

EXAMEN DE CALCUL MATRICIEL

L1

1^{ère} Session

Durée : 1 H 30

Exercice 1(09 points)

On considère la matrice $D = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 5 & 6 & 7 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$.

1. Calculer le déterminant de la matrice D .

2. En déduire le déterminant de chacune des matrices suivantes à partir de D , sans calcul et justifier.

$$D_1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -6 & -9 & -9 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{-12} D_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 5 & 6 & 7 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{-12} D_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 5 & 6 & 7 \\ -1 & -3 & -2 \end{bmatrix} \xrightarrow{-12} L_1 = -L_3$$

Exercice 2(11 points)

Soit $a \in \mathbb{R}$. On considère le système d'équations linéaires suivant :

$$(S_a) \iff \begin{cases} 2x - 2y & = 2 \\ 2x - 3y + az & = 3 \\ (a+1)y - 2z & = a - 3 \end{cases}$$

1. Ecrire la matrice augmentée de ce système, notée M_a .

2. En réduisant la matrice M_a sous une forme échelonnée,

déterminer les valeurs du paramètre a pour lesquelles le système :

(i) admet une infinité de solutions ;

(ii) admet une unique solution ;

(iii) n'admet aucune solution.

3. Résoudre le système (S_a) dans les cas (i) et (ii).