

SPRAWOZDANIE Z PIERWSZEJ CZĘŚCI
PROJEKTU Z PRZEDMIOTU
„TECHNIKA AUTOMATYZACJI
PROCESÓW”

Numer zadania: 3

Wykonawcy:

Dawidiuk Marek

Giełdowski Daniel

Kłos Maciej

Taras Sylwia

Spis treści

1. Opis otrzymanego modelu	2
2. Model liniowy	4
2.1. Równania stanu	4
2.2. Transmitancja	5
2.3. Porównanie modelu nieliniowego i liniowego	6
3. Model dyskretny	11
3.1. Równania stanu	11
3.2. Transmitancja	11
3.3. Porównanie modelu dyskretnego i ciągłego	13

1. Opis otrzymanego modelu

W ramach tego projektu analizowaliśmy otrzymany model obiektu znanego jako reaktor przepływowy. Obiekt składa się z pojemnika wypełnionego cieczą z rozpuszczoną nieokreśloną substancją. Do pojemnika wpływa strumieniem F_{in} ciecz o określonej temperaturze T_{in} oraz stężeniu rozpuszczonej substancji C_{Ain} . W pojemniku jest określona ilość cieczy V w określonej temperaturze T . Ciecz z pojemnika wypływa strumieniem F , zawierając stężenie C_A rozpuszczonej substancji. Dodatkowo przez pojemnik przeprowadzona jest rura odpowiedzialna za chłodzenie bądź podgrzewanie, którą strumieniem F_C płynie ciecz o temperaturze wejściowej T_{Cin} .

Obiekt opisany jest następującymi równaniami:

$$\begin{cases} V \cdot \frac{dC_A}{dt} = F_{in} \cdot C_{Ain} - F \cdot C_A - V \cdot k_0 \cdot e^{-\frac{E}{R \cdot T}} \cdot C_A \\ V \cdot \rho \cdot c_p \cdot \frac{dT}{dt} = F_{in} \cdot \rho \cdot c_p \cdot T_{in} - F \cdot \rho \cdot c_p \cdot T + V \cdot h \cdot k_0 \cdot e^{-\frac{E}{R \cdot T}} \cdot C_A - \frac{a \cdot (F_C)^{b+1}}{F_C + \frac{a \cdot (F_C)^b}{2 \cdot \rho_c \cdot c_{pc}}} \cdot (T - T_{Cin}) \end{cases} \quad (1.1)$$

W równaniach występują stałe o podanych wartościach:

- $\rho = \rho_c = 10^6 \frac{g}{m^3}$
- $c_p = c_{pc} = 1 \frac{cal}{g \cdot K}$
- $k_0 = 10^{10} \frac{1}{min}$
- $\frac{E}{R} = 8330,1 \frac{1}{K}$
- $h = 130 \cdot 10^6 \frac{cal}{kmol}$
- $a = 1,678 \cdot 10^6 \frac{cal}{K \cdot m^3}$
- $b = 0,5$

Na potrzeby linearyzacji otrzymaliśmy także dane odnośnie wartości zmiennych modelu w zadanym punkcie pracy układu:

- $V = 1m^3$
- $F_{in} = F = 1 \frac{m^3}{min}$
- $C_{Ain} = 2 \frac{kmol}{m^3}$
- $F_C = 15 \frac{m^3}{min}$
- $T_{in} = 323K$
- $T_{Cin} = 365K$
- $C_A = 0,26 \frac{kmol}{m^3}$
- $T = 393,9K$

W ramach zadania wielkości te podzielone zostały na 4 grupy:

- stałe - V, F, F_{in}
- regulowane - C_A, T
- sterujące - C_{Ain}, F_C
- zakłócenia - T_{in}, T_{Cin}

Po zastąpieniu stałych w równaniach liczbami, otrzymywany jest następujący układ równań:

$$\begin{cases} \frac{dC_A}{dt} = C_{Ain} - C_A - 10^{10} \cdot e^{-\frac{8330,1}{T}} \cdot C_A \\ \frac{dT}{dt} = T_{in} - T + 130 \cdot 10^{10} \cdot e^{-\frac{8330,1}{T}} \cdot C_A - \frac{1,678 \cdot (F_C)^{1,5}}{F_C + 0,839 \cdot (F_C)^{0,5}} (T - T_{Cin}) \end{cases} \quad (1.2)$$

Ostatnią rzeczą jaka musiała zostać wzięta pod uwagę było dokładniejsze określenie wartości wyjść w punkcie pracy, ponieważ te podane w zadaniu były przybliżone. Ustawiając wszystkie zmienne (prócz wyjściowych) na podane wartości, po ustabilizowaniu wyjścia wyniosły w przybliżeniu $C_A = 0,2646$ oraz $T = 393,9531$.

