Dr. Gerhard Baur
Lars von der Heide
Sommersemester 2022
Punktzahl: 14

Übungen Analysis 1 für Informatiker und Ingenieure: Blatt 1

1. Berechne den Wert folgender Summen unter Verwendung der beiden Formeln (4)

$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}, \qquad \sum_{k=0}^{n} q^k = \frac{q^{n+1}-1}{q-1}$$

mit $n \in \mathbb{N}$ und $q \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$. Hier ist also nicht nach einer Induktion gefragt.

(a) $\sum\limits_{k=7}^{15} 2k$

(b) $\sum\limits_{k=0}^{10} \frac{-1}{2^{k+1}}$

(c) $\sum\limits_{k=1}^{7} \frac{(-1)^k}{3^k}$

(d) $\sum\limits_{k=2}^{n} \left(\frac{3}{2}\right)^{k-1}$

2. Zeige mittels vollständiger Induktion: (2+2+2+4)

(a) $\sum\limits_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ für alle $n \in \mathbb{N}$

(b) $(1+x)^n \geq 1 + nx$ für alle $n \in \mathbb{N}$ und $x \in \mathbb{R}$ mit $x \geq -1$

(c) Wenn man bei gegebenen $n \geq 2$ Punkten je zwei Punkte miteinander verbindet, so werden genau $\frac{n(n-1)}{2}$ Strecken benötigt.

(d) $\sum\limits_{k=1}^{n} (-1)^k k^2 = (-1)^n \frac{n(n+1)}{2}$ für alle $n \in \mathbb{N}$