

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA**  
**CURSO DE ENGENHARIA ELÉTRICA**



**ANDRÉ PERES GALERA**  
**DOUGLAS MATEUS ALABORA**  
**LAÍSA ZYCH LANGHINOTI**  
**OTAVIO AUGUSTO ZANOELO**  
**STÉFANIE BERNARDO DE OLIVEIRA**

**PROJETO DE UM SISTEMA DE CONTROLE DE  
TEMPERATURA PARA AQUECIMENTO DE ÁGUA**

**RELATÓRIO TÉCNICO**

**PATO BRANCO**

**2021**

**ANDRÉ PERES GALERA  
DOUGLAS MATEUS ALABORA  
LAÍSA ZYCH LANGHINOTI  
OTAVIO AUGUSTO ZANOELO  
STÉFANIE BERNARDO DE OLIVEIRA**

## **PROJETO DE UM SISTEMA DE CONTROLE DE TEMPERATURA PARA AQUECIMENTO DE ÁGUA**

Relatório Técnico apresentado como requisito de avaliação da disciplina de Sistemas de Controle 2, do Curso de Engenharia Elétrica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).

Orientador: Prof. Dr. Rafael Cardoso.

**PATO BRANCO**

**2021**

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Representação física do sistema de aquecimento de água. . . . .	5
Figura 2 – Diagrama de blocos da malha de controle para o sistema de aquecimento de água. . . . .	6
Figura 3 – Diagrama de blocos do sistema que relaciona a taxa de entrada de calor com a temperatura da água. . . . .	9
Figura 4 – Diagrama de blocos do sistema que relaciona a tensão no elemento resistivo com a temperatura da água. . . . .	9
Figura 5 – Reposta do sistema térmico ao degrau com amplitude de 32 V. . . . .	10
Figura 6 – Resposta do sistema térmico ao degrau com retirada do <i>offset</i> e determinação da constante de tempo. . . . .	11
Figura 7 – Circuito elétrico equivalente ao sistema térmico, implementado no <i>software</i> LTSpice, que representa a relação entre a taxa de entrada de calor e a temperatura da água. . . . .	12
Figura 8 – Circuito equivalente elétrico ao sistema, implementado no <i>software</i> LTSpice, que representa a relação entre a tensão no elemento resistivo e a temperatura da água. . . . .	13
Figura 9 – Comparação das respostas ao degrau entre o sistema térmico modelado e seu equivalente elétrico. . . . .	13
Figura 10 – (a) Relé de estado sólido Novus SSR-4810 e (b) sua característica de funcionamento. . . . .	14
Figura 11 – Diagrama de blocos do sistema considerando o acionamento via controle de ciclos. . . . .	15
Figura 12 – Circuito comparador responsável pela geração do sinal PWM. . . . .	16
Figura 13 – Circuito <i>Schmitt trigger</i> conectado em série com um circuito integrador para geração de onda triangular. . . . .	16
Figura 14 – Circuito na configuração inversora responsável por inserir um <i>offset</i> na onda triangular. . . . .	17
Figura 15 – Simulação da modulação por ciclos da tensão sobre o elemento resistivo de aquecimento em função do sinal de acionamento. . . . .	18
Figura 16 – (a) Características elétricas do sensor de temperatura LM35 e (b) configuração dos pinos. . . . .	19
Figura 17 – Circuito na configuração não inversora responsável por inserir um ganho de amplitude dez no sinal de saída do sensor. . . . .	20
Figura 18 – (a) Circuito subtrator que efetua o cálculo do erro e (b) implementação do potenciômetro gerador da tensão de referência. . . . .	21
Figura 19 – Diagrama de blocos do sistema de controle com realimentação realizada através do valor mensurado pelo sensor de temperatura. . . . .	21
Figura 20 – Diagrama de blocos final do sistema de controle com realimentação unitária. . . . .	22
Figura 21 – Determinação do tempo de assentamento e do erro em regime permanente para o sistema não controlado. . . . .	23
Figura 22 – Circuito eletrônico para implementação do controlador proporcional integral . . . . .	25
Figura 23 – Diagrama de blocos simplificado do sistema de controle com realimentação unitária. . . . .	27
Figura 24 – Comparação entre as respostas ao degrau unitário e os erros em regime permanente dos sistemas não controlado e controlado com realimentação unitária. . . . .	27

Figura 25 – Comparação do comportamento dinâmico do circuito eletrônico implementado no <i>software</i> LTSpice e do sistema modelado matematicamente. . . . .	28
Figura 26 – Resposta do sistema com e sem saturação à distintas entradas. . . . .	29
Figura 27 – Ação de controle para diferentes entradas referentes aos sistemas com e sem saturador. . . . .	29
Figura 28 – Tensão solicitada para a rede para diferentes entradas referentes aos sistemas com e sem saturador. . . . .	30
Figura 29 – Comportamento do termo integral do controlador PI e do erro resultante da realimentação para os sistemas com e sem saturação. . . . .	31
Figura 30 – Diagrama de blocos para o método <i>back-calculation</i> . . . . .	32
Figura 31 – Utilização do método <i>back-calculation</i> para redução do <i>windup</i> nas respostas do sistema com saturação. . . . .	32

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>5</b>
<b>2</b>	<b>DESENVOLVIMENTO</b>	<b>7</b>
2.1	DESCRIÇÃO MATEMÁTICA DO SISTEMA TÉRMICO	7
2.1.1	Identificação da planta	10
2.1.2	Validação	12
2.2	ACIONAMENTO	14
2.3	SENSORIAMENTO E REALIMENTAÇÃO	18
2.4	CONTROLADOR	22
<b>3</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÃO</b>	<b>27</b>
<b>4</b>	<b>CONCLUSÕES</b>	<b>34</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>35</b>
	<b>APÊNDICE A – CIRCUITO ELETRÔNICO DO SISTEMA DE CONTROLE TÉRMICO IMPLEMENTADO NO SOFTWARE LTSPICE</b>	<b>36</b>
	<b>APÊNDICE B – DIAGRAMA DE BLOCOS DO SISTEMA DE CONTROLE TÉRMICO PARA SIMULAÇÃO NO SOFTWARE SIMULINK</b>	<b>38</b>

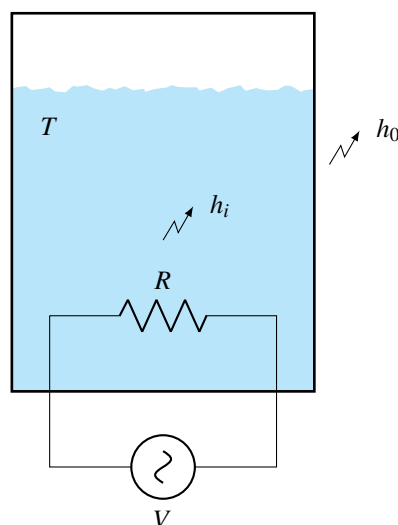
## 1 INTRODUÇÃO

Este projeto objetiva o desenvolvimento e implementação, através de ferramentas computacionais, de um sistema de controle térmico para um recipiente contendo água. O sistema tem como função, portanto, para uma temperatura de referência desejada, **ajustar a temperatura da água através de um potenciômetro**, em um tempo adequado e com erro nulo em regime permanente.

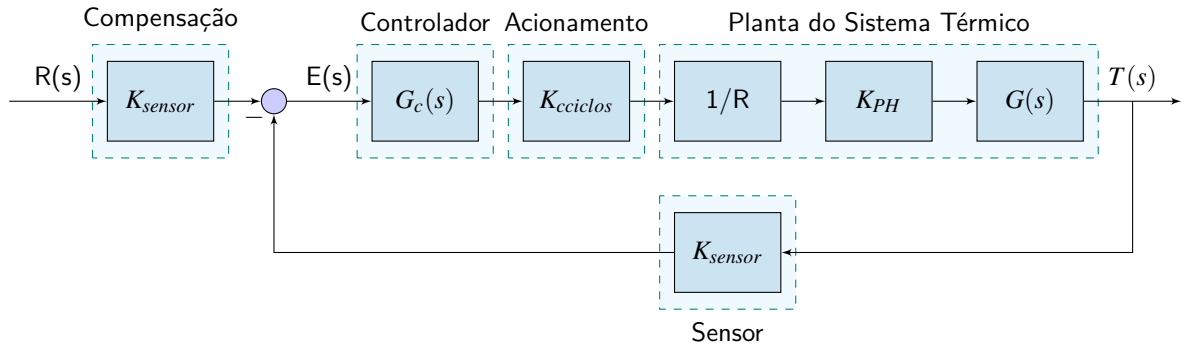
A descrição física do sistema está apresentada na Figura 1. De modo geral, consiste em um recipiente contendo uma determinada massa  $m$  (kg) de água a uma temperatura  $T$  (°C), e um elemento resistivo, com resistência  $R$  ( $\Omega$ ) e potência  $P$  (W), que atuará como o aquecedor, conectado à uma fonte de tensão  $V$  (V).

A temperatura da água é ajustada através do calor originado pelo efeito Joule sob a resistência. Por meio da variação de tensão da fonte de entrada, o elemento resistivo dissipa uma potência proporcional à corrente que o atravessa, fornecendo energia térmica ao fluido. Contudo, como o recipiente não é isolado, ele perde uma determinada quantidade de calor para o meio.

A velocidade com que a temperatura do sistema atinge a referência depende da quantidade de calor fornecida em um determinado intervalo de tempo, ou seja, da potência do **elemento resistivo**. Através da relação temporal entre o calor e o tempo, estabelece-se a taxa de calor (kcal/s) de entrada,  $h_i$ , e de perda,  $h_0$ .



**Figura 1 – Representação física do sistema de aquecimento de água.**  
**Fonte: Autoria própria (2021).**



**Figura 2 – Diagrama de blocos da malha de controle para o sistema de aquecimento de água.**  
**Fonte: Autoria própria (2021).**

A **dinâmica** para o controle deste sistema está apresentado através do diagrama de blocos da Figura 2. Através de um potenciômetro, uma tensão de referência  $R(s)$ , equivalente à temperatura desejada, será definida como a entrada do sistema. Esta, por sua vez, será comparada com a tensão equivalente à temperatura da água medida por um sensor de temperatura, resultando em um erro  $E(s)$ . Dispondo do valor deste erro, o controlador a ser projetado fará os ajustes necessários, de acordo com as características da planta a ser controlada, resultando na temperatura  $T(s)$  desejada. O desenvolvimento deste diagrama de blocos será explicitado, detalhadamente, na próxima seção, onde será evidenciado o dimensionamento e implementação de cada bloco constituinte do sistema de controle.

## 2 DESENVOLVIMENTO

Nesta seção serão descritos todos os passos necessários para modelagem, validação e implementação do sistema de controle. Em virtude da pandemia de COVID-19, a validação do sistema modelado e a implementação do controle na prática é inviável. Assim, serão desenvolvidos circuitos elétricos equivalentes no *software* LTSpice que apresentem comportamento semelhante ao do sistema térmico e de controle, a fim de possibilitar a validação da modelagem matemática e simulação do sistema.

### 2.1 DESCRIÇÃO MATEMÁTICA DO SISTEMA TÉRMICO

A descrição matemática de um sistema deve ser estruturada a partir de dados que descrevem seu comportamento dinâmico. Assim, é necessário conhecer as leis físicas que regem o sistema estudado, de modo a obter a relação entre a entrada e a saída desejada para o modelo (AGUIRRE, 2013).

Para a descrição de sistemas físicos, uma técnica amplamente utilizada é a modelagem no domínio da frequência. Ela apresenta praticidade uma vez que permite a substituição das equações diferenciais descritivas do sistema por equações algébricas, através da transformada de Laplace, a qual é definida por:

$$\mathcal{L}[f(t)] = \int_{0^-}^{\infty} f(t)e^{-st}dt \quad (1)$$

onde  $s = \sigma + j\omega$  é uma variável complexa. Assim, conhecendo  $f(t)$  e sabendo que a integral é resolvível, pode-se obter uma função  $F(s)$ , denominada de transformada de Laplace de  $f(t)$  (NISE, 2017).

A dinâmica do sistema é analisada por meio da função de transferência, que relaciona a transformada de Laplace da saída com a transformada de Laplace da entrada, considerando as condições iniciais nulas. Para um sistema linear e invariante no tempo, com entrada  $R(s)$  e saída  $C(s)$ , a função de transferência é representada como a razão entre dois polinômios em  $s$ :

$$G(s) = \left. \frac{C(s)}{R(s)} \right|_{c.i=0} = \frac{b_0s^m + b_1s^{m-1} + \dots + b_{m-1}s + b_m}{a_0s^n + a_1s^{n-1} + \dots + a_{n-1}s + a_n} \Big|_{c.i=0} \quad (2)$$

em que  $c.i$  representa a condição inicial do sistema,  $s$  é uma variável complexa e os termos  $a's$  e  $b's$  representam os coeficientes dos polinômios da saída e da entrada, respectivamente.



A função de transferência é inerente ao sistema, independente da magnitude ou natureza da função de entrada. Ela inclui os dados necessários para relacionar a entrada à saída, contudo, não fornece nenhuma informação da estrutura física do sistema modelado (OGATA, 2010).