2. Model liniowy

2.1. Równania stanu

W celu opracowania modelu liniowego obiektu wykonaliśmy linearyzację w zadanym punkcie pracy. Pamiętając, że pochodna w tym punkcie wynosi 0, otrzymaliśmy następujące równania:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dC_A}{dt} = (-1 - 10^{10} \cdot e^{-\frac{8330,1}{T_0}})(C_A - C_{A0}) + (-10^{10} \cdot e^{-\frac{8330,1}{T_0}} \cdot \frac{8330,1}{T_0^2} \cdot C_{A0})(T - T_0) + (C_{Ain} - C_{Ain0}) \\ \frac{dT}{dt} = (130 \cdot 10^{10} \cdot e^{-\frac{8330,1}{T_0}})(C_A - C_{A0}) + (-1 + 130 \cdot 10^{10} \cdot e^{-\frac{8330,1}{T_0}} \cdot \frac{8330,1}{T_0^2} \cdot C_{A0} - \frac{1,678 \cdot (F_C)^{1,5}}{F_C + 0,839 \cdot (F_C)^{0,5}})(T - T_0) \\ \quad + (-1,678(T_0 - T_{Cin0}) \left(\frac{1,5 \cdot (F_{C0})^{0,5}}{F_{C0} + 0,839 \cdot (F_{C0})^{0,5}} - \frac{(F_{C0})^{1,5}}{(F_{C0} + 0,839 \cdot (F_{C0})^{0,5})^2} \cdot (1 + 0,5 \cdot 0,839 \cdot (F_{C0})^{-0,5}) \right))(F_C - F_{C0}) \\ \quad + (T_{in} - T_{in0}) + \left(\frac{1,678 \cdot (F_C)^{1,5}}{F_C + 0,839 \cdot (F_C)^{0,5}} \right)(T_{Cin} - T_{Cin0}) \end{array} \right. \quad (2.1)$$

Podstawiając wartości w punkcie pracy (zmienne z indeksem 0) otrzymujemy:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dC_A}{dt} = -7,5597(C_A - 0,2646) - 0,0932(T - 393,9531) + (C_{Ain} - 2) \\ \frac{dT}{dt} = 852,7638(C_A - 0,2646) + 5,7693(T - 393,9531) - 6,0732(F_C - 15) + (T_{in} - 323) + 5,3417(T_{Cin} - 36) \end{array} \right. \quad (2.2)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dC_A}{dt} = -7,5597 \cdot C_A - 0,0932 \cdot T + C_{Ain} + 36,7167 \\ \frac{dT}{dt} = 852,7638 \cdot C_A + 5,7693 \cdot T - 6,0732 \cdot F_C + T_{in} + 5,3417 \cdot T_{Cin} - 4680,0974 \end{array} \right. \quad (2.3)$$

2.2. Transmitancja

Mając model w postaci układu równań wykorzystaliśmy możliwości Matlaba do stworzenia obiektu reprezentującego te równania (obiekt $ss()$), a następnie obliczania transmitancji (obiekt $tf()$). Macierze równań stanu mają następującą postać:

$$A = \begin{bmatrix} -7,5597 & -0,0932 \\ 852,7638 & 5,7693 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -6,0732 & 1 & 5,3417 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Wyliczone transmitancje to:

$$\frac{C_A(s)}{C_{Ain}(s)} = \frac{s - 5,769}{s^2 + 1,79s + 35,83} \quad (2.8)$$

$$\frac{C_A(s)}{F_C(s)} = \frac{0,5658}{s^2 + 1,79s + 35,83} \quad (2.9)$$

$$\frac{C_A(s)}{T_{in}(s)} = \frac{-0,09316}{s^2 + 1,79s + 35,83} \quad (2.10)$$

$$\frac{C_A(s)}{T_{Cin}(s)} = \frac{-0,4976}{s^2 + 1,79s + 35,83} \quad (2.11)$$

$$\frac{T(s)}{C_{Ain}(s)} = \frac{8,528}{s^2 + 1,79s + 35,83} \quad (2.12)$$

$$\frac{T(s)}{F_C(s)} = \frac{-6,073s - 45,91}{s^2 + 1,79s + 35,83} \quad (2.13)$$

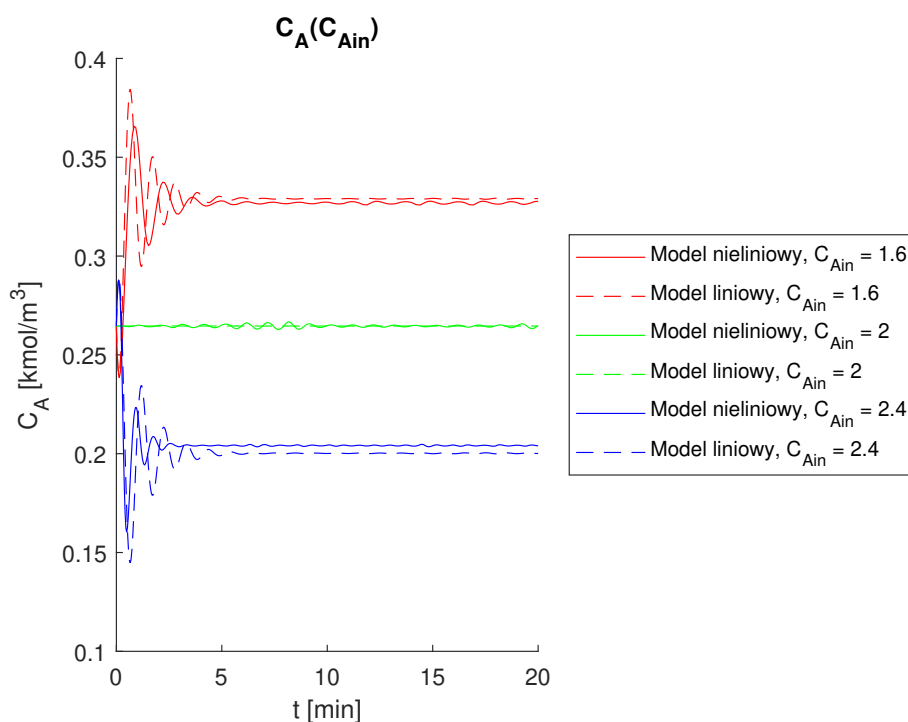
$$\frac{T(s)}{T_{in}(s)} = \frac{s + 7,56}{s^2 + 1,79s + 35,83} \quad (2.14)$$

$$\frac{T(s)}{T_{Cin}(s)} = \frac{5,342s + 40,38}{s^2 + 1,79s + 35,83} \quad (2.15)$$

