

Sea  $G$  la solución greedy para  $U, k$  dados, y sea  $O$  la solución óptima.

- Si  $G > \text{Optimo}$ , es absurdo por definicion. Por lo tanto,  $G < \text{Optimo}$  o  $G = \text{Optimo}$ .
- Si  $G = \text{Optimo}$ , es trivialmente cierto.
- Si  $G < \text{Optimo}$ : Sea  $i$  el primer índice donde  $O$  y  $G$  difieren. Por definición:

$$O = \{x_1, x_2, \dots, x_{i'}, x_{i'+1}, \dots, x_n\}$$

Dado que  $\forall j' \geq i : x_{j'} \leq x_i$  y en particular (1)  $x_{i'} < x_i$ , podemos considerar  $O^* = (O \cup \{x_i\}) - \{x_{i'}\}$

$$O^* = (O \cup \{x_i\}) - \{x_{i'}\} = \{x_1, x_2, \dots, x_{i-1}, x_i, x_{i'+1}, \dots, x_n\}$$

y ahora la suma es  $O^* > O$  exactamente por  $x_i - x_{i'}$  y por (1) sabemos que  $x_i - x_{i'} > 0$ . Por lo tanto, es óptimo cambiar la decisión  $i$ -ésima tomada por  $O$  por la tomada por  $G$ . Esto se cumple para cualquier índice genérico, por lo tanto, greedy es óptimo.