

Tema 6. Estructura de un controlador borroso

Luis Miguel Bergasa, Eduardo Sebastián

1

Control Borroso

Índice

- **Tema 6.1. Estructura de un Controlador Borroso**
 - Introducción al Control Borroso
 - Estructura de un controlador borroso
 - Sistemas Sugeno y Mamdani
- **Tema 6.2. Tipos de Controladores Borrosos (FLC's)**
 - Directos sin optimización
 - Directos con optimización
 - Híbridos
- **Tema 6.3. Aprendizaje en Controladores Borrosos**
 - Técnica de descenso por el gradiente
 - Algoritmos genéticos

2

Estructura de un Controlador Borroso

Introducción

- **¿Por qué?:** Dar solución al control de plantas de difícil modelado matemático (complejas)
- **Sistema basado en conocimiento.** Control inteligente
- **¿Cómo?:** Mediante el uso de la lógica borrosa (razonamiento humano)
- **Algunos ejemplos cotidianos:** Conducir una bicicleta, mantener una escoba en posición vertical sobre un dedo, conducir un coche



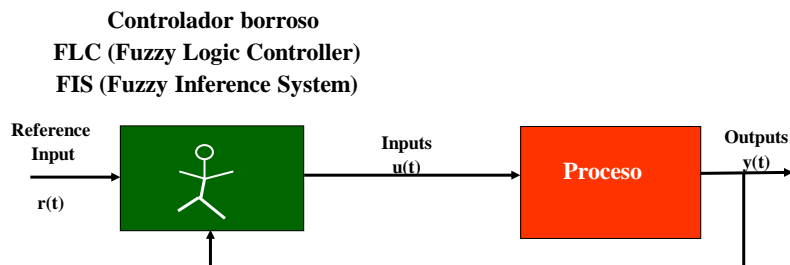
Luis M. Bergasa, Eduardo Sebastián. Sistemas de Control Inteligente. GIC. Departamento de Electrónica. UAH

3

Estructura de un Controlador Borroso

Introducción

- **¿Qué permite la lógica borrosa?:** Proporciona una metodología formal para aplicar el conocimiento heurístico humano al control de procesos
- **El control borroso:** Es la aplicación de mayor éxito de la teoría de sistemas y conjuntos borrosos a la resolución de un problema práctico



Luis M. Bergasa, Eduardo Sebastián. Sistemas de Control Inteligente. GIC. Departamento de Electrónica. UAH

4

Estructura de un Controlador Borroso

Introducción

- Algunas razones que justifican el control borroso
 - Conceptualmente fácil de entender e implementar
 - Simplicidad de cálculos (sumas, productos y comparaciones)
 - Se puede realizar sobre procesadores sencillos y baratos
 - Es flexible y tolerante a la imprecisión de datos
 - Permite modelar funciones no lineales
 - Suficientemente generales: Teorema de Aproximación Universal
 - Se describe a partir del conocimiento e intuición de expertos
 - Útil cuando no se dispone de modelo matemático del sistema a controlar
 - Solución a problemas no lineales o no muy bien definidos
 - No son incompatibles con los convencionales
- **Control borroso vs control convencional**
 - **Control convencional:** basado en el modelo del proceso a controlar: lineal y no lineal, continuo y discreto, en el dominio del tiempo o transformado. El lenguaje propio son ecuaciones diferenciales
 - **Control borroso:** parte del comportamiento del proceso a controlar, donde la intuición pesa tanto como la razón. El lenguaje propio son las reglas heurísticas

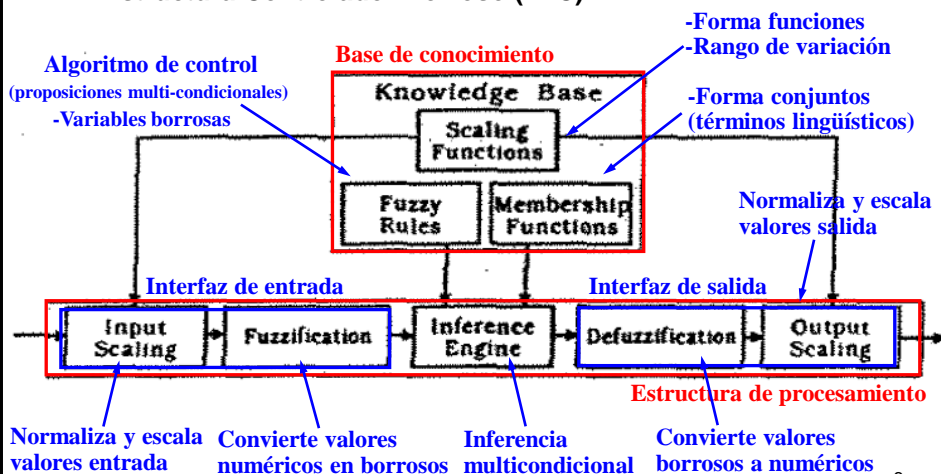
5

Luis M. Bergasa, Eduardo Sebastián. Sistemas de Control Inteligente. GIC. Departamento de Electrónica. UAH

