



---

## Übungen Analysis 1 für Ingenieure und Informatiker: Blatt 2

---

5. Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion:

- (a) Für jedes  $n \in \mathbb{N}$  ist  $1 + 2^{(2^n)} + 2^{(2^{n+1})}$  durch 7 teilbar.
- (b) Für  $n \in \mathbb{N}$  ist  $n^3 - 6n^2 + 14n$  durch 3 teilbar.

6. Zeigen Sie die folgenden Identitäten durch vollständige Induktion:

(a)

$$\sum_{j=1}^n j(j+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

(b)

$$\sum_{j=1}^n (2j-1)^2 = \frac{n(2n-1)(2n+1)}{3}$$

(c)

$$\prod_{j=2}^n \left(1 - \frac{1}{j^2}\right) = \frac{n+1}{2n}$$

7. Berechnen Sie den Wert der folgenden Summen

(a)

$$\sum_{j=2}^{23} (j-1)^2 + \sum_{k=-2}^{19} 2(k+3) + \sum_{l=10}^{31} 1$$

(b)

$$\sum_{j=0}^1 \sum_{k=2}^4 \frac{1}{(j+k)^2}$$

(c)

$$\sum_{j=1}^4 \sum_{k=1}^j j(j-k)$$

(d)

$$\sum_{k=7}^{19} \left( \frac{1}{k^2} - \frac{1}{(k+1)^2} \right)$$

8. (a) Für  $b, d > 0$  und  $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$  gilt

$$\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}.$$

(b) Bestimmen Sie Minimum, Maximum, falls existent, sowie Infimum und Supremum der folgenden Mengen:

(i)  $A = \{x \in \mathbb{R} : |x| < |x+1|\}$

(ii)  $B = \{x \in \mathbb{R} : |x^2 - 6x + 8| \leq |\frac{4}{5}x - 2|\}$