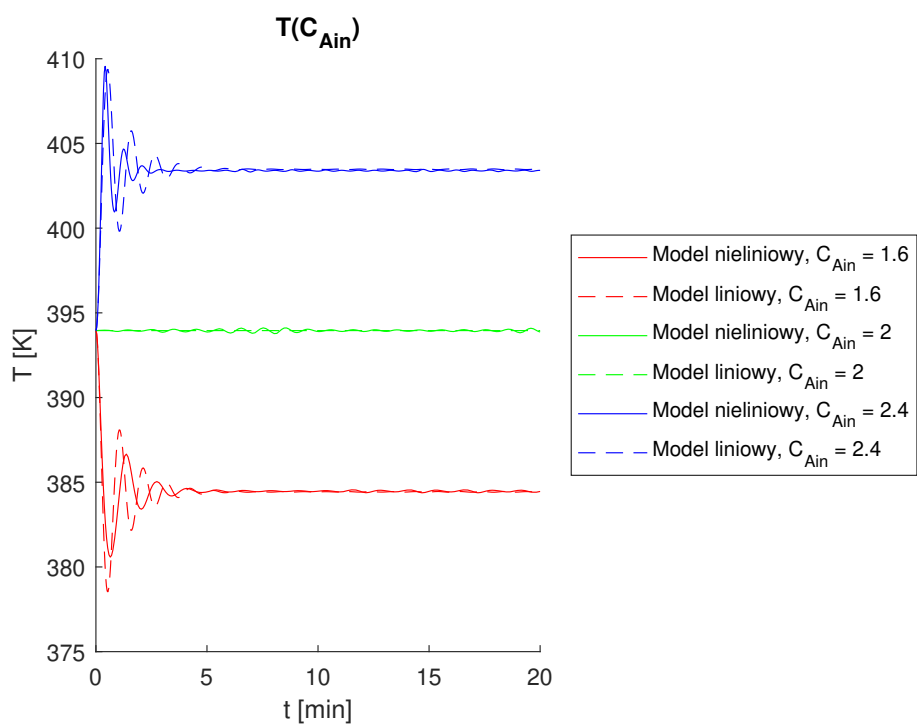
2.3. Porównanie modelu nieliniowego i liniowego

Po zaimplementowaniu modelu w postaci równań stanu w Matlabie, wykonaliśmy eksperymenty polegające na zmianie wartości jednej ze zmiennych sterujących. Na wykresach od 2.1 do 2.4 przedstawione zostały przebiegi wyjść dla małych zmian zmiennych sterujących. Jak widać model ten radzi sobie w tym zakresie zadowalająco. Odchyły stężenia C_A względem modelu nieliniowego nie są duże, i mieszczą się w zakresie $< -0,01; 0,01 >$. Różnica temperatury T między modelami nie przekracza jednego stopnia Kelwina. Przebiegi dla obydwu modeli są także podobne kształtem.

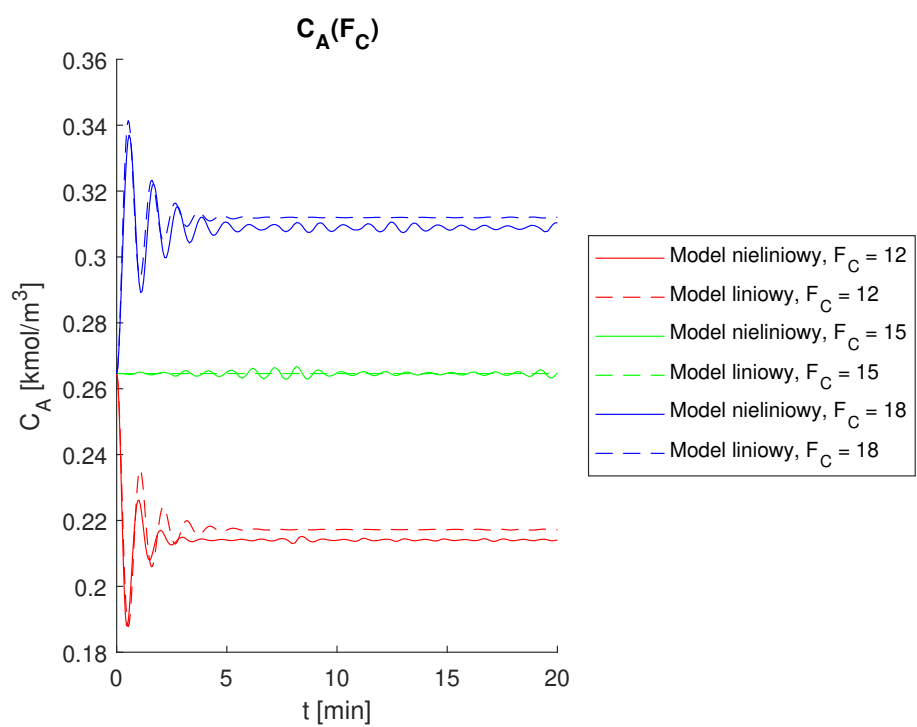
Inaczej przedstawia się sytuacja dla dużych skoków sterowania, przedstawiona na wykresach od 2.5 do 2.8. Odchylenie modelu liniowego od nieliniowego jest ewidentnie większe, i w większości przypadków kształt przebiegów nie pokrywa się pomiędzy modelami. Szczególną uwagę należy zwrócić jednak na wykres 2.6, ponieważ tylko na nim wartość końcowa wyjścia T modelu liniowego jest zbliżona do wartości dla modelu nieliniowego. Oznacza to, że w teorii model liniowy powinien dosyć dobrze odwzorowywać wartość wyjścia T przy skokach sterowania C_{Ain} .



