universität innsbruck
Fakultät für Mathematik, Informatik und Physik

Martin Nocker

R-Paket für Kanalkodierung mit Faltungskodes

Bachelorarbeit

1. Juni 2016

Universität Innsbruck
Institut für Informatik
Technikerstr. 21a · 6020 Innsbruck · Österreich
http://informatik.uibk.ac.at/

R-Paket für Kanalkodierung mit Faltungskodes

Bachelorarbeit

vorgelegt von

Martin Nocker

geb. am 1. Mai 1993
in Innsbruck

angefertigt am

Institut für Informatik
Leopold-Franzens-Universität Innsbruck

Betreuer: **Univ.-Prof. Dr. Rainer Böhme**
Dr. Pascal Schöttle

Abgabe der Arbeit: **1. Juni 2016**

Erklärung

Ich versichere, dass ich die Arbeit ohne fremde Hilfe und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Quellen angefertigt habe und dass die Arbeit in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner anderen Prüfungsbehörde vorgelegen hat und von dieser als Teil einer Prüfungsleistung angenommen wurde.
Alle Ausführungen, die wörtlich oder sinngemäß übernommen wurden, sind als solche gekennzeichnet.

Declaration

I declare that the work is entirely my own and was produced with no assistance from third parties.
I certify that the work has not been submitted in the same or any similar form for assessment to any other examining body and all references, direct and indirect, are indicated as such and have been cited accordingly.

(Martin Nocker)
Innsbruck, 1. Juni 2016

Zusammenfassung

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

Einleitung

Kanalkodierung stellt einen wichtigen Teil der Nachrichtentechnik dar. Kanalkodierung stellt Methoden zur Verfügung, um Fehler, die während der Übertragung über einen verrauschten Kanal auftreten, zu korrigieren. Die Leistungsfähikeit und Zuverlässigkeit vieler digitaler Systeme basiert auf der Verwendung von Kanalkodierung. Eine Art der Kanalkodierung stellen Faltungskodes dar, auf welche sich diese Arbeit konzentriert. Verwendung finden Faltungskodes in der Mobil- und Satellitenkommunikation aber vor allem bilden sie die Basis für Turbokodes, welche die Faltungskodes mittlerweile aufgrund ihrer noch höheren Leistungsfähigkeit abgelöst haben.

Ziel dieser Arbeit ist die Implementierung von Faltungskodes mithilfe der Programmiersprache R. Das entwickelte R-Paket dient zukünftigen Studierenden zu Lehrzwecken und soll sie beim Verstehen von Faltungskodes unterstützen.

Kapitel 2

Grundlagen

In diesem Kapitel werden die theoretischen Grundlagen eingeführt. In Kapitel 2.1 werden Prinzipien und Eigenschaften der Kanalkodierung beschrieben. Kapitel 2.2 geht auf Faltungskodes ein, eine Art der Kanalkodierung auf die sich diese Arbeit konzentriert.

2.1 Kanalkodierung

Kanalkodierung kann als Zuordnung bzw. Abbildung von Quellzeichen (Zeichen die eine Informationsquelle emittiert) zu Kanalzeichen (Zeichen die über den Kommunikationskanal übertragen werden) angesehen werden. Der Kanal enthält ein Rauschen, d.h. Informationen die von der Quelle emittiert werden, können verändert beim Empfänger ankommen. Daher wird der Kanal auch als *verrauschter* Kanal bezeichnet. Würde eine Information unkodiert über den verrauschten Kanal übertragen werden, kann die verfälschte Nachricht nicht wiederhergestellt werden. Daher fügt der Kanalkodierer den Quellzeichen Redundanz hinzu, sodass empfängerseitig verfälschte Zeichen erkannt und korrigiert werden können. Abbildung 2.1 zeigt einen Kommunikationskanal inklusive Kanalkodierung.

Eine Nachricht $\mathbf{u} = (u_1, u_2, \ldots, u_k)$ wird in ein Kodewort $\mathbf{v} = (v_1, v_2, \ldots, v_n)$, das Redundanz enthält, kodiert. Vor der Übertragung über den Kanal werden die Bits auf die Signalpegel +1 bzw. -1 folgendermaßen abgebildet:

$$\text{Signal(Bit)} = \begin{cases} +1 & \text{wenn Bit} = 0 \\ -1 & \text{wenn Bit} = 1 \end{cases} \tag{2.1}$$

Bei der Übertragung wird das Signal durch Rauschen, welches als Fehlervektor $\mathbf{e} = (e_1, e_2, \ldots, e_n)$ dargestellt wird, verfälscht. Der Empfangsvektor $\mathbf{y}$ ergibt sich aus der Überlagerung von $\mathbf{v}$ und $\mathbf{e}$. Der Empfangsvektor wird vor der Dekodierung von

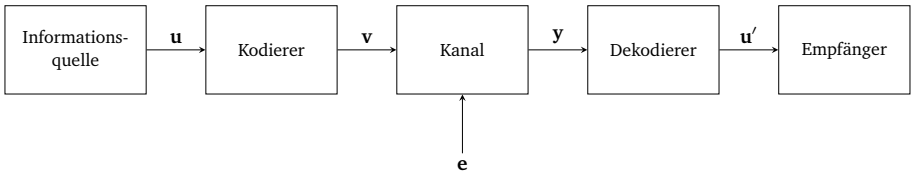


Abbildung 2.1 – Kommunikationskanal

den Signalpegeln zurück auf die Bit-Werte 0 bzw. 1 abgebildet.

$$\text{Kode(Signal)} = \begin{cases} 0 & \text{wenn Signal } \geq 0 \\ 1 & \text{sonst} \end{cases} \tag{2.2}$$

Das daraus resultierende Kodewort wird vom Dekodierer zur Schätzung $\mathbf{u}'$ der originalen Nachricht dekodiert. Ziel der Kanalkodierung ist, dass die Wahrscheinlichkeit von $\mathbf{u}' = \mathbf{u}$ maximiert wird.

