

Übungen zu Analysis I für Ingenieure und Informatiker

(Abgabe bis Freitag, 02.05.2014 um 08:20 Uhr, H3)

1. Es seien $a, b, \lambda \in \mathbb{R}$.

- (a) Zeige folgende Ungleichung $ab \leq \frac{1}{2}(a^2 + b^2)$.
- (b) Zeige, dass für $0 \leq a < b$ und $0 < \lambda < 1$ gilt $a < \lambda a + (1 - \lambda)b < b$.

(2+4 Punkte)

2. Es bezeichnet

$$|\cdot| : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_0^+ = [0, \infty), \quad |x| = \begin{cases} x, & \text{für } x \geq 0 \\ -x, & \text{für } x < 0 \end{cases},$$

die Betragsfunktion auf den reellen Zahlen.

- (a) Zeichne folgende Funktionen $|x|, |x+3|, |1-x|, |2x-1|$, dabei soll x aus den reellen Zahlen stammen.
- (b) Zeige, dass für $x \in \mathbb{R}$ und $c \in \mathbb{R}$ konstant gilt $|x-c| = |c-x|$.

Bestimme alle $a \in \mathbb{R}$ für die gilt

- (c) $|a| \leq |a+3|$,
- (d) $|2a-1| \geq |1-a|$.

(4+2+3+3 Punkte)

3. Zeige, dass \mathbb{R} nicht beschränkt ist.

(3 Punkte)

4. Es sei $A \subset \mathbb{R}$ eine nicht leere Menge, dann ist $-A = \{-a \mid a \in A\}$.

- (a) Zeige: A ist nach oben beschränkt genau dann, wenn $-A$ nach unten beschränkt ist.
- (b) Zeige: A besitzt ein Supremum genau dann, wenn $-A$ ein Infimum besitzt und dann gilt $\sup A = -\inf -A$.

(3+7 Punkte)

5. Bestimme, falls existent, für die folgende Mengen jeweils das Maximum, Minimum, Supremum und Infimum.

(a) $M = \left\{ \frac{x}{x^2} \mid x \in \left[\frac{1}{2}, 1\right] \right\},$

(b) $N = \{ |x| \mid -3 < x \leq 2 \},$

(c) $P = \left\{ \frac{1}{n+m} + \frac{1}{m} \mid n, m \in \mathbb{N} \right\}.$

(4+4+4 Punkte)

Wichtige Hinweise:

- Die Übungsblätter sind zu zweit abzugeben.
- Die Übungsblätter bitte gut leserlich mit Vor- und Nachnamen (wie in Moodle), dem Namen eures Tutors versehen und mehrere Blätter **tackern**!
- Die Aufgaben sind ordentlich und lesbar abzugeben. Jeder Schritt muss für den Korrektor unmissverständlich nachvollziehbar sein.
- Abgabe der Übungsblätter ist **vor** der Übung bis 08:20 Uhr im H3. Später abgegebene Blätter werden nicht korrigiert.
- Abschreiben oder Kopieren von Lösungen dienen nicht dem Lernzuwachs und werden deshalb nicht mit Punkten honoriert.