

Université Félix Houphouët Boigny  
UFR-MI  
Licence 1 : Miage-GI  
Année académique 2022 – 2023

Devoir de Structures algébriques :

2h

Exercice 1 : (10-points).

On considère l'application  $\varphi : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$ ,  $(a, b) \longmapsto |a - b| + 1$ . Pour la loi de composition interne définie par  $\varphi$ , on choisit le symbole  $\wedge$  et on pose

$$\varphi(a, b) = a \wedge b$$

1. Calculer  $3^2$ ,  $3^5$ ,  $(5 \wedge 7)^2$ ,  $5^2 \wedge 7^2$ .
2. Montrer que  $F = \{1, 3, 5, 7, 9\}$  est une partie de  $\mathbb{N}$ , stable pour la loi  $\wedge$ .
3. Etudier la loi  $\wedge$  sur  $F$ .

Exercice 2 : (10-points).

On considère l'anneau quotient  $A = \frac{\mathbb{Z}}{30\mathbb{Z}}$ .

1. Déterminer les classes d'équivalences de  $5^{2023}$ ,  $29^{2023}$  et de  $31^{2023}$  dans  $A$ .
2.  $A$  est-il commutatif, unitaire, intègre ?
3. Déterminer  $\mathcal{U}(A)$  l'ensemble des éléments inversibles de  $A$ .
4. Déterminer deux sous-groupes de 2-éléments du groupe  $\mathcal{U}(A)$ .