Estructura de un Controlador Borroso

Estructura FLC

➤ Estructura Controlador Borroso (FLC)



6

Luis M. Bergasa, Eduardo Sebastián. Sistemas de Control Inteligente. GIC. Departamento de Electrónica. UAH

Estructura de un Controlador Borroso

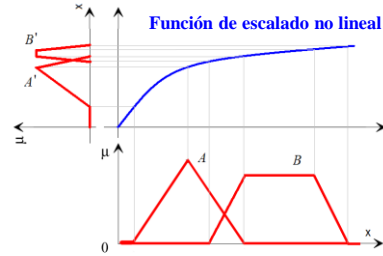
Funciones Escalado

➤ Escalado IN/OUT

- Adaptan el rango de variación de las entradas o salidas al rango de variación de las variables lingüísticas del FLC.
- Generalmente los sistemas borrosos trabajan con variables normalizadas

➤ Funciones de escalado:

- Funciones proporcionales: $y = k \cdot x$
- Funciones lineales: $y = k \cdot x + b$
- Funciones no lineales continuas
 - Exponenciales, logarítmicas,...
 - Aumentan la sensibilidad para ciertos valores de la variable lingüística
- Funciones no lineales discontinuas



Ejemplo IN:
Temperatura [0,50°C]

IN



OUT Ejemplo OUT:
Temperatura [0,1]

Luis M. Bergasa, Eduardo Sebastián. Sistemas de Control Inteligente. GIC. Departamento de Electrónica. UAH

7

Estructura de un Controlador Borroso

Borrosificación

➤ Borrosificación

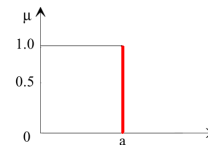
- Transforma una entrada no borrosa (numérica, escalar) en borrosa (función de pertenencia).

$$x \text{ es } a \xrightarrow{\text{Borrosificación}} x \text{ es } A$$

- Ejemplo: $\text{temp es } 31^\circ\text{C} \xrightarrow{\text{borrosificación}} \text{temp es Fría}$

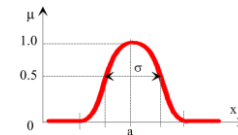
➤ Borrosificación tipo Singleton:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & x = a \\ 0 & x \neq a \end{cases}$$



➤ Borrosificación tipo Gaussiana:

$$\mu_A(x) = e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

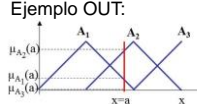


Ejemplo IN:
 $x=a$

IN



Ejemplo OUT:



$$x = a \rightarrow \begin{cases} \mu_{A1}(a) = \min(\mu_A(x), \mu_{A1}(x)) \\ \mu_{A2}(a) = \min(\mu_A(x), \mu_{A2}(x)) \\ \mu_{A3}(a) = \min(\mu_A(x), \mu_{A3}(x)) \end{cases}$$

8

Estructura de un Controlador Borroso

Inferencia Borrosa

➤ Inferencia borrosa

- Proceso por el cual a partir de las entradas borrosas y las reglas se obtienen las salidas borrosas
- Usa las proposiciones borrosas generadas por el interfaz de entrada y las proposiciones borrosas condicionadas (reglas) y realiza la inferencia borrosa multicondicional
- Debe conocer los operadores:
 - Conectivas de las reglas
 - Implicación (inferencia)
 - Agregación de reglas
- Tipos de sistemas
 - **Sistema Mamdani**: Consecuente es un conjunto borroso
 - Utiliza operador de implicación Mamdani (Supremo del mínimo)
 - **Sistema Sugeno** (sin desborrosificación) : Consecuentes numéricos
 - Orden 0: constantes
 - Orden 1: funciones lineales de las entradas
 - Orden 2: funciones no lineales de las entradas

Luis M. Bergasa, Eduardo Sebastián. Sistemas de Control Inteligente. GIC. Departamento de Electrónica. UAH

9

Estructura de un Controlador Borroso

Sistema Mamdani

➤ Sistema Mamdani

➤ Esquema de funcionamiento:

- Sup-Min** {
- 1) Obtención del grado de activación del antecedente de cada regla (conectivas borrosas)
 - 2) Cada regla da lugar a un conjunto borroso de salida que se obtiene cortando al conjunto borroso del consecuente (conjunto de salida) por el nivel de activación del antecedente (Operador de implicación)
 - 3) Agregación de los conjuntos borrosos debidos a cada regla para formar el conjunto borroso por cada variable de salida

➤ Ejemplo de funcionamiento

- Operadores** {
- Conectiva AND: mínimo (t-norma)
 - Implicación: Mamdani (sup-min)
 - Agregación: máximo (s-norma)

Luis M. Bergasa, Eduardo Sebastián. Sistemas de Control Inteligente. GIC. Departamento de Electrónica. UAH

