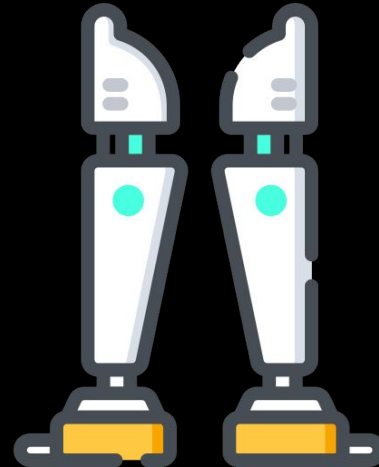


# Presentación final: Cinemática Diferencial de Piernas.

---

Daniel Ruán Aguilar - A01731921

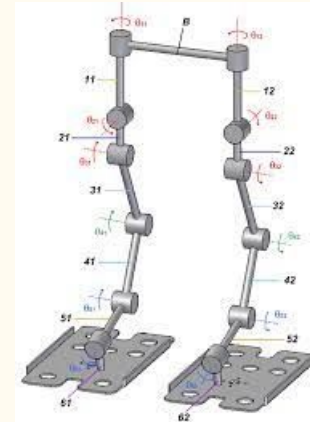
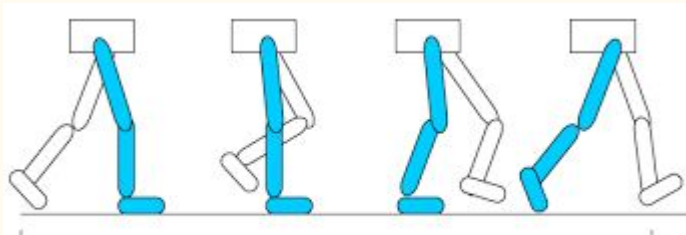
Profesor: Dr. Alfredo García Suárez



# Cinemática diferencial

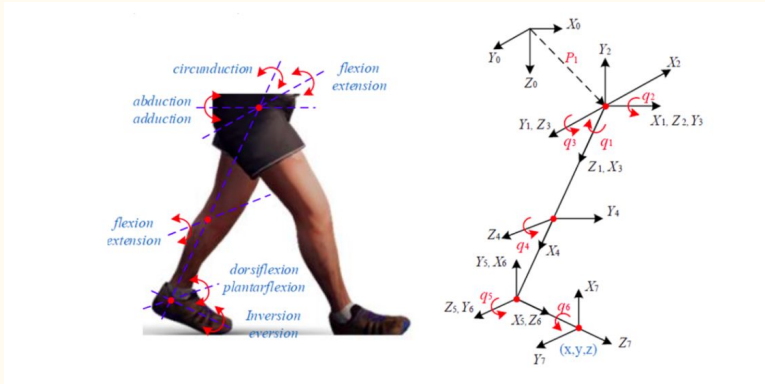
La cinemática diferencial se ocupa del estudio de los movimientos de los objetos o sistemas de objetos en función de sus velocidades y aceleraciones. Se centra en analizar cómo varían las posiciones, velocidades y aceleraciones de los diferentes componentes de un sistema en relación con el tiempo.

En el contexto de la robótica, la cinemática diferencial se utiliza para describir el movimiento de robots móviles, se ocupa de relacionar las velocidades de las diferentes articulaciones del robot con su velocidad lineal y angular global, de esta manera se planifican trayectorias, se controlan el movimiento de los robots y se evitan colisiones.

