

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ CAMPUS PATO
BRANCO
DEPARTAMENTO ACADÊMICO ENGENHARIA ELÉTRICA
CURSO DE ENGENHARIA ELÉTRICA**

Daniel Augusto Muller
Eduarda Bertoncelo Castro Vasconcelos
Eduardo Sehnem
Joice Secco
Lauro Roberto Albuquerque
Vinicius William Pegoraro Ludwig

**PROJETO DE UM CONTROLADOR DE
TEMPERATURA**

**Pato Branco
2021**

Daniel Augusto Muller
Eduarda Bertoncelo Castro Vasconcelos
Eduardo Sehnem
Joice Secco
Lauro Roberto Albuquerque
Vinicius William Pegoraro Ludwig

PROJETO DE UM CONTROLADOR DE TEMPERATURA

Projeto apresentado como requisito parcial
na aprovação da disciplina de Sistemas de
Controle 2 do Curso de Engenharia
Elétrica da Universidade Tecnológica
Federal do Paraná – Campus Pato Branco

Professor. Dr. Rafael Cardoso

Pato Branco

2021

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	3
2 MODELAGEM.....	4
2.1 MODELAGEM DA PLANTA	6
3 PROJETO	10
3.1 ATUADOR	10
3.1.1 RELÉ DE ESTADO SÓLIDO.....	14
3.2 SENSOR.....	16
4 EQUIVALENTE ELÉTRICO DA PLANTA	23
5 CONCLUSÃO	26
6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	27

1 INTRODUÇÃO

O objetivo desse trabalho é a implementação, simulação e análise de um sistema controlado para o aquecimento de líquidos e que atenda as especificações do projeto: erro em regime permanente nulo, resposta transitória adequada e temperatura ajustada por um potenciômetro. Nesse estudo, consideraremos o líquido sendo a água afim de simplificar o modelo. Para atingir os objetivos, será preciso um sistema que varie linearmente a temperatura na saída e a potência recebida na entrada do sistema.

No início do projeto será feita uma modelagem matemática e física do sistema térmico a ser desenvolvido, discutindo as fórmulas empregadas, conversões de unidades e a validação do modelo empregado. Considerações importantes são feitas na sequência sobre o controlador, sensor e atuador, como funcionam, finalidades e quais modelos foram utilizados no trabalho, bem como o diagrama em bloco do sistema.

Ao fim do trabalho são expostos comentários e conclusões acerca do modelo matemático desenvolvido, do modelo aplicado na prática e das simulações realizadas no Matlab e no LTSpice.

2 MODELAGEM

Sistemas térmicos tem troca de energia através de calor. Em nosso projeto o aquecedor é um sistema térmico, para obtermos o modelo matemático partimos da Equação 1, de calorimetria, que nos fornece a quantidade de calor necessário para elevar a temperatura de um fluido em relação ao tempo.

$$Q = mc\Delta T \quad (1)$$

Em que:

Q = Quantidade de Calor ($kcal$);

m = Massa do líquido (kg);

c = Calor específico do líquido ($\frac{kcal}{kg^{\circ}C}$);

$\Delta T = T_f - T_i$ = Variação de temperatura ($^{\circ}C$).

A partir da Equação 1, é possível definir a quantidade de calor transferida em um meio térmico isolado. Porém nosso aquecedor está exposto ao meio externo e consequentemente irá perder calor para o meio, por isso deve-se utilizar uma expansão da Equação 1, representada na Equação 2.

$$Q_i - Q_o = mc\Delta T \quad (2)$$

Onde Q_i é a quantidade de calor fornecida ao sistema e Q_o é a quantidade de calor perdida para o meio externo, e a diferença entre o que é fornecido e perdido, fornece a elevação de temperatura do sistema. A quantidade de calor a ser fornecida ao sistema pode ser acontecer em diferentes intervalos de tempo, tendo a Equação 3, para a relação entre a quantidade de calor fornecida em relação ao tempo.

$$\frac{Q_i - Q_o}{dt} = mc \frac{dT}{dt} \quad (3)$$

A relação entre a quantidade de calor fornecido e a quantidade perdida para o meio externo em relação ao tempo, fornece h_i e h_o que representam a taxa de transferência de calor inicial e final do sistema respectivamente, sendo mostrada na Equação 4.

$$h_i - h_o = mc \frac{dT}{dt} \quad (4)$$

A capacitância térmica (C), é definida como o produto da massa m e do calor específico c , dada em $\frac{Kcal}{^{\circ}C}$. Podemos rescrever a Equação 4, como:

$$C \frac{dT}{dt} = h_i - h_o \quad (5)$$

Podemos relacionar a taxa de perda de calor para o meio externo, com a resistência térmica do sistema, demonstrado pela Equação 6.

$$R_t = \frac{T}{h_o} \rightarrow h_o = \frac{T}{R_T} \quad (6)$$

Substituindo (6) em (5):

$$\begin{aligned} C \frac{dT}{dt} &= h_i - \frac{T}{R_T} \\ C \frac{dT}{dt} + \frac{T}{R_T} &= h_i \\ R_T C \frac{dT}{dt} + T &= R_T h_i \end{aligned} \quad (7)$$

Aplicando a transformada de Laplace na Equação 7, é encontrada a função de transferência da planta $G(s)$ que descreve o sistema:

$$G(s) = \frac{T(s)}{H_i(s)} = \frac{R_T}{R_T C s + 1} \quad (8)$$

Tendo na Equação 8, a variável de entrada sendo a taxa de entrada de calor e como variável de saída a temperatura.

Dado que na prática na manipulamos a taxa de entrada de calor, mas sim uma tensão, que será aplicada no elemento de aquecimento, no nosso sistema um resistor. Quando a tensão é variada, variamos a taxa de entrada do calor no meio (h_i), quanto maior for a tensão, maior será a h_i . Em nosso projeto, o calor será transferido de um dispositivo resistivo, dissipando potência e transformando a energia elétrica em térmica para o sistema. A potência dissipada por um resistor dada pela Equação 9:

$$P_d = \frac{V^2}{R} \quad (9)$$

Onde:

P_d = Potência dissipada (W)

V = Diferença de potencial (V)

R = Resistência (Ω)

Como precisamos de uma equação que relacione o calor transferido e a potência dissipada, são feitas algumas conversões de unidades:

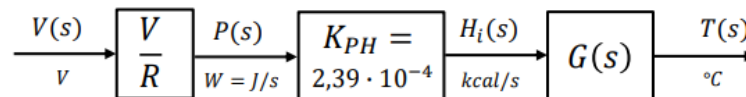
$$1W = 1J/seg$$

E depois:

$$1J = 2,39 \cdot 10^{-4} kcal$$

Fazendo uma relação de unidades, conseguimos transformar os watts para kcal/s, que é a unidade da taxa de entrada de calor para o nosso sistema térmico. Com a relação mostrada no diagrama da Figura 1, podendo assim relacionar a tensão aplicada, com a elevação de temperatura do sistema.