10

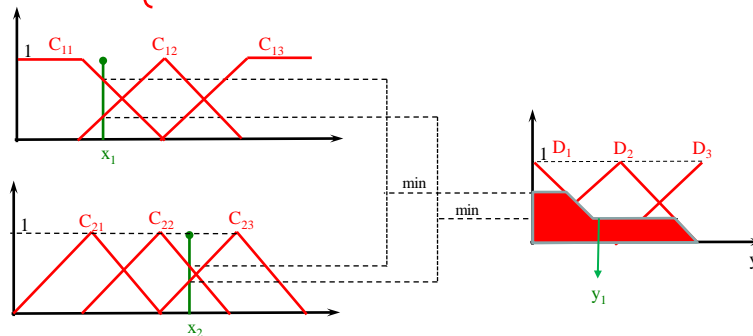
Estructura de un Controlador Borroso

Sistema Mamdani

➤ Sistema Mamdani

➤ Ejemplo de funcionamiento

Reglas $\left\{ \begin{array}{l} \text{If } x_1 \text{ is } C_{11} \text{ and } x_2 \text{ is } C_{22} \text{ then } y \text{ is } D_1 \\ \text{If } x_1 \text{ is } C_{12} \text{ and } x_2 \text{ is } C_{23} \text{ then } y \text{ is } D_2 \end{array} \right.$



Luis M. Bergasa, Eduardo Sebastián. Sistemas de Control Inteligente. GIC. Departamento de Electrónica. UAH

11

Estructura de un Controlador Borroso

Sistema Sugeno o TSK

➤ Sistema Sugeno o TSK (Takagi-Sugeno-Kang)

➤ Esquema de funcionamiento

- 1) Obtención del grado de activación del antecedente de cada regla (ω_i).
- 2) Cada regla da lugar a un consecuente numérico que se obtiene como producto del grado de activación de cada regla (ω_i) por el valor del consecuente de dicha regla
- 3) La salida se obtiene como suma ponderada de los consecuentes de cada regla

$$Y_{TSK} = \frac{\sum_i \omega_i \cdot f_i}{\sum_i \omega_i}$$

Salida numérica $\rightarrow Y_{TSK}$

Consecuente de la regla $\rightarrow f_i$

Nivel de activación de los antecedentes $\rightarrow \omega_i$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{-Constantes} \\ \text{-Función Lineal de las Entradas} \\ \text{-Función no Lineal de las Entradas} \end{array} \right.$

Luis M. Bergasa, Eduardo Sebastián. Sistemas de Control Inteligente. GIC. Departamento de Electrónica. UAH

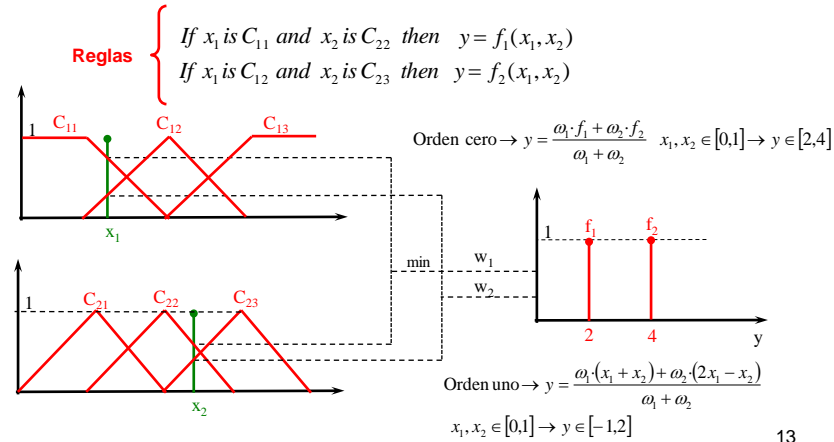
12

Estructura de un Controlador Borroso

Sistema Sugeno o TSK

➤ Sistema Sugeno o TSK (Takagi-Sugeno-Kang)

➤ Esquema de funcionamiento



Luis M. Bergasa, Eduardo Sebastián. Sistemas de Control Inteligente. GIC. Departamento de Electrónica. UAH

13

Estructura de un Controlador Borroso

Desborrosificación

➤ Desborrosificación

- Solo aplicable a sistemas tipo Mamdani y no Sugeno
- Proceso por el que se transforma una variable borrosa en una variable numérica
- Existen varios métodos de desborrosificación pero en general no existen razones objetivas para decir cual es mejor
- **Centro de Área (COA) :**

$$Y_{COA} = \frac{\int_{Support(D)} \mu_D(y) \cdot y \, dy}{\int_{Support(D)} \mu_D(y) \, dy}$$

Variable borrosa de salida $\rightarrow \mu_D(y)$

Función de pertenencia del conjunto de salida $\rightarrow \mu_D(y)$

Valores para los que la función de pertenencia toma valores no nulos $\rightarrow Support(D)$

