



---

## Analysis 1 für Informatiker und Ingenieure - Übungsblatt 3 -

Abgabe: Freitag, den 12.5.2017 um 08:10 im Hörsaal **22**

*Die Übung findet ab sofort im H22 statt!*

---

### Aufgabe 1: (3 Punkte)

Berechne folgende Summen/Produkte, gib also einen Ausdruck an, in dem kein Summen/Produktzeichen mehr vorkommt:

(a)  $\sum_{k=1}^n \log(k)$

(b)  $\sum_{k=0}^n e^{kx}$

(c)  $\prod_{k=0}^n e^{kx}$

Hierbei ist  $\prod$  das Produktzeichen, i.e.  $\prod_{k=0}^n a_k = a_0 \cdot a_1 \cdot \dots \cdot a_n$

### Aufgabe 2: (7 Punkte)

Löse, falls möglich, folgende Gleichungen:

(a)  $2^x = 5$

(b)  $\ln(x) + \ln(x-1) = 0$

(c)  $2^x \cdot 3^{x+1} = 5^x$

(d)  $\ln(x) - \ln(x^2) + 1 = 0$

(e)  $e^x + e^{-x} = 2$

(f)  $x^x + 4^x = 4$

(g)  $4^x - 2^{x+1} = 3$

### Aufgabe 3: (3 Punkte)

Die Halbwertszeit von Radon 220 beträgt 56 Sekunden.

- (a) Wie viel Prozent einer Radonmenge dieses Isotops zerfallen in zwei Minuten?
- (b) Wie viel Prozent einer Radonmenge dieses Isotops sind nach 3 Minuten noch vorhanden?
- (c) Wie viele Minuten muss man mindestens warten, bis 99% einer Radonmenge dieses Isotops zerfallen sind?



**Aufgabe 4: (5 Punkte)**

Zeige, dass für  $n \in \mathbb{N}$  mit  $n \geq 2$

$$\sum_{k=1}^{n-1} k \log \left( \frac{k+1}{k} \right) = n \log(n) - \log(n!)$$

(a) via vollständige Induktion.

(b) direkt.

**Aufgabe 5: (6 Punkte)**

(a) Es seien  $x, y \in \mathbb{R}$ . Zeige:

$$\sin(x+y) - \sin(x-y) = 2 \cos(x) \sin(y)$$

(b) Es sei  $x \in \mathbb{R}$  mit  $\sin\left(\frac{x}{2}\right) \neq 0$  und  $n \in \mathbb{N}$ . Zeige:

$$\frac{1}{2} + \cos(x) + \cos(2x) + \cdots + \cos(nx) = \frac{\sin\left(\left(n + \frac{1}{2}\right)x\right)}{2 \sin\left(\frac{x}{2}\right)}$$

*Hinweise: Die Eigenschaften des  $\cos()$  und  $\sin()$  aus der Vorlesung dürfen ohne Beweis verwendet werden. Für Teil b) betrachte man zunächst den Term  $2 \sin\left(\frac{x}{2}\right) \sum_{k=1}^n \cos(kx)$  und benutze Teil a). Ferner ist in Teil b) kein Induktionsbeweis nötig - man kann dies direkt zeigen.*