Universität Ulm

Abgabe: Freitag, den 08.05. um 12 Uhr

Dr. Gerhard Baur
Dr. Jan-Willem Liebezeit
Marcus Müller
Sommersemester 2020
Punktzahl: 10

Übungen Analysis 1: Blatt 2

5. Es seien $\mathcal{A}$ eine Menge von Teilmengen von X und $B \subset Y$. Außerdem sei $f : X \to Y$ eine Abbildung. Man zeige die folgenden Aussagen: (4)

(a) $\left(\bigcup_{A\in\mathcal{A}} A\right)^c = \bigcap_{A\in\mathcal{A}} A^c$.

(b) $f\left(\bigcap_{A\in\mathcal{A}} A\right) \subseteq \bigcap_{A\in\mathcal{A}} f(A)$.

(c) Im Allgemeinen gilt $\bigcap_{A\in\mathcal{A}} f(A) \not\subseteq f\left(\bigcap_{A\in\mathcal{A}} A\right)$.

(d) $f^{-1}(B^c) = \left(f^{-1}(B)\right)^c$.

6. Es seien X, Y zwei nichtleere Mengen. Wir betrachten die Funktion $f : X \to Y$. Zeigen Sie, dass f genau dann injektiv ist, falls für alle $A, B \subset X$ gilt, dass (2)

$$f(A \cap B) = f(A) \cap f(B).$$

7. Betrachten Sie die Funktion $f : \mathbb{R} \setminus \{-1\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{1+x}$. Ist diese Funktion injektiv beziehungsweise surjektiv? Falls nicht, wie müssen Definitions- und Bildbereich angepasst werden, damit f bijektiv wird? (1)

8. Untersuchen die, ob die folgenden Relationen auch Äquivalenzrelationen sind. Geben Sie im Fall einer Äquivalenzrelation alle zugehörigen Äquivalenzklassen an. (3)

(a) Es sei $M \neq \emptyset$ und $X = \mathcal{P}(M)$. Für $A, B \in X$ gelte $A \sim B$, genau dann, wenn $A \cap B = \emptyset$ ist.

(b) Wir betrachten $M = \mathbb{R}$. Für zwei Zahlen $x, y \in \mathbb{R}$ gelte $x \sim y$ genau dann, wenn $x - y \in \mathbb{Z}$.

(c) Es sei $M \subset \mathbb{N}$ und für $A, B \subset M$ sei $A \sim B$ genau dann, wenn A und B genau gleich viele Elemente enthalten.