Iniciado em	segunda, 12 abr 2021, 00:57
Estado	Finalizada
Concluída em	domingo, 18 abr 2021, 21:45
Tempo empregado	6 dias 20 horas
Notas	3,0/3,0
Avaliar	**10,0** de um máximo de 10,0(**100**%)

Questão **1**

Correto

Atingiu 1,0 de 1,0

Considere o sistema abaixo onde $u(t)$ é um degrau unitário. Obtenha a solução das equações de estado. Considere 3 algarismos significativos após a vírgula.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Os polos do sistema são (do maior para o menor): $s_1 =$

-2

✔ e $s_2 =$

-3

✔ .

A solução das equações de estado é dada por $x(t) = e^{At}x(0) + \int_0^t e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau$, onde, $e^{At} = \phi(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{(sI - A)^{-1}\right\}$.

Assim, a matriz $\phi(s) = (sI - A)^{-1}$ tem a forma $\phi(s) = \frac{1}{den(s)} \begin{bmatrix} \phi_{11}(s) & \phi_{12}(s) \\ \phi_{21}(s) & \phi_{22}(s) \end{bmatrix}$. Os coeficientes do polinômio $den(s)$ e dos elementos $\phi_{ij}(s)$ da matriz são:

$den(s) =$

1

✔ s^2+

5

✔ $s+$

6

✔ ;

$\phi_{11}(s) =$

0

✔ s^2+

1

✔ $s+$

5

✔ ;

$\phi_{12}(s) =$

0

✔ s^2+

0

✔ $s+$

1

✔ ;

$\phi_{21}(s) =$

0

✔ s^2+

0

✔ $s+$

-6

✔ ;

$\phi_{22}(s) =$

0

s^2+

1

$s+$

0

.

A matriz $\phi(t) = e^{At}$ tem a forma $\phi(t) = \begin{bmatrix} \phi_{11}(t) & \phi_{12}(t) \\ \phi_{21}(t) & \phi_{22}(t) \end{bmatrix}$. Os elementos $\phi_{ij}(t)$ da matriz são:

$\phi_{11}(t) =$

3

$e^($

-2

$t)$ _

2

$e^($

-3

$t)$;

$\phi_{12}(t) =$

1

$e^($

-2

$t)$ _

1

$e^($

-3

$t)$;

$\phi_{21}(t) =$

6

$e^($

-3

$t)$ _

6

$e^($

-2

$t)$;

$\phi_{22}(t) =$

3

$e^($

-3

$t)$ _

2

$e^($

-2

$t)$.

A solução das equações de estados é dada por:

$$\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} = e^{At} \begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_1(t) \\ f_2(t) \end{bmatrix},$$

onde,

$f_1(t) =$

0,167

$+$

0,333

$e($

-3

$t) -$

0,5

$e($

-2

$t)$;

$f_2(t) =$

1

$e($

-2

$t) -$

1

$e($

-3

$t)$.

Consequentemente, considerando $x(0) = 0$, no instante $t = 1\ s$ a saída $y(t)$ do sistema vale:

$y(1) =$

0,116

.

Para $t \to \infty$, a saída $y(t)$ do sistema vale:

$y(\infty) =$

0,167

.

Questão **2**

Correto

Atingiu 1,0 de 1,0

Considere o sistema abaixo onde $u(t)$ é um degrau unitário. Obtenha a solução das equações de estado. Considere 3 algarismos significativos após a vírgula.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Os polos do sistema são: $s_1 =$

-2

e $s_2 =$

-2

.

A solução das equações de estado é dada por $x(t) = e^{At}x(0) + \int_0^t e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau$, onde, $e^{At} = \phi(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{(sI - A)^{-1}\right\}$.

Assim, a matriz $\phi(s) = (sI - A)^{-1}$ tem a forma $\phi(s) = \frac{1}{den(s)} \begin{bmatrix} \phi_{11}(s) & \phi_{12}(s) \\ \phi_{21}(s) & \phi_{22}(s) \end{bmatrix}$. Os coeficientes do polinômio $den(s)$ e dos elementos $\phi_{ij}(s)$ da matriz são:

$den(s) =$

1

s^2+

4

$s+$

4

;

$\phi_{11}(s) =$

0

s^2+

1

$s+$

4

;

$\phi_{12}(s) =$

0

s^2+

0

$s+$

1

;

$\phi_{21}(s) =$

0

s^2+

0

$s+$

-4

;

$\phi_{22}(s) =$

0

s^2+

1

$s+$

0

.

