

---

# Examen d'Analyse 1

Session 2

Durée : 02 heures 30 mn

---

## EXERCICE 1. (3 points)

Démontrer l'inégalité de Bernoulli suivante :

$$\forall x \geq 0, \forall n \in \mathbb{N}, (1+x)^n \geq 1+nx.$$

## EXERCICE 2. (2 points)

Montrer que pour tous réels  $a$  et  $b$  on a

$$||a| - |b|| \leq |a - b|.$$

## EXERCICE 3. (6 points)

Soit  $f$  la fonction de la variable réelle définie par

$$f(x) = (x^2 - 1) \ln \left( \frac{1+x}{1-x} \right).$$

1. Déterminer l'ensemble de définition de  $f$ .
2. Etudier la parité de  $f$  ?
3. Déterminer la fonction dérivée de  $f$ .
4. Dresser le tableau de variation de  $f$ .

## EXERCICE 4. (4 points)

Montrer que les suites  $(u_n)$  et  $(v_n)$  définies sur  $\mathbb{N}^*$  par

$$u_n = \sum_{p=0}^n \frac{1}{p!} \quad \text{et} \quad v_n = u_n + \frac{1}{n!}$$

sont adjacentes.

## EXERCICE 5. (4 points)

Déterminer le développement limité de la fonction  $f$  définie par

$$f(x) = e^{\frac{x}{\cos x}}$$

au voisinage de 0 à l'ordre 4.