Figura 1- Diagrama em blocos do sistema de controle



Fonte: CARDOSO (2021)

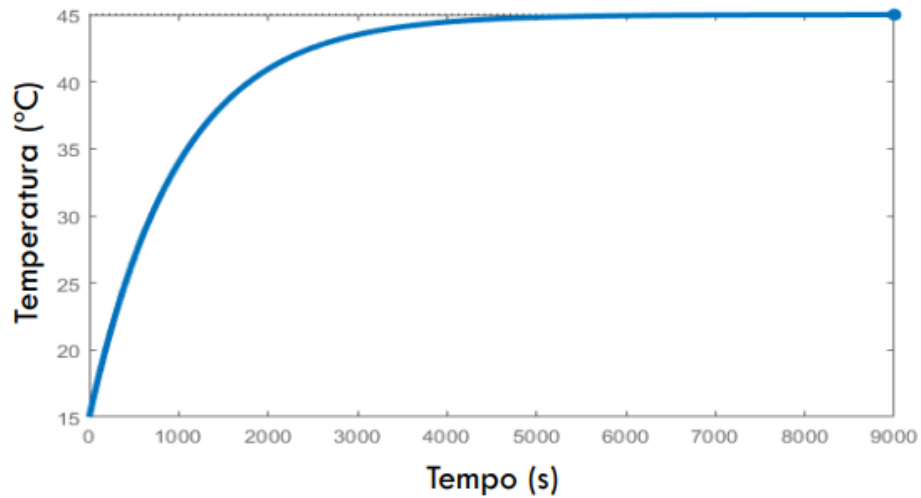
2.1 MODELAGEM DA PLANTA

Para definirmos a função de transferência do sistema, precisamos conhecer a potência do sistema de aquecimento, para que possamos determinar a sua resistência (R_T), a determinação é feita através de um experimento, fazendo o ensaio degrau do nosso sistema.

Considerado um volume de 500ml de água, teremos 500g de líquido para ser aquecido. Acionando um aquecedor CA, com uma tensão reduzida para fugirmos da região de comportamento não linear da água, que acontece caso ela ferva.

Com o elemento aquecedor tendo uma potência de 1000W e aplicando uma tensão de aproximadamente 32V na entrada do sistema, temos como resposta a curva que descreve a evolução da temperatura da água no recipiente, mostrada na Figura 2, inicialmente estando em 15°C e estabilizando em 45°C após um certo tempo decorrido.

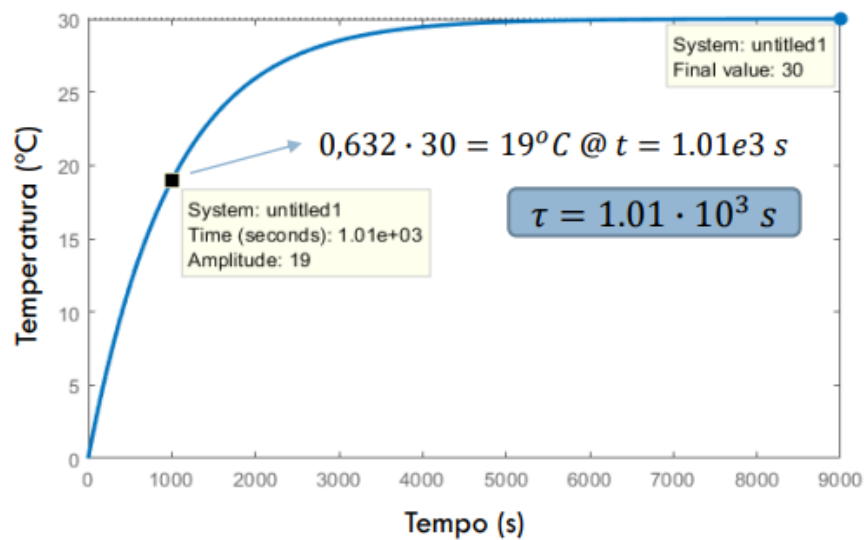
Figura 2 - Curva da temperatura em função do tempo



Fonte: CARDOSO (2021)

Retirando o *offset* (deslocamento) de 15°C da curva anterior, é encontrada o gráfico da Figura 3. Com ele é possível definir a constante de tempo τ , que é o ponto onde a saída do sistema atinge 62,3% do valor final de 30°C (em regime permanente). Temos então que: $0,632 \cdot 30 = 19^\circ\text{C}$, esse valor de temperatura é atingido no instante $\tau = 1.01 \cdot 10^3 \text{ s}$.

Figura 3 - Curva da temperatura em função do tempo a partir de 0°C



Fonte: CARDOSO (2021)

Vamos determinar a variação de saída em relação à variação da entrada, ou, o ganho $K_{CC} = R_T$ do sistema. Visto que a potência é de $1000W$ a uma tensão de $127V$ e que a partir da Equação 10, é possível encontrar a resistência teórica.

$$R = \frac{V^2}{P} \quad (10)$$

Substituindo com os valores do elemento aquecedor:

$$R = \frac{127^2}{1000} = 16,129\Omega$$

Como foram aplicados $32V$ no ensaio, o degrau da taxa de entrada de calor h_i , multiplicado pelo fator de escala definido na Equação 12, para encontrar a resposta em $\frac{kcal}{s}$, vale:

$$h_i(0^+) = \frac{V^2}{R} * 2,39 \cdot 10^{-4} = \frac{32^2}{16,129} * 2,39 \cdot 10^{-4} = 0,015 \frac{kcal}{s}$$

Então, o ganho $K_{CC} = R_t$ definido anteriormente é:

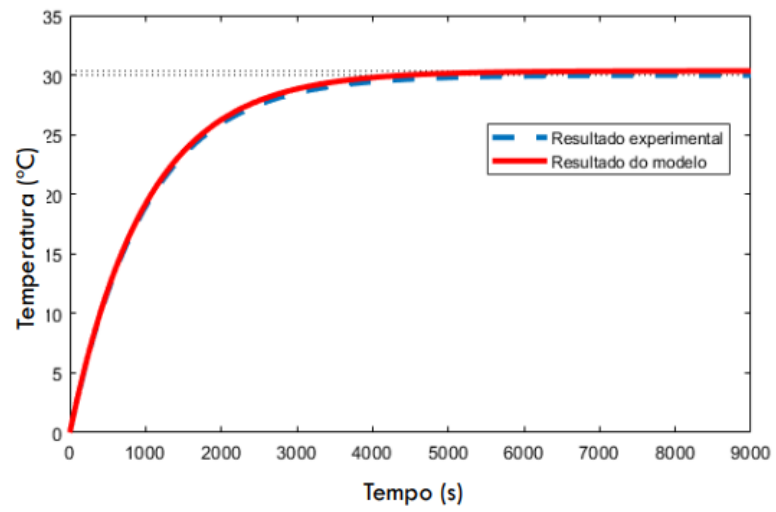
$$K_{CC} = R_T = \frac{\Delta T}{\Delta h_i} = \frac{30}{0,015} = 2000 \quad (11)$$

Com o valor do ganho (K_{CC}) e da constante de tempo ($\tau = R_T C$), conseguimos definir a função de transferência $G(s)$, que pode ser representado como:

$$G(s) = \frac{T(s)}{H_i(s)} = \frac{K_{CC}}{\tau s + 1} = \frac{2000}{1010s + 1} \quad (12)$$

Para validar a Equação 18, obtida, é aplicado um degrau de $32V$ na entrada do sistema e comparado ao gráfico experimental da Figura 3. Assim, verificamos que o modelo matemático obtido está muito próximo ao modelo real, pois as duas curvas estão muito parecidas, com uma pequena variação entre elas.