A matriz $\phi(t) = e^{At}$ tem a forma $\phi(t) = \begin{bmatrix} \phi_{11}(t) & \phi_{12}(t) \\ \phi_{21}(t) & \phi_{22}(t) \end{bmatrix}$. Os elementos $\phi_{ij}(t)$ da matriz são:

$\phi_{11}(t) =$

1

$e^($

-2

$t)+$

2

$te^($

-2

$t)$;

$\phi_{12}(t) =$

1

$te^($

-2

$t)$;

$\phi_{21}(t) =$

-4

$te^($

-2

$t)$;

$\phi_{22}(t) =$

1

$e^($

-2

$t)+$

-2

$te^($

-2

$t)$.

A solução das equações de estados é dada por:

$$\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} = e^{At} \begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_1(t) \\ f_2(t) \end{bmatrix},$$

onde,

$f_1(t) =$

0,25

$+$

-0,5

$te^{($

-2

$t)+$

-0,25

$e^{($

-2

$t)};$

$f_2(t) =$

1

$te^{($

-2

$t)}.$

Consequentemente, considerando $x(0) = 0$, no instante $t = 1\ s$ a saída $y(t)$ do sistema vale:

$y(1) =$

0,148

.

Para $t \to \infty$, a saída $y(t)$ do sistema vale:

$y(\infty) =$

0,25

.

Questão **3**

Correto

Atingiu 1,0 de 1,0

Considere o sistema abaixo onde $u(t)$ é um degrau unitário. Obtenha a solução das equações de estado. Considere 3 algarismos significativos após a vírgula.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -13 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Os polos do sistema são: $s_{1,2} =$

-2

✔ $\pm j$

3

✔ .

A solução das equações de estado é dada por $x(t) = e^{At}x(0) + \int_0^t e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau$, onde, $e^{At} = \phi(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{(sI - A)^{-1}\right\}$.

Assim, a matriz $\phi(s) = (sI - A)^{-1}$ tem a forma $\phi(s) = \frac{1}{den(s)} \begin{bmatrix} \phi_{11}(s) & \phi_{12}(s) \\ \phi_{21}(s) & \phi_{22}(s) \end{bmatrix}$. Os coeficientes do polinômio $den(s)$ e dos elementos $\phi_{ij}(s)$ da matriz são:

$den(s) =$

1

✔ s^2+

4

✔ $s+$

13

✔ ;

$\phi_{11}(s) =$

0

✔ s^2+

1

✔ $s+$

4

✔ ;

$\phi_{12}(s) =$

0

✔ s^2+

0

✔ $s+$

1

✔ ;

$\phi_{21}(s) =$

0

✔ s^2+

0

✔ $s+$

-13

✔ ;

$\phi_{22}(s) =$

0

s^2+

1

$s+$

0

.

A matriz $\phi(t) = e^{At}$ tem a forma $\phi(t) = \begin{bmatrix} \phi_{11}(t) & \phi_{12}(t) \\ \phi_{21}(t) & \phi_{22}(t) \end{bmatrix}$. Os elementos $\phi_{ij}(t)$ da matriz são:

$\phi_{11}(t) = e^{($

-2

$^{t)}($

1

$cos($

3

$t)+$

0,667

$sen($

3

$t));$

$\phi_{12}(t) =$

0,333

$e^{($

-2

$^{t)}sen($

3

$t);$

$\phi_{21}(t) =$

-4,333

$e^{($

-2

$^{t)}sen($

3

$t);$

$\phi_{22}(t) = e^{($

-2

$^{t)}($

1

$cos($

3

$t)+$

-0,667

$sen($

3

✔ $t))$.

A solução das equações de estados é dada por:

$$\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} = e^{At} \begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_1(t) \\ f_2(t) \end{bmatrix},$$

onde,

$f_1(t) =$

0,077

✔ $-e($

-2

✔ $t)($

0,077

✔ $cos($

3

✔ $t)+$

0,051

✔ $sen($

3

✔ $t))$;

$f_2(t) =$

0,333

✔ $e($

-2

✔ $t)sen($

3

✔ $t)$.

Consequentemente, considerando $x(0) = 0$, no instante $t = 1\ s$ a saída $y(t)$ do sistema vale:

$y(1) =$

0,086

✔ .

Para $t \to \infty$, a saída $y(t)$ do sistema vale:

$y(\infty) =$

0,077

✔ .

◄ Script Python

Seguir para...

Aula 11 - Alocação de Polos ►