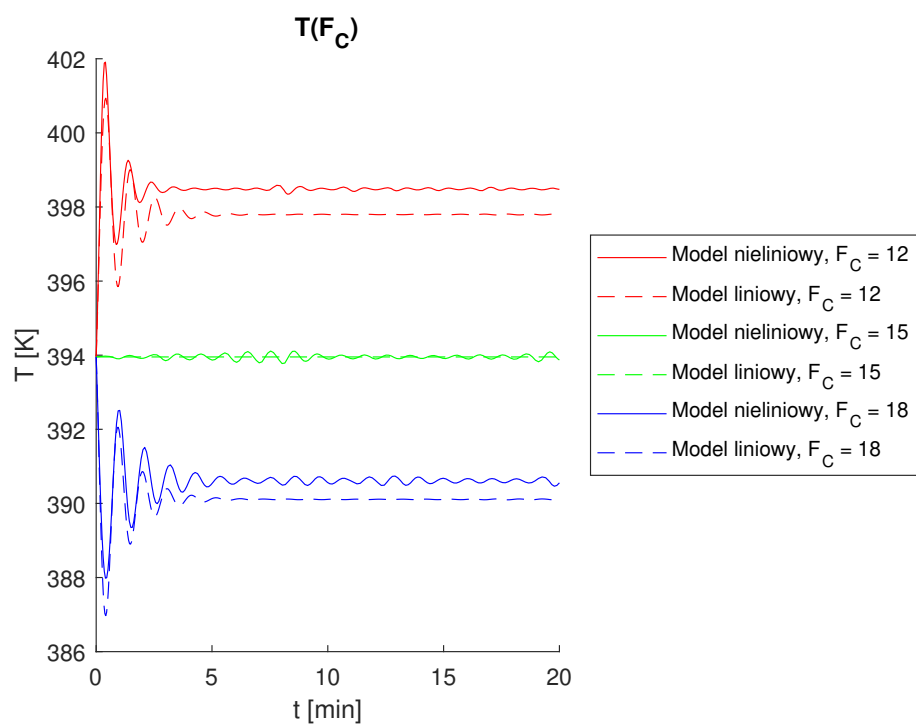
Rys. 2.1. Porównanie wyjścia C_A modelu nieliniowego i liniowego dla skoku sterowania C_{Ain} blisko punktu pracy



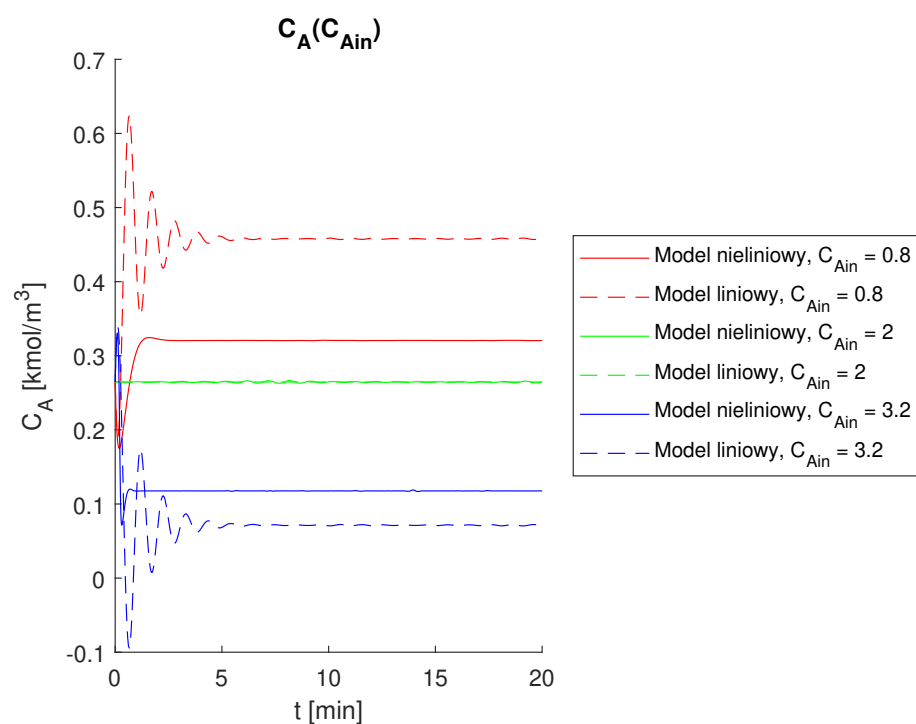
Rys. 2.2. Porównanie wyjścia T modelu nieliniowego i liniowego dla skoku sterowania C_{Ain} blisko punktu pracy