Figura 4 - Validação: Modelo obtido comparado ao resultado experimental



Fonte: CARDOSO (2021)

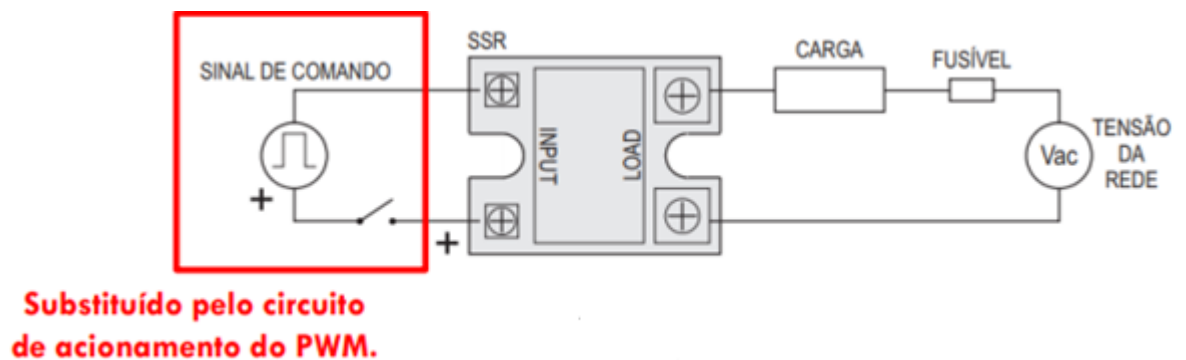
3 PROJETO

3.1 ATUADOR

Segundo (OGATA, 2000), um atuador produz o sinal de entrada na planta de acordo com o sinal de controle, de modo em que a saída se aproxima do sinal de entrada de referência. A principal função do atuador consiste em eliminar a interação entre um operador e o sistema de controle.

No projeto do atuador do circuito será utilizado um relé de estado sólido. O princípio de funcionamento do relé é o de uma chave que controla o tempo em que a tensão da rede está atuando sobre a carga. Desse modo, um sinal PWM será responsável pelo acionamento do relé. De maneira simplificada, o circuito esquemático do sistema com o atuador é o seguinte:

Figura 5 - Esquemático do sistema simplificado com o atuador



Fonte: CARDOSO (2021)

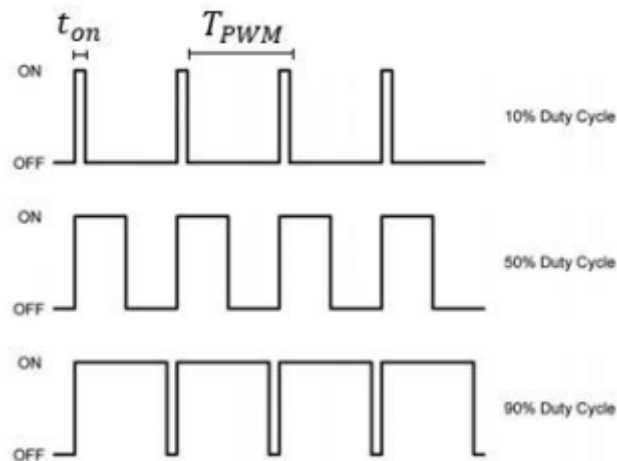
A modulação por largura de pulso (*Pulse Width Modulation*), é uma forma de gerar um sinal periódico com frequência variável. A frequência e a razão cíclica, tempo que o sinal atua em nível lógico alto, são suas principais características. Por meio da largura de pulso de uma onda quadrada, é possível controlar a quantidade de potência que será fornecida ao sistema.

Para uma onda quadrada temos que o valor médio de tensão é dado pelo valor de pico multiplicado pela razão cíclica da onda (D), que por sua vez, é dada pela razão entre o tempo de sinal alto e o período da onda. Sendo a tensão média fornecida por uma onda retangular calculada por:

$$V_{med} = \frac{t_{on}}{T_{PWM}} V_{pico} \quad (13)$$

Na Figura 6, podemos observar formas de onda com razões cíclicas (duty cycle) diferentes, para o mesmo período.

Figura 6 - PWM com diferentes razões cíclicas.



Fonte: MecaWeb, 2021.

A razão cíclica pode ser calculada por meio do tempo em que a chave fica ligada e o período PWM, como pode ser observado na equação abaixo:

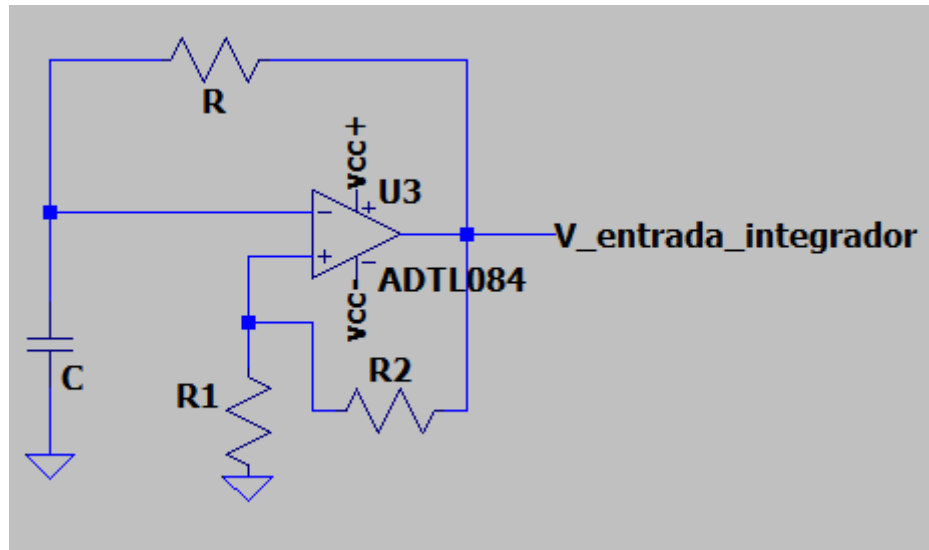
$$D = \frac{t_{on}}{T_{PWM}} \quad (14)$$

O cálculo da frequência PWM é dado por um sobre o período do PWM:

$$f_{PWM} = \frac{1}{T_{PWM}} \quad (15)$$

Para gerar o sinal PWM, utilizou-se um oscilador de relaxação, os osciladores aproveitam das características de disparo do PWM, que ocorre quando a tensão aplicada atinge determinados valores. O circuito será elaborado com amplificadores operacionais, que para o oscilador de relaxação utiliza a carga e descarga do capacitor do circuito para gerar um sinal de saída, sem um sinal de entrada, funcionando devido a realimentação positiva.

Figura 7 - Esquemático no software LTSpice: Circuito gnérico de um oscilador de relaxamento



Fonte: Autoria própria.