2.1.1 Koderate

Die Koderate R eines Kodes beschreibt das Verhältnis der Länge zwischen Quellwort $\mathbf{u} = (u_1, u_2, \ldots, u_k)$ und Kodewort $\mathbf{v} = (v_1, v_2, \ldots, v_n)$.

$$R = \frac{k}{n} < 1 \tag{2.3}$$

In anderen Worten beschreibt die Koderate das Verhältnis zwischen Information und Redundanz im übertragenen Kodewort. Bei hoher Redundanz ergibt sich eine niedrige Koderate. Die Übertragung ein und derselben Information bei gleicher Übertragungsgeschwindigkeit dauert bei Kodes mit niedriger Koderate länger, als bei Kodes mit höherer Koderate.

2.1.2 Hamming-Distanz

Die Hamming-Distanz d (auch d_H) zweier Kodewörter $\mathbf{a} = (a_1, a_2, \ldots, a_n)$ und $\mathbf{b} = (b_1, b_2, \ldots, b_n)$ entspricht der Anzahl an Stellen, in denen sich die beiden Kodewörter unterscheiden:

$$d(a,b) = |\{i \in \{1,2,\ldots,n\} \,|\, a_i \neq b_i\}|. \tag{2.4}$$

Für binäre Kodewörter ergibt sich die Hamming-Distanz aus der binären Addition der Kodewörter:

$$d(a,b) = \sum_{i=1}^{n} (a_i \oplus b_i). \tag{2.5}$$

2.1.3 Hamming-Gewicht

Das Hamming-Gewicht w eines binären Kodeworts $\mathbf{a} = (a_1, a_2, \ldots, a_n)$ entspricht der Anzahl an 1 im Wort:

$$w(a) = \sum_{i=1}^{n} a_i. \tag{2.6}$$

2.2 Faltungskodierung

Faltungskodes sind blockfreie Kodes, d.h. Quellzeichen werden nicht in Blöcke fester Länge unterteilt, sondern es wird ein Informationsstrom kodiert, sodass ein einziges Kodewort resultiert. Ein weiterer Unterschied zu Blockkodes besteht darin, dass Kodebits nicht nur vom aktuellen Eingangsbit abhängen, sondern auch von vorherigen Eingangsbits. Die Redundanz wird bei Faltungskodes kontinuierlich in das Kodewort eingefügt. Im Allgemeinen können Faltungskodierer beliebig viele Eingänge haben. Trotz besserer Koderate bei Kodierern mit mehreren Eingängen sind nur Kodierer mit einem Eingang von praktischer Relevanz. Im Folgenden werden nur noch Faltungskodierer mit einem Eingang betrachtet.

2.2.1 Kodiererdarstellung und Kodierung

Faltungskodierer lassen sich einfach durch ein Schieberegister und mehrere logische XOR-Gatter darstellen. Bei einem Faltungskodierer mit N Ausgängen und einem Schieberegister der Länge M wird ein Eingangsbit $u \in \{0, 1\}$ in eine Kodesequenz $\mathbf{v}$ der Länge N $\left(\mathbf{v} \in \{0, 1\}^N\right)$ kodiert. Es ergibt sich somit eine Koderate von $R = \frac{1}{N}$. Ein Ausgang wird durch ein sogenanntes *Generatorpolynom* definiert. Dieses stellt eine Linearkombination der M Elemente des Schieberegisters und dem Eingangssignal dar und werden durch die XOR-Gatter abgebildet. Alle Generatorpolynome werden in einer *Generatormatrix*

$$G = (g_1, g_2, \ldots, g_N) \tag{2.7}$$

angegeben, wobei das Generatorpolynom g_i den Ausgang i definiert. Zur Definition eines Faltungskodierers im späteren Programm müssen die oktalen Generatorpolynome angegeben werden.
Ein weiterer wichtiger Parameter von Faltungskodes ist die *Einflusslänge* (constraint length). Diese gibt an, wie oft sich ein Eingangsbit auf die Kodierung auswirkt und wird durch die Länge des Schieberegisters bestimmt. Ein Eingangsbit beeinflusst $M + 1$ mal die Kodierung.

Die Verhaltensweise eines Faltungskodierers kann weiters durch seinen *Zustandsgraphen* beschrieben werden. Ein Zustand entspricht einer bestimmten Bitbelegung des

Schieberegisters. Für einen Faltungskodierer mit einem Schieberegister der Länge M ergeben sich 2^M Zustände. Faltungskodierer starten, falls nicht explizit angegeben, im Nullzustand, d.h. die Elemente des Schieberegisters sind mit 0 initialisiert.