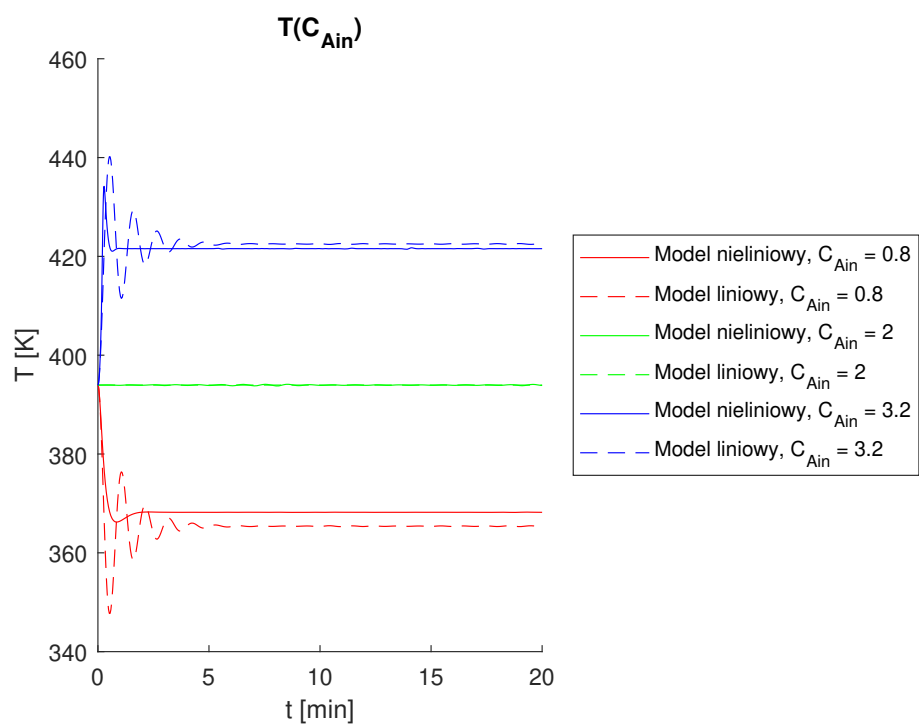
Rys. 2.3. Porównanie wyjścia C_A modelu nieliniowego i liniowego dla skoku sterowania F_C blisko punktu pracy



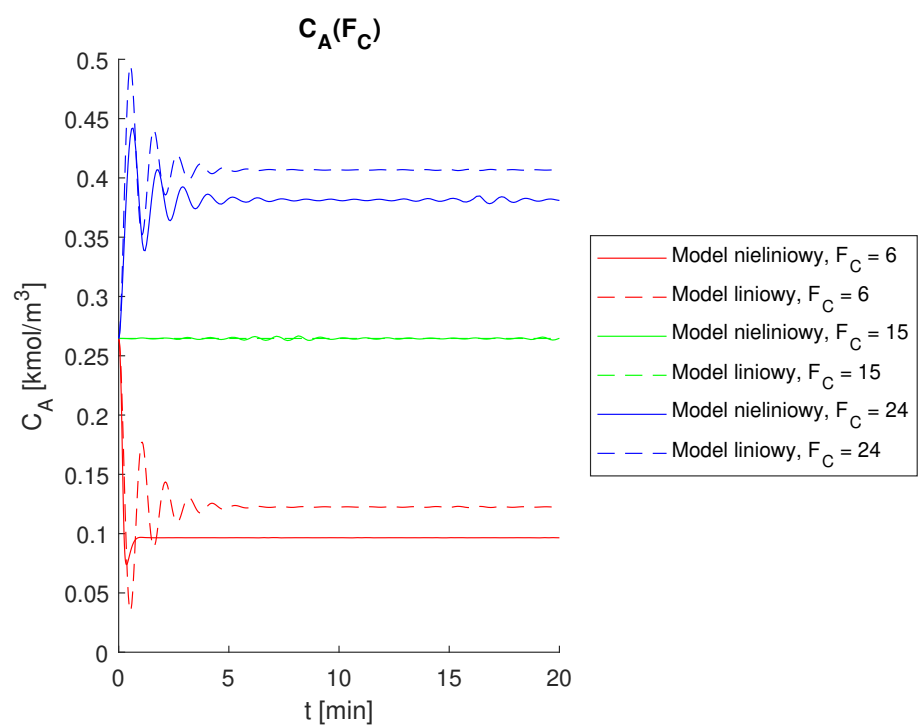
Rys. 2.4. Porównanie wyjścia T modelu nieliniowego i liniowego dla skoku sterowania F_C blisko punktu pracy