De acordo com Ogata (2010), os sistemas térmicos são aqueles que envolvem transferência de calor de uma substância para outra. Existem três modos diferentes de ocorrer este fluxo de calor: condução, convecção e radiação. Dada as especificidades e a estrutura do sistema a ser controlado neste projeto, será considerado a transferência de calor por condução e convecção.

Assim, o balanço energético do sistema que fornece o valor de calor necessário para elevar a temperatura da água é obtido pela diferença do calor  $Q_i$  (kcal) fornecido pelo elemento resistivo e pelo calor  $Q_0$  (kcal) perdido ao meio, dado por:

$$Q_i - Q_0 = mc\Delta T \quad (3)$$

onde  $m$  é a massa do líquido (kg),  $c$  o calor específico do líquido [ $\text{kcal} \cdot (\text{kg}^\circ\text{C})^{-1}$ ] e  $\Delta T$  a variação de temperatura ( $^\circ\text{C}$ ).

Como o fornecimento de calor ao sistema pode acontecer em diversas taxas temporais, dependentes da potência do elemento resistivo, pode-se relacionar a variação do calor em relação ao tempo por:

$$\frac{d(Q_i - Q_0)}{dt} = mc \frac{dT}{dt} \quad (4)$$

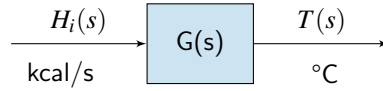
Esta variação representa justamente a taxa de calor (kcal/s) de entrada,  $h_i$ , e de perda,  $h_o$ . Sabendo que o produto entre a massa  $m$  e o calor específico  $c$  resulta na capacitância térmica  $C_T$  do líquido ( $\text{kcal}/^\circ\text{C}^{-1}$ ), pode-se reescrever a Equação (4) como:

$$C_T \frac{dT}{dt} = h_i - h_o \quad (5)$$

A taxa de perda de calor  $h_o$  pode ser reescrita em função da razão entre a temperatura  $T$  ( $^\circ\text{C}$ ) do líquido e a resistência térmica  $R_T$  ( $^\circ\text{Cs}/\text{kcal}$ ) do sistema, ou seja:

$$h_o = \frac{T}{R_T} \quad (6)$$

Assim, substituindo  $h_o$  na Equação (5) e reordenando os termos, tem-se:



**Figura 3 – Diagrama de blocos do sistema que relaciona a taxa de entrada de calor com a temperatura da água.**

Fonte: Autoria própria (2021).

$$R_T C_T \frac{dT}{dt} + T = R_T h_i \quad (7)$$

Por fim, aplicando a transformada de Laplace na Equação diferencial (7), obtém-se a função de transferência do sistema que relaciona a taxa de entrada de calor com a temperatura da água em  $s$ , dada por:

$$G(s) = \frac{T(s)}{H_i(s)} = \frac{R_T}{R_T C_T s + 1} \quad (8)$$

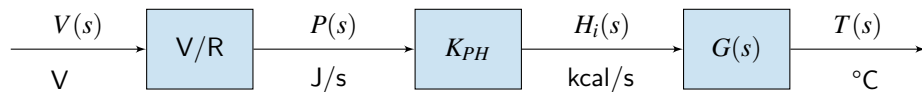
onde  $T(s)$  e  $H_i(s)$  são, respectivamente, a saída e a entrada do sistema obtidas através da transformada. O diagrama de blocos desse sistema está representado na Figura 3.

Contudo, no quesito prático, para o ajuste da temperatura da água, a grandeza que é manipulada é a tensão aplicada no elemento resistivo e não a taxa de calor. Assim, precisa-se estabelecer a relação entre essas duas grandezas.

Tem-se que a potência dissipada pelo resistor devido à aplicação da tensão de entrada é dada, em W, por:

$$P = \frac{V^2}{R} \quad (9)$$

onde  $V$  (V) é a tensão da fonte de **tensão**, ou ainda, a tensão aplicada no elemento resistivo, e  $R$  ( $\Omega$ ) a resistência do elemento resistivo. Sabe-se que  $1 \text{ W}$  equivale à  $1 \text{ J} \cdot \text{s}^{-1}$ , onde  $1 \text{ J} = 2,39 \cdot 10^{-4} \text{ kcal}$ . Assim, de posse destas relações, é possível relacionar a tensão de entrada com a temperatura da água, como mostrado pelo diagrama de blocos da Figura 4, onde  $K_{PH} = 2,39 \cdot 10^{-4}$  é a constante de conversão.



**Figura 4 – Diagrama de blocos do sistema que relaciona a tensão no elemento resistivo com a temperatura da água.**

Fonte: Autoria própria (2021).

### 2.1.1 Identificação da planta

Para a definição da função de transferência que relaciona a tensão de entrada com a temperatura da água, deve-se conhecer a resistência  $R_{aq}$  do sistema de aquecimento, a resistência térmica  $R_T$  e a capacitância térmica  $C_T$  do sistema.

Assumindo o uso de um aquecedor de potência de 1.000 W, que opera com 127 V<sub>rms</sub>, pode-se calcular sua resistência teórica:

$$R_{aq} = \frac{V_{aq}^2}{P_{aq}} = \frac{127^2}{1.000} = 16,129 \Omega \quad (10)$$

Definindo um volume de água de 0,5 L, ou seja, uma massa de 0,5 kg, cujo calor específico é 1 kcal · (kg°C)<sup>-1</sup>, calcula-se a capacitância térmica:

$$C_T = mc = 0,5 \cdot 1 = 0,5 \text{ kcal/}^\circ\text{C} \quad (11)$$

Para a determinação de  $R_T$ , baseando-se nas grandezas acima definidas, Cardoso (2021a) realizou um ensaio experimental de degrau no sistema térmico. O autor aplicou uma tensão reduzida, visando evitar a fervura e o comportamento não-linear da água, de aproximadamente 32 V na entrada do sistema, obtendo o gráfico apresentada na Figura 5.

A curva descreve a evolução da temperatura da água em função do tempo. Inicialmente, a água estava em 15°C e, ao final, estabilizou-se em 45°C. Para fins de simplificações de cálculo, foi retirado o *offset* da curva, como mostrado na Figura 6. De posse do gráfico deslocado, onde a temperatura inicial da água é em 0°C e converge para 30°C, extrai-se a constante de tempo  $\tau$  e o ganho CC ( $K_{cc}$ ) do sistema. A constante de tempo é o valor temporal em que o sistema

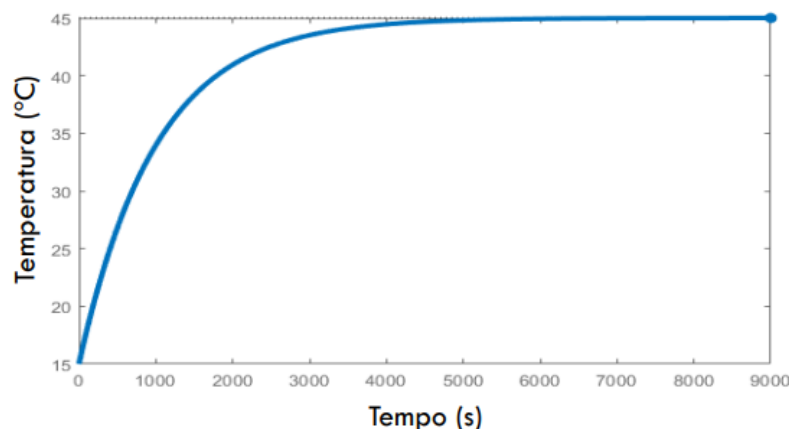
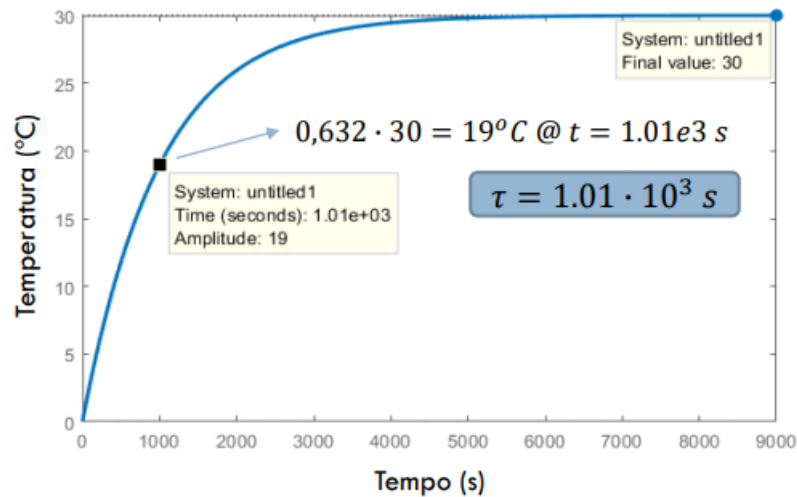


Figura 5 – Reposta do sistema térmico ao degrau com amplitude de 32 V.

Fonte: Cardoso (2021a).



**Figura 6 – Resposta do sistema térmico ao degrau com retirada do *offset* e determinação da constante de tempo.**

**Fonte: Cardoso (2021a).**

atinge 63,2% do seu valor final, ou seja, atinge a temperatura de 19°C. Como indicado pelo ponto sob a curva na Figura 6, este valor ocorre em  $1,01 \cdot 10^3$  s. Assim, tem-se  $\tau$  definido.

O ganho CC é o valor que relaciona a variação da saída com a variação de entrada do sistema. Para a tensão aplicada de 32V, o degrau de taxa de entrada de calor é dado por:

$$h_i(0^+) = \frac{V^2}{R_{aq}} \text{ [J/s]} = \frac{32^2}{16,129} \cdot 2,39 \cdot 10^{-4} \text{ [kcal/s]} = 0,015 \text{ kcal/s} \quad (12)$$

Portanto, uma variação de 32V sobre o elemento resistivo, fornece, na entrada da função de transferência  $G(s)$ , um degrau de 0,015 kcal/s. Assim, o ganho CC é obtido por:

$$K_{cc} = R_T \text{ [\Omega]} = \frac{\Delta T}{\Delta h_1} = \frac{30}{0,015} = 2.000 \quad (13)$$

Logo, a função de transferência experimental  $G_{exp}(s)$  para o sistema térmico, caracterizada por ser de primeira ordem, pode ser escrita no formato:

$$G_{exp}(s) = \frac{T(s)}{H_i(s)} = \frac{K_{cc}}{\tau s + 1} = \frac{2.000}{1.010s + 1} \quad (14)$$

Comparando esta função de transferência obtida experimentalmente em relação a função teórica (8) modelada, percebe-se que são compatíveis. Na função modelada, substituindo-se os devidos valores, tem-se que:

$$G(s) = \frac{R_T}{R_T C_T s + 1} = \frac{2.000}{1.000s + 1} \quad (15)$$

ou seja, a função de transferência modelada matematicamente condiz com a obtida na prática.

### 2.1.2 Validação

De modo a efetuar a validação do sistema térmico modelado, pode-se comparar sua resposta ao degrau em relação a resposta de seu equivalente elétrico. O modelo elétrico equivalente ao sistema térmico foi implementado por Cardoso (2021b) no *software* LTSpice e está apresentado na Figura 7.

Este equivalente expressa o comportamento estabelecido no diagrama de blocos da Figura 3, ou seja, estabelece a relação entre a taxa de entrada de calor e a temperatura da água. A resistência elétrica  $R$  é equivalente a resistência térmica  $R_T$  e a capacitância elétrica  $C$  é equivalente à capacitância térmica  $C_T$  do sistema. Logo, a equação diferencial deste circuito é dada por:

$$RC \frac{dV_c}{dt} + V_c = RI \quad (16)$$

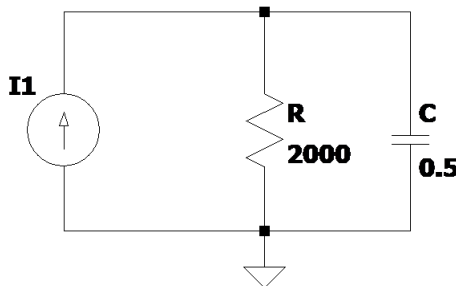
onde  $V_c$  (V) é a tensão sob o capacitor, que é equivalente a temperatura do sistema físico, e  $I$  (A) a corrente elétrica, que é equivalente a taxa de entrada de calor. Aplicando a transformada de Laplace na Equação (16), a função de transferência  $G_e(s)$  do equivalente elétrico é obtida:

$$G_e(s) = \frac{V_c(s)}{I(s)} = \frac{R}{RCs + 1} \quad (17)$$

Nota-se, assim, que a função de transferência obtida é similar a modelada em (8). Fazendo as correspondências entre as grandezas térmicas e elétricas:

$$R_T = 2000^\circ\text{Cs} \cdot \text{kcal}^{-1} \rightarrow R = 2000 \Omega \quad C_T = 0,5 \text{ kcal}^\circ\text{C} \rightarrow C = 0,5 \text{ F} \quad (18)$$

Substituindo os valores correspondentes na Equação (17):



**Figura 7 – Circuito elétrico equivalente ao sistema térmico, implementado no *software* LTSpice, que representa a relação entre a taxa de entrada de calor e a temperatura da água.**

**Fonte: Adaptado de Cardoso (2021b).**

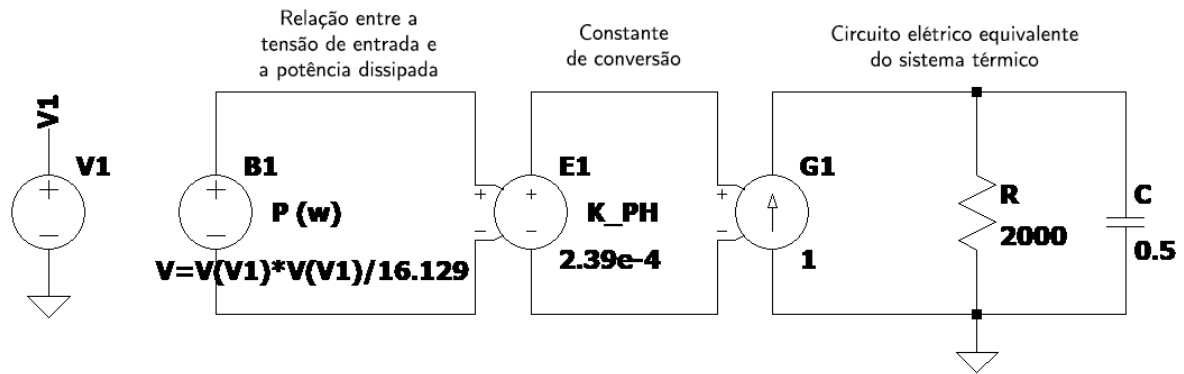


Figura 8 – Circuito equivalente elétrico ao sistema, implementado no *software* LTSpice, que representa a relação entre a tensão no elemento resistivo e a temperatura da água.

