

SPRAWOZDANIE Z PIERWSZEGO
PROJEKTU Z PRZEDMIOTU
„SZTUCZNA INTELIGENCJA W
AUTOMATYCE”

Numer zadania: 10

Wykonawcy:

Daniel Giełdowski

Piort Chachuła

Spis treści

1. Opis obiektu	2
2. Zadanie 1	3
2.1. Implementacja i analiza modelu obiektu	3
2.2. Model liniowy	5
2.3. Regulator	7
3. Skrypty	11
3.1. Zadanie 1	11

1. Opis obiektu

Zadanie polegało na zaimplementowaniu oraz przebadaniu określonych algorytmów dla podanego przez prowadzącego obiektu. Podany przez prowadzącego obiekt miał postać układu dwóch zbiorników wodnych. Do pierwszego zbiornika wpływa woda z dwóch dopływów: sterującego F_1 oraz zakłócającego F_D . Woda wypływa ze spodu pierwszego zbiornika strumieniem F_2 (który zależy od wysokości wody w pierwszym zbiorniku h_1) i wpada do drugiego zbiornika. Następnie woda w drugim zbiorniku wypływa z jego spodu strumieniem F_3 , zależnym od poziomu wody w drugim zbiorniku h_2 . Zmienną regulowaną w układzie jest poziom wody w drugim zbiorniku, natomiast zmienną sterującą jest strumień F_{1in} , którego przedłużeniem jest strumień F_1 . Wszystko opisane jest poniżej w układzie równań 1.1.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dV_1}{dt} = F_1 + F_D - F_2 \\ \frac{dV_2}{dt} = F_2 - F_3 \\ F_2(h_1) = \alpha_1 \sqrt{h_1}, \quad F_3(h_2) = \alpha_2 \sqrt{h_2}, \quad V_1(h_1) = C_1 * h_1^2, \quad V_2(h_2) = C_2 * h_2^2 \\ F_1(t) = F_{1in}(t - \tau) \end{array} \right. \quad (1.1)$$

W równaniach tych występują stałe zmienne o wartościach:

- $C_1 = C_2 = 0.95$
- $\alpha_1 = \alpha_2 = 16$
- $\tau = 50s$

Dla układu podany został stały punkt pracy o wartościach:

- $F_1 = 54cm^3/s$
- $F_D = 10cm^3/s$
- $h_2 = 16cm$

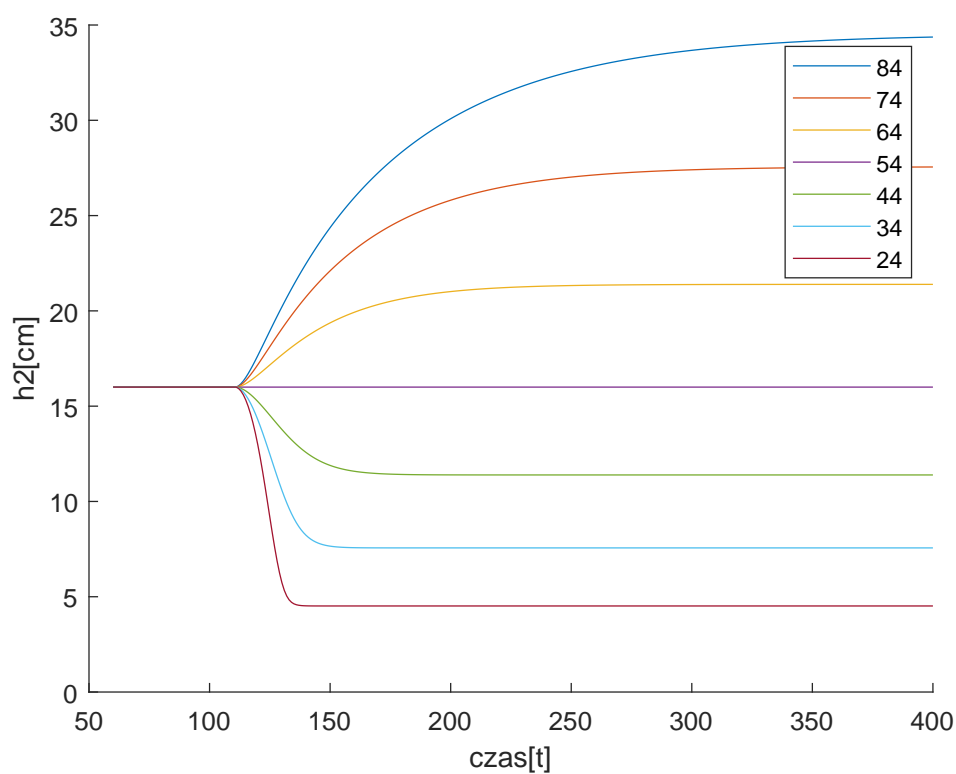
2. Zadanie 1

2.1. Implementacja i analiza modelu obiektu

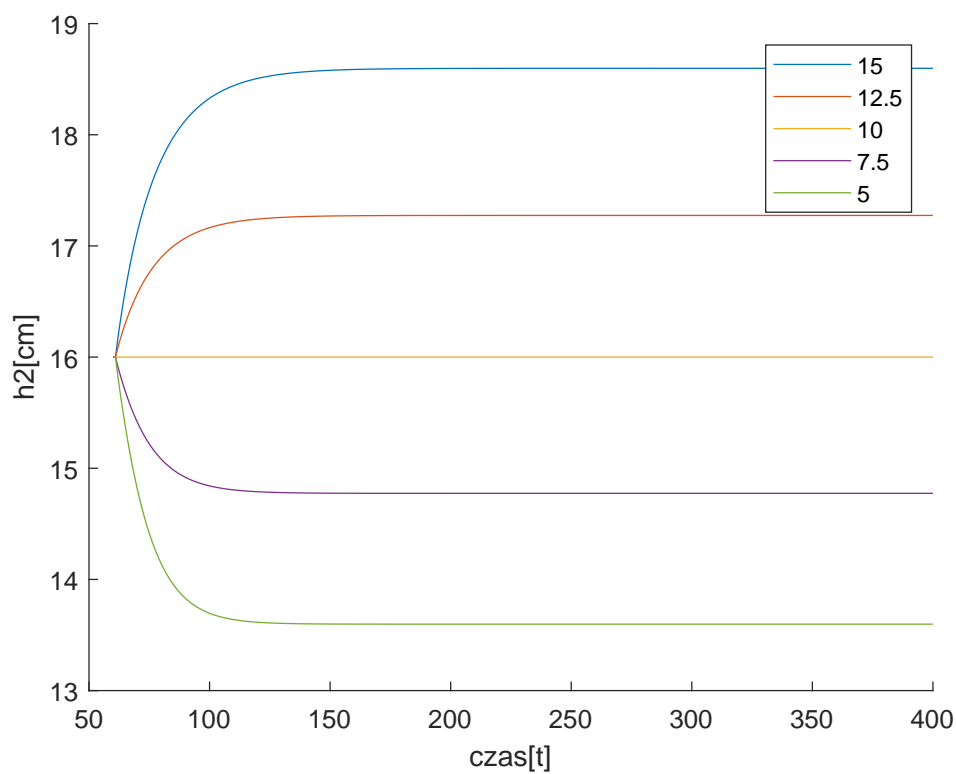
W celu zaimplementowania obiektu w programie Matlab potrzebna była postać dyskretna opisujących go równań. Dla wyznaczenia wzoru dyskretnego pochodnej zdecydowaliśmy się na okres próbkowania równy 1s. Otrzymane po dyskretyzacji i przekształceniach wzory wyglądają następująco:

$$\left\{ \begin{array}{l} V_1(k) = V_1(k-1) + F_1(k-1) + F_D(k-1) - \alpha_1 \sqrt{h_1(k-1)} \\ V_2(k) = V_2(k-1) + \alpha_1 \sqrt{h_1(k-1)} - \alpha_2 \sqrt{h_2(k-1)} \\ h_1(k) = \sqrt{\frac{V_1(k)}{C_1}} \\ h_2(k) = \sqrt{\frac{V_2(k)}{C_2}} \\ F_1(k) = F_{1in}(k-50) \end{array} \right. \quad (2.1)$$