Basicamente o circuito funciona da seguinte maneira, supondo uma saída em saturação positiva, o capacitor C carrega em direção a $VSat+$, entretanto, antes de chegar à saturação, a saída encontra o ponto de comutação superior, o que faz com que a tensão de saída mude para $VSat-$; agora o capacitor começa a descarregar até encontrar o ponto de comutação inferior, o que faz com que a tensão de saída mude novamente para $VSat+$. O ciclo se repete, e, como resultado, uma forma de onda retangular de razão cíclica 50% é obtida na saída. A partir do circuito representado pela Figura 7, obtém-se a constante B e o período T da forma de onda da seguinte maneira:

$$B = \frac{R_1}{R_2 + R_1} \quad (16)$$

$$T = 2RC \ln \frac{1+B}{1-B} \quad (17)$$

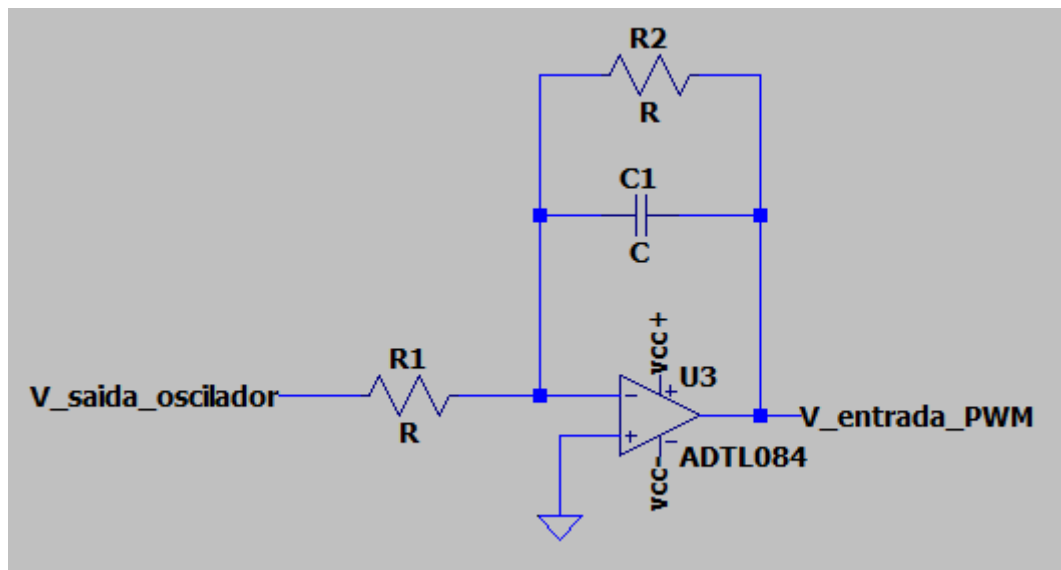
Escolhendo o valor de R_1 e $R_2 = 10k\Omega$, temos um valor para $B = 0,5$, e como por já ter utilizado o amp-op TL084 em outras atividades, sabemos que a sua tensão de saturação é de aproximadamente 13,5V, utilizando esse valor para a saída V_{out} , podemos obter o valor da tensão de referência na entrada não-inversora do amp-op.

$$V_+ = V_{out} * B = 6,75V \quad (18)$$

Assumindo uma frequência de 6Hz e $C = 1\mu F$, podemos calcular o valor de R através de uma manipulação algébrica na equação 17, tendo $R = 75,85k\Omega$, para o nosso circuito usaremos um valor aproximado de $80k\Omega$.

Como o oscilador de relaxação nos fornece uma forma de onda triangular na saída, e precisamos de uma onda triangular para o acionamento do PWM, usaremos um circuito integrador, que tem a função de integrar o sinal de entrada, sendo assim converterá a onda quadrada de entrada em uma triangular para alimentar o PWM.

Figura 8 - Esquemático no software LTSpice: Circuito genérico de um integrador



Fonte: Autoria própria.

Temos que a função de transferência que descreve o circuito integrador, desconsiderando o resistor R_2 , é representada por:

$$H(s) = -\frac{1}{sR_1C_1} \quad (19)$$

No domínio do tempo, temos:

$$v_{out}(t) = -\frac{1}{sR_1C_1} \int_0^t v_{in}(t) dt \quad (20)$$

Para determinar os parâmetros do circuito, ou seja, os componentes, para que o funcionamento ocorra de maneira adequada, temos que seguir as seguintes regras de projeto:

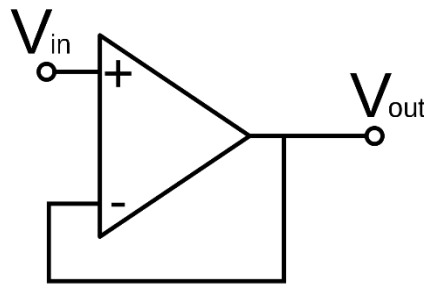
$$R_1C_1 \geq 10T \quad (21)$$

$$R_2 \cong 10R_1 \quad (22)$$

Definindo $R_1 = 100k\Omega$ e $C_1 = 1\mu F$, temos $R_2 = 1M\Omega$, para ter o comportamento da saída sendo a inclinação desejada na rampa de tensão.

Antes e após o circuito integrador são adicionados dos circuitos buffer, que são seguidores de tensão, empregados para isolar circuitos em cascata, para evitar efeito de carga, sendo a tensão de saída igual a tensão de entrada para amp-op ideais.

Figura 9 - Circuito Buffer



Fonte: Wikipédia (2021)

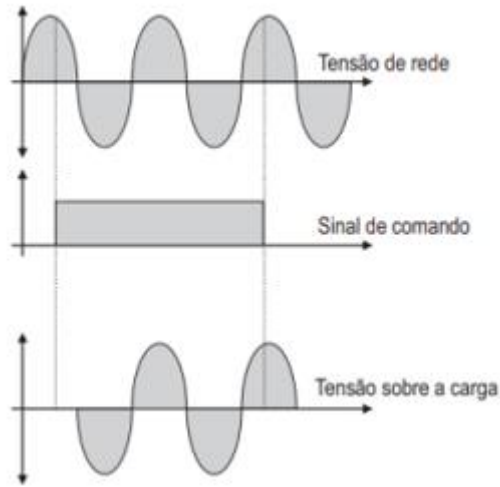
O circuito comparador é responsável por gerar a forma final do sinal PWM. Ele possui a função de realizar a comparação de uma tensão linear de entrada com uma tensão de referência V_{ref} , obtendo como saída um estado digital. Esse sinal digital representa se a tensão de entrada ultrapassou ou não a tensão de saída.

A tensão V_{ref} , é responsável por determinar a razão cíclica, a partir dela pode-se definir os sinais em nível alto e baixo do PWM.

3.1.1 Relé de Estado Sólido

Como dito anteriormente a tensão do aquecedor será controlada pelo relé de estado sólido, que é controlado pela razão cíclica do sinal PWM, sendo essa controlada pelo erro (diferença) entre o sinal de referência e o sinal de alimentação do sistema. Conforme a razão cíclica do sinal PWM de acionamento, uma quantidade maior de ciclos de tensão senoidal da rede é aplicada pelo relé de estado sólido na carga, possibilitando seu aquecimento por um intervalo de tempo estabelecido pela razão cíclica do sinal de PWM. O funcionamento pode ser observado na Figura 10, abaixo.

Figura 10 - Representação do funcionamento do relé de estado sólido



Fonte: CARDOSO, 2021.