Fonte: Adaptado de Cardoso (2021b).

$$G_e(s) = \frac{2.000}{1.000s + 1} \quad (19)$$

que representa a função de transferência do sistema elétrico, idêntica a do sistema térmico modelado.

Todavia, como explicitado na modelagem, a grandeza que é manipulada para o ajuste da temperatura é a tensão de entrada sobre o elemento resistivo, e não a taxa de calor. Assim, foi adicionado dois blocos no circuito, como apresentado na Figura 8. O primeiro relaciona a tensão de entrada com a potência dissipada no resistor, e o segundo, que é um fator de escala, converte a potência dissipada, em J/s, para kcal/s.

Para fins de comparação, o circuito elétrico da Figura 8 foi simulado no LTSpice, aplicando-se uma tensão de entrada de 32 V. Posteriormente, os dados da simulação foram

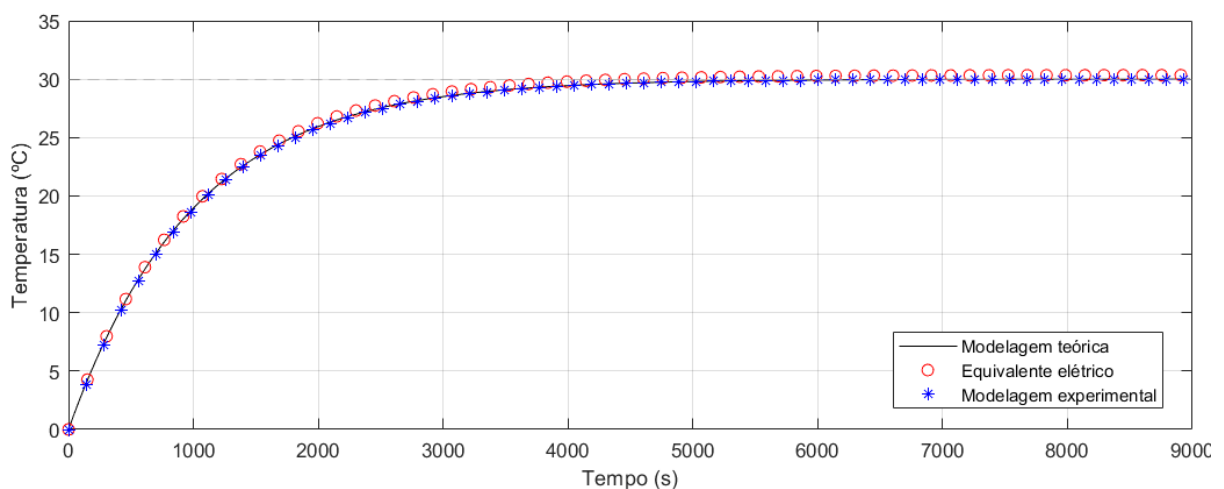


Figura 9 – Comparação das respostas ao degrau entre o sistema térmico modelado e seu equivalente elétrico.

Fonte: Autoria própria (2021).

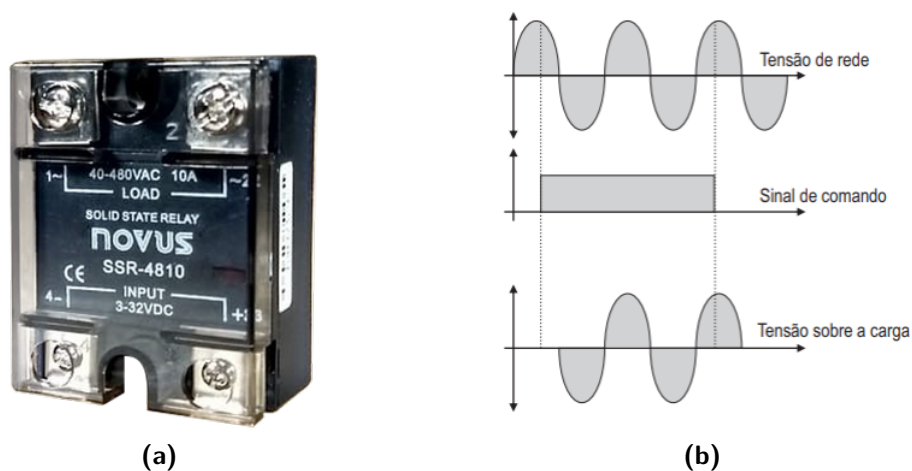
exportados para o MATLAB. Considerando a equivalência entre a tensão no capacitor e a temperatura da água, plotou-se em um gráfico a resposta do equivalente elétrico juntamente com as respostas dos sistemas térmico modelado teoricamente e experimentalmente sujeitos a uma entrada equivalente. O resultado está exposto na Figura 9. Percebe-se, do gráfico, que os sistemas são compatíveis. Logo, o sistema modelado é válido.

## 2.2 ACIONAMENTO

O acionamento do sistema será feito através da utilização de um relé de estado sólido, modelo Novus SSR-4810 10S / 480 VCA, apresentado na Figura 10(a), com tensão de controle de 4 a 32 V. Sua utilização simplifica significativamente a implementação do atuador, visto que ele trabalha diretamente com tensão alternada.

Seu funcionamento é relativamente simples, como evidenciado na Figura 10(b). Um sinal de comando é enviado para seu terminal de entrada, habilitando a passagem de corrente pela carga no momento em que a tensão da rede atinge o valor nulo. Este sinal de comando consiste, basicamente, em um sinal PWM, o qual, periodicamente, habilita a aplicação de determinados ciclos da rede sobre o resistor de aquecimento, permitindo, assim, a variação da tensão sobre o elemento resistivo e, conseqüentemente, da temperatura da água. Esse processo é denominado de modulação por controle de ciclos.

Neste tipo de modulação, a tensão eficaz sobre a carga é dada por



**Figura 10 – (a) Relé de estado sólido Novus SSR-4810 e (b) sua característica de funcionamento.**  
**Fonte: Adaptado de Cardoso (2021c).**

$$V_{ef} = V_p \sqrt{\frac{t_{on}}{2T}} \quad (20)$$

onde  $V_p$  (V) é a tensão de pico da rede,  $t_{on}$  (s) é o tempo no qual o relé está conduzindo dentro de um período e  $T$  (s) o período do sinal PWM de acionamento.

A relação entre a tensão da rede e a aplicada sobre a carga é não linear. De modo a tornar essa relação linear, pode-se utilizar a relação quadrática entre as tensões, de modo que

$$V_{ef}^2 = V_p^2 \cdot \frac{t_{on}}{2T} \quad (21)$$

Para fins de projeto, assume-se que o circuito do aquecedor é alimentado por uma fonte CC de 180V, que representa a tensão da rede de  $127V_{rms}$  e frequência 60Hz retificada e filtrada por um filtro capacitivo. Para permitir que o relé funcione adequadamente, escolhe-se uma frequência para o sinal PWM dez vezes menor (6 Hz) que a da rede. Estabelecendo que o sinal de acionamento apresente valor máximo de 10V, tem-se, nesta situação, o relé sempre conduzindo, resultando na máxima tensão eficaz sobre o aquecedor, cujo valor é

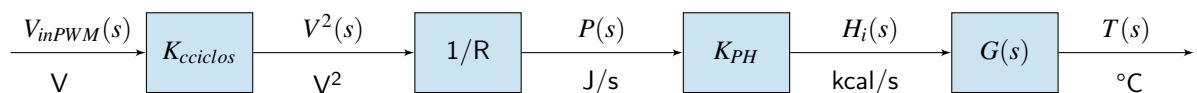
$$V_{ef} = 180 \sqrt{\frac{\frac{10}{60}}{2 \frac{10}{60}}} = 127,28 V_{rms} \quad (22)$$

O ganho resultante da modulação por controle de ciclos é obtido através da razão do valor quadrático de tensão eficaz máxima em relação ao valor PWM máximo de acionamento. Como foi estabelecido que o sinal de acionamento apresenta valor máximo de 10V, o ganho da modulação por controle de ciclos é

$$K_{cciclos} = \frac{127,28^2}{10} = 1.620,02 \quad (23)$$

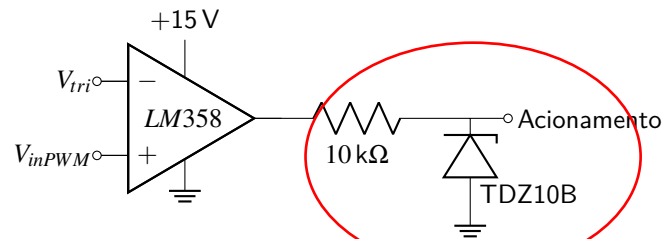
Este ganho deve ser considerado na malha do sistema de controle. Assumindo a partir deste ponto que o acionamento será feito através da modulação por controle de ciclos, com os parâmetros acima especificados, tem-se o novo diagrama de blocos do sistema, apresentado na Figura 11.

O circuito elétrico responsável por gerar a onda PWM de acionamento consiste em um



**Figura 11 – Diagrama de blocos do sistema considerando o acionamento via controle de ciclos.**  
**Fonte: Autoria própria (2021).**



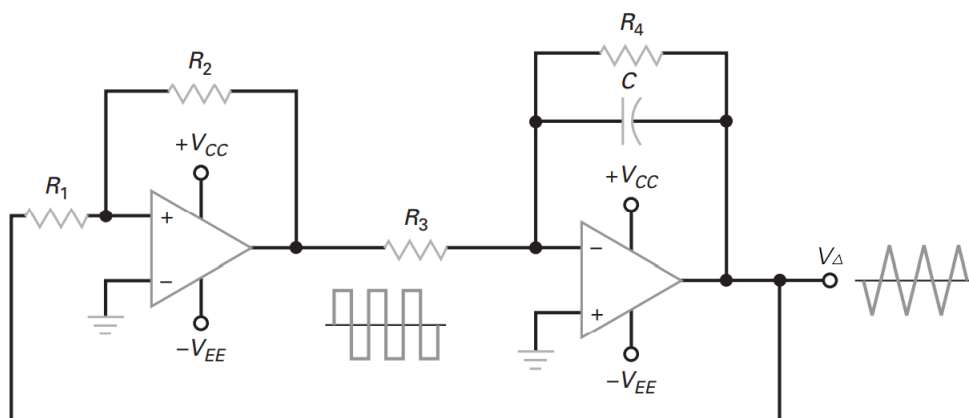


**Figura 12 – Circuito comparador responsável pela geração do sinal PWM.**  
**Fonte: Autoria própria (2021).**

circuito comparador, como evidenciado na Figura 12. Ele foi construído com um amplificador operacional, em que a entrada da porta inversora é uma onda triangular, com 10V de pico a pico, e a entrada da não inversora é a **tensão de referência**, oriunda do controlador. Como a onda de acionamento deve apresentar componente somente positiva e na configuração comparador o amplificador também atua na saturação negativa, optou-se pelo uso do amplificador operacional LM358, já que este permite aterrar seu terminal de alimentação negativa. Além disso, foi introduzido na saída do comparador um resistor de modo a limitar a corrente de saída e um diodo zener de 10V de modo a limitar o pulso de acionamento, uma vez que o amplificador operacional é alimentado com 15V.

Para a geração da onda triangular foi construído um circuito que consiste na conexão em série de um circuito *Schmitt trigger* não inversor, cuja onda de saída é retangular, com um integrador, obtendo, assim, uma onda triangular  $V_{\Delta}$  de saída. Os amplificadores operacionais utilizados foram do modelo TL084, uma vez que apresentam *slew rate* de valor elevado ( $13\text{V}/\mu\text{s}$ ).