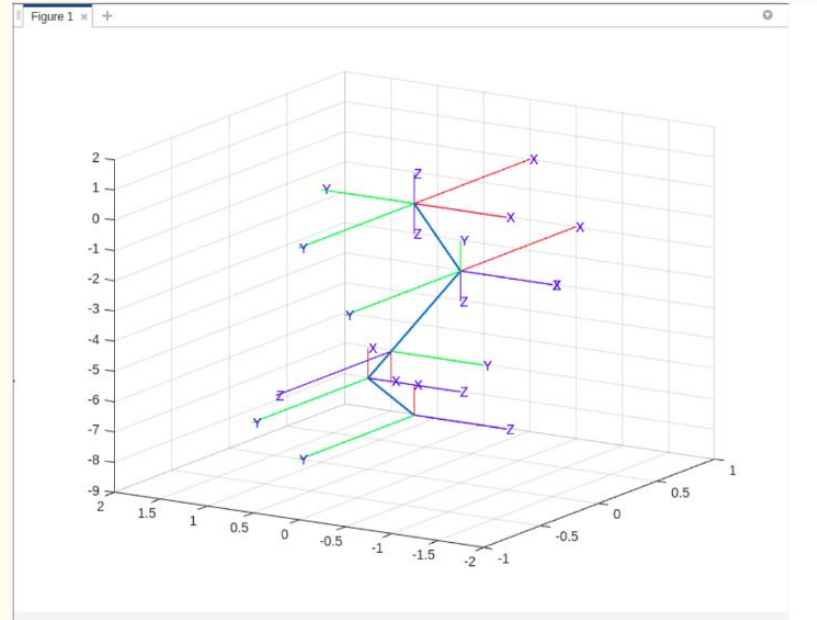


# Objetivo

De la actividad 8.2 (Modelado cinemático de piernas)....



Esta vez se obtiene la matriz de transformación homogénea global  $T$ , empleando variables simbólicas.



# Variables simbólicas.

```
%Limpieza de pantalla
clear all
close all
clc

%Declaración de variables simbólicas
syms th1(t) th2(t) th3(t) th4(t) th5(t) th6(t) th7(t) th8(t) %Angulos de
syms t
% cada articulación
syms th1p(t) th2p(t) th3p(t) th4p(t) th5p(t) th6p(t) th7p(t) th8p(t) %Velocidades
% de cada articulación
syms a0 a1 a2 a3 a4 a5 a6 a7 a8 %longitudes

%Configuración del robot
RP=[0 0 0 0 0 0];

Q= [th1; th2; th3; th4; th5; th6 ;th7; th8];
%disp('Coordenadas generalizadas');
pretty (Q);
```

```
/ th1(t) \
| th2(t) |
| th3(t) |
| th4(t) |
| th5(t) |
| th6(t) |
| th7(t) |
\ th8(t) /
```

```
%Creamos el vector de velocidades generalizadas
%Qp= diff(Q, t);
Qp=[th1p; th2p; th3p; th4p; th5p; th6p; th7p; th8p];
%Qp = sym('Qp', [1, length(Q)]);
%disp('Velocidades generalizadas');
pretty (Qp);
```

```
/ th1p(t) \
| th2p(t) |
| th3p(t) |
| th4p(t) |
| th5p(t) |
| th6p(t) |
| th7p(t) |
\ th8p(t) /
```

```
%Número de grado de libertad del robot
GDL= size(RP,2);
GDL_str= num2str(GDL);
```

# Calculamos las matrices de transformación homogénea

%Rotación de 180° en "y" y de -90° en "z" sin translación  
H1=SE3(rotY(pi)\*rotz(-pi/2), [0 0 0]);

$$\begin{pmatrix} \cos(x) & 0 & \sin(x) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(x) & 0 & \cos(x) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(y) & -\sin(y) & 0 \\ \sin(y) & \cos(y) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\cos(x+y)+\cos(x-y)}{2} & \frac{-\sin(x+y)+\sin(x-y)}{2} & \sin(x) \\ \sin(y) & \cos(y) & 0 \\ \frac{-\sin(x+y)-\sin(x-y)}{2} & \frac{-\cos(x+y)+\cos(x-y)}{2} & \cos(x) \end{pmatrix}$$

Donde:  $x = \text{th1}$  ,  $y = \text{th2}$

```
%H1
%Posición de la articulación 1
P(:, :, 1) = [a0; a0; a0];
%Matriz de rotación de la junta 1.
R(:, :, 1) = [(cos(th1+th2)+cos(th1-th2))/2  (-sin(th1+th2)+sin(th1-th2))/2  sin(th1);
               sin(th2)  cos(th2)  0;
               (-sin(th1+th2)-sin(th1-th2))/2  (-cos(th1+th2)+cos(th1-th2))/2  cos(th1)];
```