Analizando a representação da Figura 10 podemos observar que a tensão aplicada na carga ocorre somente no instante em que o sinal senoidal da rede alterna sua polaridade, ou seja, atravessa o eixo horizontal, independente se o sinal de comando foi ou não inserido antes da condição. A tensão eficaz aplicada na carga pode ser representada pela equação não linear:

$$V_{ef} = V_p \sqrt{\frac{t_{on}}{2T}} \quad (23)$$

Para termos uma relação linear entre a razão cíclica do sinal PWM e a tensão eficaz na carga, podemos fazer a relação entre o quadrado da razão cíclica e o quadrado da tensão eficaz, ficando assim com a equação linear a seguir:

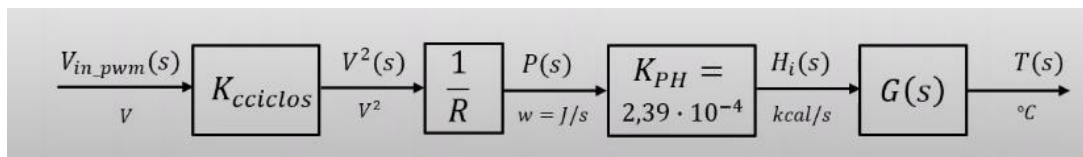
$$V_{ef}^2 = V_p^2 \frac{t_{on}}{2T} \quad (24)$$

Utilizando o atuador temos um ganho de tensão no sistema, o qual deve ser levado em consideração para o projeto do controlador do sistema, denominado K_{ciclos} , pois origina-se nos ciclos do sinal PWM, pode ser calculado por:

$$K_{ciclos} = \frac{V_{ef}^2}{V_{p\text{triangular}}^2} = \frac{127,27^2}{6} = 2699,609 \quad (25)$$

Então depois de determinarmos o ganho K_{ciclos} , ficamos o diagrama de blocos da Figura 11, para representar a modelagem da planta com o circuito de acionamento.

Figura 11 - Diagrama de blocos da planta com acionamento via controle de ciclos



Fonte: CARDOSO, 2021.

3.2 SENSOR

Visto que se trata do projeto de um aquecedor (sistema térmico), faz-se necessário o uso de um sensor de temperatura, com finalidade de fechar a malha do sistema e realizar o *feedback*, mandando informações do estado atual da planta, sendo essas informações comparadas com o valor de entrada desejado pelo operador.

O sensor escolhido para o projeto foi o LM35, pela sua facilidade de uso e poder ser calibrado diretamente em graus *Celsius*. Um sensor de precisão, que apresenta uma saída de tensão linear relativa à temperatura em que ele se encontrar quando for alimentado por uma tensão de 4V a 30V, tendo em sua saída um sinal de 10mV para cada Grau Celsius de temperatura. Com valores temperatura com variações de $\pm 0,25^{\circ}\text{C}$ ou até mesmo $\pm 0,75^{\circ}\text{C}$ dentro da faixa de temperatura de -55°C à 150°C .

Pode ser alimentado com alimentação simples ou simétrica, dependendo do que se desejar como sinal de saída, mas independentemente disso, a saída continuará sendo de 10mV/ $^{\circ}\text{C}$. Ele drena apenas 60 μA para estas alimentações, sendo assim seu auto aquecimento é de aproximadamente 0.1°C ao ar livre.

Principais recursos apresentados no *datasheet*:

- Calibrado diretamente em graus Celsius;
- Fator de escala linear +10mV/ $^{\circ}\text{C}$;
- $0,5^{\circ}\text{C}$ Precisão Garantida (a 25°C);
- Faixa de operação entre -55°C a 150°C ;
- Adequado para aplicações remotas;
- Opera de 4 V a 30 V;
- Dreno de corrente inferior a 60 μA ;
- Auto Aquecimento baixo, $0,08^{\circ}\text{C}$ no ar;

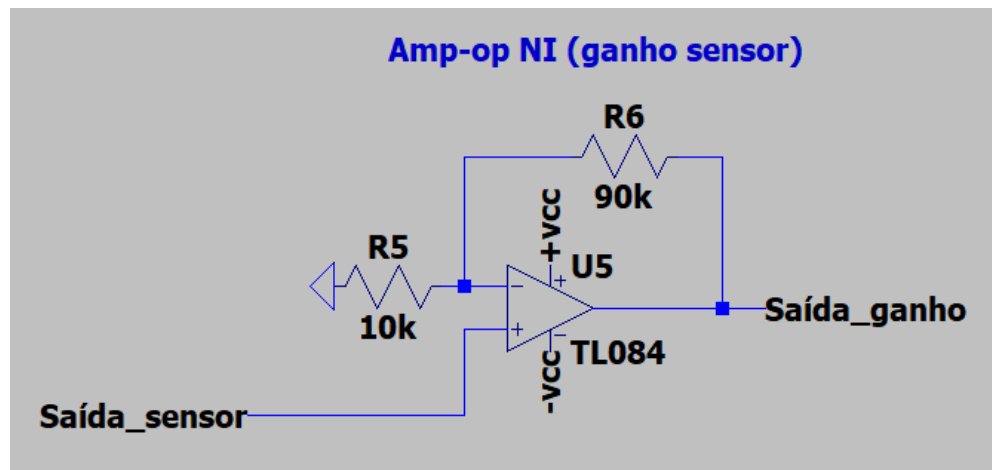
- Saída de baixa impedância, 0,1 Ω para carga de 1 mA.

Como o fator de escala do sensor é de 10mV/°C, precisaremos acrescentar um ganho ao componente, para diminuir o erro, será utilizado um amplificador não inversor de ganho constante, o desenho esquemático do circuito e mostrado na Figura 12.

Para que o sensor tenha um ganho $K_{sensor} = 0,1$, e amplificar a saída do sensor para que ela seja de 0 a 10V. Utilizamos no circuito do amplificador não inversor os resistores de 90k Ω e 10k Ω , para satisfazer a equação (26) do ganho:

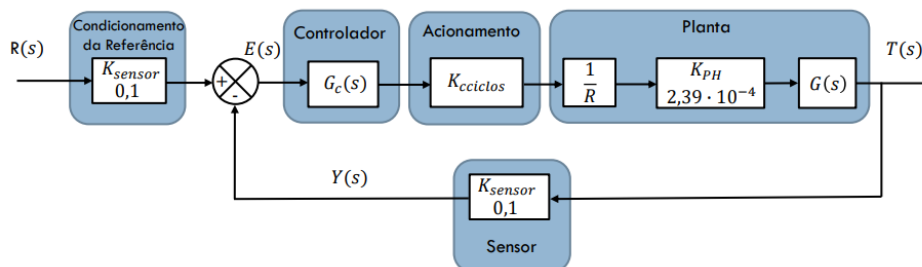
$$\frac{V_o}{V_i} = \left(1 + \frac{R_f}{R}\right) = 1 + \frac{90k}{10k} = 10V \quad (26)$$

Figura 12 - Esquemático no software LTSpice: Amplificador não inversor



Fonte: Autoria própria.

Figura 13 - Diagrama de blocos com inserção do ganho Ksensor do sensor

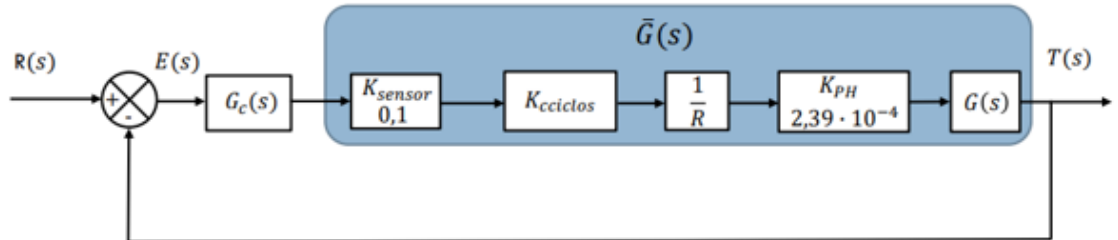


Fonte: CARDOSO, 2021.