De acordo com Malvino e Bates (2016), para o circuito da Figura 13, as seguintes



**Figura 13 – Circuito *Schmitt trigger* conectado em série com um circuito integrador para geração de onda triangular.**

**Fonte: Adaptado de Malvino e Bates (2016).**

relações são válidas:

$$V_{out(pp)} = \frac{2R_1}{R_2} V_{sat}, \quad f = \frac{R_2}{4R_1 R_3 C} \quad (24)$$

Deseja-se obter uma onda triangular, com tensão de pico a pico  $V_{out(pp)} = 10\text{ V}$  e período pelo menos dez vezes maior que o da rede, ou, de modo equivalente, com frequência dez vezes menor. Considerando que a rede opera em 60 Hz, busca-se, então, uma frequência de 6 Hz, como evidenciado anteriormente. Assumindo  $R_1 = 10\text{ k}\Omega$  e  $C = 1\text{ }\mu\text{F}$ , e sabendo que a tensão de saturação do TL084 é aproximadamente 13,5 V, então:

$$R_2 = \frac{2R_1}{V_{out(pp)}} V_{sat} = 27\text{ k}\Omega, \quad R_3 = \frac{R_2}{4R_1 f C} = 112,5\text{ k}\Omega \quad (25)$$

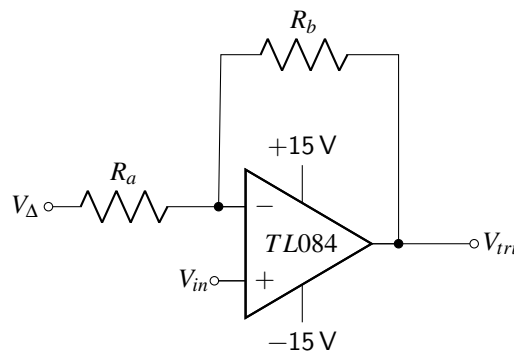
Para fins de simulação, o valor encontrado para  $R_3$  é válido. Contudo, na prática, para se obter este valor de resistência pode ser realizado uma associação em série de resistores com valores comerciais, cujas resistências são de 110 k $\Omega$ , 2 k $\Omega$  e 500  $\Omega$ .

A onda triangular gerada pelo circuito dimensionado anteriormente possui sua referência centrada no valor zero, ou seja, apresenta porções negativas e positivas, de até  $\pm 5\text{ V}$ , em torno deste valor. Para o circuito comparador de acionamento, esta onda deve apresentar somente valores positivos, logo, é necessário realizar um *offset* de +5 V no sinal.

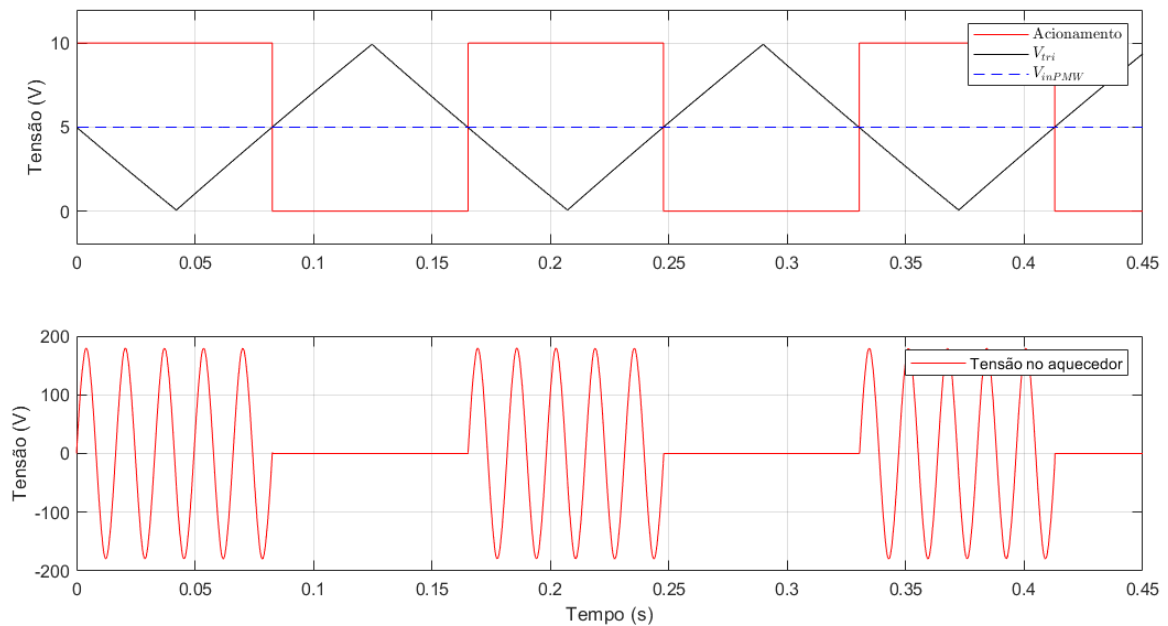
Assim, foi desenvolvido um circuito, novamente com o amplificador operacional TL084, na configuração inversora, como apresentado na Figura 14. O *offset* gerado para esta configuração é de:

$$V_{ofs} = V_{in} \left( 1 + \frac{R_b}{R_a} \right) \quad (26)$$

Como o objetivo é deslocar a onda triangular em +5 V, busca-se  $V_{ofs} = 5\text{ V}$ . Assumindo



**Figura 14 – Circuito na configuração inversora responsável por inserir um *offset* na onda triangular. Fonte: Autoria própria (2021).**



**Figura 15 – Simulação da modulação por ciclos da tensão sobre o elemento resistivo de aquecimento em função do sinal de acionamento.**

**Fonte: Autoria própria (2021).**

$R_a = R_b = 10\text{ k}\Omega$ , então  $V_{in} = 2,5\text{ V}$ . Portanto, na porta não inversora, deve ser aplicado uma tensão com o valor calculado, de modo a aplicar o *offset* desejado. A tensão de 15V utilizada na alimentação dos amplificadores operacionais foi aproveitada para a implementação de um divisor de tensão, com resistores de  $1\text{ k}\Omega$  e  $5\text{ k}\Omega$ , que resultou no valor desejado na entrada não inversora.

Por fim, de modo a simular a funcionalidade do relé, foi implementado um circuito no *software* LTSpice baseado no componente SW (*voltage controlled switch*). Este componente atua, basicamente, como uma chave, habilitando a passagem de corrente se sua entrada estiver em nível alto. Assim, considerando a rede cuja tensão de pico é 180V e frequência de 60Hz, estabelecendo uma tensão de referência de 5V e sabendo que a onda gerada do circuito de acionamento é responsável pela habilitação da chave SW, obteve-se o resultado exposto na Figura 15.

### 2.3 SENSORIAMENTO E REALIMENTAÇÃO

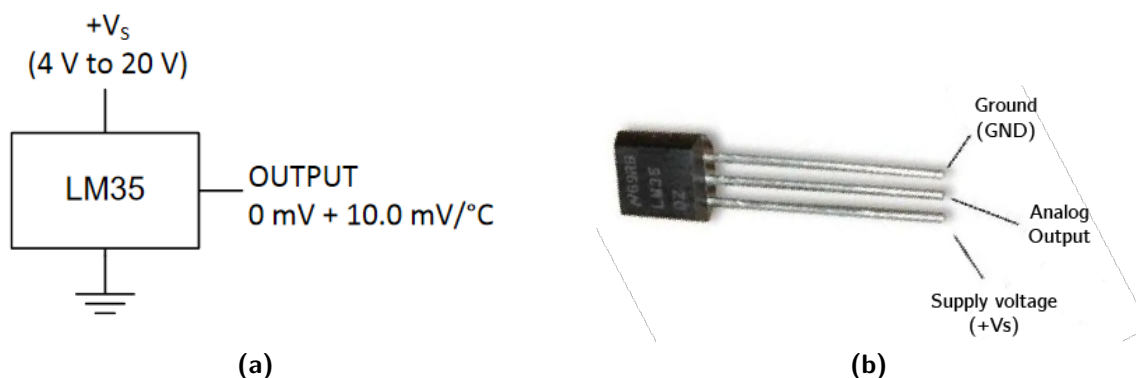
Para possibilitar a realimentação da malha de controle, a medição da temperatura da água será feita através do sensor de temperatura LM35, evidenciado na Figura 16. Este sensor apresenta uma saída de tensão linear à temperatura mensurada, com um fator de escala

de  $+10\text{ mV}/^{\circ}\text{C}$ . Além disso, opera adequadamente entre as temperaturas de  $-55^{\circ}\text{C}$  e  $150^{\circ}\text{C}$  (TEXAS INSTRUMENTS, 2017), adequado, portanto, para aplicação neste projeto.

Apesar de suas vantagens, este sensor não é a prova da água. Uma alternativa seria a utilização do sensor de temperatura DS18B20, que pode ser imerso na água, dessa forma não prejudicando seu funcionamento. Entretanto, seu sinal de saída é digital e deve ser decodificado e transformado, através de um microcontrolador, em um sinal de tensão para o funcionamento adequado da malha de controle. Desta maneira, a utilização do sensor LM35 se mostra mais vantajosa, uma vez que já converte a temperatura medida diretamente em um valor proporcional de tensão. Além disso, como apresentado no projeto de controle de temperatura desenvolvido pela Equipe Ladder Treinamento (2020), o sensor LM35 pode ser posicionado diretamente sobre a superfície externa do recipiente contendo água, sem afetar significativamente a precisão da medição.

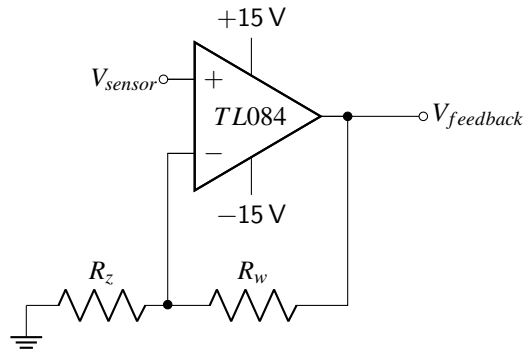
Para fins de projeto, foi assumido que a temperatura da água pode variar entre  $0^{\circ}\text{C}$  e  $100^{\circ}\text{C}$ . Deste modo, a saída do sensor LM35 correspondente à medição da temperatura apresentará uma variação de  $0\text{ V}$  a  $1\text{ V}$ . Vale ressaltar, ainda, que esta faixa de tensão deve ser compatível com a tensão de referência de entrada da malha de controle. Como este valor de referência será determinado através de um potenciômetro, o qual não apresenta grande precisão, a faixa de tensão determinada pelo uso deste sensor é muito pequena, podendo acarretar falhas em uma implementação na prática, inviabilizando o controle.

Logo, para solucionar este problema, pode-se implementar um circuito de modo a gerar um ganho de amplitude dez para a tensão de saída do sensor e, conseqüentemente, para a tensão de referência. Assim, com este ganho implementado, a nova faixa de tensão de operação se torna de  $0\text{ V}$  a  $10\text{ V}$ , proporcionalmente equivalente à faixa de temperatura de  $0^{\circ}\text{C}$  e  $100^{\circ}\text{C}$



**Figura 16 – (a) Características elétricas do sensor de temperatura LM35 e (b) configuração dos pinos.**

Fonte: Adaptado de Texas Instruments (2017).



**Figura 17 – Circuito na configuração não inversora responsável por inserir um ganho de amplitude dez no sinal de saída do sensor.**

**Fonte: Autoria própria (2021).**

da água, onde  $1^{\circ}\text{C}$  equivale à  $0,1\text{ V}$ .

O circuito que insere o ganho na tensão de saída do sensor foi construído com o amplificador operacional TL084, na configuração não inversora, como mostrado na Figura 17. Nesta configuração, o ganho é dado por

$$G = 1 + \frac{R_w}{R_z} \quad (27)$$

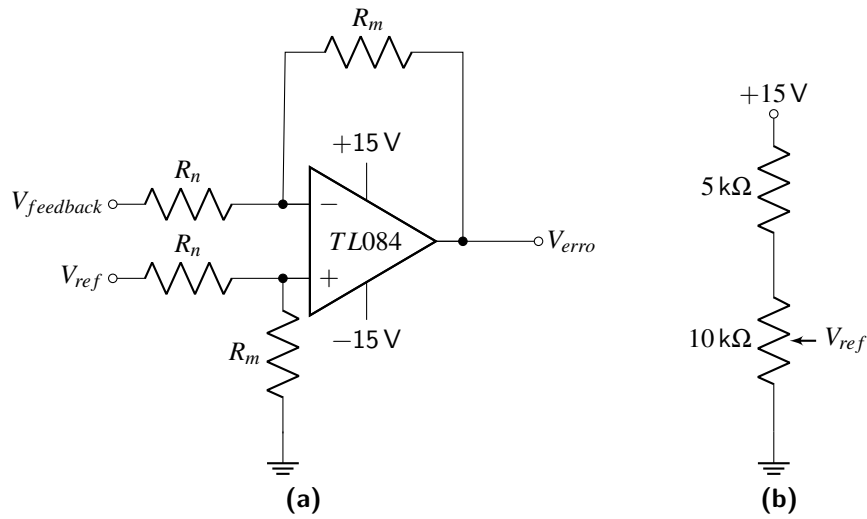
Como se busca  $G = 10$ , assumindo que  $R_z = 3\text{ k}\Omega$ , então  $R_x = 27\text{ k}\Omega$ . Logo, conectando o sinal de tensão de saída do sensor LM35 na entrada não inversora do circuito dimensionado acima, obtém-se a nova faixa de operação desejada.