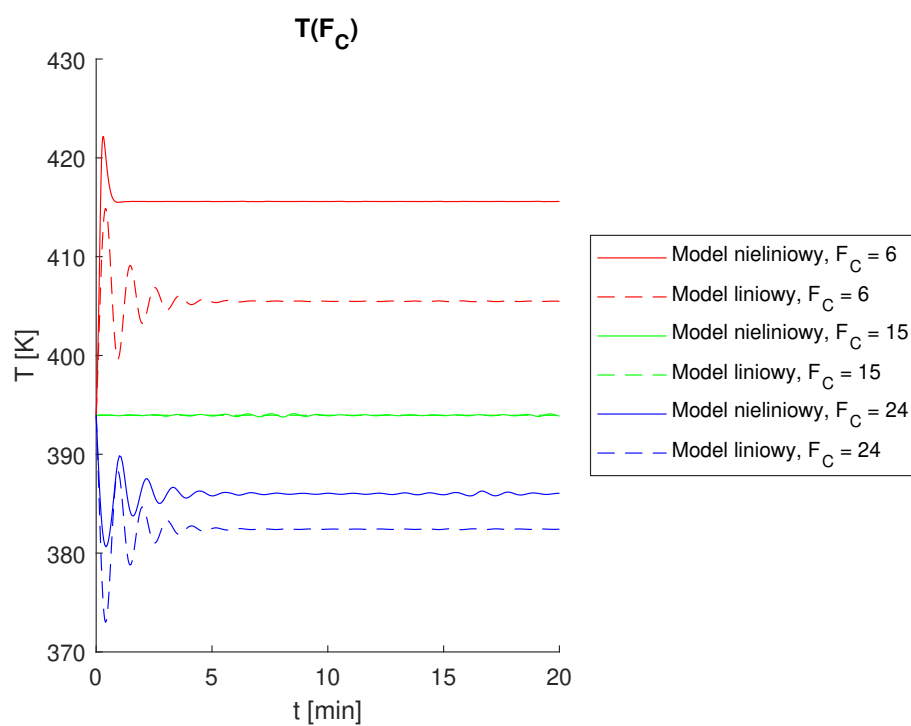
Rys. 2.5. Porównanie wyjścia C_A modelu nieliniowego i liniowego dla skoku sterowania C_{Ain} daleko od punktu pracy



Rys. 2.6. Porównanie wyjścia T modelu nieliniowego i liniowego dla skoku sterowania C_{Ain} daleko od punktu pracy



Rys. 2.7. Porównanie wyjścia C_A modelu nieliniowego i liniowego dla skoku sterowania F_C daleko od punktu pracy



Rys. 2.8. Porównanie wyjścia T modelu nieliniowego i liniowego dla skoku sterowania F_C daleko od punktu pracy

3. Model dyskretny

Dla przyjętego czasu próbkowania $T_p = 0,01$ min.

3.1. Równania stanu

Wychodząc od równania stanu modelu ciągłego i wykorzystując obecną w Matlabie funkcję $c2d()$ otrzymaliśmy równania stanu modelu dyskretnego.

$$\begin{cases} C_A[k+1] = 0,9233 \cdot C_A[k] - 0,0009228 \cdot T[k] + 0,009618 \cdot C_{Ain}[k] + 2,811 \cdot 10^{-5} \cdot F_C[k] \\ \quad - 4,629 \cdot 10^{-6} \cdot T_{in}[k] - 2,473 \cdot 10^{-5} \cdot T_{Cin}[k] \\ T[k+1] = 8,447 \cdot C_A[k] + 1,055 \cdot T[k] + 0,042378 \cdot C_{Ain}[k] - 0,06244 \cdot F_C[k] \\ \quad + 0,01028 \cdot T_{in}[k] + 0,05492 \cdot T_{Cin}[k] \end{cases} \quad (3.1)$$

3.2. Transmitancja

Mając transmitancję modelu ciągłego wykorzystaliśmy obecną w Matlabie funkcję $c2d()$ w celu otrzymania transmitancji modelu dyskretnego.

$$\frac{C_A(z)}{C_{Ain}(z)} = \frac{0,009618z - 0,01019}{z^2 - 1,979z + 0,9823} \quad (3.2)$$

$$\frac{C_A(z)}{F_C(z)} = \frac{2,811 \cdot 10^{-5}z - 2,795 \cdot 10^{-5}}{z^2 - 1,979z + 0,9823} \quad (3.3)$$

$$\frac{C_A(z)}{T_{in}(z)} = \frac{-4,629 \cdot 10^{-6}z - 4,601 \cdot 10^{-6}}{z^2 - 1,979z + 0,9823} \quad (3.4)$$

$$\frac{C_A(z)}{T_{Cin}(z)} = \frac{-2,473 \cdot 10^{-5}z - 2,458 \cdot 10^{-5}}{z^2 - 1,979z + 0,9823} \quad (3.5)$$

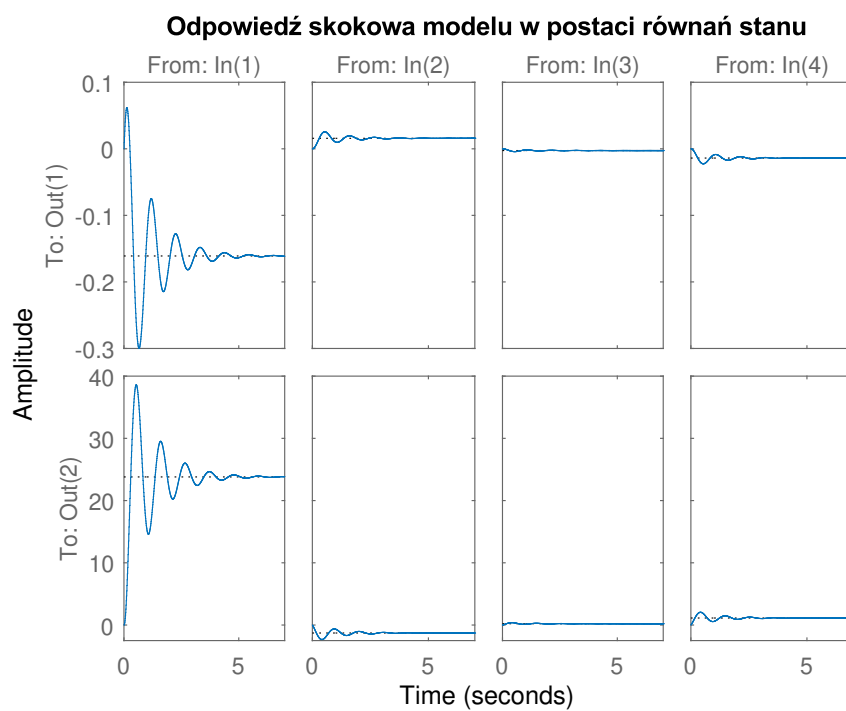
$$\frac{T(z)}{C_{Ain}(z)} = \frac{0,04237z + 0,04212}{z^2 - 1,979z + 0,9823} \quad (3.6)$$

