

TRAVAUX DIRIGES
 Calcul intégral, équations différentielles
 Licence 1

EXERCICE 1

Calculer les intégrales suivantes :

$$I_1 = \int_{-2}^1 \sqrt{x+3} dx; \quad I_2 = \int_{1/e}^e \frac{\ln^2 x}{x} dx; \quad I_3 = \int \frac{dx}{(x^2+1)(x^2-1)}; \quad I_4 = \int e^x \cosh 2x dx \quad I_5 = \int \left(\frac{x+1}{x-1} \right)^{\frac{1}{2}} dx$$

$$I_6 = \int \frac{dx}{1+\cos^2 x}; \quad I_7 = \int \frac{(2x+6)dx}{(x^2+2x+2)^2} \quad I_8 = \int \frac{x^2 \ln x}{(x^2+1)^2} dx \quad ; \quad I_9 = \int \frac{dx}{\sin^3 x \cos^5 x}$$

$$I_{10} = \int (x^2 - x + 2)e^{-2x} dx; \quad I_{11} = \int \frac{1}{\sqrt{x^2+x+1}} dx$$

EXERCICE 2

Résoudre les équations différentielles suivantes :

1. $2(1-x^2)y' - 4xy = x$
2. $y'' + y' = 0$
3. $(1+x^2)y' + \frac{x^2-1}{x}y = -2; \quad x \in]0, +\infty[$
4. $(\cos x)y' + y^2 \sin x = 0$

EXERCICE 3

Résoudre les équations différentielles suivantes

1. $y'' - 6y' + 9y = (x+1) \exp 3x$
2. $y'' - 2y' - 3y = x \exp 2x + 2 \cos 3x$

EXERCICE 4

On considère l'équation différentielle de Ricatti suivante :

$$x^3(y' - y^3) + x^2y = -1 \tag{1}$$

1. Montrer que $y_0(x) = \frac{1}{x}$ est une solution particulière de (??)
2. Résoudre l'équation différentielle suivante :

$$xy' + y - xy^3 = 0$$

3. En déduire la solution générale de (??)