Sea $G = (V, E)$ un grafo, con $|V| = n$.
Sea $P(n) :=$ Si un grafo tiene más de $\frac{(n-1)\cdot(n-2)}{2}$ aristas $\rightarrow$ es conexo.

**Caso Base**: $P(1)$ = Tenemos 1 vértice, con 0 aristas: Se falsea el antecedente, luego $P(1)$ es verdadero.

**Paso inductivo**: **H.I**: Supongamos que existe un $n_0$ tal que para todo Grafo con $n_0$ vértices que tenga más de $\frac{(n_0-1)\cdot(n_0-2)}{2}$ aristas $->$ es conexo.

**Q.V.Q**: $P(n_0) -> P(n_0 + 1)$

Tenemos un grafo $G$ con $n_0 + 1$ vértices, queremos probar que si tiene más de $\frac{n_0\cdot(n_0-1)}{2}$ aristas $->$ es conexo.

- Si tiene menor o igual a la cantidad de aristas pedida, entonces se falsea el antecedente, haciendo verdadera a la propiedad:

- Si hay un nodo $v$ de a lo sumo grado 1, podemos considerar el grafo $G - v$. $G - v$ tiene $n_0$ nodos y $\frac{n_0\cdot(n_0-1)}{2} - 1$ aristas. Observemos que:

$$\frac{n_0 \cdot (n_0 - 1)}{2} - 1 > \frac{(n_0 - 1) \cdot (n_0 - 2)}{2}$$

  Luego tenemos un grafo que cumple la H.I., entonces es verdadero $P(n_0 + 1)$.

- ¿Hasta qué grado de nodo podemos remover, tal que siga valiendo la desigualdad de la H.I.? Plantemos la desigualdad. Sea $a$ el grado mayor del nodo que podemos sacar.

$$\begin{aligned}
&\frac{n_0 \cdot (n_0 - 1)}{2} - a > \frac{(n_0 - 1) \cdot (n_0 - 2)}{2} \\
&\leftrightarrow \left(\frac{n_0^2}{2} - \frac{n_0}{2} - a\right) > \left(\frac{n_0^2}{2} - \frac{2n_0}{2} - \frac{n_0}{2} + \frac{2}{2}\right) \\
&\leftrightarrow -\frac{n_0}{2} - a > -\frac{3}{2}n_0 + 1 \\
&\leftrightarrow n_0 - a > 1 \\
&\leftrightarrow n_0 - 1 > a
\end{aligned}$$

  Luego podemos sacar nodos de hasta grado $n_0 - 2$, y generarnos un Grafo de $n_0$ vertices que cumpla la desigualdad, haciendo valer la H.I.

- ¿Pero qué pasa si todos los nodos tienen grado $n - 1$? ¡Fácil! Si todos los nodos tienen grado $n - 1$, entonces el grafo es conexo por definición, ya que es completo (todos están conectados con todos).

  Luego vimos que $P(n_0 + 1)$ vale para todos los casos.

Por lo tanto $P(n)$ vale $\forall n \geq 0$.