Observando a Figura 13, podemos notar que o sistema analisado pode ser rearranjado de maneira a facilitar a compreensão do mesmo (gerando configurações conhecidas), utilizando álgebra de blocos para uma realimentação unitária, que são

formas equivalentes para o movimento de um bloco (NISE,2006). Obtemos a forma equivalente do diagrama de blocos utilizando a redução do mesmo, temos:

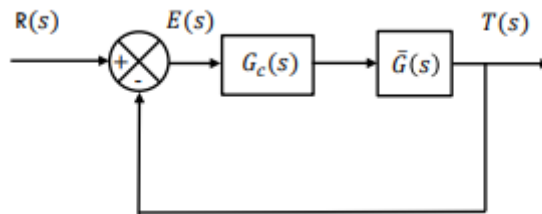
Figura 14 - Configuração equivalente para um sistema com realimentação unitária



Fonte: CARDOSO, 2021.

Após feita adequação, garantindo a realimentação unitária para o sistema, podemos projetar nosso controlador $G_c(s)$.

Figura 15 - Diagrama simplificado do sistema

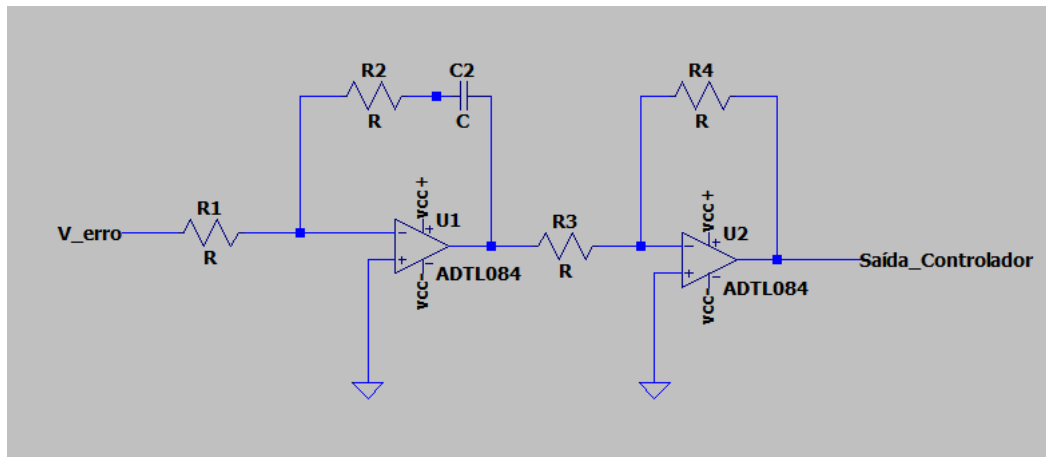


Fonte: CARDOSO, 2021.

3.3 PROJETO DO CONTROLADOR PI

Uma das especificações de projeto, é que o erro em regime permanente seja nulo para uma referência de temperatura constante, para atender essa especificação será projetado um controlador proporcional integral (PI). Para garantir que a função de transferência permaneça de primeira ordem, o zero do controlador será escolhido de tal forma que anule o polo da planta $\bar{G}(s)$.

Figura 16 - Esquemático no software LTSpice: Circuito controlador PI



Fonte: Autoria própria.

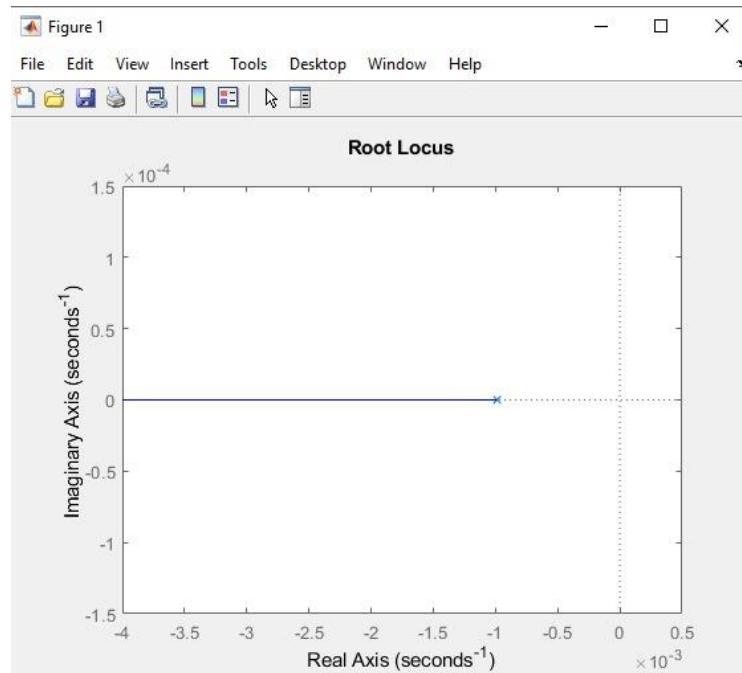
Para o projeto do controlador, partimos do produto da função da planta com os ganhos devido ao atuador, sensor, e o ganho da relação Joule/kcal, com isso temos a função a ser trabalhada:

$$K_{ciclos} \cdot K_{sensor} \cdot \frac{K_{PH}}{R_a} = K = 4,003 \times 10^{-3} \quad (27)$$

$$K * G(s) = 4,0003 \times 10^{-3} \frac{2000}{(1010s + 1)} = \frac{8,0006}{(1010s + 1)} \quad (28)$$

Com a função e seus ganhos, vamos ao lugar das raízes da planta e notamos um polo em, $s = -\frac{1}{1010}$.

Figura 17 - Lugar das raízes da planta no software MATLAB



Fonte: Autoria própria.

Ao trabalhar na função do compensador, assumimos uma nova equação:

$$G_c(s) = K_p \left(s + \frac{\left(\frac{1}{T_i} \right)}{s} \right) \quad (29)$$

Através da equação 29 definimos o escopo para modelar o sistema. Nota-se que tal função insere um polo na origem, isso nos leva a escolher um zero próximo a origem para cancelar tal polo e não alterar significativamente o novo lugar das raízes que surgirá no sistema compensado. Definimos que o zero escolhido se encontra em -0.0015 , ao comparar esse valor com a função do controlador, temos que $\frac{1}{T_i} = 0.0015$.

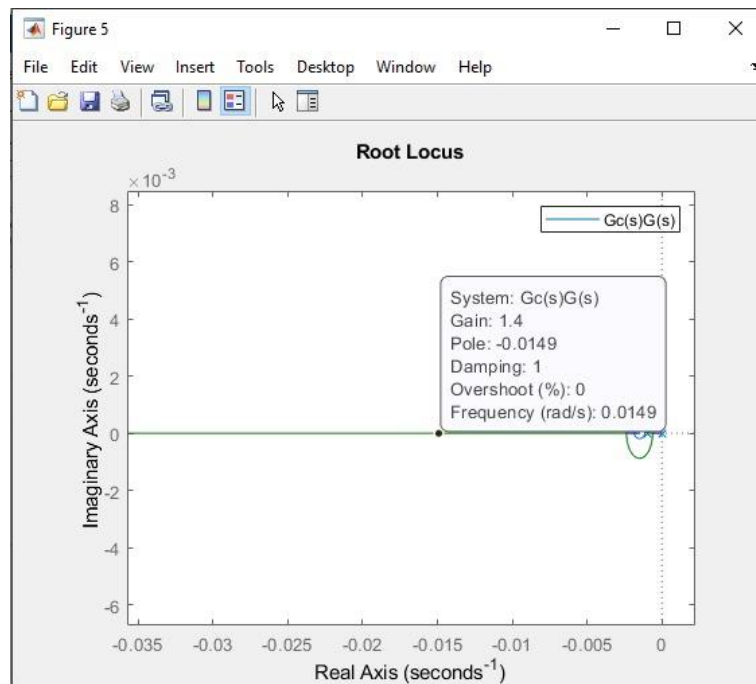
Com valores já definidos temos:

$$G_c(s) = K_p \frac{(s + 0,0015)}{s}$$

A constante K_p precisa ser determinada, para isso, vamos estudar o sistema como um todo, ou seja, lugar das raízes do seguinte modelo:

$$G_c(s) \cdot G(s)$$

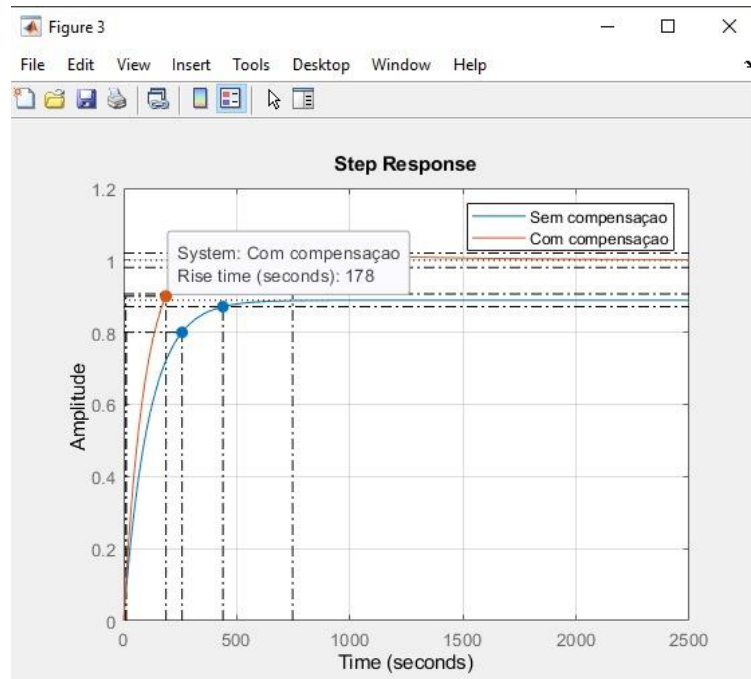
Figura 18 - Lugar das raízes no software MATLAB



Fonte: Autoria própria.

Queremos que o tempo para aquecimento da água não passe de 300 segundos, com isso escolhemos um ganho que além de nos dar uma resposta ainda mais rápida que os 300 segundos, tem um *overshoot* menor que 2% e pouco após os 300 segundos estabiliza com erro zero. Com a resposta a um degrau unitário podemos validar o modelo.

Figura 19 - Resposta ao degrau no software MATLAB



Fonte: Autoria própria.

Os polos em malha fechada do sistema são:

$$s_1 = -0,0105$$

$$s_2 = -0,0016$$

Com a condição de módulo aplicada no polo $s_1 = -0,0105$, temos que $K_p = 1,4$.

$$G_c(s) \cdot G(s) = 1,4 \left(\frac{s + 0,0015}{s} \right) \left(\frac{8,0006}{1010s + 1} \right) \quad (30)$$

Com tal equação em mãos, podemos projetar os valores de todas as variáveis do modelo do controlador PI:

Por comparação entre o modelo do controlador PI e a equação que encontramos ao longo do projeto, encontramos que:

$$R_2 C_2 = 666,666 \quad (31)$$

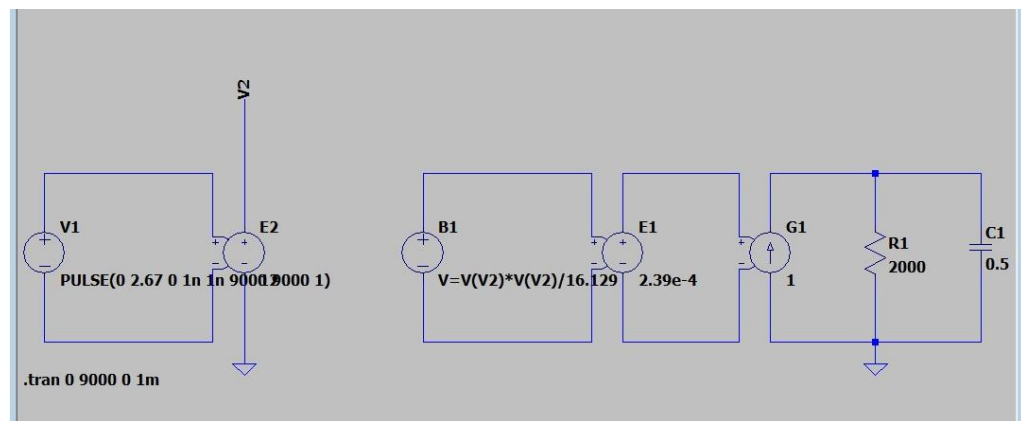
$$\frac{R_2 R_4}{R_1 R_3} = 1,4 \quad (32)$$

Temos duas equações e cinco variáveis, escolhemos $C_2 = 100\mu F$, $R_1 = R_3 = 200k\Omega$, resolvemos o sistema que agora possui 2 equações e 2 variáveis para encontrar $R_2 = 6,67M\Omega$ e $R_4 = 8,4k\Omega$.

4 EQUIVALENTE ELÉTRICO DA PLANTA

A partir dos modelos matemáticos da planta, do atuador, do sensor e do controlador, podemos simular um circuito elétrico equivalente para que possamos visualizar e estudar a resposta final do aquecedor.

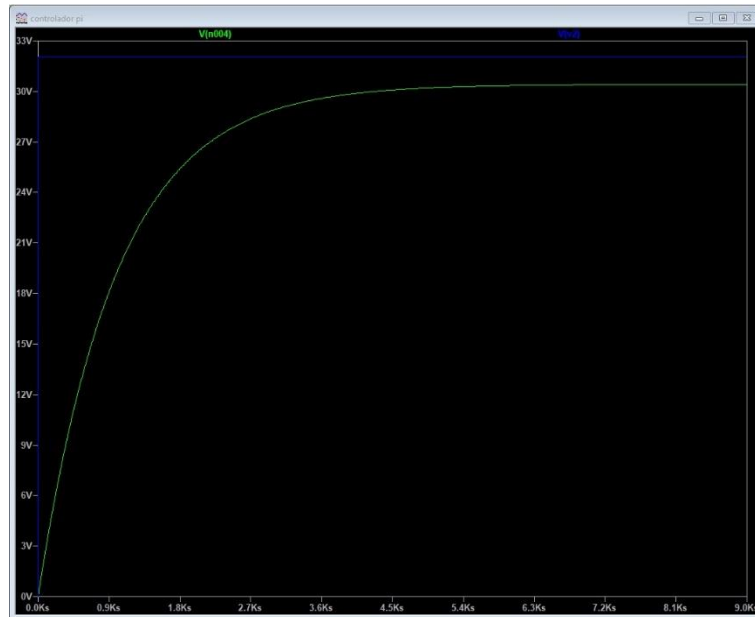
Figura 20 - Esquemático no software LTSpice do equivalente elétrico da planta



Fonte: Autoria própria.