Beispiel 1. *Ein Faltungskodierer ist gegeben durch das Schaltbild bzw. Zustandsdiagramm in Abbildung 2.2. Der Faltungskodierer besitzt die Generatormatrix*

$$G = (7_8, 5_8) = \begin{pmatrix} 111 \\ 101 \end{pmatrix} = \left(1 + D + D^2, 1 + D^2\right)$$

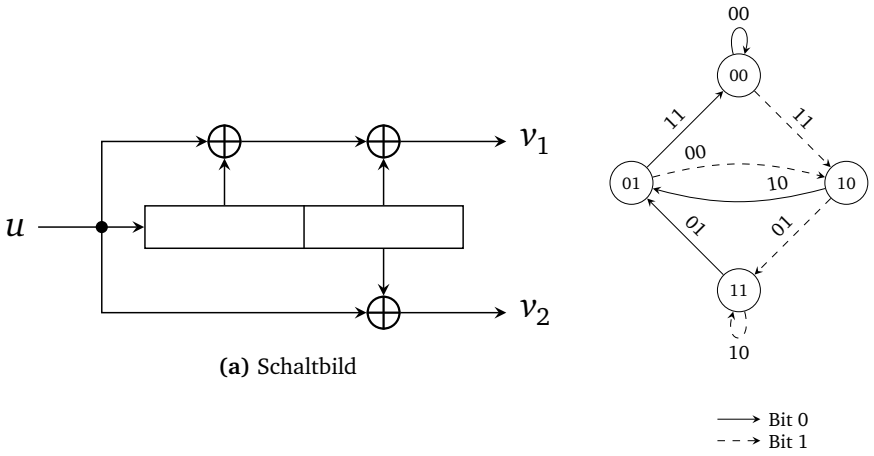
Beispiel 1 zeigt die verschiedenen Notationen für die Generatormatrix. Die am häufigsten verwendete Schreibweise ist die Darstellung der Generatorpolynome in oktaler Form. Dabei werden die Polynome in binärer Schreibweise konzise zu oktalen Zahlen zusammengefasst. Bei der binären Schreibweise entspricht die Bitposition des Polynoms dem Element im Schaltbild, d.h. das MSB[1] des Polynoms steht für das Eingangssignal, das LSB[2] des Polynoms steht für den Inhalt des letzten (am weitesten rechts liegenden) Elements des Schieberegisters. In die Linearkombination zur Definition des Ausgangssignals werden jene Elemente miteinbezogen, an deren Stelle im binären Polynom eine 1 steht. [2] führt als Notation die binären Polynome über der Variable D („delay“) ein. Das Eingangssignal und die Schieberegisterelemente entsprechen einer Potenz von D, wobei das Eingangssignal D^0 und das letzte Schieberegisterelement D^M entspricht. Das Generatorpolynom ergibt sich aus der Summe aller Potenzen deren Elemente Teil der Linearkombination sind.
Weiters wird das Zustandsdiagramm abgebildet. Die Knoten stellen die Zustände des Kodierer, d.h. die Belegungen des Schieberegisters, dar. Die gerichteten Kanten entsprechen einem Übergang bei einem Eingangsbit, wobei eine durchgezogene Kante einer 0 als Eingangsbit entspricht, eine gestrichelte Kante einer 1. Die Kantenbewertungen entsprechen den Ausgangsbits.

Beispiel 2. *Gegeben sei der Faltungskodierer aus Beispiel 1. Eine Nachricht* $\mathbf{u} = (110100)$ *wird in den Kode* $\mathbf{v} = (11\ 01\ 01\ 00\ 10\ 11)$ *kodiert.*

2.2.2 Dekodierung

Zur Dekodierung von Faltungskodes wird der *Viterbi-Algorithmus* angewendet. Der Algorithmus verwendet zur Dekodierung einer Kodesequenz das *Trellis-Diagramm* (kurz: Trellis). Abbildung 2.3 zeigt das Trellis zur Kodierung der Nachricht aus Beispiel 2.
Das Trellis ist eine Erweiterung des Zustandsdiagramms um eine Zeitachse (x-Achse).

[1] Most Significant Bit
[2] Least Significant Bit



(a) Schaltbild

(b) Zustandsdiagramm

Abbildung 2.2 – Beispiel für Faltungskodierer

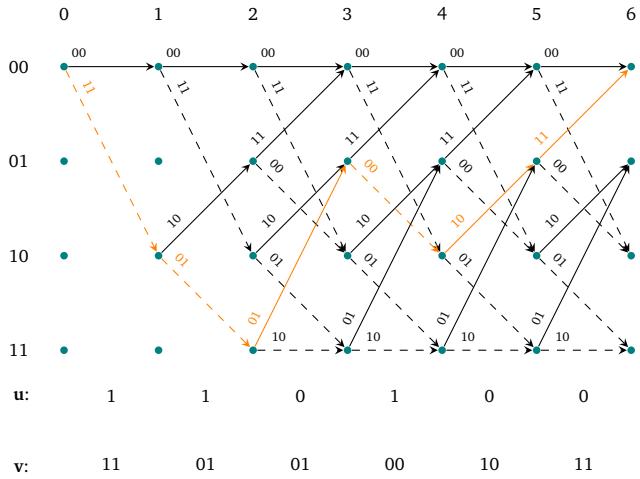


Abbildung 2.3 – Trellis für die Kodierung aus Beispiel 2.

Die Zustände sind auf der y-Achse aufgetragen. Das Diagramm startet wie die Kodierung im Nullzustand. Ein durchgezogener Pfeil entspricht einer 1 als Eingangsbit, ein gestrichelter Pfeil einer 0 als Eingangsbit. Die Pfeile sind wiederum mit den entsprechenden Ausgangsbits, die das Kodewort ergeben, bewertet.

Der Viterbi-Algorithmus verwendet das Trellis zur Dekodierung eines empfangenen Kodes. Dabei wird für den empfangenen Kode im Trellis jener Pfad gesucht der eine bestimmte Metrik minimiert bzw. maximiert. Die Metrik hängt von der Art der Dekodierung ab. Es wird zwischen der *hard decision* Dekodierung und *soft decision* Dekodierung unterschieden.