$$\frac{T(z)}{F_C(z)} = \frac{-0,06244z + 0,05789}{z^2 - 1,979z + 0,9823} \quad (3.7)$$

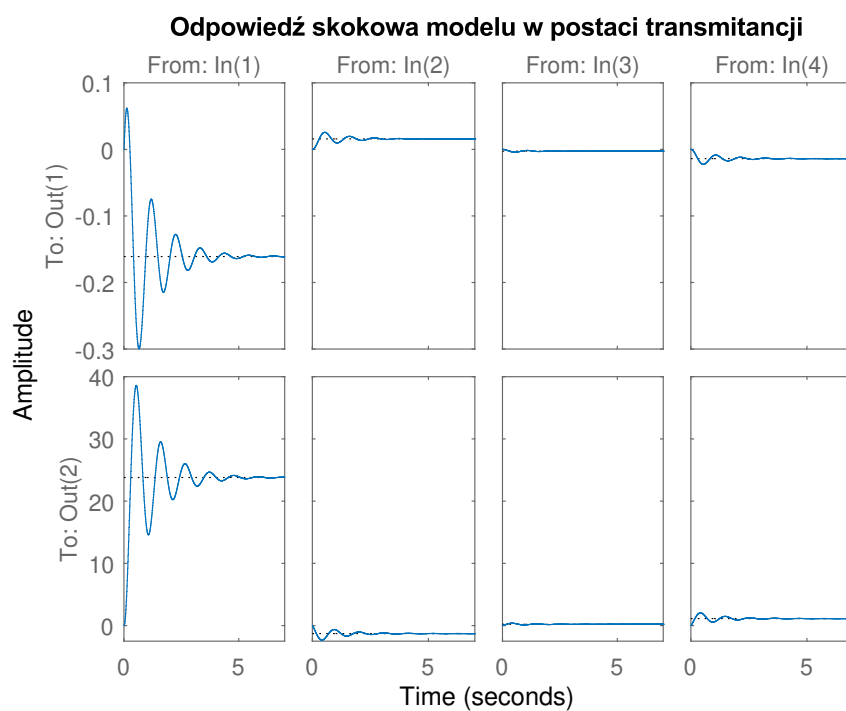
$$\frac{T(z)}{T_{in}(z)} = \frac{0,01028z - 0,009532}{z^2 - 1,979z + 0,9823} \quad (3.8)$$

$$\frac{T(z)}{T_{Cin}(z)} = \frac{0,05492z - 0,05092}{z^2 - 1,979z + 0,9823} \quad (3.9)$$

Odpowiedzi skokowe modeli dyskretnych w postaci zarówno równań stanu jak i transmitancji wyglądają identycznie, co widać na wykresach 3.1 oraz 3.2. Można dzięki temu wnioskować, że transmitancje zostały wyznaczone prawidłowo.



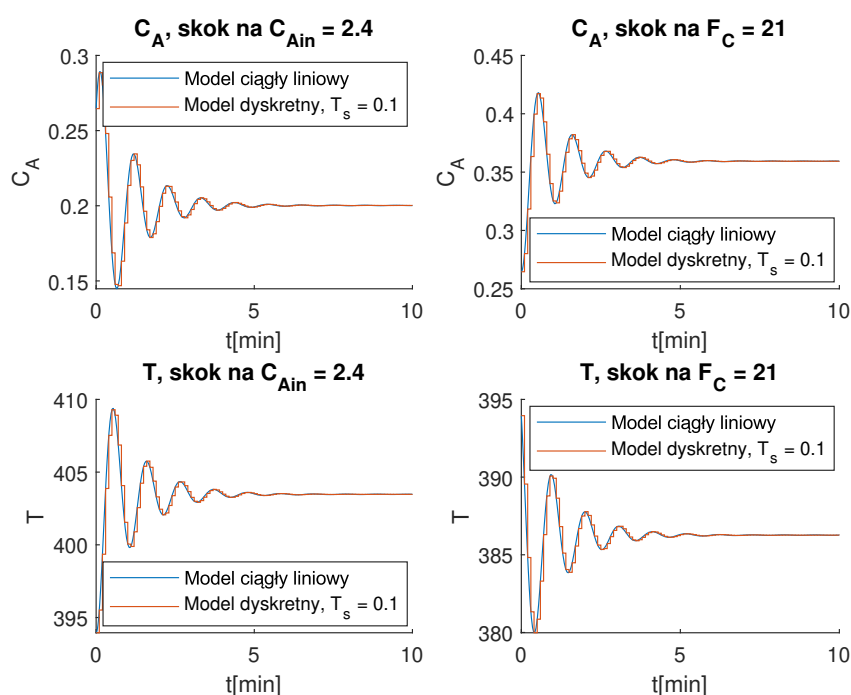
Rys. 3.1. Odpowiedź skokowa modelu dyskretnego w postaci równań stanu



