_j :$

hvor når vi sætter 0 ind for vi

$f_j(0) = y_j$

og når vi sætter 1 ind for vi

$f_j(1) = y_{j+1}$

of når vi sætter $f_j'(0)$ for vi

$f_j'(0) = d_j$

of når vi sætter

$f_j'(1)$ for vi

$f_j'(1) = d_{j+1}$

Der skal vises, at hvis $x_{j+1} = x_j + 1$ og $g_j(x) = f_j(x - x_j)$ så opfylder:

(1) $g_j(x_j) = y_j$

(2) $g_j(x_{j+1}) = y_{j+1}$

(3) $g_j'(x_j) = d_j$

(4) $g_j'(x_{j+1}) = d_{j+1}$

For at vise 1)

$g_j(x_j) = f_j(x_j - x_j)$

$g_j(x_j) = f_j(0)$

$g_j(x_j) = y_j$

For at vise 2)

$g(x_{j+1}) = g(x_j + 1)$

$g(x_j + 1) = f_j(x_j - x_j + 1)$

$g(x_j + 1) = f_j(1)$

$g(x_j + 1) = y_{j+1}$

For at vise 3)

$g'(x) = \frac{d}{dx}\left(f_j(x - x_j)\right)$

vi ved at $f_j'(x)$ er:

$f_j'(x) := 3\,\alpha_j x^2 + 2\,\beta_j x + \gamma_j :$

så med brug af kæde reglen kan vi regne $g'(x)$

$g'(x) = 3\,\alpha_j(x - x_j)^2 + 2\,\beta_j(x - x_j) + \gamma_j \cdot \frac{d}{dx}\left((x - x_j)\right) :$

$g'(x) = 3\,\alpha_j(x - x_j)^2 + 2\,\beta_j(x - x_j) + \gamma_j \cdot 1$

$$\frac{d}{dx}\, g(x) = 3\,\alpha_j\left(x - x_j\right)^2 + 2\,\beta_j\left(x - x_j\right) + \gamma_j \tag{20}$$

og da vi fandt ud af at $g\left(x_j\right) = f_j(0)$ kan vi indsætte 0 isteadet for $\left(x - x_j\right)$

$g'\left(x_j\right) = 3\,\alpha_j(0)^2 + 2\,\beta_j(0) + \gamma_j :$

$g'\left(x_j\right) = \gamma_j :$

Vi ved at $\gamma_j = d_j$ så

$g'\left(x_j\right) = d_j :$

For at vise 4)

Vi ved hvad $g'(x)$ og at $g\left(x_j + 1\right) = f_j(1)$ så vi indsætte 1 istedet for $\left(x - x_j\right)$

$g'\left(x_j\right) = 3\,\alpha_j(1)^2 + 2\,\beta_j(1) + \gamma_j :$

$g'\left(x_j\right) = 3\,\alpha_j + 2\,\beta_j + \gamma_j :$

Vi ved at $3\,\alpha_j + 2\,\beta_j + \gamma_j := d_{j+1}$ så

$g'\left(x_j\right) = d_{j+1} :$

dette betyder at et vilkårligt værdi kan bruges så længe den næste er +1

(vii)

Formlen for hældningen d_j

$d_j := \dfrac{y_{j+1} - y_{j-1}}{2} :$

$d_{j+1} := \dfrac{y_{j+2} - y_j}{2} :$

$\alpha_j := 2\,y_j - 2\,y_{j+1} + d_j + d_{j+1}$

$$\alpha_j := \frac{3\,y_j}{2} - \frac{3\,y_{j+1}}{2} - \frac{y_{j-1}}{2} + \frac{y_{j+2}}{2} \tag{21}$$

$\beta_j := 3\,y_{j+1} - 3\,y_j - 2\,d_j - d_{j+1}$

$$\beta_j := 2\,y_{j+1} - \frac{5\,y_j}{2} + y_{j-1} - \frac{y_{j+2}}{2} \tag{22}$$

$\gamma_j := d_j$

$$\gamma_j := \frac{y_{j+1}}{2} - \frac{y_{j-1}}{2} \tag{23}$$

$\delta_j := y_j$

$$\delta_j := y_j \tag{24}$$

$f_j(x) = \alpha_j x^3 + \beta_j x^2 + \gamma_j x + \delta_j$

$$x^3 \left(\frac{3\,y_j}{2} - \frac{3\,y_{j+1}}{2} - \frac{y_{j-1}}{2} + \frac{y_{j+2}}{2} \right) + \left(2\,y_{j+1} - \frac{5\,y_j}{2} + y_{j-1} - \frac{y_{j+2}}{2} \right) x^2 + x \left(\frac{y_{j+1}}{2} - \frac{y_{j-1}}{2} \right) + y_j = x^3 \left(\frac{3\,y_j}{2} - \frac{3\,y_{j+1}}{2} - \frac{y_{j-1}}{2} + \frac{y_{j+2}}{2} \right) + \left(2\,y_{j+1} - \frac{5\,y_j}{2} + y_{j-1} - \frac{y_{j+2}}{2} \right) x^2 + x \left(\frac{y_{j+1}}{2} - \frac{y_{j-1}}{2} \right) + y_j \tag{25}$$

vi for så f(x) til at være:

$f(x) := x^3 \left(\frac{3\,y_j}{2} - \frac{3\,y_{j+1}}{2} - \frac{y_{j-1}}{2} + \frac{y_{j+2}}{2} \right) + \left(2\,y_{j+1} - \frac{5\,y_j}{2} + y_{j-1} - \frac{y_{j+2}}{2} \right) x^2 + x \left(\frac{y_{j+1}}{2} - \frac{y_{j-1}}{2} \right) + y_j = x^3 \left(\frac{3\,y_j}{2} - \frac{3\,y_{j+1}}{2} - \frac{y_{j-1}}{2} + \frac{y_{j+2}}{2} \right) + \left(2\,y_{j+1} - \frac{5\,y_j}{2} + y_{j-1} - \frac{y_{j+2}}{2} \right) x^2 + x \left(\frac{y_{j+1}}{2} - \frac{y_{j-1}}{2} \right) + y_j$

$$f := x \mapsto x^3 \cdot \left(\frac{3 \cdot y_j}{2} - \frac{3 \cdot y_{j+1}}{2} - \frac{y_{j-1}}{2} + \frac{y_{j+2}}{2} \right) + \left(2 \cdot y_{j+1} - \frac{5 \cdot y_j}{2} + y_{j-1} - \frac{y_{j+2}}{2} \right) \cdot x^2 + x \cdot \left(\frac{y_{j+1}}{2} - \frac{y_{j-1}}{2} \right) + y_j = x^3 \cdot \left(\frac{3 \cdot y_j}{2} - \frac{3 \cdot y_{j+1}}{2} - \frac{y_{j-1}}{2} + \frac{y_{j+2}}{2} \right) + \left(2 \cdot y_{j+1} - \frac{5 \cdot y_j}{2} + y_{j-1} - \frac{y_{j+2}}{2} \right) \cdot x^2 + x \cdot \left(\frac{y_{j+1}}{2} - \frac{y_{j-1}}{2} \right) + y_j \tag{26}$$

som vi så kan definere til $f_j(x)$ som givet i opgaven

$f_j(x) := f\left(x - x_j\right)$

$$f_j := x \mapsto f\left(x - x_j\right) \tag{27}$$

Vi ved at formlen skal opfylde disse krav:

(1) $f_j\left(x_j\right) = y_j$

(2) $f_j(x_{j+1}) = y_{j+1}$

(3) $f_j'(x_j) = d_j$

(4) $f_j'(x_{j+1}) = d_{j+1}$

for at vise 1)

$f_j(x_j)$

$$y_j = y_j \tag{28}$$

for at vise 2)

$$f_j(x_{j+1}) = (x - x_{j+1})^3 \left(\frac{3\,y_{j+1}}{2} - \frac{3\,y_{j+2}}{2} - \frac{y}{2} + \frac{y_{j+3}}{2} \right) + \left(2\,y_{j+2} - \frac{5\,y_{j+1}}{2} + y_j - \frac{y_{j+3}}{2} \right) (x_{j+2} - x_{j+1})^2 + (x_{j+2} - x_{j+1}) \left(\frac{y_{j+2}}{2} - \frac{y_j}{2} \right) + y_{j+1}$$

$$f_j(x_{j+1}) = (x_{j+2} - x_{j+1})^3\,(0) + (0)\,(x_{j+2} - x_{j+1})^2 + (x_{j+2} - x_{j+1})\,(0) + y_{j+1}$$

$$f_j(x_{j+1}) = y_{j+1}$$

for at vise 3)

$f_j'(x_j)$

$$\frac{y_{j+1}}{2} - \frac{y_{j-1}}{2} = \frac{y_{j+1}}{2} - \frac{y_{j-1}}{2} \tag{29}$$

for at vise 4)

$$f_j'(x_{j+2}) = 3\,(x - x_j)^2 \left(\frac{3\,y_j}{2} - \frac{3\,y_{j+2}}{2} - \frac{y_j}{2} + \frac{y}{2} \right) + 2 \left(2\,y_{j+2} - \frac{5\,y_{j+1}}{2} + y_j - \frac{y_{j+3}}{2} \right) (x_{j+2} - x_{j+1}) + \frac{y_{j+2}}{2} - \frac{y_j}{2} :$$

$$f_j'(x_{j+1}) = 3\,(0)^2\,(0) + 2\,(0)\,(x_{j+2} - x_{j+1}) + \frac{y_{j+2}}{2} - \frac{y_j}{2} :$$

$$f_j'(x_{j+1}) = \frac{y_{j+2} - y_j}{2} :$$

Delopgave 3

(i)

(ii)

(iii)