Actividad 3: Evaluación - Configuración 2

Daniel Ruán Aguilar - A01731921.

Objetivo

Para esta actividad se debe obtener el vector de velocidades lineal y angular para un robot de 3 grados de libertad (GDL) del siguiente tipo :

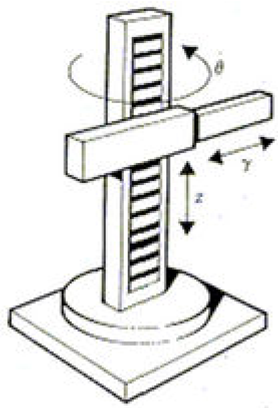


Imagen 1. Modelo

Aplicando los conocimientos vistos en la unidad de formación, se analiza este robot y se concluye que es de tipo cilíndrico, ya que tiene rotación en la base y las demás articulaciones son prismáticas, por lo que en su movimiento formará un cilindro, de ahí el nombre.

Procedimiento

Primero se limpia la pantalla y valores, para poder declarar las variables simbólicas, es decir, no tienen un valor en específico.

```
clear all
close all
clc

syms th1(t) l1(t) l2(t) l3(t) t
```

Posterioremente se hace la configuración del robot, 0 para junta rotacional, 1 para junta prismática, además de crear el vector de coordenadas articulares (Posición). En este caso, como son 3 articulaciones se colocan 3 elementos en el vector, analizando el robot de abajo hacia arriba, primero tenemos una articulación rotacional por lo que se pone un cero, las siguientes prosmáticas y se ponen unos.

```
RP=[0 1 1];
```

```
Q= [th1, l2, l3];
%disp('Coordenadas generalizadas');
%pretty (Q);
```

Creamos el vector de velocidades generalizadas sacando la derivada del vector de coordenadas articulares con la función diff, obtenemos la velocidad articular.

```
Qp= diff(Q, t);%diff() para derivadas con variable de referencia que no depende de otra
%disp('Velocidades generalizadas');
%pretty (Qp);
```

Con la función size se declara el número de grados de libertad que tiene el robot con el vector RP previamente definido, se coloca 2 porque indica la dimensión de las columnas y se convierte a string para posteriormente declarar el nombre a las matrices.

```
GDL= size(RP,2);
GDL_str= num2str(GDL);
```

Para determinar las matrices de rotación se pone un sistema de referencia en cada articulación empezando desde la base del robot, se coloca el eje z en paralelo con el movimiento de esa articulación y se rota en las demás articulaciones, con esta rotación se determina el ángulo que se sustituirá en las siguientes matrices, dependiendo de en qué eje rotó el sistema de coordenadas.

$$R_x(\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\operatorname{sen}\theta \\ 0 & \operatorname{sen}\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$$

$$R_y(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & \operatorname{sen}\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\operatorname{sen}\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix}$$

$$R_z(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\operatorname{sen}\theta & 0 \\ \operatorname{sen}\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Imagen 2. Matrices de rotación

NOTA: si la rotación fue en la dirección de las manecillas del reloj el ángulo es negativo, de lo contrario es positivo.

```
%Articulación 1
%Posición de la articulación 1 respecto a 0
P(:,:,1)= [0; 0;l1];
```

Como es rotacional sobre su propio eje, no hay dezplazamiento y se sustiyute th1 en cada instante de tiempo en la matriz de rotación.

```
%Matriz de rotación de la junta 1 respecto a 0....
R(:,:,1)= [cos(th1) -sin(th1)  0;
           sin(th1)  cos(th1)  0;
           0         0         1];
```

En la segunda articulación si hay una translación, para cambiar el marco de referencia rota 90° sobre x, como gira a favor de las manecillas del reloj es un ángulo negativo.

```
%Articulación 2
%Posición de la articulación 2 respecto a 1
P(:,:,2)= [0; 0;l2];
%Matriz de rotación de la junta 2 respecto a 1.... -90º
R(:,:,2)= [1 0 0;
           0 0 1;
           0 -1 0];
```

Para última por practicidad se deja la matriz identidad.

```
%Articulación 3
%Posición de la articulación 3 respecto a 2
P(:,:,3)= [0; l3;0];
%Matriz de rotación de la junta 3 respecto a 2
R(:,:,3)= [1 0 0;
           0 1 0;
           0 0 1];
```

Se crea el vector de ceros y se inicializa tanto las matrices de transformación homogénea locales como las matrices de transformación homogénea globales.

```
Vector_Zeros= zeros(1, 3);

A(:,:,GDL)=simplify([R(:,:,GDL) P(:,:,GDL); Vector_Zeros 1]);
T(:,:,GDL)=simplify([R(:,:,GDL) P(:,:,GDL); Vector_Zeros 1]);
```

Se inicializan los vectores de posición vistos desde el marco de referencia inercial con el número de grados de libertad.

```
PO(:,:,GDL)= P(:,:,GDL);
```