2.2.2.1 hard decision

Die hard decision Dekodierung sucht den Pfad mit der geringsten Anzahl an Bitfehlern im Trellis. Der Algorithmus startet im Nullzustand und durchläuft das Trellis von links nach rechts. Es werden die Metriken der Kanten berechnet. Für eine Kante die einen Zustand s zum Zeitpunkt t mit einem Zustand s' zum Zeitpunkt $t+1$ verbindet, ist die Metrik die Hamming-Distanz zwischen der Bewertung der Kante zwischen s und s' und dem zum Zeitpunkt t empfangenen Teil des Kodes. Die Metrik eines Pfads im Trellis ist die Summe der Kantenmetriken des Pfads. Daher wird der Pfad mit der minimalen Metrik gesucht. Zu jedem Zeitpunkt wird in allen Zuständen die Pfadmetrik zu diesem Zustand berechnet. Treffen zwei Pfade aufeinander, wird der Pfad mit der größeren Hamming-Distanz verworfen.
Am Ende erhält man durch *Backtracking* die dekodierte Nachricht. Beginnend bei der niedrigsten Metrik am Ende des Trellis, wird der Pfad zum Nullzustand rückwärts durchlaufen. Als Ergebnis resultiert die Nachricht, dessen Kode die geringste Hamming-Distanz zum empfangenen Kode hat.

Beispiel 3. *Gegeben sei der Faltungskodierer aus Beispiel 1 und ein empfangenes Kodewort* $\mathbf{y} = (11\ 00\ 01\ 01\ 10\ 11)$ *welches durch Rauschen verfälscht wurde und dekodiert werden soll. Abbildung 2.4 zeigt die Dekodierung im Trellis mit den Metriken aller Pfade. Die verworfenen Pfade sind grau dargestellt. Beispielsweise ergibt sich die Metrik zum Zeitpunkt 1 im Zustand 00 durch* $0 + d(00, 11) = 2$*, im Zustand 10 durch* $0 + d(11, 11) = 0$*. Der erste Summand entspricht der Hamming-Distanz des vorigen Zustands. In Abbildung 2.5 werden die verworfenen Pfade nicht mehr angezeigt. Durch Backtracking erhält man die dekodierte Nachricht* $\mathbf{u}' = (110100)$*. Der resultierende Pfad ist orange hervorgehoben. Man erkennt aus der Metrik am Ende der Trellis, dass der empfangene Kode zwei Bitfehler enthielt.*

2.2.2.2 soft decision

Vor der Übertragung eines Kodeworts werden die Kodebits 0 bzw. 1 nach Gleichung (2.1) auf die Signalzustände +1 bzw. -1 abgebildet. Bei der hard decision Dekodierung wird vor der Dekodierung das Signal nach Gleichung (2.2) wieder zu einem Bitvektor zurück umgewandelt. Die soft decision Dekodierung lässt diese Rücktransformation aus und verwendet die exakten Signalpegel. Dadurch erzielt die soft decision Dekodierung eine noch bessere Fehlerkorrektur. Die Metrik für eine Kante, die einen Zustand s zum Zeitpunkt t mit einem Zustand s' zum Zeitpunkt $t+1$ verbindet, entspricht dem Skalarprodukt der Signalzustände der Bewertung der Kante zwischen s und s' und dem zum Zeitpunkt t empfangenen Teil des Signals. Der Viterbi-Algorithmus funktioniert analog zur soft decision Dekodierung, jedoch wird der Pfad mit der maximal Metrix gesucht. Treffen zwei Pfade aufeinander, wird

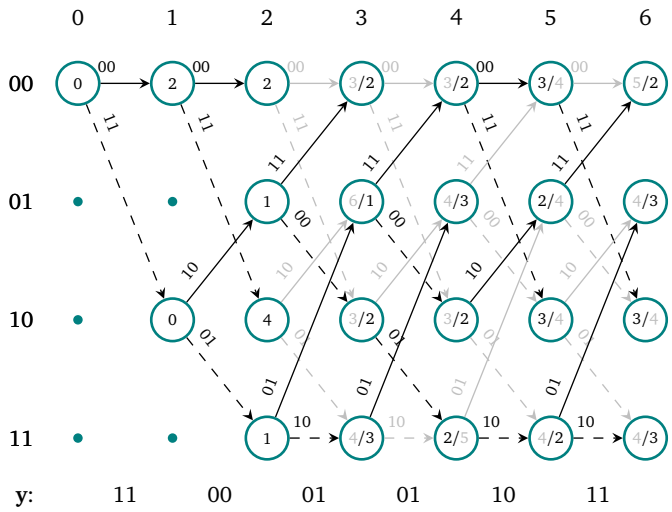


Abbildung 2.4 – Vollständiges Trellis der hard decision Dekodierung zu Beispiel 3.

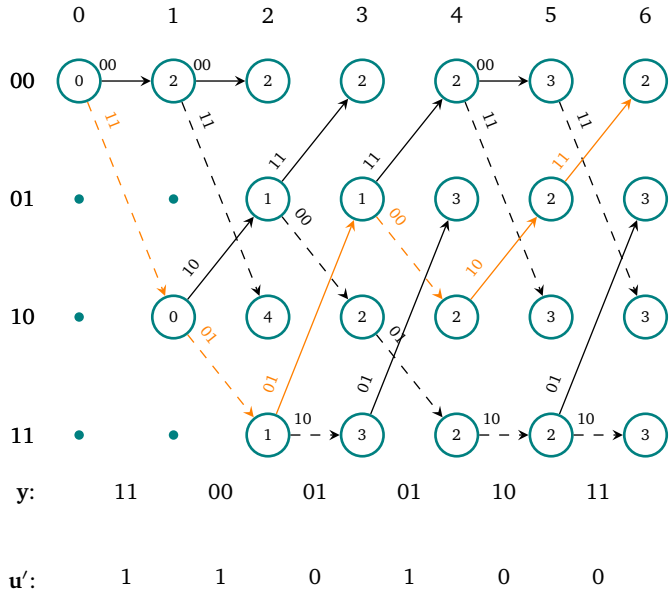


Abbildung 2.5 – Backtracking im Trellis der hard decision Dekodierung zu Beispiel 3.

der Pfad mit der kleineren Metrik verworfen. Das Backtracking beginnt hier bei der größten Metrik. Als Ergebnis resultiert die Nachricht, dessen Signal das größte Skalarprodukt mit dem empfangenen Signal hat.

