



---

## Übungen Analysis 1 für Informatiker und Ingenieure: Blatt 2

---

1. (2+2)
  - (a) Bestimme die Menge aller reeller Zahlen  $x \in \mathbb{R}$ , für die  $|2x - 6| \leq x$  gilt.
  - (b) Bestimme die Menge aller reeller Zahlen  $x \in \mathbb{R}$ , für die  $|2x + 4| > 1 - |x - 2|$  gilt.
  
2. Zeige, dass für beliebige  $a, b \in \mathbb{R}$  folgende Ungleichungen erfüllt sind: (3+3)
  - (a)  $||a| - |b|| \leq |a - b|$
  - (b)  $4ab \leq (a + b)^2 \leq 2(a^2 + b^2)$
  
3. In der Vorlesung wurde gezeigt, dass  $\sqrt{2}$  irrational ist. (3+1)
  - (a) Zeige, dass auch  $\sqrt{3}$  irrational ist.
  - (b) Warum funktioniert der Beweis nicht, wenn man zeigen möchte, dass  $\sqrt{4}$  irrational ist? An welcher Stelle geht er schief?
  
4. Zeige folgende Identitäten: (2+2+2)
  - (a)  $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n$  für  $n \in \mathbb{N}$   
  
Gib hierzu zusätzlich eine kombinatorische Begründung mithilfe der Interpretation des Binomialkoeffizienten.
  - (b)  $\sum_{k=0}^n \frac{k}{n} \binom{n}{k} z^k (1 - z)^{n-k} = z$  für  $n \in \mathbb{N}$  und  $z \in \mathbb{R}$
  - (c)  $\sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} = 0$  für  $n \in \mathbb{N}$