Dr. Gerhard Baur
Lars von der Heide
Sommersemester 2022
Punktzahl: 18

Übungen Analysis 1 für Informatiker und Ingenieure: Blatt 7

Aufgabe 1: (10)

Bestimme den natürlichen Definitionsbereich D der folgenden Funktionen sowie jeweils die Ableitung nach x und den natürlichen Definitionsbereich D' der Ableitung.

1. $f(x) = (3x+1)^4$
2. $f(x) = x\ln(x^2+1) - x$
3. $f(x) = \sin(x)^{\cos(x)}$
4. $f(x) = x^x$
5. $f(x) = x^2 e^{\sqrt{x}}$
6. $f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x^2+1}+1}$
7. $f(x) = \frac{3^x}{3^{x-1}}$

Bemerkung: Die Definitionsbereiche dürfen ohne Begründung angegeben werden. Für die Berechnung der Ableitungen dürfen alle Regeln aus der Vorlesung benutzt werden - hier ist nirgendwo eine Ableitung mit der Definition nötig!

Aufgabe 2: (5)

Zeige, dass die Funktion $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit

$$h(x) = \begin{cases} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right), \text{ falls } x \neq 0 \\ 0, \text{ falls } x = 0 \end{cases}$$

überall stetig und differenzierbar ist und berechne die Ableitungsfunktion h'.
Gib zusätzlich die Gleichung der Tangente von h an der Stelle $x = \frac{1}{\pi}$ an und untersuche h' auf Stetigkeit.

Aufgabe 3: (3)

Für welche $a, b \in \mathbb{R}$ ist durch

$$f(x) = \begin{cases} ax^3 + 3x, \text{ falls } x \leq 2 \\ x^2 - bx, \text{ falls } x > 2 \end{cases}$$

eine auf ganz $\mathbb{R}$ differenzierbare Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definiert? Begründe.