Iniciado em	domingo, 11 abr 2021, 13:53
Estado	Finalizada
Concluída em	domingo, 11 abr 2021, 14:08
Tempo empregado	15 minutos 17 segundos
Notas	7,8/8,0
Avaliar	**9,8** de um máximo de 10,0(**98**%)

Questão **1**

Correto

Atingiu 1,0 de 1,0

Identifique as seguintes representações em espaço de estados:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} -1 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + u$$

Forma canônica controlável

\left[\begin{matrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3\end{matrix} \right] =\left[\begin{matrix} 0 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -3 \end{matrix} \right] \left[\begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3\end{matrix} \right]+\left[\begin{matrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{matrix} \right]u\\ y=\left[\begin{matrix} 0 & 0 & 1 \end{matrix} \right]\left[\begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{matrix} \right]

Forma canônica observável

\(\left[\begin{matrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{matrix} \right] =\left[\begin{matrix} 1 & 3 \\ -4 & -6 \end{matrix} \right] \left[\begin{matrix} x_1 \\ x_2 \end{matrix} \right]+\left[\begin{matrix} 1 \\ 3 \end{matrix} \right]u\\ y=\left[\begin{matrix} 1 & 4 \end{matrix} \right]\left[\begin{matrix} x_1 \\ x_2 \end{matrix} \right] \)

Forma não canônica

\(\left[\begin{matrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{matrix} \right] =\left[\begin{matrix} -3 & -2 \\ 1 & 0 \end{matrix} \right] \left[\begin{matrix} x_1 \\ x_2 \end{matrix} \right]+\left[\begin{matrix} 1 \\ 0 \end{matrix} \right]u\\ y=\left[\begin{matrix} 0 & 1 \end{matrix} \right]\left[\begin{matrix} x_1 \\ x_2 \end{matrix} \right] \)

Forma canônica controlável

\(\left[\begin{matrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{matrix} \right] =\left[\begin{matrix} -3 & 1 \\ -2 & 0 \end{matrix} \right] \left[\begin{matrix} x_1 \\ x_2 \end{matrix} \right]+\left[\begin{matrix} 0 \\ 1 \end{matrix} \right]u\\ y=\left[\begin{matrix} 1 & 0 \end{matrix} \right]\left[\begin{matrix} x_1 \\ x_2 \end{matrix} \right] \)

Forma canônica observável

\(\left[\begin{matrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{matrix} \right] =\left[\begin{matrix} -1 & 1 \\ 0 & -2 \end{matrix} \right] \left[\begin{matrix} x_1 \\ x_2 \end{matrix} \right]+\left[\begin{matrix} 0 \\ 1 \end{matrix} \right]u\\ y=\left[\begin{matrix} 2 & 1 \end{matrix} \right]\left[\begin{matrix} x_1 \\ x_2 \end{matrix} \right] \)

Forma canônica de Jordan

\(\left[\begin{matrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3\end{matrix} \right] =\left[\begin{matrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{matrix} \right] \left[\begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3\end{matrix} \right]+\left[\begin{matrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{matrix} \right]u\\ y=\left[\begin{matrix} 1 & -2 & 3 \end{matrix} \right]\left[\begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{matrix} \right] \)

Forma canônica diagonal

Questão **2**

Correto

Atingiu 1,0 de 1,0

Considere o sistema $G(s)=\frac{2}{s^2+3s+2}$. Obtenha as representações nas formas canônicas controlável, observável e diagonal ou de Jordan desse sistema. As representações tem a forma:

$\dot{x}=Ax+Bu$

$y=Cx+Du$

onde $A=\left[\begin{matrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{matrix}\right]$, $B=\left[\begin{matrix} b_{11} \\ b_{21} \end{matrix}\right]$ e $C=\left[\begin{matrix} c_{11} & c_{12} \end{matrix}\right]$.

1) FORMA CANÔNICA CONTROLÁVEL

Os elementos a_{ij} da matriz A são:

$a_{11}=0$, $a_{12}=$ 1 ✔ , $a_{21}=$ -2 ✔ e $a_{22}=$ -3 ✔ .

Os elementos b_{ij} da matrix B são:

$b_{12}=$ 0 ✔ e $b_{12}=$ 1 ✔ .

Os elementos c_{ij} da matriz C são:

$c_{11}=$ 2 ✔ e $c_{12}=$ 0 ✔ .

O valor de $D=$ 0 ✔ .

2) FORMA CANÔNICA OBSERVÁVEL

Os elementos a_{ij} da matriz A são:

$a_{11}=0$, $a_{12}=$ -2 ✔ , $a_{21}=$ 1 ✔ e $a_{22}=$ -3 ✔ .

Os elementos b_{ij} da matrix B são:

$b_{12}=$ 2 ✔ e $b_{12}=$ 0 ✔ .

