Dr. Gerhard Baur
Erik Hintz
Sommersemester 2017
24 Punkte

Analysis 1 für Informatiker und Ingenieure
- Übungsblatt 1 -

Abgabe: Freitag, den 28.4.2017 um 08:10 im Hörsaal 3

Bemerkungen zum Übungsbetrieb:

- Bitte in **Moodle registrieren** und für die Vorlesung *Analysis 1 für Informatiker und Ingenieure* **anmelden**.
- Bitte Übungsblätter **zu zweit** abgeben (*Blatt 1 darf (muss aber nicht!) ausnahmsweise alleine abgegeben werden*).
- Bitte sowohl die **Vor- und Nachnamen beider Studierenden** wie auch den Namen des Tutors **eines der beiden Studierenden** (die Abgebenden dürfen durchaus in verschiedenen Tutorien sein!) deutlich und leserlich oben auf der ersten Seite vermerken. Der Name des Tutors ist nur zur einfacheren Rückgabe - fehlt er, ist das nicht weiter schlimm.
- Die Lösungen sind in einer für jedermann nachvollziehbaren Form abzugeben, d.h. zunächst **lesbar** und dann insbesondere mit **vollständigen Begründungen** und **allen Rechenschritten**. Die Blätter bitte **zusammenheften** (am besten tackern).
- Die Abgabe des aktuellen Übungsblattes erfolgt **grundsätzlich vor der Übung bis 08:10 Uhr**, das korrigierte letzte Blatt kann direkt im Anschluss an die Übung abgeholt werden. Alternativ kann das Übungsblatt auch am jeweiligen Donnerstag *vor Beginn der Vorlesung* bei Hr. Dr. Baur im H22 vorne abgegeben werden.

Aufgabe 1: (6 Punkte)
Berechne den Wert nachfolgender Summen unter Benutzung der beiden Formeln

$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2} \quad \text{und} \quad \sum_{k=0}^{n} q^k = \frac{q^{n+1}-1}{q-1}$$

für $n \in \mathbb{N}$ und $q \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$. Es ist hier also *nicht* nach einem Induktionsbeweis gefragt.

(a) $\sum_{k=7}^{15} 2k$

(b) $\sum_{k=0}^{10} \frac{-1}{2^{k+1}}$

(c) $\sum_{k=1}^{7} \frac{(-1)^k}{3^k}$

(d) $\sum_{k=2}^{n} \left(\frac{3}{2}\right)^{k-1}$ für $n \in \mathbb{N}$

(e) Summe der ersten n *ungeraden* natürlichen Zahlen.

Aufgabe 2: (7 Punkte)

Zeige mittels vollständiger Induktion, dass

(a) $\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt.

(b) $(1+x)^n \geq 1 + nx$ für alle $n \in \mathbb{N}$ und $x \in \mathbb{R}$ mit $x \geq -1$ gilt.

(c) wenn man bei gegebenen $n \geq 2$ Punkten je zwei Punkte mit einer Strecke verbinden will, genau $\frac{n(n-1)}{2}$ Strecken benötigt werden.

Aufgabe 3: (7 Punkte)

(a) Bestimme die Menge aller $x \in \mathbb{R}$, für die $|2x - 6| \leq x$ gilt.

(b) Bestimme die Menge aller $x \in \mathbb{R}$, für die $|2x + 4| > 1 - |x - 2|$ gilt.

Aufgabe 4: (4 Punkte)

Zeige, dass für beliebige $a, b \in \mathbb{R}$ die Ungleichung $||a| - |b|| \leq |a - b|$ gilt.

Hinweis: Die Dreiecksungleichung $|a + b| \leq |a| + |b|$ darf ohne Beweis verwendet werden.