Die Nachricht wird mittels *Soft-Werten* und *Hard-Werten* angegeben. Die Soft-Werte

geben neben der dekodierten Nachricht die Zuverlässigkeitswerte für die Bits an, d.h. mit welcher Wahrscheinlichkeit das Bit mit dem tatsächlich gesendeten Bit der Quellnachricht übereinstimmt. Positive Soft-Werte werden auf eine 0, negative auf eine 1 abgebildet. Der Betrag des Soft-Wertes gibt die Zuverlässigkeit an, wobei gilt, je höher der Betrag, desto zuverlässiger das dekodierte Bit. Die Hard-Werte entsprechen der Abbildung der Soft-Werte auf die Bit-Werte 0 bzw. 1. Der Viterbi-Algorithmus mit Soft-Werten wird auch SOVA (Soft Output Viterbi Algorithm) genannt. Die Berechnung der Soft-Werte ist in [5, S. 228 ff.] beschrieben.

Beispiel 4. *Gegeben sei der Faltungskodierer aus Beispiel 1 und ein empfangenes Signal* $\mathbf{y} = (-1\ -1\ 0.5\ -1\ 0.9\ -0.9\ 1\ -0.2\ -0.8\ -0.1\ -1\ -1)$*, welches durch Rauschen verfälscht wurde und dekodiert werden soll. Abbildung 2.6 zeigt die Dekodierung im Trellis mit den Metriken aller Pfade. Die verworfenen Pfade sind grau dargestellt. Beispielsweise ergibt sich die Metrik zum Zeitpunkt 1 im Zustand 00 durch* $0 + (1 \cdot (-1) + 1 \cdot (-1)) = 0 - 2 = -2$*, im Zustand 10 durch* $0 + ((-1) \cdot (-1) + (-1) \cdot (-1)) = 0 + 2 = 2$*. Der erste Summand entspricht der Metrik des vorigen Zustands. Die Bits der Kantenbewertung im Trellis müssen für die Berechnung des Skalarprodukts auf die Signalzustände +1 bzw. -1 abgebildet werden. In Abbildung 2.7 werden die verworfenen Pfade nicht mehr angezeigt. Durch Backtracking erhält man die dekodierte Nachricht* $\mathbf{u}' = (110100)$*. Der resultierende Pfad ist orange hervorgehoben.*

2.2.3 Katastrophale Faltungskodierer

Sei $\mathbf{u}$ eine Nachricht, die mit den Generatorpolynomen in G zum Kode $\mathbf{v}$ kodiert wird. Nach der Übertragung erhält der Dekodierer den Kode $\mathbf{y}$, der aufgrund von Rauschen verändert sein könnte. Der Dekodierer findet ein Kodewort $\mathbf{v}'$ welches $\mathbf{v}$ am nächsten ist. Aus $\mathbf{v}'$ kann die Schätzung $\mathbf{u}'$, die möglichst $\mathbf{u}$ entspricht, berechnet werden. Dies ist bei einer fehlerfreien Übertragung, d.h. $\mathbf{v}' = \mathbf{v}$, sicherlich der Fall. Im Folgenden wird der Fall $\mathbf{v}' \neq \mathbf{v}$ untersucht:
Zu erwarten wäre, wenn sich $\mathbf{v}'$ und $\mathbf{v}$ in endlich vielen Stellen unterscheiden, dass sich auch $\mathbf{u}'$ und $\mathbf{u}$ in endlich vielen Stellen unterscheiden. Wenn sich $\mathbf{u}'$ und $\mathbf{u}$ in unendlich vielen Stellen unterscheiden, wäre das „katastrophal“. Ein Faltungskodierer wird katastrophal genannt, wenn es eine Nachricht mit unendlichem Hamming-Gewicht gibt, sodass sein Kode endliches Hamming-Gewicht hat. Katastrophale Kodierer sind zu vermeiden, da eine endliche Anzahl an Übertragungsfehler zu einer unendlichen Anzahl an Dekodierfehler führen kann. [2, S. 569]

Zur Überprüfung, ob ein Kodierer katastrophal ist, hilft das Theorem von Massey-Sain [2, S. 570]. Sei ein Faltungskodierer mit einem Eingang und der Generatormatrix G als Polynome über D gegeben. Der Kodierer ist nicht katastrophal genau dann, wenn der größte gemeinsame Teiler der Generatorpolynome eine Potenz von D ist.

