Université Félix Houphouët Boigny
UFR-MI
Licence 1 : MIAGE
Année académique 2022 – 2023

**Examen de Strutures algébriques :**
**(Première session 2heures)**

<u>Exercice 1</u> **: (7-points).**
Soit l'ensemble $E = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.

1. Construire sur $E$ deux l.c.i(**loi de composition interne**) commutatives, admettant respectivement 3 et 5 comme éléments neutres.
2. Construire sur $E$ une l.c.i **non commutative**, **non associative**, admettant 1 comme élément neutre.
3. Construire sur $E$ une l.c.i commutative, associative, admettant 1 comme élément neutre, et telle que chaque élément admette un symétrique.

**Exercice 2 : (7-points)** On considère l'anneau quotient $A = \dfrac{\mathbb{Z}}{16\mathbb{Z}}$.

1. Déterminer les classes d'équivalences de $33^{2023}$ et de $31^{2023}$ dans $A$.
2. $A$ est-il commutatif, unitaire , intègre ?
3. Déterminer $\mathcal{U}(A)$ l'ensemble des éléments inversibles de $A$.
4. Déterminer tous les sous-groupes de **deux éléments** du groupe $\mathcal{U}(A)$.

<u>Exercice 3</u> **: (6-points).**

On considère l'anneau quotient $\mathbb{K} = \dfrac{\mathbb{Z}}{5\mathbb{Z}}$ et $\mathbb{K}[X]$, l'anneau des polynômes à coefficients dans $\mathbb{K}$.

1. Ecrire les tables de l'addition et de la multiplication de l'anneau quotient $\mathbb{K}$.
2. Effectuer dans $\mathbb{K}[X]$, la division euclidienne de
$P(X) = X^5 + \dot{2}X^4 + \dot{3}X^3 + \dot{4}X + \dot{1}$ par $Q(X) = \dot{4}X^3 + X^2 + X + \dot{4}$.
3. Effectuer dans $\mathbb{K}[X]$, **si possible**, la division suivant les puissances croissantes, à l'ordre 3, de
$P(X) = X^5 + \dot{2}X^4 + \dot{3}X^3 + \dot{4}X + \dot{1}$ par $Q(X) = \dot{4}X^3 + X^2 + X + \dot{4}$.