W celu zanalizowania modelu obiektu przeprowadzone zostało badanie reakcji wyjścia h_2 na skok sterowania F_{1in} oraz zakłócenia F_D . Skoki zostały przeprowadzone w chwili $t = 60s$. Skoki wykonywane były startując z podanego punktu pracy dla wartości od 24 do 84 co 10 dla sterowania oraz od 5 do 15 co 2.5 dla zakłócenia. Otrzymane wyniki przedstawione zostały na wykresach 2.1 oraz 2.2. Jak widać z wykresu dla zmiennego sterowania obiekt z całą pewnością nie jest liniowy. Już przy zmianie sterowania z 54 na 64 różnica wartości wyjścia jest widocznie większa niż przy zmianie z 54 na 44. Porównując przebiegi dla różnych wartości skoków możemy stwierdzić, że przy zwiększaniu sterowania obiekt staje się coraz łagodniejszy, ale różnica w wartości wyjścia zwiększa się. Dla mniejszych sterowań wynik jest odwrotny. Dla zmian zakłócenia obiekt także jest nieliniowy, jednakże różnica między przebiegami dla tak małych zmian jest niemalże niezauważalna. Na wykresach widać także wpływ opóźnienia sterowania F_{1in} względem wejścia F_1 . Zmiany wartości sterowania spotykają się z opóźnioną reakcją obiektu, w przeciwieństwie do zmian zakłócenia.



Rys. 2.1. Przebiegi wyjścia dla skoku wartości sterowania w chwili 60s



Rys. 2.2. Przebiegi wyjścia dla skoku wartości sterowania w chwili 60s

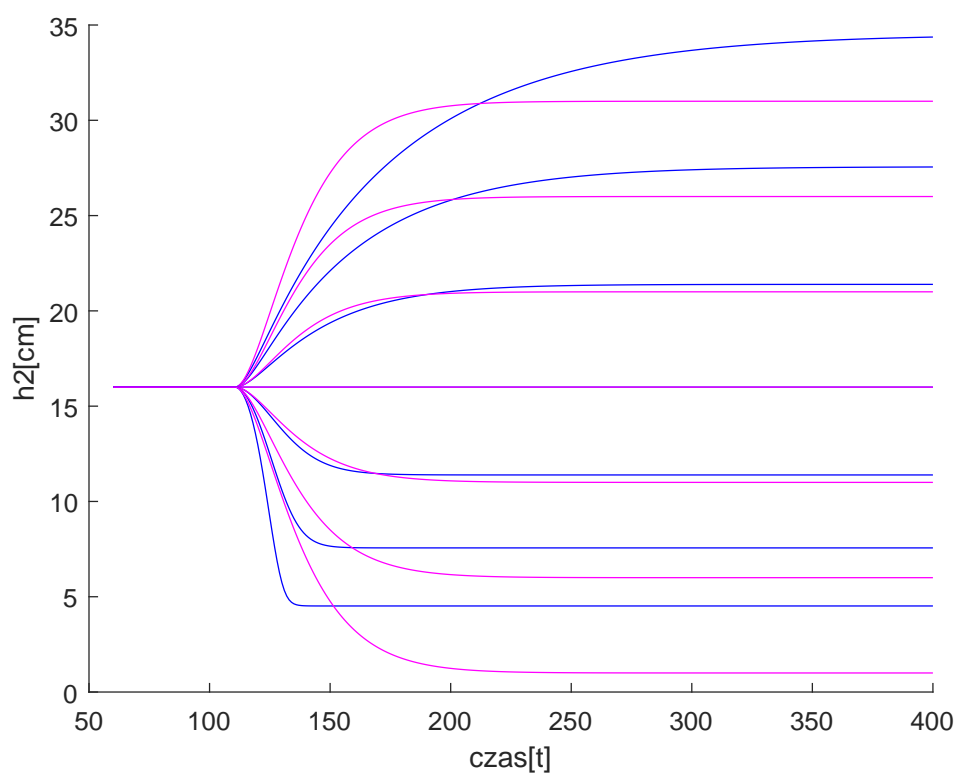
2.2. Model liniowy

W celu uzyskania modelu liniowego należy zlinearyzować równania obiektu w podanym punkcie pracy. Zlinearyzowane równania wyglądają następująco:

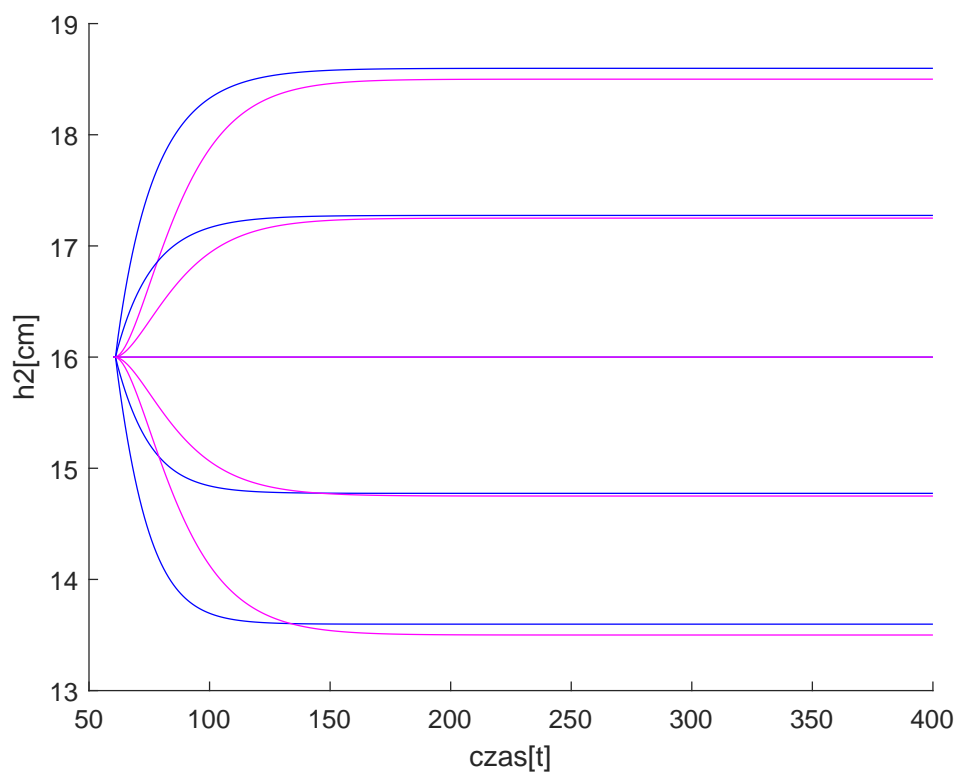
$$\left\{ \begin{array}{l} V_1(k) = V_1(k-1) + (F_1(k-1) - F_{10}) + (F_D(k-1) - F_{D0}) - \frac{\alpha_1}{2\sqrt{h_{10}}} * (h_1(k-1) - h_{10}) \\ V_2(k) = V_2(k-1) + \frac{\alpha_1}{2\sqrt{h_{10}}} * (h_1(k-1) - h_{10}) - \frac{\alpha_2}{2\sqrt{h_{20}}} * (h_2(k-1) - h_{20}) \\ h_1(k) = h_{10} + \frac{1}{2\sqrt{C_1 * V_{10}}} * (V_1(k) - V_{10}) \\ h_2(k) = h_{20} + \frac{1}{2\sqrt{C_2 * V_{20}}} * (V_2(k) - V_{20}) \\ F_1(k) = F_{1in}(k - 50) \end{array} \right. \quad (2.2)$$

O ile F_{10} , F_{D0} oraz h_{10} mamy podane, tak V_{10} , V_{20} oraz h_{10} musimy sobie określić. Nie jest to złożone zadanie. W punkcie pracy pochodne obydwu objętości musi być zerowa, z czego wynika, że $F_2 = F_3 \Rightarrow \alpha_1 * \sqrt{h_1} = \alpha_2 * \sqrt{h_2}$. Ponieważ $\alpha_1 = \alpha_2$ to wysokość wody w punkcie pracy musi być taka sama dla obydwu zbiorników. Mając wysokości wody w obu zbiornikach można obliczyć jej objętość.

Dla uzyskanego w ten sposób modelu liniowego przeprowadzono takie same testy jak dla oryginalnego modelu. Wynik testów przedstawiony jest na wykresach 2.3 oraz 2.4, na których niebieskim kolorem widnieją przebiegi oryginalne, a różowym te dla obiektu zlinearyzowanego. Dla skoków sterowania do 44 oraz 64 przebiegi dla obydwu modeli są dosyć podobne zarówno kształtem jak i wartościami. Dla wysokich oraz niskich wartości nie jest już niestety tak dobrze. Obiekt liniowy, w przeciwieństwie do oryginału, działa z taką samą dynamiką dla całego zakresu, co oznacza, że dla wysokich wartości sterowania jest on od niego szybszy, a dla niskich wolniejszy. Co więcej im dalej od punktu pracy tym większa różnica w wartości końcowej wyjścia. Dla skoków zakłócenia osiągnęte wartości są zbliżone dla skoków do 7.5 i 12.5. Niższe oraz wyższe spadki powodują coraz większe odchylenie końcowej wartości wyjścia, choć i tak wciąż nie jest ono bardzo duże. Jeśli chodzi o dynamikę obiekt zlinearyzowany reaguje na zmianę zakłócenia nieco wolniej niż obiekt oryginalny.