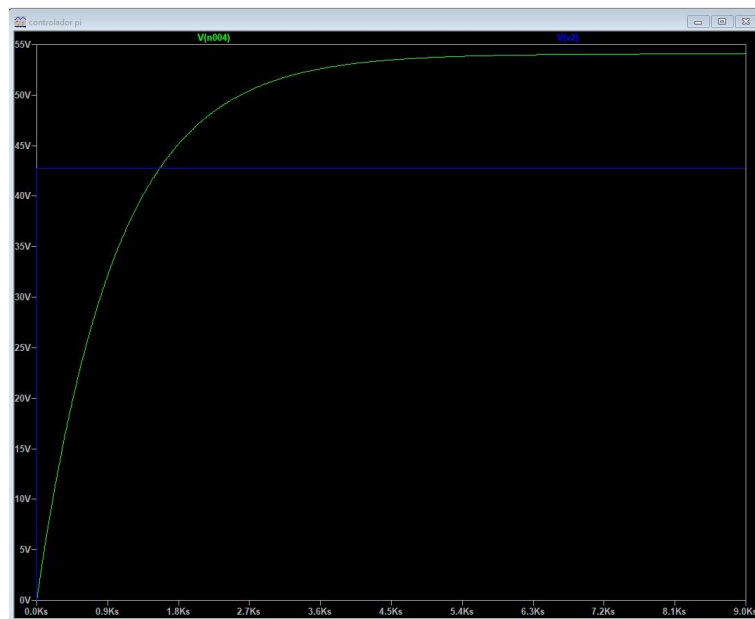
Com tal equivalente, fica mais fácil de estudar e compreender cada elemento no circuito como um todo, variando a razão cíclica (D) (que inclusive pode ser feita a partir de um potenciômetro caso o usuário queira a água em temperaturas menores ou no ponto de fervura), do atuador, observamos diferentes respostas.

Figura 21 - Resposta pela razão cíclica de 12 no software LTSpice



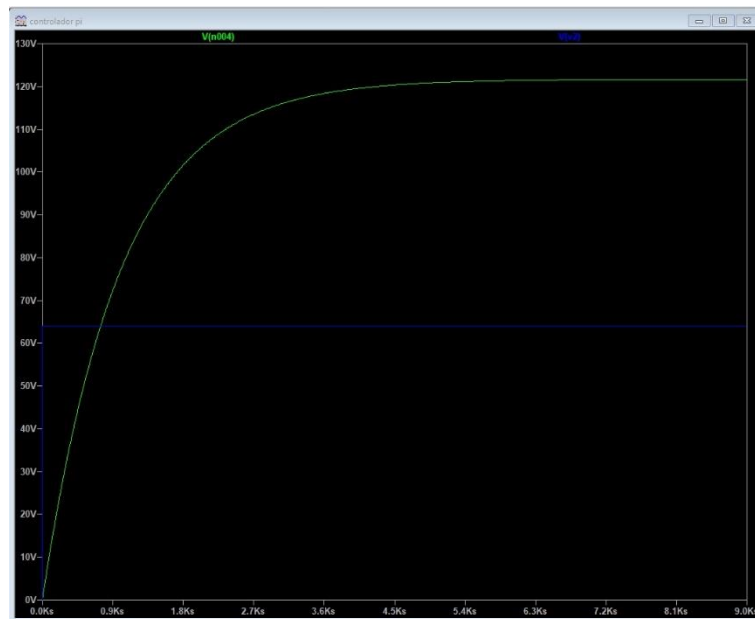
Fonte: Autoria própria.

Figura 22 - Resposta para razão cíclica de 16 no software LTSpice



Fonte: Autoria própria.

Figura 23 - Resposta para razão cíclica de 24 no software LTSpice



Fonte: Autoria própria.

Nota-se que a tensão no capacitor (temperatura da água) quando a razão cíclica está em 24, passa dos 100 Volts ($^{\circ}\text{C}$) o que não condiz com a realidade, pois a água satura em 100°C , mas por se tratar apenas de um equivalente elétrico, usamos a informação que a resposta nos dá para entender melhor a função de um PWM e como podemos mudar a tensão em uma carga qualquer a partir de um controle de ciclos, ou melhor, o tempo que a carga recebe energia.

5 CONCLUSÃO

Com o objetivo de projetar um aquecedor de água com erro em regime permanente nulo, modelamos um controlador PI, porém, muitos outros elementos andam junto com tal controlador, a partir disso, vários detalhes tiveram que ser levados em consideração para alcançar uma resposta final satisfatória. Foram nesses detalhes que pela primeira vez ao longo do curso, houve um choque interdisciplinar, pois é preciso desenvolver não apenas o controlador, mas também todos subcircuitos que vão nos dar a resposta desejada, como por exemplo, *schmitt trigger*, integrador, buffer, etc.

Em relação ao controlador PI de fato, o que mais tem destaque, é o Lugar das Raízes, uma técnica extremamente poderosa que junta do *MATLAB*, nos fornece todas as ferramentas necessárias para definir em qual ponto queremos que nosso controlador atue, se quisermos uma resposta mais rápida, é no lugar das raízes que iremos procurar a resposta mais rápida, se quisermos uma resposta com sobressinal zerado, é no lugar das raízes que iremos procurar tal resposta, se quisermos uma resposta rápida e com sobressinal zerado, também é no lugar das raízes que iremos encontrar a resposta.

Não conseguimos alcançar o resultado esperado, pois alguns pontos foram subestimados no desenvolvimento do projeto, essa dependência tão direta de uma etapa para a outra, fez com que ao final, quando todas as peças foram juntadas, o resultado não bateu com o resultado que buscamos, uma comunicação fraca entre os membros da equipe cria uma situação bastante vaga na hora da pessoa se situar em onde começar e onde precisa terminar para que a próxima etapa comece no lugar certo e possa terminar no lugar certo, apesar de estarmos estudando algo extremamente técnico, é necessário desenvolver também a capacidade de gerir pessoas e se autogerir para que quando estiver perdido no projeto, seja mais fácil voltar para o caminho correto.

Mesmo sem alcançar o resultado previsto, o aprendizado é enorme, várias simulações foram realizadas, isso nos deixa mais confortáveis com o uso de ferramentas como *MATLAB* e *LTSpice*, o funcionamento de vários circuitos que são comuns para todo engenheiro eletricista foram compreendidos e a visualização da técnica do lugar das raízes trouxe muito mais sentido à abstração que é a engenharia elétrica.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CARDOSO, Rafael. Material da disciplina Sistemas de Controle 2. UTRPR-PB, 2021.

LOPES, P. Juliano. Material da disciplina Eletrônica B. UTFPR-PB, 2021.

NISE, Norman S. **Control Systems Engineering**. California State Polytechnic University, Pomona: John Wiley and Sons, Inc., 2006.

OGATA, K. **Engenharia de Controle Moderno**. [S.I.]: Livros Técnicos e Científico Editora S.A., 2000.

LM35 Precision Centigrade Temperature Sensors. **Texas Instruments**, [S. I.], p. 1-38, 1 ago. 1999. Disponível em: <https://www.ti.com/lit/ds/symlink/lm35.pdf>. Acesso em: 20 nov. 2021.

TL08XX FET-Input Operational Amplifiers. **Texas Instruments**, [S. I.], p. 1-75, 1 fev. 1977. Disponível em: <https://www.ti.com/lit/ds/symlink/tl084.pdf?ts=1615308012888>. Acesso em: 15 nov. 2021.