



Hinweise zur Abgabe

Abgabetermin: 05.07.21, 14:00 Uhr

Abgabeformat: Im PDF-Format via Moodle. Einzelabgaben (nicht in Gruppen). Verspätete Abgaben sind ausdrücklich nicht möglich!

Sonstiges: Bitte geben Sie eine Erst- und Zweitpräferenz von jeweils einer Aufgabe zur Korrektur an.

Aufgaben

1. Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte, sofern diese existieren: (10)

i) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin(3x)}{\tan(5x)}$

iv) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^x$

ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{1 - \cos(x)}$

v) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ (das geht nun viel einfacher als noch auf Blatt 08, Aufgabe 4)

iii) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1}\right)$

2. Führen Sie eine Kurvendiskussion der Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto (1 - x)e^{2x}$ durch (Nullstellen, Monotonieintervalle, Extremstellen (lok. Max./Min.), Verhalten für $x \rightarrow \pm\infty$). (10)

3. i) Sei $f : (0, 2\pi) \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \cos(x)e^x$. Bestimmen Sie alle lokalen Extremstellen von f und überprüfen Sie, ob es sich dort um lokale Maxima oder Minima handelt. (5)

- ii) Stellen Sie sich vor, eine Messung oder ein Experiment wird n -mal wiederholt, wobei das Resultat beim k -ten Durchgang durch $a_k \in \mathbb{R}$ beschrieben wird, $k \in \{1, \dots, n\}$. (5)

Der mittlere quadratische Fehler eines Wertes $x \in \mathbb{R}$ zu den gegebenen Messwerten wird beschrieben durch die Funktion

$$f(x) = \sum_{k=1}^n (x - a_k)^2, x \in \mathbb{R}.$$

Für welches $x \in \mathbb{R}$ wird der mittlere quadratische Fehler minimal?

4. i) Sei $f : \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch $f(x) = \ln(\cos(x))$. Berechnen Sie das zweite Taylorpolynom $T^{(2)}f(0, x)$ von f mit Entwicklungspunkt $x_0 = 0$. (5)

ii) Zeigen Sie, dass für $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$ Die Abschätzung (5)

$$|f(x) - T^{(2)}f(0, x)| \leq \frac{2}{3}x^3$$

gilt.