Rys. 2.3. Przebiegi wyjścia dla skoku wartości sterowania w chwili 60s, dla modelu nieliniowego i liniowego



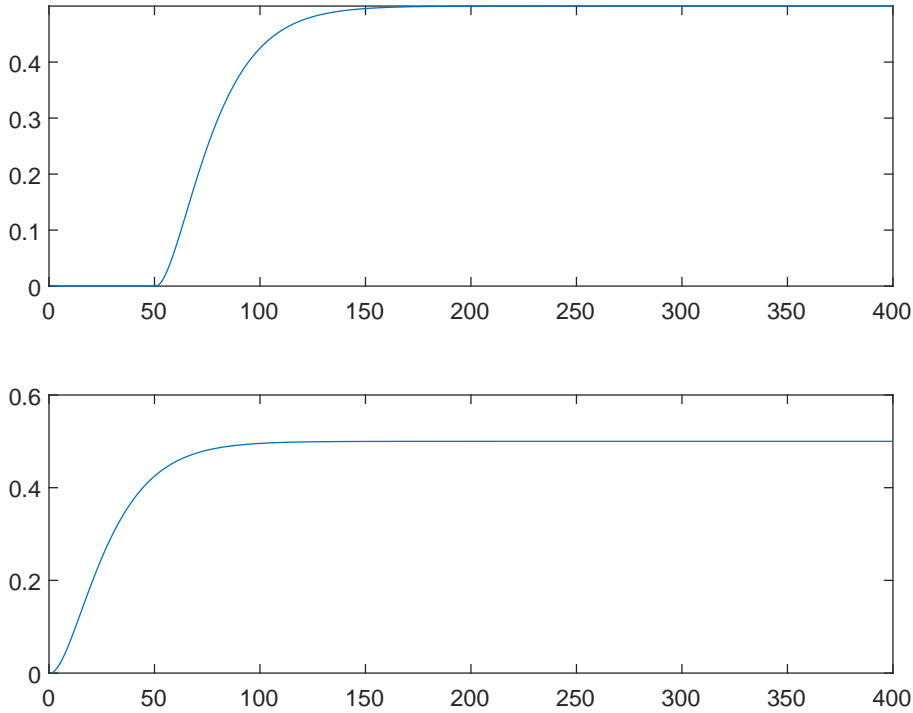
Rys. 2.4. Przebiegi wyjścia dla skoku wartości sterowania w chwili 60s, dla modelu nieliniowego i liniowego

2.3. Regulator

Tworząc regulator dla posiadanego obiektu zdecydowaliśmy się na regulator predykcyjny DMC. Nasza decyzja wynikała z faktu możliwości uzyskania przez nas niezaszumionej odpowiedzi skokowej obiektu na skok sterowania oraz skok zakłócenia oraz z faktu, że stosowanie regulatora DMC w formie GPC jesteśmy w stanie uwzględnić zakłócenie w regulatorze.

W celu uzyskania odpowiedzi skokowych wykorzystaliśmy obiekt zlinearyzowany w punkcie pracy. Wykonując skok sterowania z punktu pracy otrzymaliśmy przebieg wyjścia obiektu. Następnie odjeliśmy od przebiegu wartość wyjścia w punkcie pracy i podzieliliśmy przez długość skoku sterowania, zgodnie z wzorem 2.3, otrzymując w ten sposób znormalizowaną odpowiedź skokową. Dla odpowiedzi skokowej zakłócenia postąpiliśmy analogicznie wykonując skok zakłócenia i dzieląc na końcu przez długość tegoż skoku. Wygląd obydwu odpowiedzi przedstawiony został na wykresie 2.5.

$$s = \frac{y - y_0}{\Delta u} \quad (2.3)$$



Rys. 2.5. Odpowiedzi skokowe dla skoku sterowania(s) i zakłócenia(z)