Os elementos c_{ij} da matriz C são:

$c_{11}=$ 0 ✔ e $c_{12}=$ 1 ✔ .

O valor de $D=$ 0 ✔ .

3) FORMA CANÔNICA DIAGONAL OU DE JORDAN

Como o sistema tem polos distintos ✔ , é possível a representação na forma canônica diagonal ✔ .

Os elementos a_{ij} da matriz A são (considere os polos em ordem decrescente na diagonal principal):

$a_{11}=$ -1 ✔ , $a_{12}=$ 0 ✔ , $a_{21}=$ 0 ✔ e $a_{22}=$ -2 ✔ .

Os elementos b_{ij} da matrix B são:

$b_{12}=$ 1 ✔ e $b_{12}=$ 1 ✔ .

Os elementos c_{ij} da matriz C são:

$c_{11}=$ 2 ✔ e $c_{12}=$ -2 ✔ .

O valor de \(D=\) 0 ✔ .

Questão **3**

Correto

Atingiu 1,0 de 1,0

Dada a representação em espaço de estados determine a função de transferência \(G(s)\) associada.

\(\left[\begin{matrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3\end{matrix} \right] =\left[\begin{matrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -6 & -11 & -6 \end{matrix} \right] \left[\begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3\end{matrix} \right]+\left[\begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{matrix} \right]u\\ y=\left[\begin{matrix} 2 & 1 & 0 \end{matrix} \right]\left[\begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{matrix} \right] \)

Para esse sistema, considere a função de transferência na forma \(G(s)=\frac{Num(s)}{Den(s)}\). Logo, os coeficientes do polinômio do numerador são: \(Num(s)=\) 0 ✔ \(s^3+\) 0 ✔ \(s^2+\) 1 ✔ \(s+\) 2 ✔ . Os coeficientes do polinômio do denominador são: \(Den(s)=\) 1 ✔ \(s^3+\) 6 ✔ \(s^2+\) 11 ✔ \(s+\) 6 ✔ .

Questão **4**

Correto

Atingiu 1,0 de 1,0

Dada a representação em espaço de estados determine a função de transferência \(G(s)\) associada.

\(\left[\begin{matrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3\end{matrix} \right] =\left[\begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -12 \\ 0 & 1 & -7 \end{matrix} \right] \left[\begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3\end{matrix} \right]+\left[\begin{matrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{matrix} \right]u\\ y=\left[\begin{matrix} 0 & 0 & 1 \end{matrix} \right]\left[\begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{matrix} \right] \)

Para esse sistema, considere a função de transferência na forma \(G(s)=\frac{Num(s)}{Den(s)}\). Logo, os coeficientes do polinômio do numerador são:

\(Num(s)=\) 0 ✔ \(s^3+\) 1 ✔ \(s^2+\) 0 ✔ \(s+\) 3 ✔ .

Os coeficientes do polinômio do denominador são:

\(Den(s)=\) 1 ✔ \(s^3+\) 7 ✔ \(s^2+\) 12 ✔ \(s+\) 0 ✔ .

Questão **5**

Correto

Atingiu 1,0 de 1,0

Dada a representação em espaço de estados determine a função de transferência \(G(s)\) associada.

\(\left[\begin{matrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2\end{matrix} \right] =\left[\begin{matrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{matrix} \right] \left[\begin{matrix} x_1 \\ x_2\end{matrix} \right]+\left[\begin{matrix} 1 \\ 1 \end{matrix} \right]u\\ y=\left[\begin{matrix} 1 & -1 \end{matrix} \right]\left[\begin{matrix} x_1 \\ x_2 \end{matrix} \right] \)

Para esse sistema, considere a função de transferência na forma \(G(s)=\frac{Num(s)}{Den(s)}\). Logo, os coeficientes do polinômio do numerador são: \(Num(s)=\) 0 ✔ \(s^2+\) 0 ✔ \(s+\) 1 ✔ . Os coeficientes do polinômio do denominador são: \(Den(s)=\) 1 ✔ \(s^2+\) 3 ✔ \(s+\) 2 ✔ .

Questão **6**

Correto

Atingiu 1,0 de 1,0

Dada a representação em espaço de estados determine a função de transferência \(G(s)\) associada.

\(\left[\begin{matrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2\end{matrix} \right] =\left[\begin{matrix} -2 &1 \\ 0 & -2 \end{matrix} \right] \left[\begin{matrix} x_1 \\ x_2\end{matrix} \right]+\left[\begin{matrix} 0 \\ 1 \end{matrix} \right]u\\ y=\left[\begin{matrix} 1 & 0 \end{matrix} \right]\left[\begin{matrix} x_1 \\ x_2 \end{matrix} \right] \)

Para esse sistema, considere a função de transferência na forma \(G(s)=\frac{Num(s)}{Den(s)}\). Logo, os coeficientes do polinômio do numerador são: \(Num(s)=\) 0 ✔ \(s^2+\) 0 ✔ \(s+\) 1 ✔ . Os coeficientes do polinômio do denominador são: \(Den(s)=\) 1 ✔ \(s^2+\) 4 ✔ \(s+\) 4 ✔ .