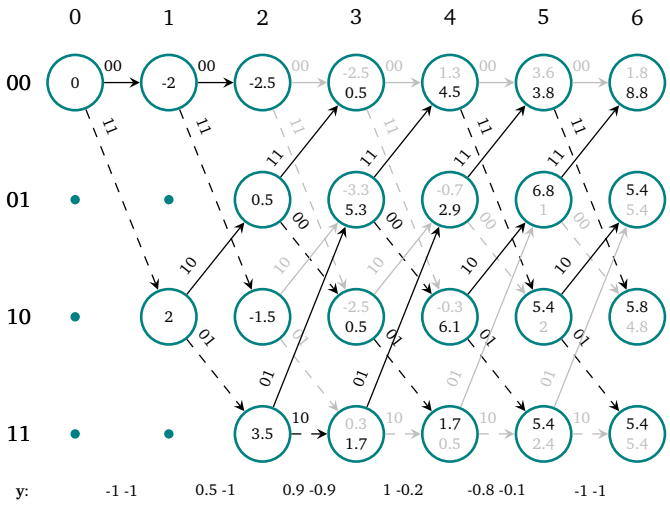


Abbildung 2.6 – Vollständiges Trellis der soft decision Dekodierung zu Beispiel 4.

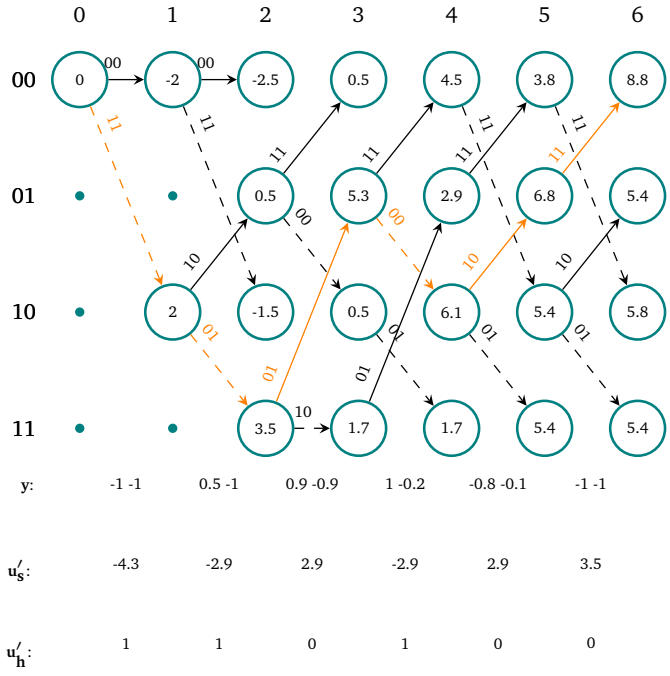
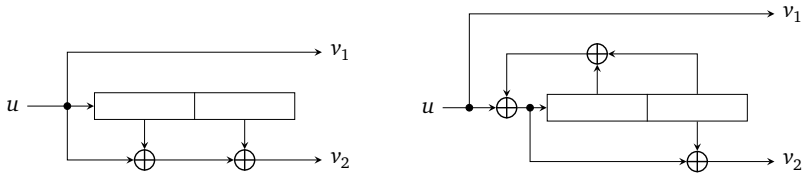


Abbildung 2.7 – Backtracking im Trellis der hard decision Dekodierung zu Beispiel 4.

2.2.4 Systematische Faltungskodierer

Bei systematischen Faltungskodierern entspricht ein Ausgang dem Eingangssignal. Die Quellinformation ist somit explizit im Kodewort enthalten. Abbildung 2.8a



$G = (4_8, 7_8)$

(a) Systematischer Faltungskodierer

$G = \left(1, \frac{5_8}{7_8}\right)$

(b) Rekursiv Systematischer Faltungskodierer

Abbildung 2.8 – Verschiedene Faltungskodierertypen

zeigt einen systematischen Faltungskodierer mit der Generatormatrix $G = (4_8, 7_8)$. Systematische Faltungskodierer sind nie katastrophal, sie sind jedoch weniger robust wie nichtsystematische Faltungskodierer. [5, S. 217]

2.2.5 Rekursiv systematische Faltungskodierer

Rekursiv systematische Faltungskodierer (RSC-Kodierer[3]) weisen sowohl einen systematischen Ausgang, als auch eine Rückkopplung des Schieberegisters zum Eingang vor. Aus Letzterem ergibt sich eine unendliche Einflusslänge. Das Eingangssignal ist wie bei allen systematischen Kodierern explizit im Kodewort enthalten. RSC-Kodierer sind aufgrund ihrer Verwendung in Turbo-Kodes von großer Bedeutung.
Die Generatormatrix eines RSC-Kodierers mit einem Eingang wird folgendermaßen angegeben:

$$G = \left(1, \frac{g_1}{g_0}, \ldots, \frac{g_{N-1}}{g_0}\right) \tag{2.8}$$

Zumeist befindet sich an erster Stelle eine 1, welche den systematischen Ausgang notiert. Das Polynom g_0 definiert die Rückkopplung des Kodierers. Die Polynome g_1 bis g_{N-1} stellen die Polynome der nichtsystematischen Ausgänge dar [3]. Zur Definition eines RSC-Kodierers im späteren Programm müssen die oktalen Generatorpolynome der nichtsystematischen Ausgänge sowie der Rekursion angegeben werden. Das Polynom des systematischen Ausgangs muss nicht angegeben werden. Abbildung 2.8b zeigt einen rekursiv systematischen Faltungskodierer für die Generatormatrix $G = \left(1, \frac{5_8}{7_8}\right)$.

