

## TD5 : Résolution de CSP : méthodes prospectives.

### Exercice 1. Arc-consistance

On considère le réseau de contraintes ( $X=\{u, v, x, y, z\}$ ,  $D$ ,  $C=\{C1, C2, C3\}$ ) où :

$$D(u)=D(v)=D(x)=D(y)=D(z)=\{a, b, c\}$$

**C1**

x	y	z
a	a	a
a	b	c
b	a	c
c	c	c

**C2**

y	z	u
a	a	b
a	b	c
c	c	c

**C3**

u	v
a	a
a	b
c	c

- 1) Représentez graphiquement le réseau de contraintes.
- 2) Ce réseau est-il arc-consistant ? Sinon calculez sa fermeture arc-consistante. En déduire le nombre de solutions.

### Exercice 2. Résolution de CSP

Soit le réseau  $P=(X, D, C)$  où :

- $X = \{T, U, V, W\}$
- $D(T)=\{1,2\}$     $D(U)=D(V)=\{1,2,3\}$     $D(W)=\{1,2,3,4\}$
- $C = \{C_1, C_2, C_3, C_4, C_5\}$  avec :

**C<sub>1</sub>**

T	V
1	1
2	1
2	2

**C<sub>2</sub>**

T	U	W
1	2	2
1	3	3
2	1	1
2	1	4
2	2	3

**C<sub>3</sub>**

T	W
1	3
2	1
2	3
2	4

**C<sub>4</sub>**

V	W
2	1
2	3
2	4
1	2
3	3

**C<sub>5</sub>**

T	U
1	2
2	1
2	2

- 1) Dessinez le graphe (le biparti d'incidence) du réseau de contraintes
- 2) Développez l'arbre représentant l'application de l'algorithme de backtrack en vous arrêtant à la première solution trouvée et en choisissant l'ordre alphabétique pour les variables T, U, V, W et l'ordre croissant pour les valeurs.
- 3) Développez l'arbre représentant l'application de l'algorithme de Forward Checking à la recherche de l'ensemble des solutions en utilisant l'heuristique (dynamique) dom+deg+alpha pour l'ordre des variables et en considérant les valeurs dans l'ordre croissant. Vous indiquerez bien à chaque étape comment les domaines de chaque variable évoluent. On rappelle que dom consiste à sélectionner en priorité la variable ayant le plus petit domaine (dynamique), que deg consiste à sélectionner en priorité la variable impliquée dans le plus grand nombre de contraintes et alpha correspond à l'ordre alphabétique ; dom+deg+alpha consiste à utiliser dom puis deg pour départager et finalement alpha s'il reste des variables de priorité équivalente.
- 4) Donnez la liste des solutions obtenues.
- 5) Calculez la fermeture arc-consistante du réseau P.
- 6) Cette fermeture garantit-elle que les valeurs restant dans les domaines de chaque variable appartiennent forcément à une solution du CSP ? Justifiez votre réponse.

### Exercice 3. Configuration

---

Une firme automobile élabore un nouveau modèle de voiture fabriquée dans toute l'Europe :

- les portières et le capot sont fabriqués à Lille où le constructeur ne dispose que de peinture rouge, jaune et noire ;
- la carrosserie est faite à Hambourg où l'on a de la peinture blanche, jaune, rouge et noire ;
- les pare-chocs, réalisés à Palerme, sont toujours blancs ;
- la bâche du toit ouvrant, faite à Madrid, ne peut être que blanche, jaune ou rouge ;
- les enjoliveurs sont fabriqués à Athènes où l'on a de la peinture rouge et jaune.

Le constructeur de la voiture a les exigences suivantes :

- la carrosserie doit être de la même couleur que les portières, qui doivent être de la même couleur que le capot ;
- les enjoliveurs, les pare-chocs et la bâche du toit ouvrant doivent être (strictement) plus clairs que la carrosserie (on considère que jaune est plus clair que rouge ; blanc et noir étant les deux extrêmes).

- 1) Représenter ce problème de configuration par un problème de satisfaction de contraintes (CSP) binaires utilisant des contraintes en extension (c'est-à-dire par énumération des couples de valeurs compatibles).
- 2) Représentez par un arbre de recherche l'exécution de l'algorithme de Forward Checking pour trouver toutes les solutions du problème. Vous indiquerez bien sur chaque nœud de l'arbre les noms des variables dont les domaines sont susceptibles d'évoluer suite à l'extension faite de l'assignation courante et leur domaine courant associé. L'ordre d'assignation des variables sera fait en utilisant l'heuristique *dom* puis en cas d'égalité l'heuristique *deg* (et finalement l'ordre lexicographique *alpha* s'il reste des égalités). Les valeurs seront considérées dans l'ordre lexicographique.
- 3) Combien y a-t-il de configurations possibles ?