# Calculamos las matrices de transformación homogénea

%No hay rotación, pero con translación de 2 unidades en "z"  
y 0.5 unidades en "x"

```
H2=SE3(rotz(0), [0.5 0 2]);
```

```
%H2
%Posición de la articulación 2
P(:, :, 2) = [a1; 0; a2];
%Matriz de rotación de la junta 2 NO HAY ROTACIÓN
R(:, :, 2) = [1 0 0;
              0 1 0;
              0 0 1];
```

# Calculamos las matrices de transformación homogénea

%Rotación de  $-90^\circ$  en "x" y  $90^\circ$  en "y" sin translación  
H3=SE3(rotx(pi/2)\*roty(pi/2), [0 0 0]);

$$\begin{pmatrix} \cos(x) & 0 & \sin(x) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(x) & 0 & \cos(x) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(y) & -\sin(y) \\ 0 & \sin(y) & \cos(y) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(x) & \frac{-\cos(x+y)+\cos(x-y)}{2} & \frac{\sin(x+y)+\sin(x-y)}{2} \\ 0 & \cos(y) & -\sin(y) \\ -\sin(x) & \frac{\sin(x+y)-\sin(x-y)}{2} & \frac{\cos(x+y)+\cos(x-y)}{2} \end{pmatrix}$$

Donde:  $x = \text{th3}$  ,  $y = \text{th4}$

```
%H3
%Posición de la articulación 3
P(:, :, 3) = [0; 0; 0];
%Matriz de rotación de la junta 3
R(:, :, 3) = [cos(th3) (-cos(th3+th4)+cos(th3-th4))/2 (sin(th3+th4)+sin(th3-th4))/2;
              0 cos(th4) -sin(th4);
              -sin(th3) (sin(th3+th4)-sin(th3-th4))/2 (cos(th3+th4)+cos(th3-th4))/2];
```

# Calculamos las matrices de transformación homogénea

%Rotación de  $-90^\circ$  en "z" y de  $90^\circ$  en "x" con translación de -3 unidades en "y" y -0.75 unidades en "z"

```
H4=SE3(rotz(-pi/2)*rotx(pi/2), [0 -3 -0.75]);
```

$$\begin{pmatrix} \cos(x) & -\sin(x) & 0 \\ \sin(x) & \cos(x) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(y) & -\sin(y) \\ 0 & \sin(y) & \cos(y) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(x) & \frac{-\sin(x+y)-\sin(x-y)}{2} & \frac{-\cos(x+y)+\cos(x-y)}{2} \\ \sin(x) & \frac{\cos(x+y)+\cos(x-y)}{2} & \frac{-\sin(x+y)+\sin(x-y)}{2} \\ 0 & \sin(y) & \cos(y) \end{pmatrix}$$

Donde:  $x = \text{th5}$  ,  $y = \text{th6}$

```
%H4
%Posición de la articulación 4
P(:, :, 4) = [0; a3; a4];
%Matriz de rotación de la junta 4
R(:, :, 4) = [cos(th5) (-sin(th5+th6)-sin(th5-th6))/2 (-cos(th5+th6)+cos(th5-th6))/2;
              sin(th5) (cos(th5+th6)+cos(th5-th6))/2 (-sin(th5+th6)+sin(th5-th6))/2;
              0        sin(th6) cos(th6)];
```



# Calculamos las matrices de transformación homogénea

%Rotación de 180° en "z" y rotación de 90° en "x" con  
translación de 1 unidad en "x" y -0.25 unidades en "y"

```
H5=SE3(rotz(pi)*rotx(pi/2), [1 -0.25 0]);
```

$$\begin{pmatrix} \cos(x) & -\sin(x) & 0 \\ \sin(x) & \cos(x) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(y) & -\sin(y) \\ 0 & \sin(y) & \cos(y) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(x) & \frac{-\sin(x+y)-\sin(x-y)}{2} & \frac{-\cos(x+y)+\cos(x-y)}{2} \\ \sin(x) & \frac{\cos(x+y)+\cos(x-y)}{2} & \frac{-\sin(x+y)+\sin(x-y)}{2} \\ 0 & \sin(y) & \cos(y) \end{pmatrix}$$