2.2.6 Terminierung

Die Terminierung bezeichnet das Zurückkehren des Kodierers (nach der vollständigen Kodierung einer Nachricht) in den Nullzustand. Dazu wird das Schieberegister mit

[3] Recursive Systematic Convolutional Coder

M 0-Bits befüllt. Die Terminierung wirkt sich positiv auf die Fehlerkorrekturfähigkeit bei der Dekodierung aus, da der Endzustand im Trellis immer der Nullzustand ist und somit bekannt ist. Jedoch geschieht dies auf Kosten der Koderate R, die durch die Terminierung sinkt. Die Koderate des terminierten Kodes R_t berechnet sich für eine nicht terminierte Nachricht $\mathbf{u} = (u_1, u_2, \ldots, u_k)$ wie folgt:

$$R_t = \frac{k}{M+k} R \tag{2.9}$$

Für lange Nachrichten ist $R_t \approx R$ und kann daher vernachlässigt werden.

Beispiel 5. *Gegeben sei die Nachricht* $\mathbf{u} = (110100)$ *aus Beispiel 2. Die Kodierung der terminierten Nachricht ist in Abbildung 2.9 zu sehen und ergibt das Kodewort* $\mathbf{v} = (11\ 01\ 01\ 00\ 10\ 11\ 00\ 00)$.

2.2.7 Punktierung

Zur Erhöhung der Koderate R eines Kodes gibt es die Möglichkeit der Punktierung. Dabei werden bestimmte Bits vor der Übertragung anhand der sogenannten *Punktierungsmatrix* $P \in \{0,1\}^{N \times \frac{p}{N}}$ gestrichen, wobei p als Periode der Punktierungsmatrix bezeichnet wird und P spaltenweise durchlaufen wird. Das Gewicht der Matrix $w(P)$ entspricht der Anzahl nicht punktierter Kodebits je Periode, d.h. der Anzahl an 1 in P. [5, S. 218]

Die Koderate des punktierten Kodes R_p berechnet sich wie folgt:

$$R_p = \frac{p}{w(P)} R \tag{2.10}$$

Vor der Dekodierung erfolgt die Depunktierung, d.h. die punktierten Kodebits werden wieder eingefügt. Bei der soft decision Dekodierung wird der Signalwert 0, also genau zwischen den eigentlichen Signalwerten +1 und -1, an den zuvor punktierten Stellen eingefügt. Bei der hard decision Dekodierung wird das Bit 0 eingefügt.

Beispiel 6. *Gegeben sei das Kodewort* $\mathbf{v} = (11\ 01\ 01\ 00\ 10\ 11)$ *aus Beispiel 2 und die Punktierungsmatrix*

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Nach der Punktierung ergibt sich das Kodewort $\mathbf{v_p} = (11 * 10 * 00 * 01*) = (11100001)$. *Die Koderate des punktierten Kodes beträgt* $R_p = \frac{6}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$.

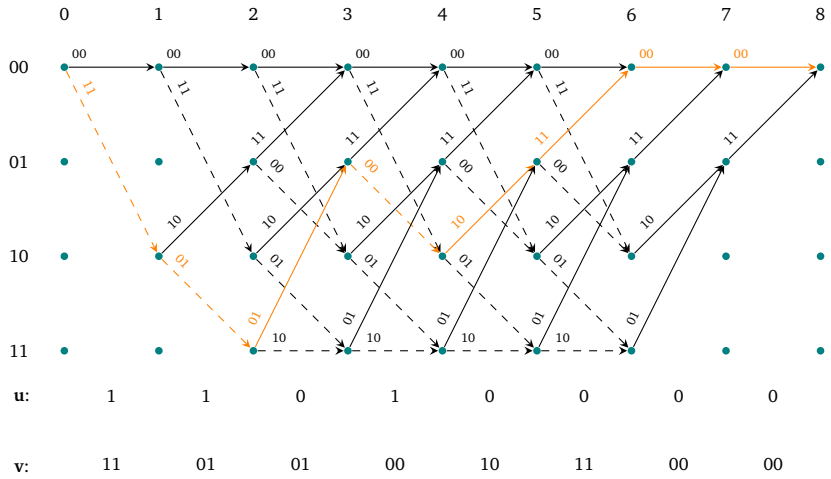


Abbildung 2.9 – Trellis für die terminierte Kodierung aus Beispiel 5.

Kapitel 3

Verwendete Technologien

Dieses Kapitel setzt sich folgendermaßen zusammen: Kapitel 3.1 behandelt die Programmiersprache R und die verwendete Entwicklungsumgebung RStudio. In Kapitel 3.2 werden die Möglichkeiten der Einbindung von C/C++-Code, v.a. mithilfe des Pakets `Rcpp`, beschrieben. Schließlich wird in Kapitel 3.3 auf die Erstellung dynamischer Dokumente und Visualisierungen mittels `RMarkdown`, LaTeX und Ti*k*Z eingegangen.

3.1 R, RStudio, Pakete

R ist eine, im Jahre 1992 entwickelte, schwach und dynamisch typisierte Programmiersprache, die vor allem in der Statistik für die Analyse von großen Datenmengen Anwendung findet. Ein weiteres Motiv für die Verwendung von R sind die vielseitigen Möglichkeiten, bei gleichzeitig einfacher Handhabung, graphischer Darstellungen großer Datenmengen. R-Code wird nicht kompiliert, sondern nur interpretiert und ist daher platformübergreifend verwendbar. Datentypen müssen zur Übersetzungszeit nicht bekannt sein. Die Typüberprüfung findet zur Laufzeit statt. Diese Eigenschaft erschwert das Finden von Fehlern im Code erheblich.

Der Funktionsumfang der Sprache kann durch sogenannte Pakete erweitert werden. Bei der Installation von R sind die wichtigsten Pakete inkludiert. Über Repositories wie CRAN[4] oder GitHub sind über 8000 zusätzliche Pakete (Stand: Mai 2016) für die verschiedensten Anwendungsbereiche verfügbar. Diese Vielfalt an Paketen ist ein Grund für den Erfolg von R [8]. Pakete werden laufend aktualisiert und verbessert. Selbst entwickelte Pakete können via CRAN für andere Entwickler veröffentlicht werden, müssen jedoch strenge Auflagen zur Aufrechterhaltung der Konsistenz bei Inhalt, Form und Dokumentation der Pakete einhalten [4].