O circuito completo, formado pela conexão do sensor com o circuito na configuração não inversora, será aplicado para a realimentação da malha de controle. Uma vez que a temperatura medida é atenuada por um fator de  $0,1\text{ V}/^{\circ}\text{C}$ , o ganho representado pelo sensoriamento é de

$$K_{sensor} = 0,1 \quad (28)$$

Este ganho deve ser levado em conta para o projeto do controlador, como será comentado a frente. No caso do processo de realimentação, a tensão de saída originada do sensor será descontada da tensão de referência de entrada do sistema, através de um subtrator. A diferença (erro) gerada servirá como entrada do controlador, permitindo-o realizar os ajustes necessários.

Para efetuar esta operação de diferença, foi implementando um circuito subtrator através do uso do amplificador operacional LT084, mostrado na Figura 18(a). Deste circuito, tem-se a relação:



**Figura 18 – (a) Circuito subtrator que efetua o cálculo do erro e (b) implementação do potenciômetro gerador da tensão de referência.**

Fonte: Autoria própria.

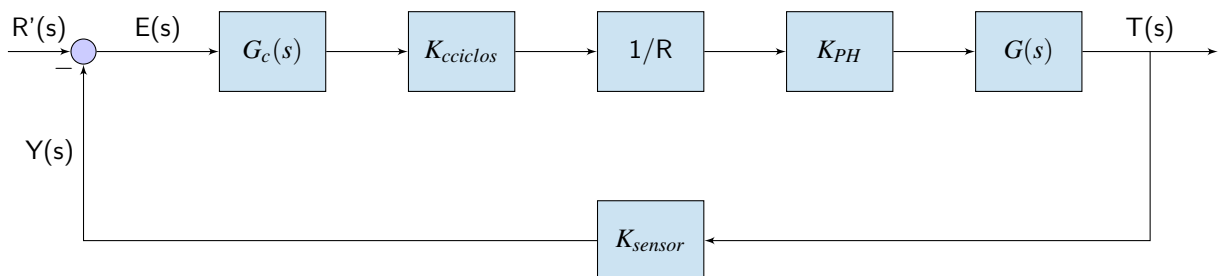
$$V_{erro} = \frac{R_m}{R_n} (V_{ref} - V_{feedback}) \quad (29)$$

Como o objetivo é realizar somente a subtração entre as tensões, a relação

$$R_m = R_n \quad (30)$$

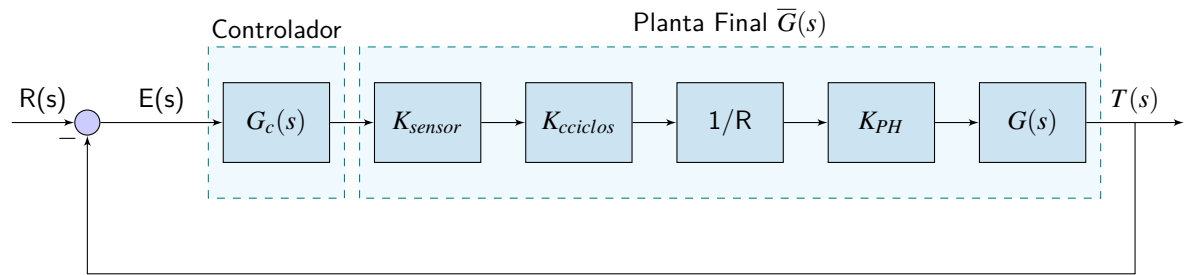
deve ser válida de modo que a amplificação da saída tenha valor unitário. Escolhendo  $R_m = R_n = 1 \text{ M}\Omega$ , tem-se o circuito subtrator dimensionado.

Para a determinação da tensão de entrada  $V_{ref}$  do sistema, como apresentado na Figura 18(b), foi efetuada uma conexão em série entre um resistor de  $5 \text{ k}\Omega$  e um potenciômetro de  $10 \text{ k}\Omega$ , fazendo proveito da fonte de  $+15 \text{ V}$  utilizada na alimentação dos amplificadores operacionais. Nesta configuração, sobre o resistor de  $5 \text{ k}\Omega$  permanecem  $5 \text{ V}$ , enquanto os  $10 \text{ V}$  restantes ficam sobre o potenciômetro. Desta maneira, a tensão de referência será aquela



**Figura 19 – Diagrama de blocos do sistema de controle com realimentação realizada através do valor mensurado pelo sensor de temperatura.**

Fonte: Autoria própria (2021).



**Figura 20 – Diagrama de blocos final do sistema de controle com realimentação unitária.**

**Fonte: Autoria própria (2021).**

definida pelo divisor de tensão ajustável através do potenciômetro, estando na faixa desejada de operação de 0V a 10V. No *software* LTspice, o potenciômetro foi implementado conforme proposto por ASA PRO (2021).

A nova configuração do sistema, agora com a realimentação oriunda da medição do sensor (e de seu ganho), está disposto na Figura 19. Contudo, nesta configuração, a realimentação é não unitária. Assim, o ganho  $K_{sensor}$  originado da inserção do sensor na malha de controle irá alterar, de maneira indesejada, a saída do sistema em regime permanente. De modo a eliminar este problema, o ganho do sensor foi computado na entrada do sistema, compensando o ganho gerado pelo sensor. O diagrama contendo esta compensação já foi apresentado anteriormente na Figura 2.

Para fins de simulação, o diagrama da Figura 2 pode ser reestruturado, através da álgebra de blocos, conforme a Figura 20. Assim, tem-se um sistema de controle com realimentação unitária, onde o controlador  $G(s)$  será responsável por efetuar os ajustes necessários na planta final  $\bar{G}(s)$ , a qual é constituída pela união em série dos blocos de ganho do sensor e do acionamento, atrelados à planta do sistema térmico. Por fim, tendo a planta especificada e dimensionada, basta projetar o controlador.

## 2.4 CONTROLADOR

O objetivo do controle do sistema é a obtenção do erro nulo em regime permanente, além de um tempo adequado de assentamento. Como se trata de um sistema de aquecimento de água, o tempo de assentamento não deve ser elevado, de modo que o aquecedor possa levar a temperatura da água ao valor desejado em um tempo adequado e ideal para uso na prática. Assim, define-se um tempo de assentamento de 5 minutos (300 segundos).

Antes da escolha do controlador, uma análise do sistema em malha fechada deve ser

realizada a fim de verificar se alguma das especificações desejadas já está atendida. O sistema, sem a presença do controlador, pode ser descrito pela função  $\bar{G}(s)$ , que representa a planta a ser controlada, e é dada por

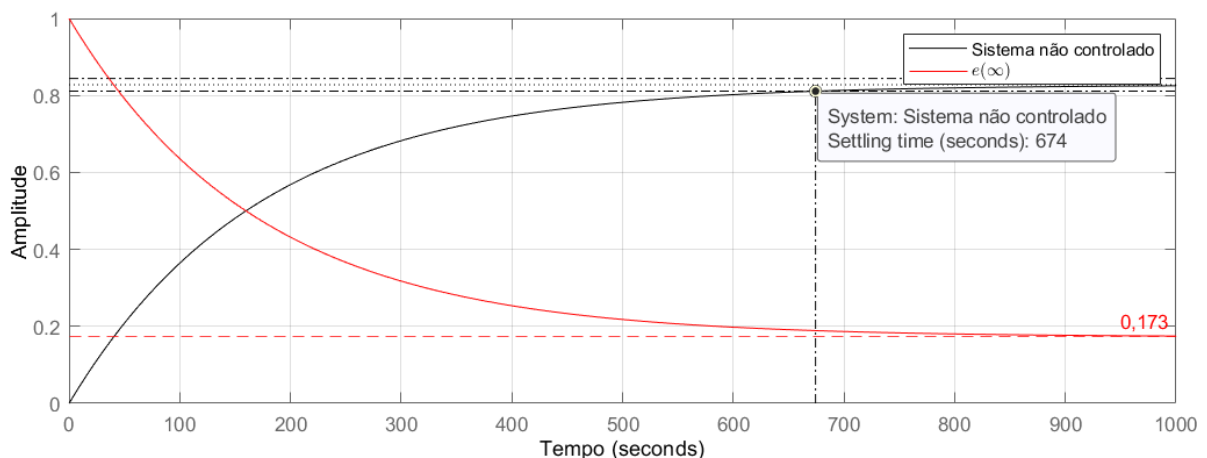
$$\begin{aligned}\bar{G}(s) &= K_{sensor} \cdot K_{cciclos} \cdot \frac{1}{R} \cdot K_{PH} \cdot G(s) \\ &= 0,1 \cdot 1.620,02 \cdot \frac{1}{16,129} \cdot 2,39 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{2.000}{1.000s + 1} \\ &= \frac{4,801 \cdot 10^{-3}}{s + 10^{-3}}\end{aligned}\quad (31)$$

Este sistema em malha fechada, com realimentação unitária, tem como função de transferência

$$\bar{G}_{MF}(s) = \frac{\bar{G}(s)}{1 + \bar{G}(s)} = \frac{4,801 \cdot 10^{-3}}{s + 5,801 \cdot 10^{-3}} \quad (32)$$

Assim, caracteriza-se por ser um sistema de primeira ordem, do tipo zero. O tempo de assentamento  $t_s$  e o erro em regime permanente  $e(\infty)$  para uma entrada degrau unitário estão representados na Figura 21. Percebe-se, do gráfico, que o sistema não atende as especificações citadas anteriormente, uma vez que leva aproximadamente 11,23 min (674s) para atingir 98% de seu valor final, e o atinge com um erro de 0,173. Logo, é necessário a inserção de um controlador.

Além disso, para verificação do funcionamento na prática, simulou-se o sistema em malha fechada através do Simulink, como mostrado no Apêndice B, buscando-se analisar o comportamento da tensão aplicada no resistor sem a presença do controlador. Da simulação,



**Figura 21 – Determinação do tempo de assentamento e do erro em regime permanente para o sistema não controlado.**

Fonte: Autoria própria (2021).



notou-se que essa tensão varia de 0 V à 127 V, não entrando em saturação para a faixa de operação do sistema, a qual foi definida de 0 °C até valores inferiores de 100 °C.

Uma vez que é necessário um ajuste tanto no tempo de assentamento quanto no erro em regime permanente, o controlador a ser utilizado é do tipo PID (proporcional integral derivativo). Como a entrada é do tipo degrau e o sistema é do tipo 0, a parcela proporcional integral irá inserir um polo na origem, tornando o sistema do tipo 1 e, consequentemente, o erro em regime permanente nulo. Por outro lado, a parcela derivativa será responsável por ajustar o tempo de assentamento.