Área del conjunto agregado de salida después de la inferencia $\rightarrow \int_{Support(D)} \mu_D(y) \, dy$

Luis M. Bergasa, Eduardo Sebastián. Sistemas de Control Inteligente. GIC. Departamento de Electrónica. UAH

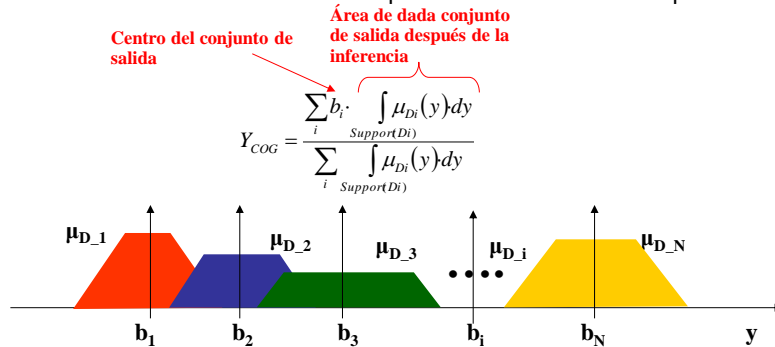
14

Estructura de un Controlador Borroso

Desborrosificación

➤ Centro de Gravedad (COG):

- Obtiene un valor similar a COA pero con menor coste computacional



Hay que asegurar que el denominador sea distinto de cero

Recordad: Para un trapecio de base “w” y altura “h”, su área es: $w(h - \frac{h^2}{2})$ 15

Luis M. Bergasa, Eduardo Sebastián. Sistemas de Control Inteligente. GIC. Departamento de Electrónica. UAH

Estructura de un Controlador Borroso

Desborrosificación

➤ Centros Ponderados (CP):

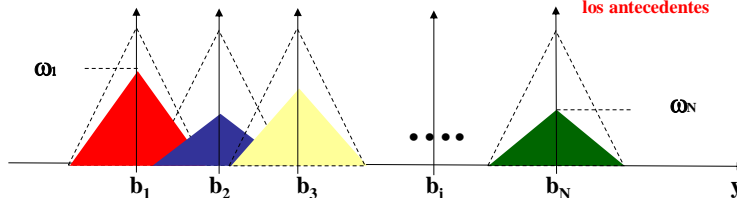
- Equivalente a sistema Sugeno
- Utiliza conjuntos triangulares de salida
- La inferencia no produce un corte en los conjuntos de salida sino que estos se achatan al valor de activación de la regla ω_i .

Función de desborrosificación:

$$Y_{CP} = \frac{\sum_i b_i \cdot \omega_i}{\sum_i \omega_i}$$

Centro del conjunto de salida

Nivel de activación de los antecedentes



Luis M. Bergasa, Eduardo Sebastián. Sistemas de Control Inteligente. GIC. Departamento de Electrónica. UAH

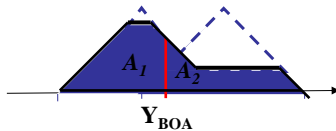
16

Estructura de un Controlador Borroso

Desborrosificación

➤ Bisector del Área (BOA):

- Cálculo del valor de la variable borrosa de salida Y_{BOA} que hace que las integrales entre el valor mínimo del soporte y Y_{BOA} , y entre Y_{BOA} y el valor máximo del soporte sean iguales

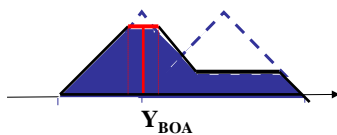


$$A_1 = A_2$$

$$\int_{\inf(\text{support}(D))}^{Y_{BOA}} \mu_D(y) dy = \int_{Y_{BOA}}^{\sup(\text{support}(D))} \mu_D(y) dy$$

➤ Media del Máximo (MOM):

- Calcula el centro del área sobre la zona de máxima pertenencia



$$Y_{BOA} = \frac{\int_{y/\text{height}(D)} \mu_D(y) \cdot y \cdot dy}{\int_{y/\text{height}(D)} \mu_D(y) dy}$$

Integral extendida a la zona de máxima pertenencia

17

Luis M. Bergasa, Eduardo Sebastián. Sistemas de Control Inteligente. GIC. Departamento de Electrónica. UAH

Estructura de un Controlador Borroso

Notas

➤ Conectiva and: min vs producto

- Resultados similares
- Implementación más sencilla → mínimo
- Para estudios de estabilidad o controladores adaptativos → producto

➤ Sistema Sugeno vs Mamdani

- Ventajas sistema Sugeno:
 - Eficiente en términos de computación
 - Funciona bien con técnicas lineales (PID por ejemplo)
 - Funciona bien con técnicas de optimización y adaptativas
 - Garantiza la continuidad en la superficie de salida del sistema (derivable)
 - Se adapta mejor al análisis matemático de estabilidad
- Ventajas sistema Mamdani:
 - Se adapta mejor al lenguaje humano. Es más intuitivo
 - Está ampliamente aceptado
 - Más inmune a ruido en entrada y más preciso

