

17. Problema del vuelto

En el problema del vuelto tenemos una cantidad ilimitada de monedas de distintos valores w_1, \dots, w_k y queremos dar un vuelto v utilizando la menor cantidad de monedas posibles (ver Teórica 2). Por ejemplo, si los valores son $w_1 = 1$, $w_2 = 5$ y $w_3 = 12$, y el vuelto es $v = 15$, entonces el resultado es 3 ya que alcanza con dar 3 monedas de \$5. Modelar este problema como un problema de camino mínimo e indicar un algoritmo eficiente para resolverlo. El algoritmo sobre el modelo debe tener complejidad $O(vk)$. Opcional: discutir cómo se relaciona este modelo con el algoritmo de programación dinámica correspondiente.

Planteamos un grafo, donde tenemos v vértices, para cada valor entre 0 y 15, le sumamos nuestras k monedas y nos vinculamos con el vértice correspondiente. Si nos llegásemos a pasar de 15, no generamos ninguna conexión.

Por ejemplo, con la entrada dada en el enunciado:

Iniciamos en el 0, conectamos el vértice 0 a: 1, 5, 12, luego conectamos el 1 a: 2, 6, 13, y así sucesivamente.

Añadimos a cada arista un costo de 1. Luego usamos la función del ejercicio anterior para tomar el camino mínimo, con raíz en el 0 y final en el 15, ya que el grafo resultante es necesariamente un DAG. Nunca nos "restamos" monedas usadas, nuestro costo puede únicamente subir.

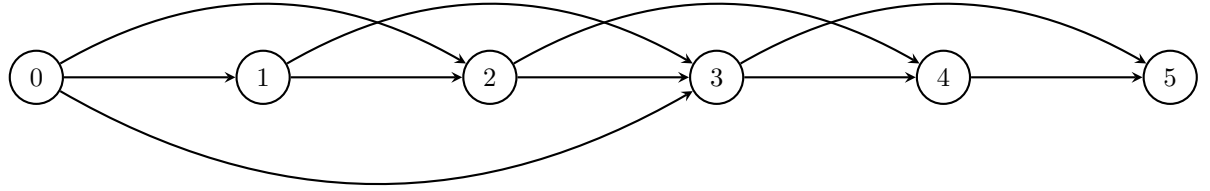


Figure 1: Grafo ilustrando el problema del vuelto con monedas de 1, 2, y 3, con $v = 5$. Todas las aristas tienen coste 1