Definición y Algoritmo para el Problema de Realización de Secuencia Digráfica

1. Dado un ordenamiento $v_1, \ldots, v_n$ de los vértices de un digrafo D, se define la secuencia digráfica de D como $(d^-(v_1), d^+(v_1)), \ldots, (d^-(v_n), d^+(v_n))$.

2. Dada una secuencia de pares d, el problema de realización de d consiste en encontrar un digrafo D cuya secuencia digráfica sea d.

Descripción del Algoritmo de Flujo Máximo

- Definimos dos conjuntos v_i^- y v_i^+.

- En el grafo, las relaciones existen solo entre conjuntos. Las relaciones forman un grafo casi completo donde existe la arista (v_i^+, v_j^-) para todo $j \neq i$ con capacidad 1.

- Todos los vértices v_i^+ están conectados a una fuente s con capacidad $d^+(v_i)$. Análogamente, todos los vértices v_i^- están conectados al sumidero con capacidad $d^-(v_i)$.

- Se utiliza un algoritmo de flujo máximo. El sistema tiene solución si todas las aristas tanto de salida como de entrada están saturadas.

- Si hay flujo por una arista (v_i^+, v_j^-), entonces en nuestro digrafo solución existe la arista (v_i, v_j).

Complejidad del Algoritmo

- $|V| := n + 2$

- $|E| := 2n + \sum_{i=1}^{n-1}(n-1) = \frac{n^2}{2} + \frac{3n}{2}$

- Observemos que en el peor caso, el flujo máximo será $\sum_{i=1}^{n}(n-1) = O(n^2)$.

- Usando el algoritmo de Edmonds-Karp, la complejidad es $O(\min(|V||E|^2, |V| \cdot F)) = O(\min(n^4, n^3)) = O(n^3)$.