Se Inicializan las matrices de rotación vistas desde el marco de referencia inercial con el número de grados de libertad

```
RO(:,:,GDL)= R(:,:,GDL);
```

Ahora en un ciclo for hará el procedimiento el número de veces de grados de libertad que tenga el robot. En este for se despliega las matrices de transformación locales y las globales, con un try catch se hace la excepción si el robot sólo cuenta con un grado de libertad. La mattriz global es la multiplicación de las locales.

```
for i = 1:GDL
    i_str= num2str(i);
   %disp(strcat('Matriz de Transformación local A', i_str));
    A(:,:,i)=simplify([R(:,:,i) P(:,:,i); Vector_Zeros 1]);
   %pretty (A(:,:,i));

   %Globales
    try
       T(:,:,i)= T(:,:,i-1)*A(:,:,i);
    catch
       T(:,:,i)= A(:,:,i);
    end
    disp(strcat('Matriz de Transformación global T', i_str));
    T(:,:,i)= simplify(T(:,:,i));
    pretty(T(:,:,i))

    RO(:,:,i)= T(1:3,1:3,i);
    PO(:,:,i)= T(1:3,4,i);
    %pretty(RO(:,:,i));
    %pretty(PO(:,:,i));
end
```

```
Matriz de Transformación global T1
/ cos(th1(t)), -sin(th1(t)), 0,   0   \
|                                     |
| sin(th1(t)),  cos(th1(t)), 0,   0   |
|                                     |
|      0,            0,      1, l1(t) |
|                                     |
\      0,            0,      0,   1   /
Matriz de Transformación global T2
/ cos(th1(t)),  0, -sin(th1(t)),       0       \
|                                              |
| sin(th1(t)),  0,  cos(th1(t)),       0       |
|                                              |
|      0,      -1,       0,      l1(t) + l2(t) |
|                                              |
\      0,       0,       0,            1       /
Matriz de Transformación global T3
/ cos(th1(t)),  0, -sin(th1(t)),           0           \
|                                                      |
| sin(th1(t)),  0,  cos(th1(t)),           0           |
|                                                      |
|      0,      -1,       0,      l1(t) + l2(t) - l3(t) |
|                                                      |
\      0,       0,       0,                1           /
```

Ya con esto se calcula el jacobiano lineal de forma diferencial, para esta matriz se deriva parcialmente th1, l2 y l3, respecto a los ejes. Con las derivadas acomodamos los valores y creamos la matriz del jacobiano.

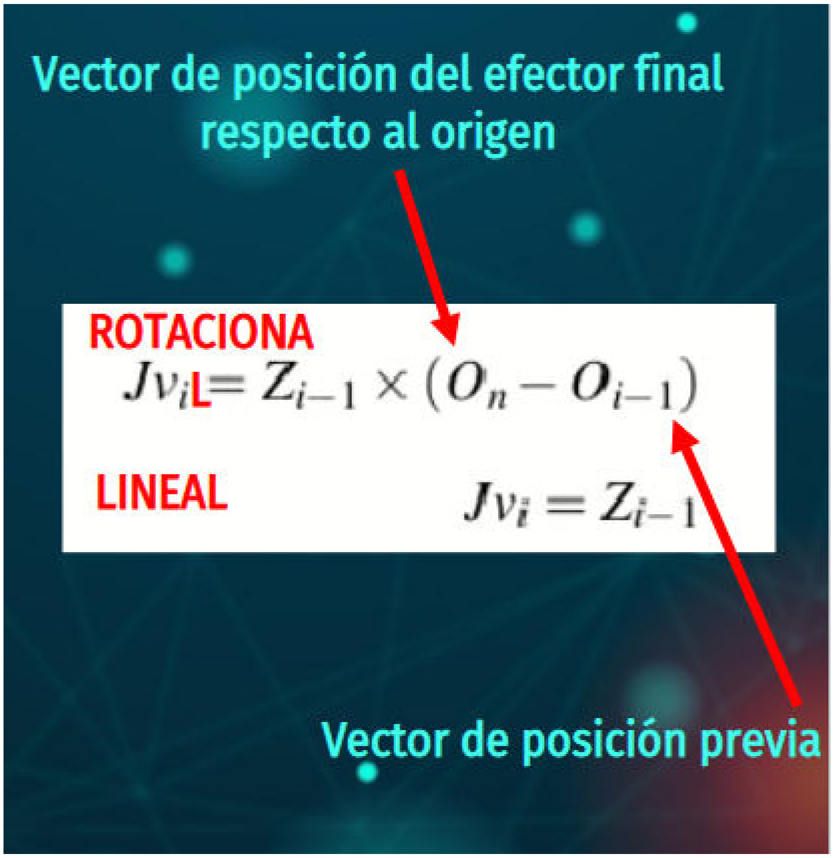
```
%Calculamos el jacobiano lineal de forma diferencial
%disp('Jacobiano lineal obtenido de forma diferencial');
%Derivadas parciales de x respecto a th1 y th2
Jv11= functionalDerivative(PO(1,1,GDL), th1);
Jv12= functionalDerivative(PO(1,1,GDL), l2);
Jv13= functionalDerivative(PO(1,1,GDL), l3);
%Derivadas parciales de y respecto a th1 y th2
Jv21= functionalDerivative(PO(2,1,GDL), th1);
Jv22= functionalDerivative(PO(2,1,GDL), l2);
Jv23= functionalDerivative(PO(2,1,GDL), l3);
%Derivadas parciales de z respecto a th1 y th2
Jv31= functionalDerivative(PO(3,1,GDL), th1);
Jv32= functionalDerivative(PO(3,1,GDL), l2);
Jv33= functionalDerivative(PO(3,1,GDL), l3);

%Creamos la matríz del Jacobiano lineal
jv_d=simplify([Jv11 Jv12 Jv13;
              Jv21 Jv22 Jv23;
              Jv31 Jv32 Jv33]);
%pretty(jv_d);
```

