Dr. Jan-Willem Liebezeit
Artur Bille
Marc Schneble

Sommersemester 16
Blatt 13 (40 Punkte)
12.07.2016

Übungen zu Analysis 1 für Ingenieure und Informatiker

(Abgabe: Dienstag, 12.07.2016, bis 14:15 Uhr, H22)

1. Berechne die Ober- und Untersumme der Funktion $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ mit $x \mapsto e^x$ für die Zerlegung $Z_n := \{\frac{i}{n} | i = 0, \dots n\}$ mit $n \in \mathbb{N}$. Bestimme mit diesem Ergebnis den Wert des Integrals $\displaystyle\int_0^1 e^x \, \mathrm{d}x$. (12 Punkte)

2. Berechne folgende bestimme Integrale.

   (a) $\displaystyle\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{\arcsin(x)}{\sqrt{1-x^2}} \, \mathrm{d}x$

   (b) $\displaystyle\int_{\frac{1}{2}}^{1} \frac{1}{\sqrt{4x-1}} \, \mathrm{d}x$

   (c) $\displaystyle\int_{1}^{e} \frac{\log^5(x)}{x} \, \mathrm{d}x$

   (d) $\displaystyle\int_{1}^{e^{\frac{\pi}{2}}} \cos(2\log(x)) \, \mathrm{d}x$

   (e) $\displaystyle\int_{0}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin^3(x)}{\sqrt{\cos(x)}} \, \mathrm{d}x$

   (f) $\displaystyle\int_{-1}^{1} \frac{x}{x^4+4} \, \mathrm{d}x$

   (je 3 Punkte)

3. Es seien $0 < a < b$ und $\mu \in \mathbb{R}$. Berechne das Integral $\int_a^b x^\mu \, \mathrm{d}x$, indem du das Intervall $[a,b]$ mit geometrischer Progression (siehe Skript Beispiel 5.3.4 (iii)) in n Teile einteilst und dann zum Grenzwert übergehst. Es darf (ohne Beweis) verwendet werden, dass x^μ über $[a,b]$ Riemann-integrierbar ist.

   (10 Punkte)