Donde:  $x = \text{th7}$  ,  $y = \text{th8}$

```
%H5
%Posición de la articulación 5
P(:, :, 5) = [a5; a6; 0];
%Matriz de rotación de la junta 5
R(:, :, 5) = [cos(th7) (-sin(th7+th8)-sin(th7-th8))/2 (-cos(th7+th8)+cos(th7-th8))/2;
              sin(th7) (cos(th7+th8)+cos(th7-th8))/2 (-sin(th7+th8)+sin(th7-th8))/2;
              0        sin(th8)                    cos(th8)];
```

# Calculamos las matrices de transformación homogénea

%No hay rotación, con translación de -1 unidad en "x" y 0.5 en "z"

H6=SE3(rotz(0), [-1 0 0.5]);

```
%H6
%Posición de la articulación 6
P(:, :, 6) = [a7; 0; a8];
%Matriz de rotación de la junta 6 NO HAY ROTACIÓN
R(:, :, 6) = [1 0 0;
              0 1 0;
              0 0 1];
```

# Resultados de las matrices de transformación homogéneas T

Matriz de Transformación global T1

```
/ cos(th1(t)) cos(th2(t)), -cos(th1(t)) sin(th2(t)), sin(th1(t)), a0 \
|      sin(th2(t)),      cos(th2(t)),      0,      a0 |
| -cos(th2(t)) sin(th1(t)), sin(th1(t)) sin(th2(t)), cos(th1(t)), a0 |
\      0,      0,      0,      1 /
```

Matriz de Transformación global T2

```
/ cos(th1(t)) cos(th2(t)), -cos(th1(t)) sin(th2(t)), sin(th1(t)), a0 + a2 sin(th1(t)) + a1 cos(th1(t)) cos(th2(t)) \
|      sin(th2(t)),      cos(th2(t)),      0,      a0 + a1 sin(th2(t)) |
| -cos(th2(t)) sin(th1(t)), sin(th1(t)) sin(th2(t)), cos(th1(t)), a0 + a2 cos(th1(t)) - a1 cos(th2(t)) sin(th1(t)) |
\      0,      0,      0,      1 /
```

Matriz de Transformación global T3

```
[[cos(th1(t)) cos(th2(t)) cos(th3(t)) - sin(th1(t)) sin(th3(t)),
cos(th3(t)) sin(th1(t)) sin(th4(t)) - cos(th1(t)) cos(th4(t)) sin(th2(t)) + cos(th1(t)) cos(th2(t)) sin(th3(t)) sin(th4(t)),
cos(th3(t)) cos(th4(t)) sin(th1(t)) + cos(th1(t)) sin(th2(t)) sin(th4(t)) + cos(th1(t)) cos(th2(t)) cos(th4(t)) sin(th3(t)), a0 + a2 sin(th1(t)) + a1 cos(th1(t)) cos(th2(t))],
[cos(th3(t)) sin(th2(t)), cos(th2(t)) cos(th4(t)) + sin(th2(t)) sin(th3(t)) sin(th4(t)), cos(th4(t)) sin(th2(t)) sin(th3(t)) - cos(th2(t)) sin(th4(t)), a0 + a1 sin(th2(t))],
[- cos(th1(t)) sin(th3(t)) - cos(th2(t)) cos(th3(t)) sin(th1(t)),
cos(th1(t)) cos(th3(t)) sin(th4(t)) + cos(th4(t)) sin(th1(t)) sin(th2(t)) - cos(th2(t)) sin(th1(t)) sin(th3(t)) sin(th4(t)),
cos(th1(t)) cos(th3(t)) cos(th4(t)) - sin(th1(t)) sin(th2(t)) sin(th4(t)) - cos(th2(t)) cos(th4(t)) sin(th1(t)) sin(th3(t)), a0 + a2 cos(th1(t)) - a1 cos(th2(t)) sin(th1(t))],
[0, 0, 0, 1]]
```