Questão **7**

Parcialmente correto

Atingiu 0,8 de 1,0

Considere o sistema \(G(s)=\frac{s+1}{s^2+6s+9}\). Obtenha a representação em espaço de estados na forma canônica diagonal ou de Jordan.

O sistema tem uma representação na forma:

\(\dot{x}=Ax+Bu\)

\(y=Cx+Du\)

O sistema por ter polos com multiplicidade diferente de 1 ✔ possui representação na forma canônica de Jordan ✔ .

Os elementos \(a_{ij}\) da matriz \(A=\left[\begin{matrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{matrix} \right]\) são (considere os elementos da diagonal principal em ordem decrescente):

\(a_{11}=\) -3 ✔ , \(a_{12}=\) 1 ✔ , \(a_{21}=\) 0 ✔ e \(a_{22}=\) -3 ✔ .

Os elementos \(b_{ij}\) da matriz \(B=\left[\begin{matrix} b_{11} \\ b_{21} \end{matrix} \right]\) são:

\(b_{11}=\) 0 ✔ e \(b_{21}=\) 1 ✔ .

Os elementos \(c_{ij}\) da matriz \(C=\left[\begin{matrix} c_{11} & c_{12} \end{matrix} \right]\) são:

\(c_{11}=\) 1 ✖ e \(c_{12}=\) -2 ✖ .

O valor de \(D=\) 0 ✔ .

Questão **8**

Correto

Atingiu 1,0 de 1,0

Dada a representação abaixo, ache a matriz de transformação P que diagonaliza o sistema. Também ache sua representação na forma canônica diagonal.

$$\left[\begin{matrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3\end{matrix} \right] =\left[\begin{matrix} 0 & 0 & -20 \\ 1 & 0 & -32 \\ 0 & 1 & -13 \end{matrix} \right] \left[\begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3\end{matrix} \right]+\left[\begin{matrix} 20 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \right]u\\ y=\left[\begin{matrix} 0 & 0 & 1 \end{matrix} \right]\left[\begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{matrix} \right]$$

Os autovalores desse sistema, em ordem decrescente, são: $\lambda_1=$ -1 ✔ , $\lambda_2=$ -2 ✔

e $\lambda_3=$ -10 ✔ .

Para a determinação dos autovetores associados, considere $x_3=1$. Os autovetores tem a forma $V_i=\left[\begin{matrix} v_1 & v_2 & v_3\end{matrix}\right]^T$.

O autovetor associado à λ_1 é: $V_1=[$ 20 ✔ 12 ✔ 1 ✔ $]^T$.

O autovetor associado à λ_2 é: $V_2=[$ 10 ✔ 11 ✔ 1 ✔ $]^T$.

O autovetor associado à λ_3 é: $V_3=[$ 2 ✔ 3 ✔ 1 ✔ $]^T$.

A matriz de transformação tem a forma $P=\left[\begin{matrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} \end{matrix} \right]$. Logo, os elementos desta matriz são:

$p_{11}=$ 20 ✔ $p_{12}=$ 10 ✔ $p_{13}=$ 2 ✔

$p_{21}=$ 12 ✔ $p_{22}=$ 11 ✔ $p_{23}=$ 3 ✔

$p_{31}=$ 1 ✔ $p_{32}=$ 1 ✔ $p_{33}=$ 1 ✔

Logo, o sistema diagonalizado tem a forma:

$\dot{z}=Az+Bu$

$y=Cz+Du$

Os elementos a_{ij} da matriz $A=\left[\begin{matrix} a_{11} & a_{12} & a_{13}\\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{matrix} \right]$ são:

$a_{11}=$ -1 ✔ $a_{12}=$ 0 ✔ $a_{13}=$ 0 ✔

$a_{21}=$ 0 ✔ $a_{22}=$ -2 ✔ $a_{23}=$ 0 ✔

$a_{31}=$ 0 ✔ $a_{32}=$ 0 ✔ $a_{33}=$ -10 ✔

Os elementos b_{ij} da matriz $B=\left[\begin{matrix} b_{11} \\ b_{21} \\ b_{31}\end{matrix} \right]$ são:

$b_{11}=$ 2,22 ✔ , $b_{21}=$ -2,5 ✔ e $b_{31}=$ 0,277 ✔

Os elementos c_{ij} da matriz $C=\left[\begin{matrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \end{matrix} \right]$ são:

$c_{11}=$ 1 ✔ , $c_{12}=$ 1 ✔ e $c_{13}=$ 1 ✔ .

O valor de $D=$ 0 ✔ .

◄ Script Python

Seguir para...

Aula 10 - Resolução das Equações de Estado ►