18

Luis M. Bergasa, Eduardo Sebastián. Sistemas de Control Inteligente. GIC. Departamento de Electrónica. UAH

Estructura de un Controlador Borroso

Notas

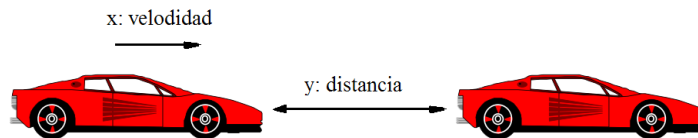
- **Funciones Miembro**
 - Gaussianas
 - Se ajustan mejor a las variables reales
 - Implementación difícil. Mayor coste computacional
 - Derivables: Para estudios de estabilidad o controladores adaptativos
 - Triangulares y Trapezoidales
 - Sencillas de implementar (Bajo coste computacional)
 - No son derivables: No se pueden utilizar en algunos controladores adaptativos
- **Número de conjuntos por variable suele ser impar:**
 - Evitar oscilaciones en la salida (ciclos límite)
 - Existencia de una regla ganadora, la que se activa en el punto de equilibrio

Estructura de un Controlador Borroso

Ejemplo. Control de frenado

- **Control de frenado de un vehículo en función de su velocidad y distancia al que le precede. Inferencia Mamdani**

- **Variables de entrada: x = velocidad, y = distancia**



- **Valores entradas de velocidad (conjuntos borrosos):**

$$A_x = \{A_x^1, A_x^2, A_x^3\} = \{baja, media, alta\}$$

- **Valores entradas de distancia**

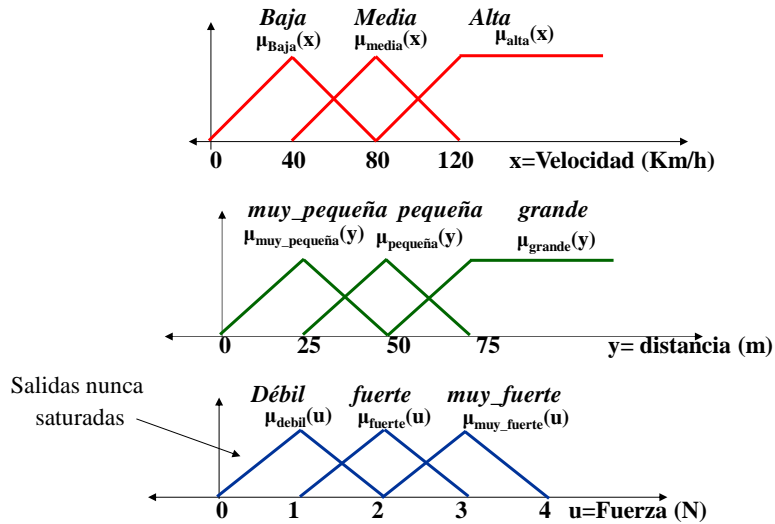
$$A_y = \{A_y^1, A_y^2, A_y^3\} = \{muy_pequeña, pequeña, grande\}$$

- **Variable de salida: u = fuerza_sobre_freno:**

$$B_u = \{B_u^1, B_u^2, B_u^3\} = \{muy_fuerte, fuerte, debil\}$$

Estructura de un Controlador Borroso

Ejemplo. Control de frenado



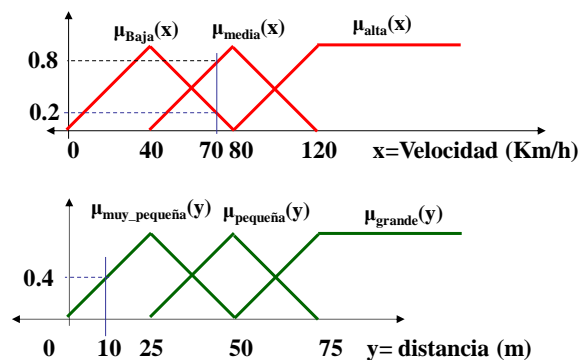
Luis M. Bergasa, Eduardo Sebastián. Sistemas de Control Inteligente. GIC. Departamento de Electrónica. UAH

21

Estructura de un Controlador Borroso

Ejemplo. Control de frenado

- Supongamos: $x=70\text{Km/h}$, $y=10\text{m}$
- Y dos reglas:
 1. If x es *baja* and y *muy_pequeña* then u es *fuerte*
 2. If x es *media* and y *muy_pequeña* then u es *muy_fuerte*



