

EXAMEN DE CALCUL MATRICIEL

L1

2<sup>nde</sup> Session

Durée : 1 H 30

EXERCICE 1 (10 points)

Le corps de base est  $\mathbb{R}$ .

1) Trouver les inverses des matrices suivantes :

$\checkmark$   $M_1 = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ ;  $M_2 = \begin{bmatrix} 2 & 6 & 5 \\ 5 & 3 & -2 \\ 7 & 4 & -3 \end{bmatrix}$   $\checkmark$

2) Une matrice carrée d'ordre  $n$ ,  $M$  est dite nilpotente s'il existe un entier  $p$

tel que  $M^p = 0$  et  $M^{p-1} \neq 0$ . Le plus petit entier  $p$  vérifiant ce qui précède, s'appelle

$\times$  l'ordre de nilpotence de  $M$ .

On suppose  $M$  est nilpotente d'ordre  $r$ .

Démontrer que la matrice  $(I_n - M)$  est inversible et

d'inverse  $(I_n - M)^{-1} = I_n + M + M^2 + \dots + M^{r-1}$ .

$\alpha$  3) Soit  $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ , Calculer  $A^m$ ,  $m \in \mathbb{Z}$ .

EXERCICE 2(10 points)

Soit  $m$  réel, et  $(S_m) \iff \begin{cases} mx + y + z = 1 \\ mx + my + z = 2 \\ mx + y + mz = 3 \end{cases}$

$\checkmark$  1. Donner la matrice du système  $(S_m)$  et déterminer son rang suivant  $m$ .  $\times$

$\checkmark$  2. Déterminer les solutions de  $(S_m)$  suivant les valeurs de  $m$ .

$\checkmark$