Do obliczania regulacji DMC używaliśmy regulatora w formie analitycznej, określonego wzorami od 2.4 do 2.13:

$$\mathbf{Y}^{\text{zad}}(k) = \begin{bmatrix} Y^{\text{zad}}(k) \\ \vdots \\ Y^{\text{zad}}(k) \end{bmatrix}_{N \times 1} \quad (2.4)$$

$$\mathbf{Y}(k) = \begin{bmatrix} y(k) \\ \vdots \\ y(k) \end{bmatrix}_{N \times 1} \quad (2.5)$$

$$\Delta \mathbf{U}(k) = \begin{bmatrix} \Delta u(k|k) \\ \vdots \\ \Delta u(k + N_u - 1|k) \end{bmatrix}_{N_u \times 1} \quad (2.6)$$

$$\Delta \mathbf{U}^P(k) = \begin{bmatrix} \Delta u(k-1) \\ \vdots \\ \Delta u(k - (D-1)) \end{bmatrix}_{(D-1) \times 1} \quad (2.7)$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} s_1 & 0 & \dots & 0 \\ s_2 & s_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_N & s_{N-1} & \dots & s_{N-N_u+1} \end{bmatrix}_{N \times N_u} \quad (2.8)$$

$$\mathbf{M}^P = \begin{bmatrix} s_2 - s_1 & s_3 - s_2 & \dots & s_D - s_{D-1} \\ s_3 - s_1 & s_4 - s_2 & \dots & s_{D+1} - s_{D-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{N+1} - s_1 & s_{N+2} - s_2 & \dots & s_{N+D-1} - s_{D-1} \end{bmatrix}_{N \times D-1} \quad (2.9)$$

$$\mathbf{M}^{zP} = \begin{bmatrix} sz_1 & sz_2 - sz_1 & sz_3 - sz_2 & \dots & sz_{D_z} - sz_{D_z-1} \\ sz_2 & sz_3 - sz_1 & sz_4 - sz_2 & \dots & sz_{D_z+1} - sz_{D_z-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ sz_N & sz_{N+1} - sz_1 & sz_{N+2} - sz_2 & \dots & sz_{N+D_z-1} - sz_{D_z-1} \end{bmatrix}_{N \times D_z} \quad (2.10)$$

$$\mathbf{Y}^0(k) = \mathbf{Y}(k) + \mathbf{M}^P \Delta \mathbf{U}^P(k) + \mathbf{M}^{zP} \Delta \mathbf{Z}^P(k) \quad (2.11)$$

$$\mathbf{K} = (\mathbf{M}^T \mathbf{M} + \lambda * \mathbf{I})^{-1} \mathbf{M}^T \quad (2.12)$$

$$\Delta \mathbf{U}(k) = \mathbf{K}(\mathbf{Y}^{zad}(k) - \mathbf{Y}^0(k)) \quad (2.13)$$

W naszej regulacji potrzebujemy wyznaczyć tylko pierwszy element macierzy $\Delta \mathbf{U}(k)$ czyli $\Delta u(k|k)$. W tym celu rozwijamy wzór do postaci:

$$\Delta u(k|k) = k_e e(k) - k_u \Delta \mathbf{U}^P - k_z \Delta \mathbf{Z}^P \quad (2.14)$$

gdzie:

$$e(k) = \mathbf{Y}^{zad}(k) - \mathbf{Y}(k) \quad (2.15)$$

$$k_e = \sum_{i=1}^N K(1, i) \quad (2.16)$$

$$k_u = k \mathbf{M}^P \quad (2.17)$$

$$k_z = k \mathbf{M}^{zP} \quad (2.18)$$

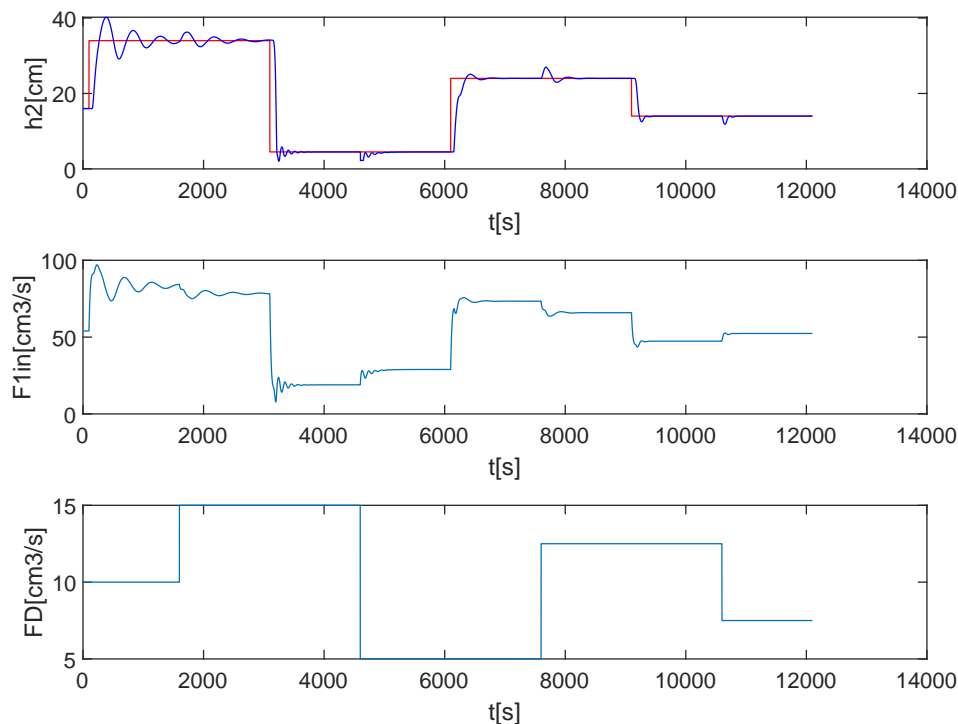
k to oznaczenie pierwszego wiersza macierzy K. Aktualne sterowanie otrzymujemy poprzez zsumowanie poprzedniego sterowania i aktualnie wyliczonego $\Delta u(k|k)$.

Po implementacji przystąpiliśmy do testowania regulatora. W tym celu zadaliśmy mu przebieg zakładający 4 zmiany wartości zadanej oraz 4 zmiany zakłócenia. Testowanie obiektu wymagało od nas także dobrania horyzontów oraz wartości lambda. Co do horyzontów, ponieważ zmniejszanie ich nie może poprawić regulacji pozostaliśmy przy stałej wartości równej odpowiedzi skokowej. Jeśli chodzi o lambda dla bardzo małych wartości przebiegi były nieakceptowalne. Poniżej przedstawiliśmy przebiegi regulacji dla trzech różnych lambda: 100, 2000 oraz 10000. Dla tych trzech przebiegów obliczony został średni błąd kwadratowy regulacji określony wzorem 2.19. Dla poszczególnych przebiegów błąd ten wynosił:

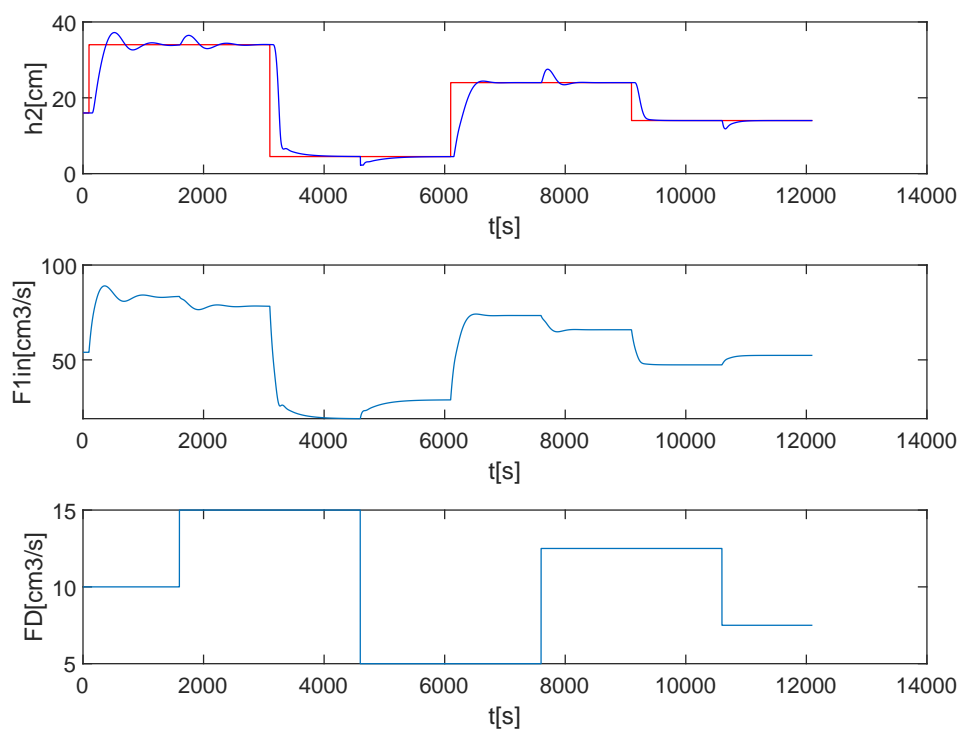
- lambda 100 - 13.2852
- lambda 2000 - 18.4502
- lambda 10000 - 27.1046

