Dr. J.-W. Liebezeit
M. Scheibchen

Blatt 08
20.06.2014

Übungen zu Analysis I für Ingenieure und Informatiker

(Abgabe bis Freitag, 27.06.2014 um 08:20 Uhr, H3)

1. Bestimme den natürlichen Definitionsbereich I der folgenden Funktionen. Bestimme jeweils die Ableitung nach x und gebe jeweils ihren natürlichen Definitionsbereich I' an. Die Definitionsbereiche dürfen ohne Begründungen angegeben werden.

   (a) $\sqrt{1-\exp(-x^2)}$ (c) $e^{-3x}\cdot(x^3-2x)^2$ (e) $\ln(x^{3x})$

   (b) $x^3\cdot\sin(3x+2)$ (d) $\cos x\cdot x^2\cdot e^{-2x}$ (f) $(\cos x)^{\sin x}$

   (12 Punkte)

2. Für welche $a, b, c \in \mathbb{R}$ ist durch

$$f(x)\begin{cases} ax^2+b, & \text{für } x \leq 1 \\ cx^4-2x^2, & \text{für } x > 1 \end{cases}$$

   eine an der Stelle $x = 1$ differenzierbare Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definiert?

   (8 Punkte)

3. Zeige, dass die Funktion $f : (0, \infty) \to \mathbb{R}$ definiert durch $f(x) = 2x + \ln(x)$ bijektiv ist und berechne die Ableitung der Umkehrfunktion an der Stelle $x = 2$.
   Hinweis: Falls über Monotonie argumentiert wird, darf diese über die Ableitung gefolgert werden.

   (6 Punkte)

4. Gegeben seien die Funktionen $f(x) = 3 - x^2$ und $g(x) = \sqrt{9-x^2}$ auf dem Intervall $[0, 3]$. Überprüfe, ob

   (a) der 1. Mittelwertsatz auf die Funktion f anwendbar ist und gebe ggf. alle $\xi \in (0, 3)$ an, deren Existenzen aus diesem Satz garantiert werden.

   (b) der 1. Mittelwertsatz auf die Funktion g anwendbar ist und gebe ggf. alle $\xi \in (0, 3)$ an, deren Existenzen aus diesem Satz garantiert werden.

   (c) der 2. Mittelwertsatz auf die Funktionen f und g anwendbar ist und gebe ggf. alle $\xi \in (0, 3)$ an, deren Existenzen aus diesem Satz garantiert werden.

   (3+3+3 Punkte)

5. Zeige, dass für alle $x \in (-1, 1)$ gilt

$$\arcsin(x) = \frac{\pi}{2} - \arccos(x).$$

   (5 Punkte)