

# Bipartito o Ciclo

Daniel Bustos

May 6, 2024

Sea  $G = (V, E)$  con  $|V| = n$ . Queremos probar que:  $\forall v \in V, G - v$  es bipartito  $\leftrightarrow G$  es bipartito o ciclo impar.

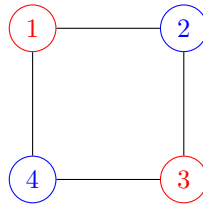
Probemos la ida:

$\forall v \in V, G - v$  es **bipartito**  $\rightarrow G$  es **bipartito o ciclo impar**.

Probémoslo por el contrarrecíproco.

$G$  **no es bipartito ni es ciclo impar**  $\rightarrow \exists v \in V : G - v$  **no es bipartito**  
Supongamos que  $G$  no es bipartito ni ciclo impar. Esto nos deja dos casos:

- Si es ciclo par, podemos tomar los vértices impares, y los impares por separado. Dentro de cada uno de estos no hay relaciones, por lo tanto,  $G$  es bipartito, lo cual es absurdo porque dijimos que  $G$  no lo era. Luego, este caso no puede ocurrir. Por ejemplo:



Se observa que podemos tomar las biparticiones  $\{1, 3\}$  y  $\{2, 4\}$  respectivamente.

- Si  $G$  no es ciclo, quiere decir que en sus  $n$  vértices existe alguno que tiene grado distinto de 2. Aca no se que afirmar

Probemos la vuelta:

$G$  es **bipartito o ciclo impar**.  $\rightarrow \forall v \in V, G - v$  es **bipartito**