# Resultados de las matrices de transformación homogéneas T

Matriz de Transformación global T4

```
[sin(th5(t)) #2 - cos(th5(t)) #7, sin(th6(t)) #5 + cos(th5(t)) cos(th6(t)) #2 + cos(th6(t)) sin(th5(t)) #7, cos(th6(t)) #5 - cos(th5(t)) sin(th6(t)) #2 - sin(th5(t)) sin(th6(t)) #7,
a0 + a2 sin(th1(t)) + a1 cos(th1(t)) cos(th2(t)) - a3 cos(th1(t)) cos(th4(t)) sin(th2(t)) + a4 cos(th3(t)) cos(th4(t)) sin(th1(t)) + a3 cos(th3(t)) sin(th1(t)) sin(th4(t)) + a4
cos(th1(t)) sin(th2(t)) sin(th4(t)) + a3 cos(th1(t)) cos(th2(t)) sin(th3(t)) sin(th4(t)) + a4 cos(th1(t)) cos(th2(t)) cos(th4(t)) sin(th3(t))],
[sin(th5(t)) #3 + cos(th3(t)) cos(th5(t)) sin(th2(t)), cos(th5(t)) cos(th6(t)) #3 - sin(th6(t)) #6 - cos(th3(t)) cos(th6(t)) sin(th2(t)) sin(th5(t)),
cos(th3(t)) sin(th2(t)) sin(th5(t)) sin(th6(t)) - cos(th5(t)) sin(th6(t)) #3 - cos(th6(t)) #6, a0 + a1 sin(th2(t)) + a3 #3 - a4 #6],
[sin(th5(t)) #1 - cos(th5(t)) #8, cos(th6(t)) sin(th5(t)) #8 - sin(th6(t)) #4 + cos(th5(t)) cos(th6(t)) #1, - cos(th6(t)) #4 - sin(th5(t)) sin(th6(t)) #8 - cos(th5(t)) sin(th6(t)) #
a0 + a2 cos(th1(t)) - a1 cos(th2(t)) sin(th1(t)) + a4 cos(th1(t)) cos(th3(t)) cos(th4(t)) + a3 cos(th1(t)) cos(th3(t)) sin(th4(t)) + a3 cos(th4(t)) sin(th1(t)) sin(th2(t)) - a4
sin(th1(t)) sin(th2(t)) sin(th4(t)) - a4 cos(th2(t)) cos(th4(t)) sin(th1(t)) sin(th3(t)) - a3 cos(th2(t)) sin(th1(t)) sin(th3(t)) sin(th4(t))],
[0, 0, 0, 1]]
```

Matriz de Transformación global T5

```
[sin(th7(t)) #2 - cos(th7(t)) #5, cos(th7(t)) cos(th8(t)) #2 - sin(th8(t)) #7 + cos(th8(t)) sin(th7(t)) #5, - cos(th8(t)) #7 - cos(th7(t)) sin(th8(t)) #2 - sin(th7(t)) sin(th8(t)) #5,
a0 + a2 sin(th1(t)) + a1 cos(th1(t)) cos(th2(t)) - a3 cos(th1(t)) cos(th4(t)) sin(th2(t)) + a4 cos(th3(t)) cos(th4(t)) sin(th1(t)) + a3 cos(th3(t)) sin(th1(t)) sin(th4(t)) + a4
cos(th1(t)) sin(th2(t)) sin(th4(t)) - a5 cos(th5(t)) sin(th1(t)) sin(th3(t)) + a3 cos(th1(t)) cos(th2(t)) sin(th3(t)) sin(th4(t)) - a5
cos(th1(t)) cos(th4(t)) sin(th2(t)) sin(th5(t)) + a6 cos(th3(t)) cos(th4(t)) sin(th1(t)) sin(th6(t)) + a5 cos(th3(t)) sin(th1(t)) sin(th4(t)) sin(th5(t)) + a6
cos(th1(t)) sin(th2(t)) sin(th4(t)) sin(th6(t)) + a6 cos(th6(t)) sin(th1(t)) sin(th3(t)) sin(th5(t)) + a5 cos(th1(t)) cos(th2(t)) cos(th3(t)) cos(th5(t)) + a4
cos(th1(t)) cos(th2(t)) cos(th4(t)) sin(th3(t)) - a6 cos(th1(t)) cos(th2(t)) cos(th3(t)) cos(th6(t)) sin(th5(t)) - a6 cos(th1(t)) cos(th4(t)) cos(th5(t)) cos(th6(t)) sin(th2(t)) +
cos(th1(t)) cos(th2(t)) cos(th4(t)) sin(th3(t)) sin(th6(t)) + a6 cos(th3(t)) cos(th5(t)) cos(th6(t)) sin(th1(t)) sin(th4(t)) + a5
cos(th1(t)) cos(th2(t)) sin(th3(t)) sin(th4(t)) sin(th5(t)) + a6 cos(th1(t)) cos(th2(t)) cos(th5(t)) cos(th6(t)) sin(th3(t)) sin(th4(t))],
[cos(th7(t)) #8 - sin(th7(t)) #3, - sin(th8(t)) #9 - cos(th8(t)) sin(th7(t)) #8 - cos(th7(t)) cos(th8(t)) #3, sin(th7(t)) sin(th8(t)) #8 - cos(th8(t)) #9 + cos(th7(t)) sin(th8(t)) #
```