Ahora se realiza el cálculo del jacobiano lineal de forma analítica, para esto se inicializa los jacobianos analíticos (lineal y angular).

```
Jv_a(:,GDL)=PO(:,:,GDL);
Jw_a(:,GDL)=PO(:,:,GDL);
```

Nuevamente se utiliza un ciclo para construir los jacobianos, con una condición haca el procedimiento para una articulación rotacional o prismática, si en RP es 0 significa que es rotacional y con 1 es prismática, dentro de la condición hay try catch para los grados de libertad del robot.



Fórmula 1.

Dependiendo del caso identificado, sea articulación rotacional o lineal, es la fórmula que se emplea.

```
for k= 1:GDL
    if RP(k)==0
       %Para las juntas de revolución
        try
            Jv_a(:,k)= cross(RO(:,3,k-1), PO(:,:,GDL)-PO(:,:,k-1));
            Jw_a(:,k)= RO(:,3,k-1);
        catch
            Jv_a(:,k)= cross([0,0,1], PO(:,:,GDL));%Matriz de rotación de 0 con respect
            Jw_a(:,k)=[0,0,1];%Si no hay matriz de rotación previa se obtiene la Matriz
         end
     else
%          %Para las juntas prismáticas
        try
            Jv_a(:,k)= RO(:,3,k-1);
        catch
            Jv_a(:,k)=[0,0,1];
        end
            Jw_a(:,k)=[0,0,0];
     end
 end
```

Resultado de las operaciones hechas en el ciclo for para obtener el jacobiano lineal con los movimientos lineales en l2, l3 y th1.

```
Jv_a= simplify (Jv_a);
Jw_a= simplify (Jw_a);
disp('Jacobiano lineal obtenido de forma analítica');
```

```
Jacobiano lineal obtenido de forma analítica
```

```
pretty (Jv_a);
```

```
/ 0, 0, -sin(th1(t)) \
|                    |
| 0, 0,  cos(th1(t)) |
|                    |
\ 0, 1,       0      /
```

```
disp('Jacobiano ángular obtenido de forma analítica');
```

```
Jacobiano ángular obtenido de forma analítica
```

```
pretty (Jw_a);
```

```
/ 0, 0, 0 \
|         |
| 0, 0, 0 |
|         |
\ 1, 0, 0 /
```

Resultados

Para finalmente desplegar los resultados con simplify y pretty para tener una visualización más entendible.

```
disp('Velocidad lineal obtenida mediante el Jacobiano lineal');
```

```
Velocidad lineal obtenida mediante el Jacobiano lineal
```

```
V=simplify (Jv_a*Qp');
pretty(V);
```

```
/   ________             \
|    d                   |
| - -- l3(t) sin(th1(t)) |
|   dt                   |
|                        |
|  ________              |
|   d                    |
|  -- l3(t) cos(th1(t))  |
|  dt                    |
|                        |
|        ________        |
|         d              |
|        -- l2(t)        |
\        dt              /
```

Podemos observar que la velocidad lineal es correcta porque las dos articulaciones superiores son prismáticas (l2, l3), como se ve, no aparece th1. Vamos a tener movimiento de l2, unicamente en en **el eje z**, la articulación dos se colocó sobre el eje z y va a estar moviéndose sobre ese eje. Por otro lado la articulación tres tendrá desplazamiento en los eje "x" y "y", formando una especie de cilindro.

```
disp('Velocidad angular obtenida mediante el Jacobiano angular');
```

```
Velocidad angular obtenida mediante el Jacobiano angular
```

```
W=simplify (Jw_a*Qp');
    pretty(W);
```

```
/     0     \
|           |
|     0     |
|           |
| _________ |
|  d        |
| -- th1(t) |
\ dt        /
```

```

```

Podemos observar que la velocidad angular es correcta porque tenemos movimento rotacional únicamente en la primera articulación posicionando marco de referencia con el eje z sobre la artiucalción de actúa, las demás se muestran como cero porque no hay, la única velocidad que se muestra será sobre **el eje z**. Es la derivada de th1 porque recordamos que al derivar la posición, obtenemos la velocidad.