



Prática 02 Função Linear e Gráficos

Objetivos

- Apresentar a equação reta $y = a + bx$ e o conceito de regressão linear;
- Introduzir formas de elaboração de gráficos;
- Verificar a linearidade da distensão de uma mola (x) em resposta à força peso (\vec{F}) dos objetos pendurados nela. Relacionar as variáveis da Lei de Hooke ($\vec{F} = -k\vec{d}$) às da equação da reta;
- Calcular o coeficiente da mola (k);
- Verificar a linearidade do tempo de escoamento (t) de um volume de água (V).

Base Teórica

Equação da Reta

A equação $y = a + bx$ é denominada **equação da reta**, pois seu gráfico resulta em uma reta unindo os pontos. A variável x é denominada **variável independente**, pois seu valor varia arbitrariamente, enquanto a variável y é denominada de **variável dependente** pois seu valor depende da variável x . Devido a este fato, diz-se que y é uma função de x . Sempre que o expoente de x for igual a 1 (x^1), a função é dita linear, ou seja, a relação entre y e x resulta numa linear (reta). O termo a é chamado de **coeficiente linear** e representa o ponto onde a reta corta o eixo das ordenadas (y), ou seja, o valor de y quando $x = 0$. O termo b representa a inclinação da reta e é denominado **coeficiente angular**.

Regressão Linear

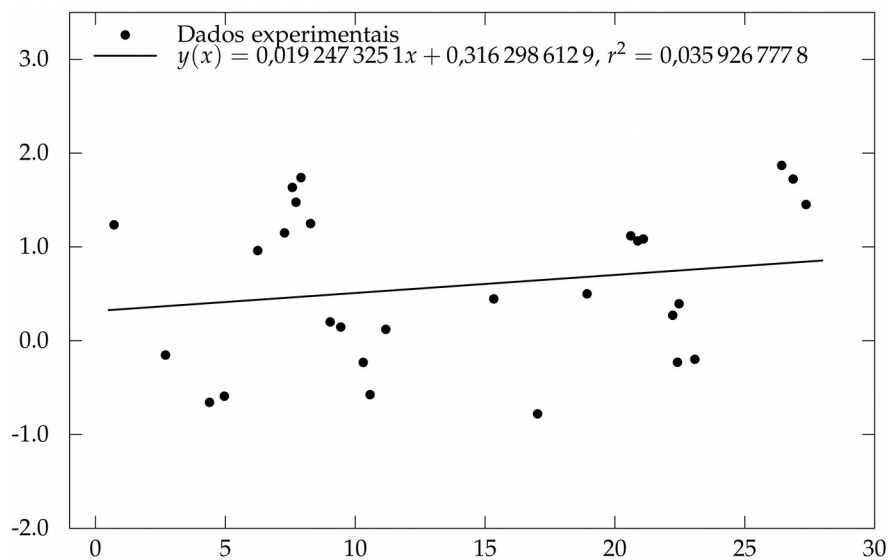
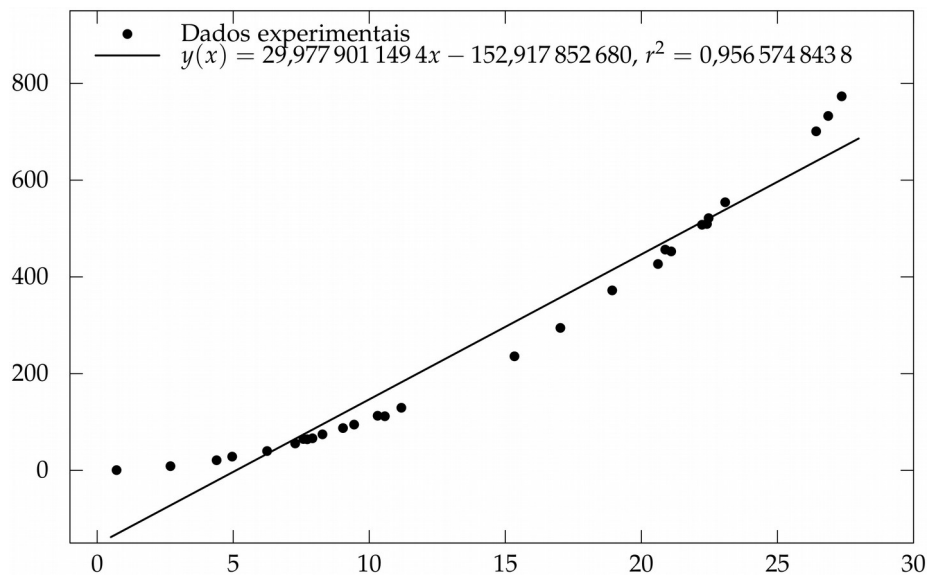
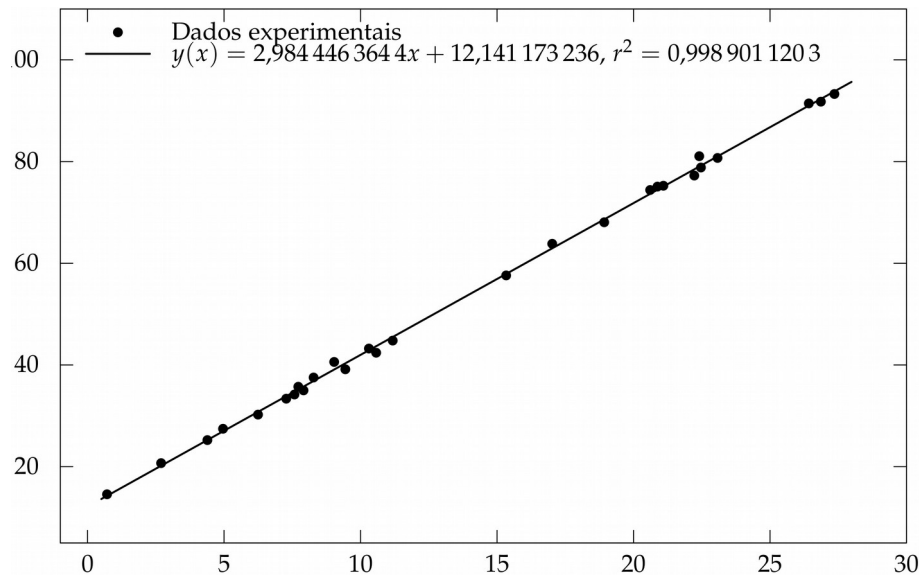
Ao realizar medidas existem muitos fatores que podem afetar os resultados. Ao plotar estas medidas e unir os pontos para formar o gráfico, verifica-se que elas não formam uma reta. Os dados sofrem uma dispersão, mas observa-se que existe uma tendência dos dados. Esta **linha de tendência** dos dados representa a **melhor reta** que ajusta os pontos experimentais. O objetivo das técnicas de regressão linear é de obter a melhor reta que melhor descreve o conjunto dos dados e, conseqüentemente, o fenômeno físico. Para obter esta reta é necessário calcular os coeficientes linear e angular. Uma das técnicas mais comuns de regressão linear para obter os coeficientes é o **método dos mínimos quadrados**, onde os coeficientes linear a e angular b dados por:

$$a = \frac{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum x_i y_i}{N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$
$$b = \frac{N \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$
$$r^2 = \left(\frac{\sum (x_i - \langle x_i \rangle) \sum (y_i - \langle y_i \rangle)}{\sqrt{N \sum (x_i - \langle x_i \rangle)^2 \cdot \sum (y_i - \langle y_i \rangle)^2}} \right)^2$$

onde:

N é o número de pontos da medição, $\langle \rangle$ representa a média da medida e r é o denominado **coeficiente de correlação linear**. Este coeficiente representa a confiabilidade dos dados e seus valores encontram-se no intervalo $-1 \leq r \leq 1$. Quanto mais próximo de ± 1 , menor a dispersão dos dados e

maior a confiabilidade nas medidas.



Gráficos

Gráficos são ferramentas muito usadas para visualizar relações matemáticas entre uma função e seu argumento. Por exemplo, sabemos que a função $f(x) = a + bx$ é uma equação da reta, pois seu gráfico é uma reta. Cada função tem um gráfico característico. Num plano cartesiano há dois eixos ortogonais (perpendiculares), o eixo das abscissas (horizontal) e o eixo das ordenadas (vertical). Coloca-se a variável independente no eixo das abscissas e a variável dependente no eixo das ordenadas – habitualmente denominados eixos x e y . Os valores x e y formam o que é denominado de pares ordenados, escritos como (x, y) .

Elaborando um gráfico

Hoje podemos fazer um gráfico rapidamente usando um programa de computador. No entanto, é interessante fazer alguns gráficos com papel milimetrado e lápis/caneta para sabermos o que tais programas estão fazendo. Além disso, existem vários tipos de gráficos, mas estamos interessados em um tipo específico, denominado em alguns programas de gráficos de espalhamento ou dispersão.

Os gráficos deve ter os dois eixos ao qual marcamos os valores de x (variável independente - eixo horizontal) e y (variável dependente - eixo vertical) com numerações em intervalos proporcionais à variação da grandeza em questão. Os eixos devem começar e terminar de forma que toda a área disponível do gráfico seja bem utilizada. Além disso, o gráfico deve indicar a grandeza que os pontos representam e a sua unidade. Os erros mais comuns ao elaborar um gráfico são:

- **Não utilizar corretamente a área do gráfico:** Quando utilizamos um papel milimetrado devemos utilizar todo o espaço disponível para fazer o gráfico. Deve-se estabelecer uma razão entre o espaço disponível de cada eixo e o intervalo da grandeza física a ser utilizada (escala). É imprescindível que o gráfico **contenha um título**.
- **Realizar marcações irregulares nos eixos:** Marcações com “espaçamento variável” não devem ser realizadas. A origem dos eixos deve conter o ponto 0 (zero), exceto em casos em que os valores a serem marcados estão muito distantes da origem (valor 0).
- **Marcar o intervalo dos valores de x e y dos pontos experimentais:** Os valores no eixo das abscissas e das ordenadas devem compreender o intervalo dos pontos experimentais. Os valores escolhidos para os eixos **não são necessariamente** os valores experimentais a serem marcados. Devemos marcar nos eixos valores de referência equidistantes (em torno de 4 ou 5 valores) que contenham o intervalo dos pontos experimentais.
- **Linhas que ligam os pontos aos eixos:** Muitos alunos ligam os pontos aos eixos x e y usando linhas tracejadas. Não façam isso, tais linhas não têm propósito nenhum.
- **Linhas que ligam os pontos entre si:** Os pontos marcados a partir de dados experimentais nunca devem ser ligados entre si. Isso só pode ser razoável para curvas matemáticas, não para dados experimentais. Devemos traçar uma **linha de tendência** quando for o caso.

Finalmente é comum fazermos gráficos com mais que um conjunto de dados. Nesse caso, os conjuntos precisam ser diferenciados entre si. Para isso, basta utilizar símbolos diferentes para marcar os pontos, como quadrados, círculos, triângulos, etc., ou mesmo cores diferentes. Para as linhas de tendência, diferenciamos com o tipo de linha com cores diferentes, tudo devidamente colocado na legenda, que deve ficar à direita do gráfico, ou no espaço de maior razoabilidade.

Experimento

Material

- Suporte vertical graduado com base e travessa horizontal;
- Molas diversas;
- Gancho e anilhas;
- Balança;
- Becker;
- Líquido
- Escoador para líquido;
- Régua.

Procedimento I – Relação da deformação de uma mola com a força aplicada

Para explorar os as relações entre grandezas físicas força e deformação, vamos obter a função que as relaciona e construir gráficos mostrando a relação entre as grandezas propostas.

1. Medir a massa do suporte com um disco, calcule seu peso (considere $g = 9,80 m/s^2$), prenda o mesmo na extremidade livre da mola e meça o comprimento da mola (x).
2. Acrescentar 4 discos, um a um, medindo a massa do conjunto e calculando cada peso, além de verificar o novo comprimento da mola para cada disco adicionado. Anote os valores coletados na tabela 1.

Procedimento II – Relação do escoamento de água com o tempo

Para explorar os as relações entre grandezas físicas volume e tempo, vamos obter a função que as relaciona e construir gráficos mostrando a relação entre as grandezas propostas.

1. Colocar na garrafa PET a tampa que contém um furo;
2. Utilizar a água disponível no Becker, meça $100 mL$ de água utilizando a proveta e coloque com cuidado na garrafa PET, tapando o furo da tampa com o dedo;
3. Soltar a água sobre o Becker acionando o cronômetro ao mesmo tempo. Registre o tempo para que toda a água seja escoada da garrafa PET. Anote o tempo na Tabela 02.2;
4. Repita o procedimento para volumes de $200 mL$, $300 mL$ e $400 mL$;
5. Refazer todo o experimento trocando a tampa, colocando a de dois furos.

Prática 02 Função Linear e Gráficos

Relatório Experimental

Turma:	_____	Data:	_____
Aluna(o):	_____	Matrícula:	_____
Aluna(o):	_____	Matrícula:	_____
Aluna(o):	_____	Matrícula:	_____
Aluna(o):	_____	Matrícula:	_____

Roteiro de Atividade I – Relação da deformação de uma mola com a força aplicada

- (1) Calcular os coeficientes angular e linear da linha de tendência;
- (2) Escrever a equação da reta com os coeficientes encontrados, em termos de $F \times x$;
- (3) Construir o gráfico no papel milimetrado, traçando a linha de tendência do conjunto de pontos;
- (4) Determinar o valor do comprimento inicial da mola;
- (5) Qual é o significado físico do coeficiente angular?

Roteiro de Atividade I – Relação do escoamento de água com o tempo

- (1) Calcular a razão V / t e anote o resultado na Tabela 02.2;
- (1) Calcular a media das razões V / t e anote o resultado na Tabela 02.2;
- (2) Calcular os coeficientes angular e linear da linha de tendência;
- (3) Escrever a equação da reta com os coeficientes encontrados, em termos de $V \times t$;
- (4) Construir o gráfico no papel milimetrado, traçando a linha de tendência do conjunto de pontos;
- (5) Determinar o valor do comprimento inicial da mola;
- (6) Qual é o significado físico do coeficiente angular?

Tabela 02.1 – Dados experimentais da deformação de uma mola.

Massa (g)	Força (N)	Comprimento da mola (cm)

Tabela 02.2 – Volume de água em função do seu tempo de escoamento.

Furos na tampa	$V_{\text{água}} \text{ (mL)}$	$t_{\text{escoamento}} \text{ (s)}$	$\frac{V}{t} \text{ (}\frac{\text{mL}}{\text{s}}\text{)}$	$\left\langle \frac{V}{t} \right\rangle \text{ (}\frac{\text{mL}}{\text{s}}\text{)}$

_____ ()

Aluno: _____

_____ ()

Turma: _____

