

## Examen

### Calcul Integral- Equation Differentielle

2H

#### EXERCICE 1(8 pts)

1. Calculer

$$I = \int_2^3 \frac{1}{x \ln x} dx, \quad J = \int \frac{\sin^3 x}{1 + \cos x} dx \quad \text{et} \quad K = \int \frac{3x+1}{x^3-4x} dx$$

2. Démontrer que

$$\int_0^3 2x\sqrt{1+x} dx = \frac{232}{15}$$

#### EXERCICE 2(6 pts)

On considère l'équation

$$y' + (3x^2 + 1)y = x^2 e^{-x} \quad \text{et} \quad y(0) = 1 \quad (E_1)$$

1. Déterminer la solution de l'équation homogène associée à  $(E_1)$
2. Trouver une solution particulière de  $(E_1)$ , puis donner la solution générale de  $(E_1)$ .

#### EXERCICE 3(6 pts)

On considère l'équation

$$y'' - 2y' + y = 6xe^x \quad (E_2)$$

1. Résoudre l'équation différentielle homogène associée à  $(E_2)$
2. Trouver une solution particulière de  $(E_2)$ , puis donner l'ensemble de toutes les solutions de  $(E_2)$ .
3. Déterminer l'unique solution  $h$  de  $(E_2)$ , vérifiant  $h(0) = 1$  et  $h(1) = 0$