# Resultados de las matrices de transformación homogéneas T

Matriz de Transformación global T6

```
[[sin(th7(t)) #2 - cos(th7(t)) #5, cos(th7(t)) cos(th8(t)) #2 - sin(th8(t)) #7 + cos(th8(t)) sin(th7(t)) #5, - cos(th8(t)) #7 - cos(th7(t)) sin(th8(t)) #2 - sin(th7(t)) sin(th8(t)) #5, a0 + a2 sin(th1(t)) + a1 cos(th1(t)) cos(th2(t)) - a3 cos(th1(t)) cos(th4(t)) sin(th2(t)) + a4 cos(th3(t)) cos(th4(t)) sin(th1(t)) + a3 cos(th3(t)) sin(th1(t)) sin(th4(t)) + a4 cos(th1(t)) sin(th2(t)) sin(th4(t)) - a5 cos(th5(t)) sin(th1(t)) sin(th3(t)) + a3 cos(th1(t)) cos(th2(t)) sin(th3(t)) sin(th4(t)) - a5 cos(th1(t)) cos(th4(t)) sin(th2(t)) sin(th5(t)) + a6 cos(th3(t)) cos(th4(t)) sin(th1(t)) sin(th6(t)) - a7 cos(th5(t)) cos(th7(t)) sin(th1(t)) sin(th3(t)) + a5 cos(th3(t)) sin(th1(t)) sin(th4(t)) sin(th5(t)) + a6 cos(th1(t)) sin(th2(t)) sin(th4(t)) sin(th6(t)) + a6 cos(th6(t)) sin(th1(t)) sin(th3(t)) sin(th5(t)) + a5 cos(th1(t)) cos(th2(t)) cos(th3(t)) cos(th5(t)) + a4 cos(th1(t)) cos(th2(t)) cos(th4(t)) sin(th3(t)) + a7 cos(th1(t)) cos(th2(t)) cos(th3(t)) cos(th5(t)) cos(th7(t)) - a6 cos(th1(t)) cos(th2(t)) cos(th3(t)) cos(th6(t)) sin(th5(t)) - a6 cos(th1(t)) cos(th4(t)) cos(th5(t)) cos(th6(t)) sin(th2(t)) + a8 cos(th3(t)) cos(th4(t)) cos(th6(t)) cos(th8(t)) sin(th1(t)) + a6 cos(th1(t)) cos(th2(t)) cos(th4(t)) sin(th3(t)) sin(th6(t)) + a6 cos(th3(t)) cos(th5(t)) cos(th6(t)) sin(th1(t)) sin(th4(t)) - a7 cos(th1(t)) cos(th4(t)) cos(th7(t)) sin(th2(t)) sin(th5(t)) + a8
```

# Resultados de velocidad lineal y angular

Con fines de simplificación, tiempo de ejecución y eficiencia del programa en las ejecuciones de prueba, el vector de los elementos en 'Qp' se simplificó a una única variable simbólica =  $Q_{p1}$ .

[https://drive.google.com/file/d/11tvETmsWpi1KmdvBWgk-AiZDD-7kv\\_EZ/view?usp=sharing](https://drive.google.com/file/d/11tvETmsWpi1KmdvBWgk-AiZDD-7kv_EZ/view?usp=sharing)