



①

$$\begin{aligned} \textcircled{a} E[Y_T] &= E[0,01 + 0,2Y_{T-2} + e_T] \\ E[Y_T] &= E[0,01] + 0,2E[Y_{T-2}] + E[e_T] \\ E[Y_T] &= M = E[Y_{T-2}] \end{aligned}$$

Logo

$$M = 0,01 + 0,2M$$

$$M = \frac{0,01}{0,8} = \frac{1}{80} = 0,0125$$

$$\text{Cov}(Y_T, e_T) = 0$$

$$\text{Var}(Y_T) = \text{Var}(0,01 + 0,2Y_{T-2} + e_T)$$

$$\text{Var}(Y_T) = \text{Var}(0,01) + \text{Var}(0,2Y_{T-2}) + \text{Var}(e_T)$$

$$\text{Var}(Y_T) = 0,04 \text{Var}(Y_T) + \sigma^2 = 0,04 \text{Var}(Y_T) + 0,02$$

$$\text{Var}(Y_T) = \frac{0,02}{1-0,04} = \frac{0,02}{0,96} = \frac{1}{48} \approx 0,0208$$

$$\textcircled{b} \rho_1 = \text{Corr}(Y_T, Y_{T-1}) = \frac{\text{Cov}(Y_T, Y_{T-1})}{\text{Var}(Y_T)} = \frac{\gamma_1}{\text{Var}(Y_T)}$$

$$\gamma_1 = E(Y_T Y_{T-1}) - E(Y_T) E(Y_{T-1}) = E(Y_T Y_{T-1}) - 0,0125 \cdot 0,0125$$

$$\gamma_1 = E[(0,01 + 0,2Y_{T-2} + e_T) Y_{T-1}] - 0,0002$$

$$\gamma_1 = 0,01E(Y_{T-1}) + 0,2E(Y_{T-1}Y_{T-2}) - 0,0002$$

$$\gamma_1 = 0,01 \cdot 0,0125 - 0,0002 + 0,2E[(0,01 + 0,2Y_{T-3} + e_T) Y_{T-2}]$$

$$\gamma_1 = 0,0011 + 0,2(0,01 \cdot 0,0125 + 0,2E(Y_{T-2}Y_{T-3}))$$

$$\rho_2 = \text{Corr}(Y_T, Y_{T-2}) = \frac{\text{Cov}(Y_T, Y_{T-2})}{\text{Var}(Y_T)} = \frac{\gamma_2}{\text{Var}(Y_T)}$$

$$\gamma_2 = E(Y_T Y_{T-2}) - E(Y_T) E(Y_{T-2}) = E(Y_T Y_{T-2}) - 0,0125 \cdot 0,0125$$

$$\gamma_2 = E[(0,01 + 0,2Y_{T-2} + e_T) Y_{T-2}] - 0,0002$$

$$\gamma_2 = 0,01E[Y_{T-2}] + 0,2E[Y_{T-2}^2] - 0,0002$$

$$\gamma_2 = 0,01 \cdot 0,0125 + 0,2 \cdot 0,0208 - 0,0002 = 0,0041$$

$$\text{Logo } \rho_2 = \frac{\gamma_2}{\text{Var}(Y_T)} = \frac{0,0041}{0,0208} = 0,19712$$

① $\gamma_{99} = 0,02$ $\gamma_{100} = -0,01$

$$\gamma_{101} = 0,01 + 0,2 \gamma_{99} + e_T = 0,01 + 0,2 \cdot 0,02 + e_T = 0,014 + e_T$$

$$\gamma_{102} = 0,01 + 0,2 \gamma_{100} + e_{T+1} = 0,01 + 0,2 \cdot (-0,01) + e_{T+1} = 0,008 + e_{T+1}$$

Passo em um modelo

② As FAC e FACP são úteis porque ajudam a encontrar um bom p e q para um modelo $ARMA(p, q)$ mais adequado para a dada série temporal, sendo FAC útil para achar o componente $AR(p)$ e o FACP útil para achar o componente $MA(q)$

③ um modelo $ARMA$ razoável para escolher seria o modelo $ARMA(2, 0)$. Para verificar esses modelos com testes AIC e BIC, além de analisar a FAC e FACP dos resíduos e os testes de Ljung-Box,