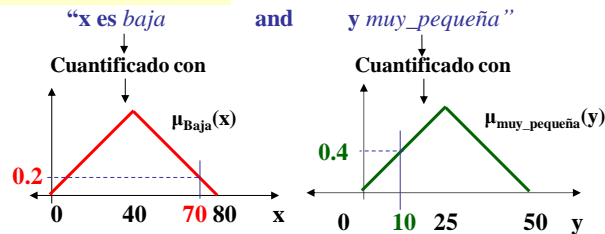
Luis M. Bergasa, Eduardo Sebastián. Sistemas de Control Inteligente. GIC. Departamento de Electrónica. UAH

22

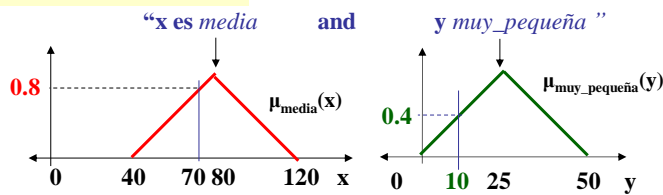
Estructura de un Controlador Borroso

Ejemplo. Control de frenado

$$\mu_{\text{premise}(1)} = \min\{\mu_{\text{Baja}}(x), \mu_{\text{muy_pequeña}}(y)\} = 0.2$$



$$\mu_{\text{premise}(2)} = \min\{\mu_{\text{media}}(x), \mu_{\text{muy_pequeña}}(y)\} = 0.4$$



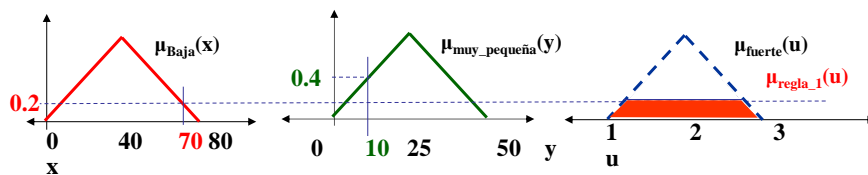
Luis M. Bergasa, Eduardo Sebastián. Sistemas de Control Inteligente. GIC. Departamento de Electrónica. UAH

23

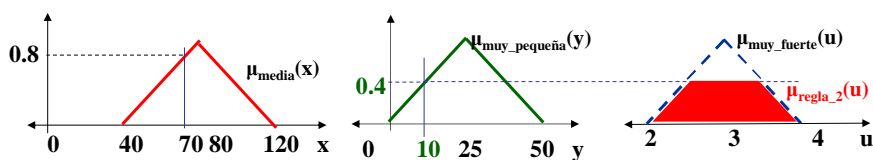
Estructura de un Controlador Borroso

Ejemplo. Control de frenado

1. If x es baja and y muy_pequeña then u es fuerte



2. If x es media and y muy_pequeña then u es muy_fuerte

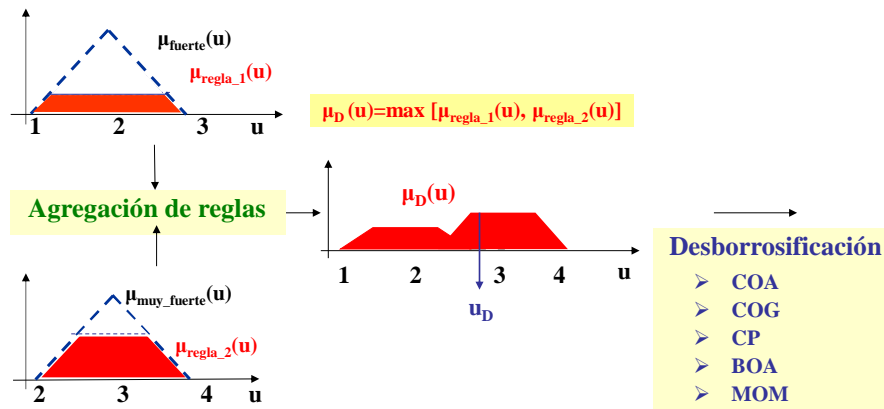


Luis M. Bergasa, Eduardo Sebastián. Sistemas de Control Inteligente. GIC. Departamento de Electrónica. UAH

24

Estructura de un Controlador Borroso

Ejemplo. Control de frenado



Luis M. Bergasa, Eduardo Sebastián. Sistemas de Control Inteligente. GIC. Departamento de Electrónica. UAH

25

Estructura de un Controlador Borroso

Problema 2

Se desea diseñar un sistema borroso para controlar el balanceo de un péndulo móvil como el que se muestra en la figura 1. Consta de un carro movido por un servomotor del que cuelga un péndulo que tiene una carga de peso variable en su extremo. Mediante un potenciómetro se detecta el ángulo del péndulo respecto a la vertical. En la figura 1 se indica el criterio de signos utilizado para las variables.