Estabelece-se, também, que o sistema não deve apresentar sobressinal. Portanto, o controlador a ser implementado é do formato

$$G_c(s) = K_c T_d \left( s + \frac{1}{T_d} \right) \left( \frac{s + \frac{1}{T_i}}{s} \right) \quad (33)$$

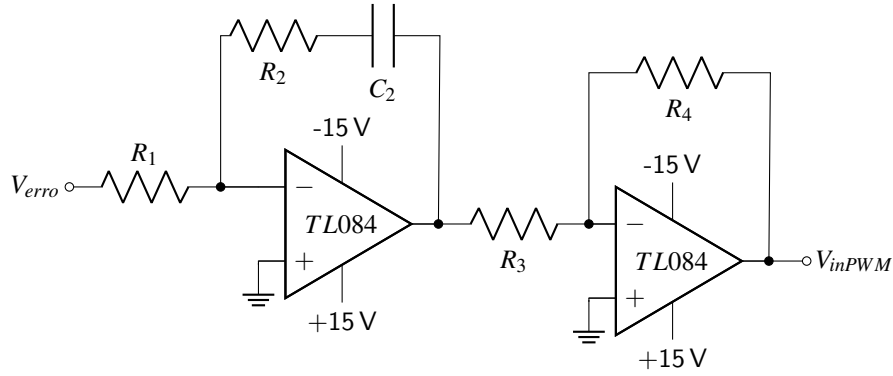
Busca-se, após a aplicação do controle, que o sistema continue a apresentar a resposta característica de sistemas de primeira ordem. Logo, considerando que o sistema controlado pode ser representando por uma função de transferência de primeira ordem, o polo dominante  $s_1$  desejado pode ser determinado através do tempo de assentamento desejado, neste caso de 5 min, conforme apresentado abaixo.

$$s_1 = -\frac{4}{t_s} = -\frac{4}{5 \cdot 60} = -0,0133 \quad (34)$$

Dispondo destas informações, escolhe-se o zero da parcela integral perto da origem, de valor igual ao polo da planta  $\bar{G}(s)$ , de modo que aconteça o cancelamento entre os termos, mantendo o sistema na ordem 1. Por fim, levando em conta o zero e o integrador da parcela integral, calcula-se qual deve ser a contribuição angular que a parcela derivativa deve inserir no sistema para que o polo desejado faça parte dos lugares das raízes. Esta contribuição é calculada pela condição de ângulo do lugar das raízes, dada por

$$\angle \frac{s + 10^{-3}}{s} \cdot \bar{G}(s) \Big|_{s=s_1} = \angle \frac{4,801 \cdot 10^{-3}}{s} \Big|_{s=-0,0133} = 180^\circ \quad (35)$$

Logo, como o argumento da função de transferência do sistema no ponto  $s_1$  é múltiplo de  $180^\circ$ , a condição de ângulo do lugar das raízes é satisfeita. Deste modo, não é necessário a parte derivativa do controlador PID, uma vez que o polo desejado pode ser obtido através da inserção de um ganho proporcional. O ganho proporcional necessário para assegurar o polo



**Figura 22 – Circuito eletrônico para implementação do controlador proporcional integral**

dominante  $s_1$  para o sistema é de

$$K = \frac{1}{\left| \frac{s+10^{-3}}{s} \cdot \bar{G}(s) \right|_{s=s_1}} = 2,77 \quad (36)$$

Portanto, o controle do sistema se resume à aplicação de um controlador proporcional integral (PI), cuja função de transferência é

$$G_c(s) = K \left( \frac{s + \frac{1}{T_i}}{s} \right) = 2,77 \cdot \left( \frac{s + 10^{-3}}{s} \right) \quad (37)$$

A configuração eletrônica para o controlador PI está apresentado na Figura 22. A função de transferência para este circuito é

$$G_c(s) = \left( \frac{R_2 R_4}{R_1 R_3} \right) \cdot \left( \frac{s + \frac{1}{R_2 C_2}}{s} \right) \quad (38)$$

Como já expresso na Equação (37), a função de transferência pra este controlador pode ser escrita, também, na forma

$$G_c(s) = K \cdot \left( \frac{s + \frac{1}{T_i}}{s} \right) \quad (39)$$

Comparando as Equações (37) e (39),

$$T_i = 1.000 \quad K_p = 2,77 \quad (40)$$

Comparando as Equações (38) e (39),

$$T_i = R_2 C_2 \quad K_p = \frac{R_2 R_4}{R_1 R_3} \quad (41)$$

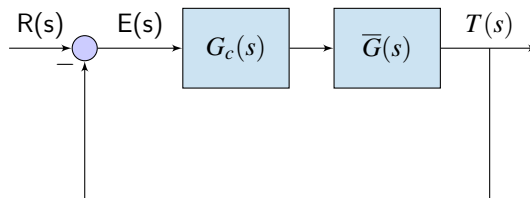
Atribuindo  $C_2 = 100 \text{ mF}$ ,  $R_1 = 100 \text{ k}\Omega$  e  $R_3 = 100 \text{ k}\Omega$ , então

$$R_2 = 10 \text{ k}\Omega \qquad R_4 = 2,77 \text{ M}\Omega \qquad (42)$$

Para fins de simulação, o valor calculado de  $R_4$  é válido. Para fins práticos, pode-se utilizar uma combinação em série de resistores comerciais de valores  $2,7 \text{ M}\Omega$ ,  $50 \text{ k}\Omega$  e  $20 \text{ k}\Omega$  para obter o valor desejado. Portanto, tem-se o controlador projetado, logo é possível realizar as simulações necessárias para verificação do comportamento da malha de controle e da resposta do sistema à diversas entradas.

### 3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

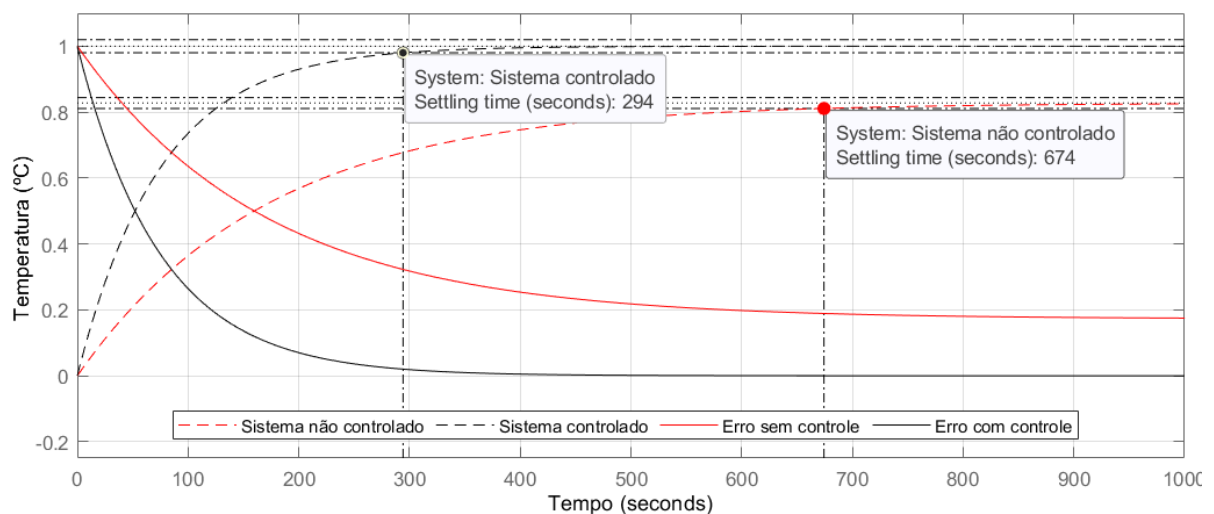
Dispondo da modelagem completa do sistema, pode-se resumi-lo ao diagrama de blocos da Figura 23, onde  $G_c(s)$  é a função de transferência do controlador, definida na Equação (37), e  $\bar{G}(s)$  é a função de transferência da planta a ser controlada, definida na Equação (31).



**Figura 23 – Diagrama de blocos simplificado do sistema de controle com realimentação unitária.**  
Fonte: Autoria própria (2021).

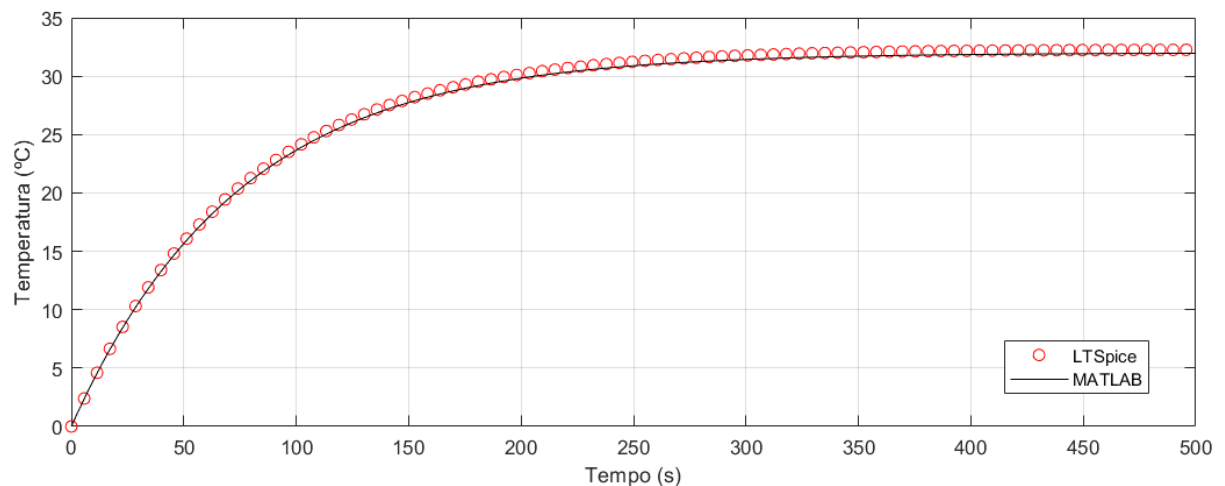
De modo a verificar se as especificações do projeto foram atendidas, simulou-se a reposta em malha fechada ao degrau unitário, bem como o erro em regime permanente do sistema controlado, conforme a Figura 24. Nota-se, do gráfico, que o sistema controlado atingiu um tempo de assentamento de 294 s (4,9 min), levemente inferior ao estabelecido (5 min) e que conseguiu seguir a referência com erro nulo. Portanto, o controle atende aos requisitos desejados.

Para determinar a validade do dimensionamento dos circuitos eletrônicos realizados anteriormente, o sistema eletrônico completo representativo do sistema de controle, evidenciado no Apêndice A, foi simulado através do *software* LTSpice. A tensão de entrada do circuito é determinada através de um potenciômetro, estando compreendida na faixa 0 – 10 V, equivalente



**Figura 24 – Comparação entre as respostas ao degrau unitário e os erros em regime permanente dos sistemas não controlado e controlado com realimentação unitária.**

Fonte: Autoria própria (2021).



**Figura 25 – Comparação do comportamento dinâmico do circuito eletrônico implementado no software LTSpice e do sistema modelado matematicamente.**

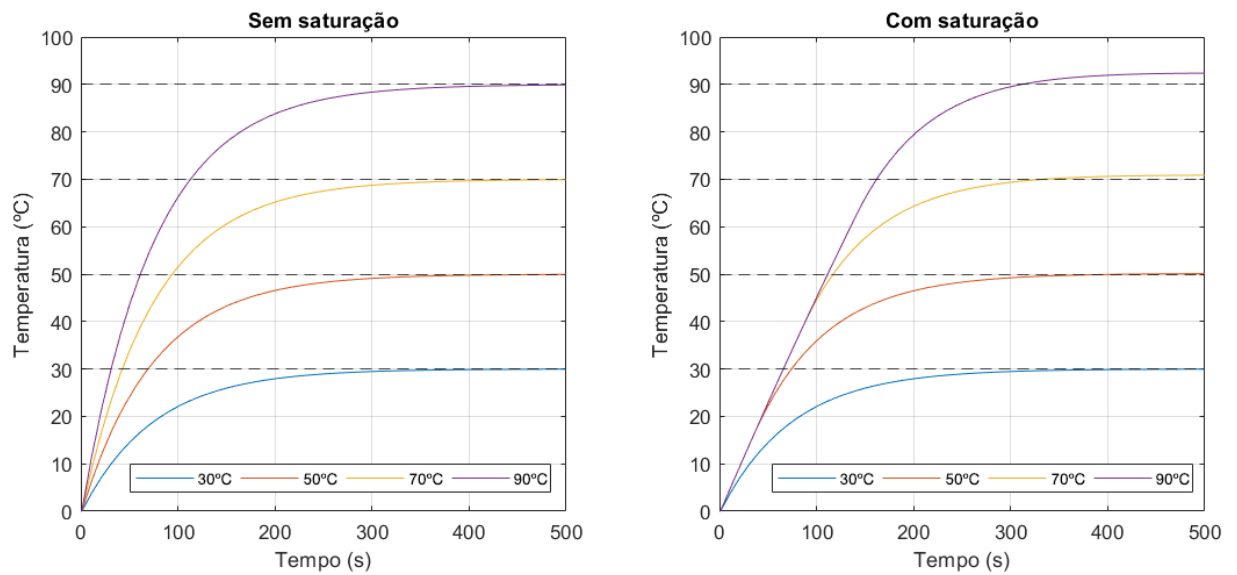
**Fonte: Autoria própria (2021).**

a faixa de temperatura de 0 – 100 °C. Para este caso, a tensão de entrada escolhida foi de 3,2 V, esperando, assim, uma temperatura na água de 32 °C.

O circuito eletrônico foi simulado e os dados resultantes foram exportados para o MATLAB. O resultado da simulação foi plotado em conjunto com a resposta do sistema modelado matematicamente, como apresentando na Figura 25. Verifica-se que o comportamento dos sistemas são extremamente semelhantes, logo é possível afirmar que o controlador e o restante dos componentes eletrônicos foram dimensionados corretamente.

Por fim, com o intuito de verificar a aplicabilidade deste circuito de controle no mundo real, adicionou-se dois blocos de saturação ao sistema de modo a representar as limitações de energia existentes na prática. O primeiro saturador corresponde a faixa de tensão de operação do controlador, a qual neste projeto foi definida entre 0 – 10 V. O segundo saturador, por sua vez, refere-se a máxima tensão de rede que pode ser aplicada no resistor, cujo valor é de 127 V e, no caso desta modelagem, equivalente a um valor de saturação quadrático de  $127^2$  V.

O diagrama de blocos do sistema com saturação, evidenciado no Apêndice B, foi simulado no Simulink. Aplicou-se quatro degraus de entrada com amplitudes de 30 V, 50 V, 70 V e 90 V, os quais são equivalentes a tensões 3,0 V, 5,0 V, 7,0 V e 9,0 V ajustáveis através do potenciômetro e, conseqüentemente, representam os valores de temperatura iguais à 30 °C, 50 °C, 70 °C e 90 °C. As respostas do sistema com e sem saturador estão apresentadas na Figura 26. Comparando-as, percebe-se que para a situação na qual o saturador está presente, o comportamento térmico da água apresentou uma não linearidade nos instantes iniciais de aquecimento, fato este que também é evidenciado pelo achatamento das curvas de resposta.