Dla lambda 100 błąd jest definitywnie najmniejszy, jednakże zarówno sterowanie jak i wyjście ulegają znacznym oscylacjom. Sytuacja dla lambda 10000 jest odwrotna, oscylacji brak, jednakże błąd wzrósł dwukrotnie. Lambda 2000 jest najlepszym rozwiązaniem z przetestowanych, oscylacje są obecne, jednakże błąd nie jest aż taki wysoki

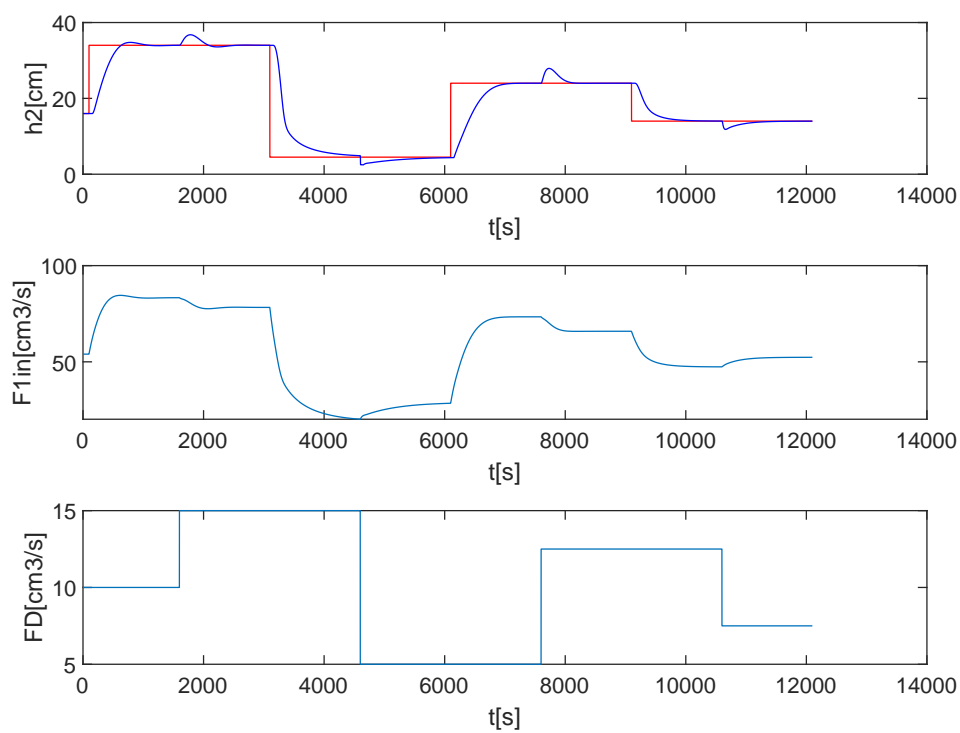
$$e = \frac{\sum_{t=1}^{t_{max}} (y_{zad}(t) - y(t))^2}{t_{max}} \quad (2.19)$$



Rys. 2.6. Przebieg regulacji dla lambda = 100



Rys. 2.7. Przebieg regulacji dla $\lambda = 2000$



Rys. 2.8. Przebieg regulacji dla $\lambda = 10000$

3. Skrypty

W celu uzyskania wykresów zamieszczonych w sprawozdaniu należy wywołać podane skrypty:

3.1. Zadanie 1

- badanie modelu:
`z1_model`
- porównanie modelu nieliniowego i liniowego:
`z1_modellin`
- odpowiedź skokowa w punkcie pracy:
`z1_step(16, true)`
- przebiegi regulacji dla DMC:
`z1_dmc(400, 400, 400, 400, 100, true)`
`z1_dmc(400, 400, 400, 400, 1000, true)`
`z1_dmc(400, 400, 400, 400, 10000, true)`