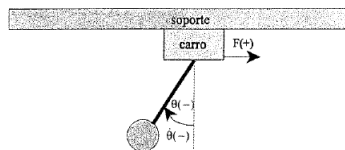
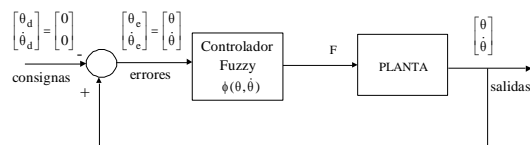


Figura 1. Esquema de la planta

La estrategia de control consiste en mover el carro, aplicando una fuerza F , de forma que se minimice el balanceo del péndulo. Para ello se ha empleado un esquema de control como el de la figura 2.



Luis M. Bergasa, Eduardo Sebastián. Sistemas de Control Inteligente. GIC. Departamento de Electrónica. UAH

26

Estructura de un Controlador Borroso

Problema 2

Si se emplean unas funciones de pertenencia para las variables de entrada y salida como las mostradas en la figura 3:

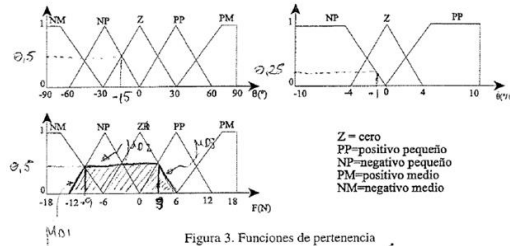


Figura 3. Funciones de pertenencia

1. Calcule la tabla de reglas lingüísticas para que el controlador se comporte según el enunciado.

θ	NM	NP	Z	PP	PM
NP	NM	NP	Z	PP	PM
Z	NM	NP	Z	PP	PM
PP	NM	NP	Z	PP	PM

Una posible solución podría ser la que se muestra.

Luis M. Bergasa, Eduardo Sebastián. Sistemas de Control Inteligente. GIC. Departamento de Electrónica. UAH

27

Estructura de un Controlador Borroso

Problema 2

2. Calcule la salida numérica que proporciona el controlador para una magnitud de entrada al mismo de $\theta = 15^\circ$ y $\phi = -1$ y si se emplean los siguientes operadores para realizar el cálculo de la salida:

Conectiva and: mínimo.
 Implicación: Mamdani (Sup-min)
 Agregación de reglas: máximo
 Desborrosificación: COA (Centro del Area)

y se aplican únicamente las reglas borrosas que se muestran a continuación:

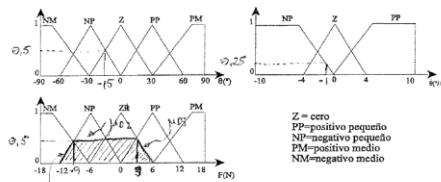
- R1: Si θ es Z y ϕ es Z entonces F es Z
 R2: Si θ es Z y ϕ es NP entonces F es Z
 R3: Si θ es NP y ϕ es Z entonces F es NP
 R4: Si θ es NP y ϕ es NP entonces F es NP

Luis M. Bergasa, Eduardo Sebastián. Sistemas de Control Inteligente. GIC. Departamento de Electrónica. UAH

28

Estructura de un Controlador Borroso

Problema 2



R1: Si θ es Z y es Z entonces F es Z
 R2: Si θ es Z y es NP entonces F es Z
 R3: Si θ es NP y es Z entonces F es NP
 R4: Si θ es NP y es NP entonces F es NP

Figura 3. Funciones de pertenencia

$$\begin{aligned} \theta &= -15 \\ \dot{\theta} &= -1 \\ \text{Act R1} &\rightarrow \min(0.5, 0.25) = 0.25 \quad (Z) \\ \text{Act R2} &\rightarrow \min(0.5, 0.25) = 0.25 \quad (Z) \\ \text{Act R3} &\rightarrow \min(0.25, 0.25) = 0.25 \quad (NP) \\ \text{Act R4} &\rightarrow \min(0.25, 0.25) = 0.25 \quad (NP) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mu_{01} &= \frac{u}{6} + 2 & -12 < u < -9 \\ \mu_{02} &= 0.5 & -9 < u < 3 \\ \mu_{03} &= -\frac{u}{6} + 1 & 3 < u < 6 \end{aligned}$$

$$F = \frac{\int_{-12}^{-9} \left(\frac{u^2}{6} + 2u\right) du + \int_{-9}^3 0.5u du + \int_3^6 \left(-\frac{u^2}{6} + u\right) du}{\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 0.17 + 12 \cdot 0.17 + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 0.17} = -3$$

Luis M. Bergasa, Eduardo Sebastián. Sistemas de Control Inteligente. GIC. Departamento de Electrónica. UAH

29

Estructura de un Controlador Borroso

Problema 2

3. Calcule la salida numérica que proporciona el controlador para una magnitud de entrada al mismo de $\theta = 15^\circ$ y $\dot{\theta} = -1$ y si se emplean los siguientes operadores para realizar el cálculo de la salida:

Conectiva and: mínimo.
 Implicación: Mamdani (Sup-min)
 Agregación de reglas: máximo
 Desborrosificación: COG (Centro de Gravedad)

$$Y_{COG} = \frac{\sum_i b_i \cdot \int_{Support(D_i)} \mu_{D_i}(y) dy}{\sum_i \int_{Support(D_i)} \mu_{D_i}(y) dy} = \frac{-6 \cdot \left(12 \left(0.5 - \frac{(0.5)^2}{2}\right)\right) + 0 \cdot \left(12 \left(0.5 - \frac{(0.5)^2}{2}\right)\right)}{\left(12 \left(0.5 - \frac{(0.5)^2}{2}\right)\right) + \left(12 \left(0.5 - \frac{(0.5)^2}{2}\right)\right)} = \frac{-6 \cdot (4.5) + 0 \cdot (4.5)}{9} = -3$$

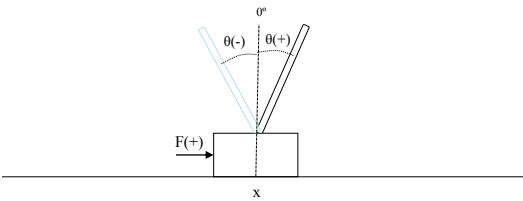
Luis M. Bergasa, Eduardo Sebastián. Sistemas de Control Inteligente. GIC. Departamento de Electrónica. UAH

30

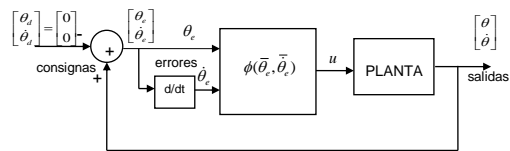
Estructura de un Controlador Borroso

Ejercicio LAB

Se desea diseñar un sistema de control para un péndulo invertido como se muestra en la figura. El objetivo es mantenerlo en posición vertical actuando con una fuerza F sobre el carro



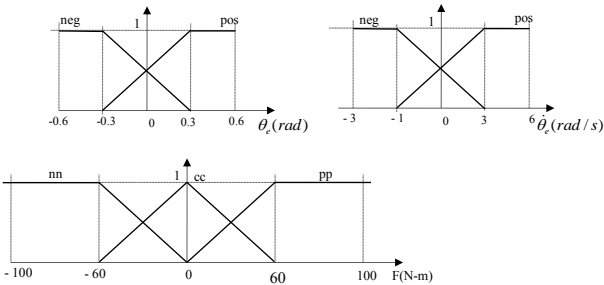
Para controlar el sistema se ha diseñado un controlador borroso en lazo cerrado según el esquema de la figura



Estructura de un Controlador Borroso

Ejercicio LAB

Diseñe una tabla de reglas válida para los términos lingüísticos que se muestran a continuación:

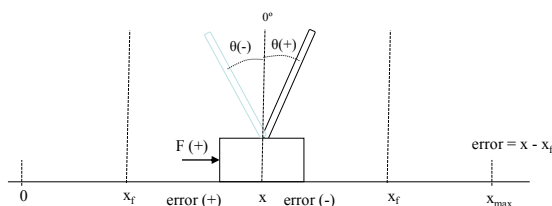


$\theta_e / \dot{\theta}_e$	neg	pos
neg	nn	cc
pos	cc	pp

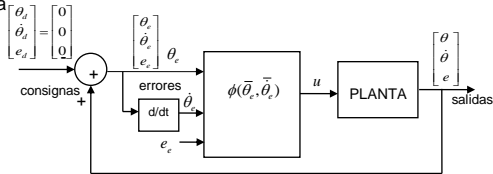
Estructura de un Controlador Borroso

Ejercicio LAB

Si se introduce el control de posición final



Para controlar el sistema se ha diseñado un controlador borroso en lazo cerrado según el esquema de la figura



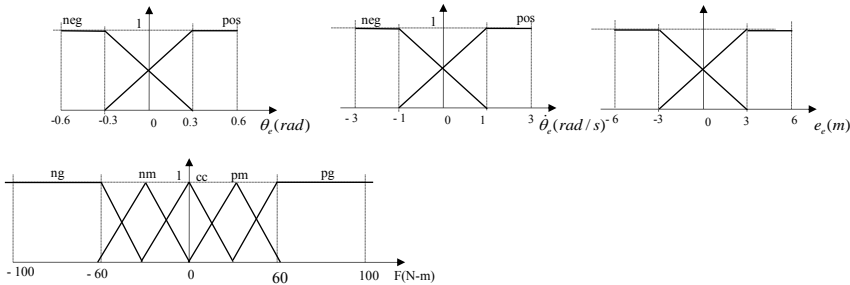
Luis M. Bergasa, Eduardo Sebastián. Sistemas de Control Inteligente. GIC. Departamento de Electrónica. UAH

33

Estructura de un Controlador Borroso

Ejercicio LAB

Diseñe una tabla de reglas válida para los términos lingüísticos que se muestran a continuación:



Luis M. Bergasa, Eduardo Sebastián. Sistemas de Control Inteligente. GIC. Departamento de Electrónica. UAH

34