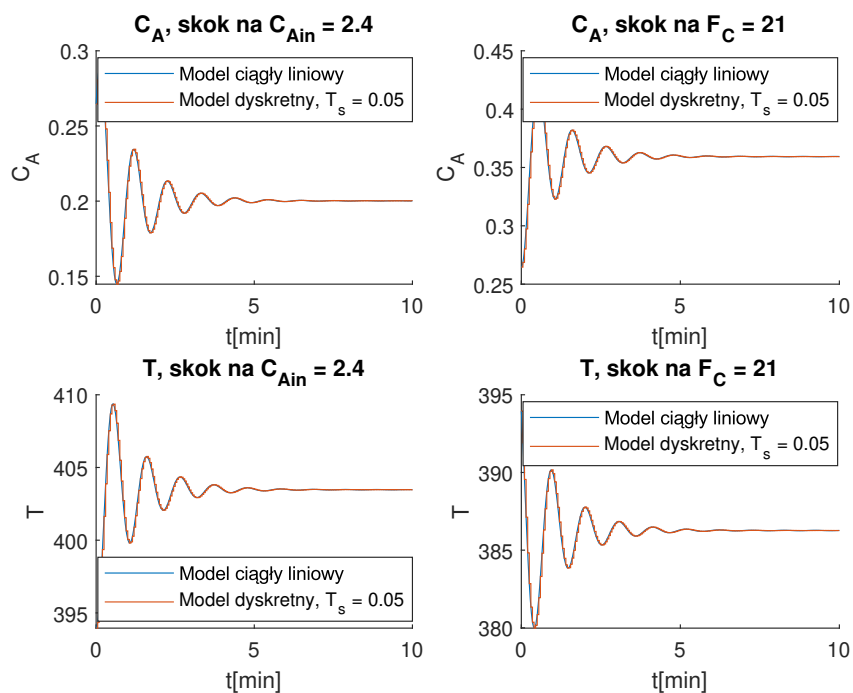
Rys. 3.2. Odpowiedź skokowa modelu dyskretnego w transmitancji

3.3. Porównanie modelu dyskretnego i ciągłego

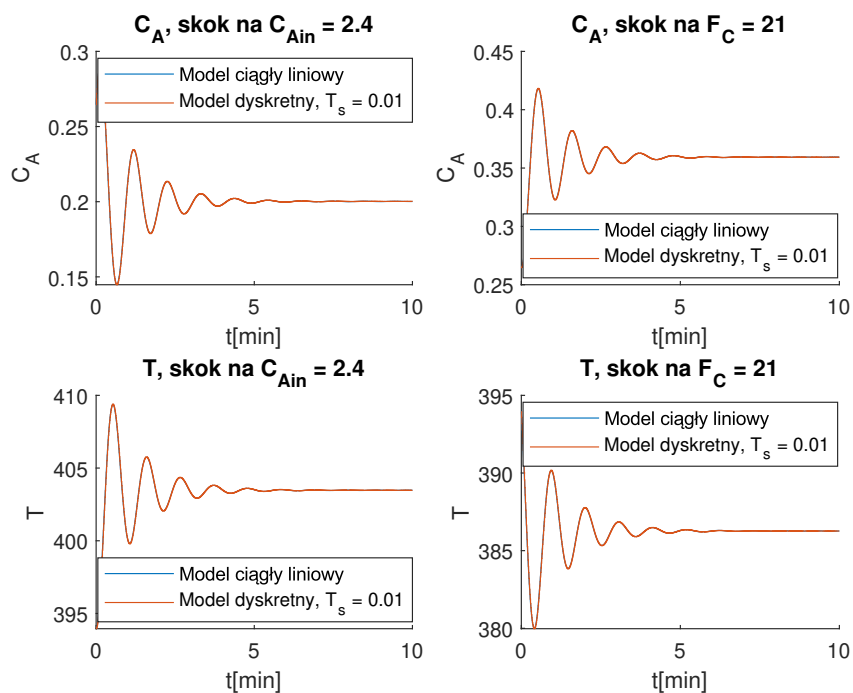
Na poniższych wykresach (od 3.3 do 3.5) porównaliśmy działanie modelu dyskretnego i ciągłego przy skokach obydwu sterowań dla trzech różnych okresów próbkowania: 0,1, 0,05 oraz 0,01 minuty. Dla największej z tych wartości dokładnie widać różnicę, między modelami, a mianowicie charakterystyczne schodki. Dla okresu 0,05 minuty schodki są jeszcze widoczne, ale wykres wygląda znacznie lepiej. Przy okresie próbkowania 0,01 minuty wykresy niemalże nakładają się na siebie, więc to właśnie tę wartość wybraliśmy jako optymalną.



Rys. 3.3. Porównanie modelu ciągłego i dyskretnego dla czasu próbkowania 0,1 min



Rys. 3.4. Porównanie modelu ciągłego i dyskretnego dla czasu próbkowania 0,05 min



Rys. 3.5. Porównanie modelu ciągłego i dyskretnego dla czasu próbkowania 0,01 min