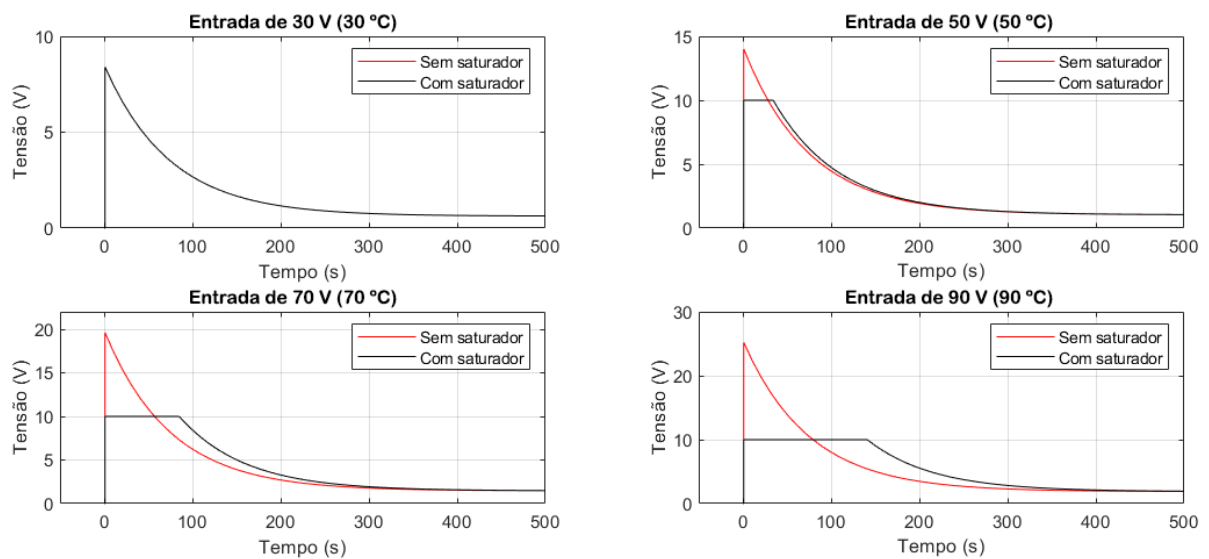
**Figura 26 – Resposta do sistema com e sem saturação à distintas entradas.**

Fonte: Autoria própria (2021).

Essa modificação na dinâmica de aquecimento se deve justamente à saturação, a qual está relacionada estritamente com a energia disponível que pode ser fornecida para o sistema.

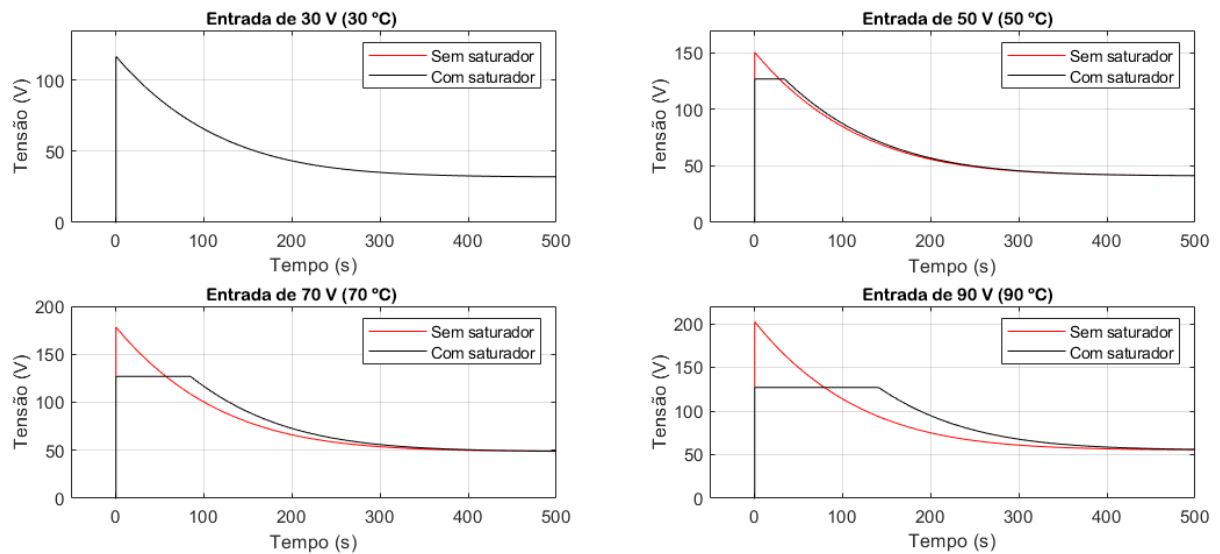
Essa limitação de disponibilidade energética resulta em uma saturação tanto na tensão aplicada no resistor quanto na ação de controle. Este comportamento pode ser verificado nas Figuras 27 e 28, as quais apresentam, respectivamente, a ação de controle a a tensão requisitada da rede para os sistemas com e sem saturação.

Nota-se que, para pequenos valores de entrada, ou seja, para temperaturas baixas de aquecimento da água, a energia necessária para o aquecimento é baixa e, conseqüentemente,



**Figura 27 – Ação de controle para diferentes entradas referentes aos sistemas com e sem saturador.**

Fonte: Autoria própria (2021).



**Figura 28 – Tensão solicitada para a rede para diferentes entradas referentes aos sistemas com e sem saturador.**

**Fonte: Autoria própria (2021).**

a ação de controle e a tensão demandada da rede necessitam de um baixo valor de tensão, como observado para a entrada de 30V. Contudo, conforme a temperatura desejada para a água aumenta, a energia necessária para efetuar o aquecimento cresce proporcionalmente. Na prática, a requisição energética do sistema à rede elétrica aumenta até atingir o maior valor de tensão disponível, neste caso, de 127V, como observado para as entradas de 50V, 70V e 90V. A partir deste ponto, o atuador permanece saturado até que a tensão necessária para continuar com o aquecimento se torne menor que a máxima disponível.

Além disso, como o controle é analógico, efetuado através de componentes eletrônicos, especificamente de amplificadores operacionais, no momento que a ação de controle do controlador atingir a tensão de saturação do seu respectivo amplificador, também irá ocorrer, na prática, a saturação. Neste projeto, na saída do amplificador operacional do circuito do controlador foi inserido um diodo zener, de modo a limitar a tensão de acionamento à 10V. Portanto, para este caso específico, a saturação da ação de controle ocorre ao atingir este valor, como evidenciado na Figura 27.

Ademais, vale ressaltar, ainda, uma característica relevante presente nas simulações. Como observado na Figura 26, para valores de entradas elevados, como 70V e 90V, o sistema com saturador acabou ultrapassando o valor da referência de entrada. Esse fenômeno é conhecido como *windup* da ação integral.

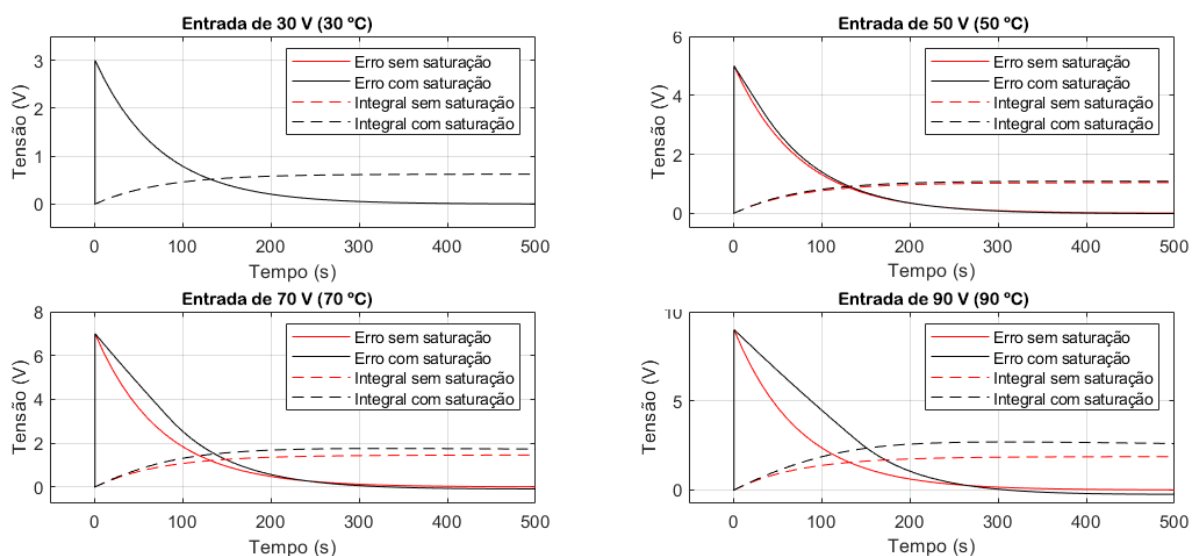
De acordo com Silva (2000), quando o valor da variável de controle atinge o limite máximo (ou mínimo) do atuador, a saturação do sinal de controle ocorre. Este fato faz com

que a malha de realimentação seja de certa forma quebrada, pois o atuador permanecerá no seu limite máximo (ou mínimo) independentemente da saída do processo. Para a situação em que o controle é feito através de um controlador proporcional integral, como é no caso deste projeto, mesmo com a saturação o erro continuará a ser integrado e o termo integral tende a se tornar muito grande, ou seja, tende a "carregar-se" demasiadamente.

Para o controlador retornar a região de operação linear (sem saturação), faz-se necessário que o termo integral se "descarregue". Logo, espera-se que o sinal de erro oriundo da realimentação troque de sinal, e, para um grande intervalo de tempo, seja aplicado na entrada do controlador um erro de sinal oposto. A consequência deste erro negativo é tornar a resposta transitória lenta e oscilatória. Esse comportamento é verificado através da Figura 29, a qual evidencia o erro e o termo integral, para as quatro entradas de teste, para os sistemas com e sem saturação.

Apesar deste comportamento de *windup* estar presente nas simulações, na situação de implementação prática deste projeto isto não seria verificado. Como o controlador proporcional integral é implementado, na prática, através do uso de um amplificador operacional, no instante em que este atingir sua tensão de saturação, a parcela integral ficará saturada, diferente do caso da simulação, que por ser um ambiente computacional, o erro continua a ser integrado.

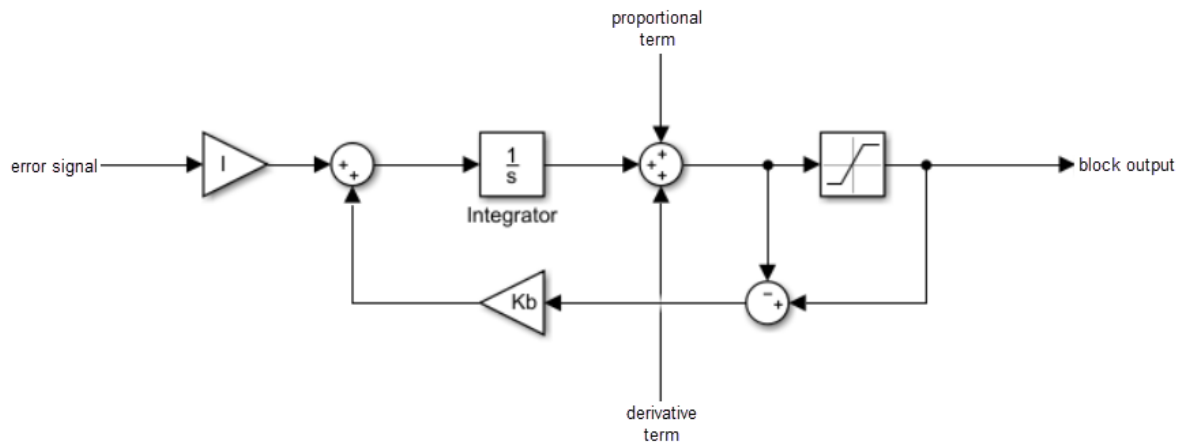
De modo a minimizar este efeito nas simulações, aplicou-se uma técnica denominada de *anti-windup* por *back-calculation*. Nesta técnica, quando a saída do atuador satura, o termo



**Figura 29 – Comportamento do termo integral do controlador PI e do erro resultante da realimentação para os sistemas com e sem saturação.**

Fonte: Autoria própria (2021).



