Universität Ulm

Abgabe: Bis Dienstag, 14.06.2022, 14:00 Uhr

Dr. Gerhard Baur
Lars von der Heide
Sommersemester 2022
Punktzahl: 20

Übungen Analysis 1 für Informatiker und Ingenieure: Blatt 8

Aufgabe 1: (2)

Das Volumen eines Zylinders mit Radius r und Höhe h ist gegeben durch die Formel $V = \pi r^2 h$.
Wie würde sich ein Messfehler von $x\%$, der beim Radius gemacht wurde, (in etwa) auf das Volumen übertragen?
Wie würde sich ein Messfehler von $y\%$, der bei der Höhe gemacht wurde, (in etwa) auf das Volumen übertragen?

Aufgabe 2: (4)

Wir haben auf vorigen Blättern Grenzwerte von Funktionen untersucht. Manche der Erkenntnisse, die wir dort gewonnen haben, lassen sich mithilfe des Mittelwertsatzes deutlich leichter gewinnen. Zeige unter dessen Verwendung, dass folgenden Funktionen für $x \to \infty$ gegen 0 konvergieren.

a) $f : \mathbb{R}^+ \cup \{0\} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$

b) $f : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = \ln(x+p) - \ln(x)$ für ein festes $p > 0$

Aufgabe 3: (3+2+2)

a) Zeige, dass für alle $a, b \in \mathbb{R}$ mit $b \geq a \geq 1$ gilt, dass

$$\sqrt[3]{b} - \sqrt[3]{a} \leq \frac{1}{3}(b-a)$$

b) Zeige, dass die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = 2x^7 + x^5 - \sin(x) + 2x$ *genau eine* Nullstelle hat.

c) Es sei $I = [0, \infty)$ und $f, g : I \to \mathbb{R}$ stetig und differenzierbar. Ferner gelte $f(0) = g(0)$ und $f'(x) \geq g'(x)$ für alle $x \in I$. Zeige, dass dann $f(x) \geq g(x)$ für alle $x \in I$ gilt.

Aufgabe 4: (2+3+2)

a) Untersuche die Funktion $f : [-3, 2] \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$ auf lokale Minimal -und Maximalstellen sowie auf ihr Monotonieverhalten.

b) Untersuche die Funktion $f : [-0.5, 2] \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = e^{-x}(x^2 + x + 1)$ auf lokale Minimal -und Maximalstellen sowie auf ihr Monotonieverhalten..

c) Es seien $a_1, \ldots, a_n \in [a, b]$, wobei $a, b \in \mathbb{R}$. Für welches $x \in [a, b]$ wird der Ausdruck $\sum_{k=1}^{n} (x - a_k)^2$ minimal?