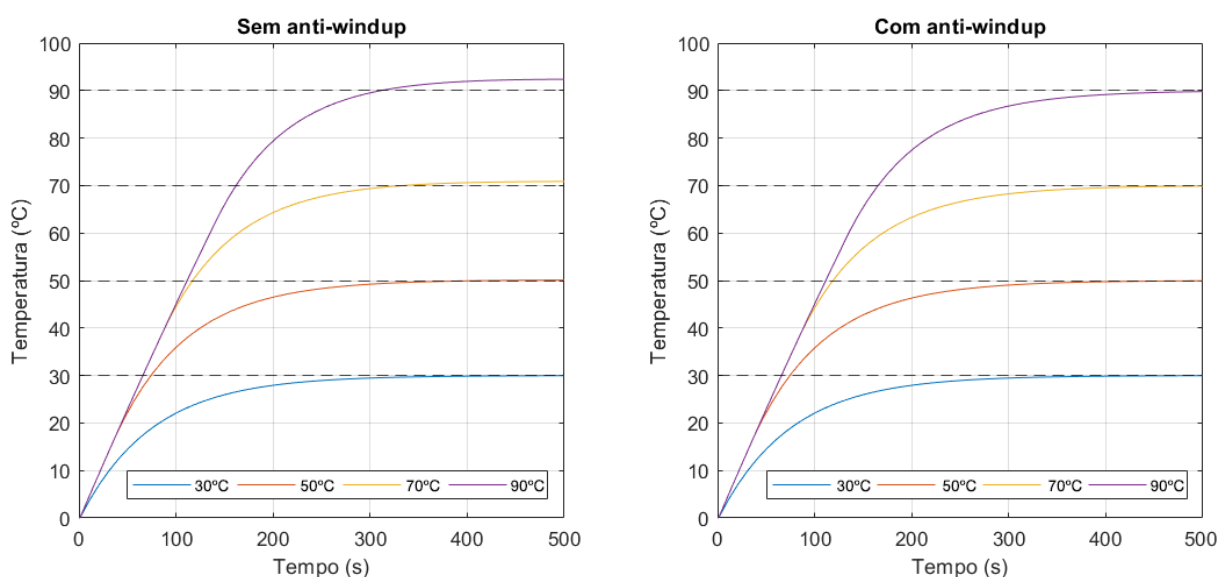


**Figura 30 – Diagrama de blocos para o método *back-calculation*.**

Fonte: MATLAB documentation (2021).

integral é re-calculado de forma que seu valor permaneça no valor limite do atuador. O diagrama de blocos responsável pelo anti *windup*, apresentado na Figura 30, é parametrizado através do bloco equivalente ao controlador PI, disponibilizado dentro do ambiente computacional do Simulink.

No caso deste projeto, como não foi utilizada a parte derivativa do controlador, o termo derivativo apresentado no diagrama não é utilizado. Além disso, verifica-se, pela configuração do diagrama, que a diferença entre o valor da entrada e da saída do atuador constituem um erro que é realimentado à entrada do integrador com um ganho  $K_b$ . Quando não há saturação, este erro é igual a zero e não afeta a operação do controlador durante seu funcionamento



**Figura 31 – Utilização do método *back-calculation* para redução do *windup* nas respostas do sistema com saturação.**

Fonte: Autoria própria (2021).

linear (não saturado). Por outro lado, havendo saturação, o erro será diferente de zero e o sinal aplicado na entrada do integrador será alterado e compensado.

Para fins de comparação, ajustou-se o valor de  $K_b$  de modo que a resposta do sistema se comportasse conforme desejado. Assim, assumindo  $K_b = 10^{-3}$ , o sistema com saturação foi submetido à simulação, agora com a inserção do método *back-calculation*, para as quatro entradas testes utilizadas anteriormente. Percebe-se, da Figura 31, que o comportamento do sistema melhorou significativamente, não ultrapassando a temperatura de referência.

## 4 CONCLUSÕES

Neste trabalho foi projetado e implementado um controlador Proporcional Integrativo (PI) para o controle térmico de um sistema de aquecimento. A partir descrição física do sistema térmico e da modelagem matemática da planta a ser controlada, determinou-se a equação de controle e os componentes eletrônicos para implementação do controlador.

Através de simulações através dos *softwares* LTSpice e MATLAB, comprovou-se o controlador projetado apresentou resultado satisfatório. A resposta transitória do sistema foi ajustada pela ação de controle proporcional, com um tempo de assentamento de 294s, próximo ao tempo de 300s estabelecido para projeto. Ademais, através da ação integral o erro em regime permanente foi zerado, fazendo com que a resposta do sistema seguisse a referência.

Com o uso do *software* Simulink, simulou-se o sistema de controle com as saturações equivalentes às que seriam verificadas na implementação prática deste projeto. Verificou-se que, para valores de entradas elevados, o controlador requer uma ação de controle superior ao valor máximo de 10V estabelecido no projeto e que a tensão requisitada para o aquecimento é superior aos 127V disponíveis na rede. Deste modo, durante o intervalo de tempo em que a requisição destes é superior aos valores máximos disponíveis, a resposta do sistema apresenta um comportamento não linear devido à saturação.

Dada as especificidades para o projeto, conclui-se, através dos resultados obtidos, que os objetivos estabelecidos foram atingidos. Vale ressaltar, ainda, alguns pontos futuros a serem desenvolvidos e melhorados, como o estudo da variação do tempo de assentamento da resposta do sistema devido ao comportamento não linear presenciado na região de saturação, e o redimensionamento dos componentes eletrônicos do controlador, uma vez que o tamanho físico do capacitor escolhido é relativamente grande, afetando uma futura implementação na prática.

## REFERÊNCIAS

AGUIRRE, L. A. **Fundamentos de Instrumentação**. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2013. 326 p.

ASA PRO. **Potentiometer symbol in Itspace**. [S.l.: s.n.], fev. 2021. Youtube. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=e-Gp91AMQ80>. Acesso em: 27 jun. 2021.

CARDOSO, R. **Projeto de Controlador de Temperatura**: Modelagem do Sistema. Pato Branco, PR, Brasil: [s.n.], 2021. Moodle Institucional da UTFPR. Slides disponibilizados na disciplina de Sistemas de Controle 2.

CARDOSO, R. **Projeto de Controlador de Temperatura**: Equivalente Elétrico da Planta e Simulação Spice. Pato Branco, PR, Brasil: [s.n.], 2021. Moodle Institucional da UTFPR. Slides disponibilizados na disciplina de Sistemas de Controle 2.

CARDOSO, R. **Projeto de Controlador de Temperatura**: Efeitos do Atuador na Malha de Controle. Pato Branco, PR, Brasil: [s.n.], 2021. Moodle Institucional da UTFPR. Slides disponibilizados na disciplina de Sistemas de Controle 2.

EQUIPE LADDER TREINAMENTO. **Controle de temperatura utilizando o sensor LM35**. [S.l.: s.n.], nov. 2020. Youtube. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=IQZyJoJ0G2o>. Acesso em: 26 jun. 2021.

MALVINO, A.; BATES, D. **Eletrônica**. 8. ed. Porto Alegre: AMG, 2016. v. 2. 490 p. ISBN 978-85-8055-593-6.

NISE, N. S. **Engenharia de Sistemas de Controle**. 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2017. 760 p.

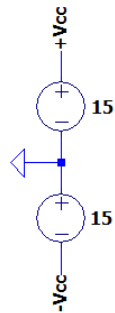
OGATA, K. **Engenharia de Controle Moderno**. 5. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010. 809 p.

SILVA, J. M. G. **Wind-up da ação integral**. [S.l.: s.n.], 2000. Apostila Online do Grupo de Controle de Automação da UFRGS. Disponível em: <http://www.ece.ufrgs.br/~jmgomes/pid/Apostila/apostila/node31.html>. Acesso em: 17 jul. 2021.

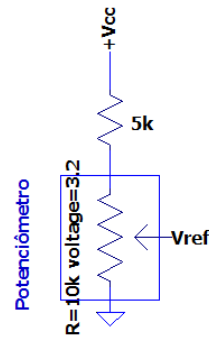
TEXAS INSTRUMENTS. **LM35 Precision Centigrade Temperature Sensors**. [S.l.], dez. 2017. Disponível em: <https://www.ti.com/lit/ds/symlink/lm35.pdf>. Acesso em: 26 jun. 2021.

**APÊNDICE A — CIRCUITO ELETRÔNICO DO SISTEMA DE  
CONTROLE TÉRMICO IMPLEMENTADO NO *SOFTWARE* LTSPICE**

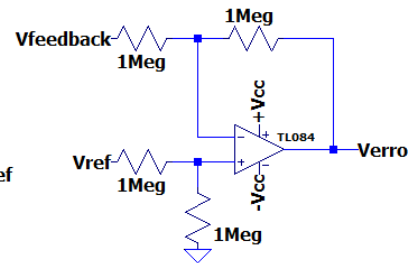
**Alimentação**



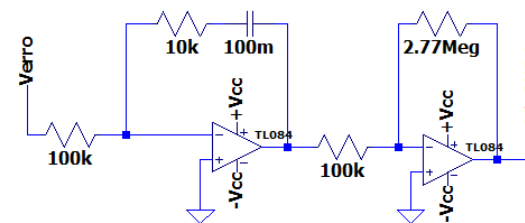
**Entrada do Sistema**



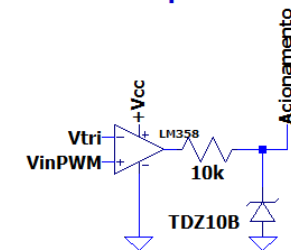
**Circuito Subtrator**



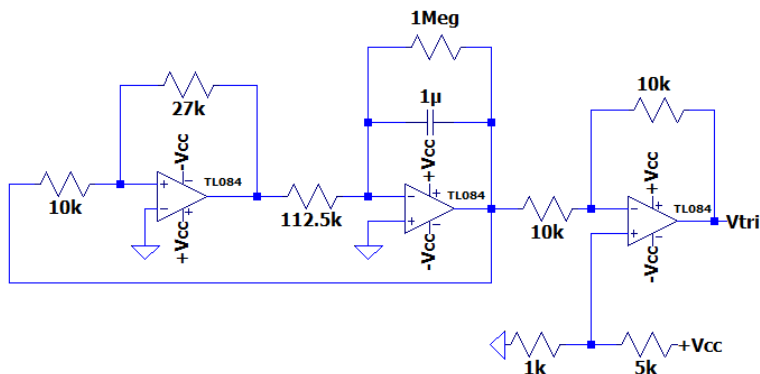
**Controlador**



**Comparador**



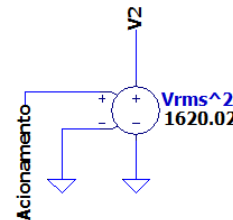
**Schmitt Trigger (onda quadrada)**



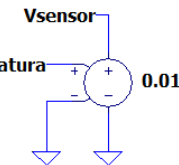
**Integrador (onda triangular)**

**Offset**

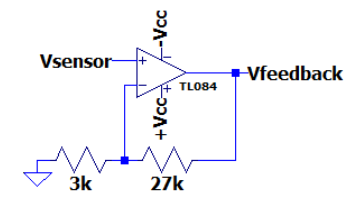
**Ganho do Acionamento**



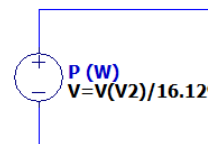
**Sensor de Temperatura**



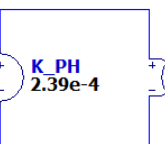
**Ganho de Amplitude 10 para o sensor**



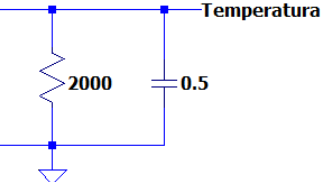
**Potência Dissipada**



**Constante de Conversão**

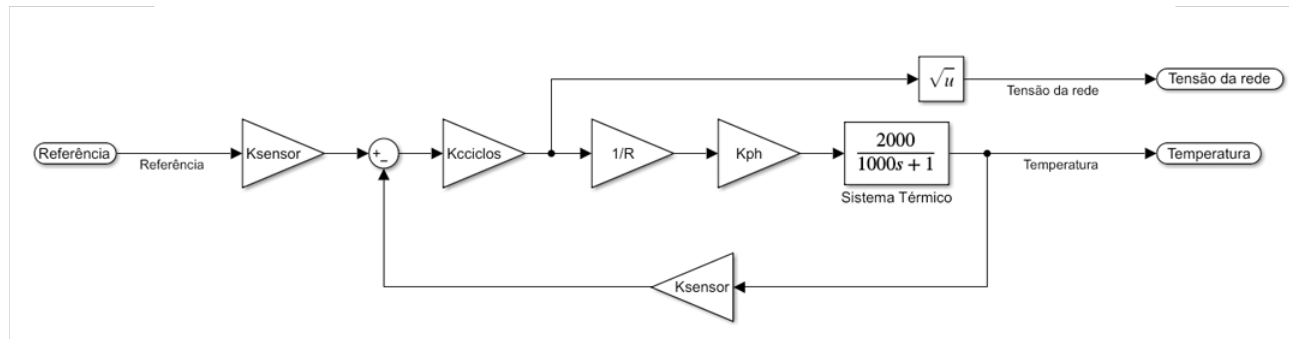


**Sistema Térmico**



**APÊNDICE B — DIAGRAMA DE BLOCOS DO SISTEMA DE  
CONTROLE TÉRMICO PARA SIMULAÇÃO NO *SOFTWARE* SIMULINK**

## Sistema em Malha Fechada sem Controle



## Sistema de Controle com Saturação