[4] The Comprehensive R Archive Network: `https://cran.r-project.org/`

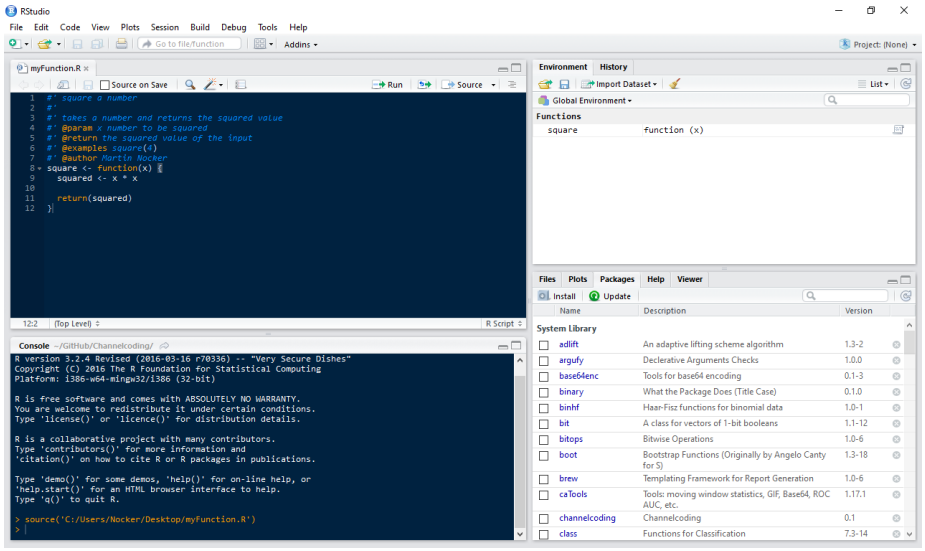


Abbildung 3.1 – RStudio Standardansicht

Ein wichtiges Paket, welches im Rahmen dieser Arbeit verwendet wurde, ist `roxygen`. Mithilfe dieses Pakets wird, ähnlich wie JavaDoc für Java, durch spezielle Kommentare und Annotations überhalb der Paketfunktionen automatisch die Paketdokumentation erstellt. Die `roxygen`-Kommentare der Paketfunktionen, die für wartbaren Code ohnehin unabdingbar sind, sind für den Entwickler erheblich angenehmer, als die Paketdokumentation von Hand zu schreiben. Roxygen-Kommentare werden durch das Kommentarsymbol `#'` am Zeilenbeginn eingeleitet. Zu den wichtigsten Annotations gehören jene für die Beschreibung der Parameter (`@param`) und Rückgabewerte (`@return`) sowie Beispiele zur Ausführung der Funktion (`@examples`). Weiters wird über die `@export` Annotation geregelt, welche Funktionen nach Auslieferung des Pakets von außen aufrufbar sind.

Ein weiteres hilfreiches Paket ist das `devtools`-Paket. Dieses Paket stellt Funktionen für die Erstellung (Build) von Paketen zur Verfügung und beschleunigt so den Build-Workflow für den Entwickler.

RStudio ist eine freie und open-source Entwicklungsumgebung für R. RStudio verfügt über alle notwendigen Funktionalitäten für die Softwareentwicklung mit R und bietet darüber hinaus Funktionen für eine vereinfachte Entwicklung von R-Paketen an. Abbildung 3.1 zeigt die Version 0.99.893.

3.2 C++, Rcpp

Vorteile von R wie die einfache Analyse von Datenmengen kommen mit einem Nachteil: R ist keine schnelle Sprache. Typische Flaschenhälse sind Schleifen und rekursive Funktionen. Die Performance kann in solchen Fällen durch Auslagern von Funktionen und Algorithmen in C oder C++ erheblich verbessert werden, da der Code kompiliert und somit optimiert werden kann anstatt nur interpretiert zu werden.
R bietet drei Möglichkeiten C/C++-Code aufzurufen:

- `.C`-Schnittstelle
- `.Call`-Schnittstelle
- `Rcpp`-Paket

Die `.C`-Schnittstelle ist die einfachste Variante C-Code auszuführen, jedoch auch jene mit den größten Einschränkungen. Im C-Code sind keinerlei R-Datentypen oder R-Funktionen bekannt. Alle Argumente sowie der Rückgabewert müssen als Zeiger in der Parameterliste übergeben werden, deren Speicher vor dem Aufruf reserviert werden muss.

Bei der `.Call`-Schnittstelle handelt es sich um eine Erweiterung der `.C`-Schnittstelle. Die Implementierung ist komplexer, dafür sind R-Datentypen verfügbar und es gibt die Möglichkeit eines Rückgabewerts mittels `return` Statement. [8]

Sowohl bei der `.C`-Schnittstelle als auch bei der `.Call`-Schnittstelle muss der C-Code vor dem Aufruf per Hand kompiliert und in der R Session geladen werden. Das `Rcpp`-Paket ermöglicht die Verwendung von C++-Code ohne diesen Aufwand. Im C++-Code stehen R-Datentypen wie Vektoren, Matrizen oder Listen ohne komplizierte Syntax zur Verfügung. Die Funktionsaufrufe sehen, im Gegensatz zu den C-Schnittstellen, wie normale R-Funktionsaufrufe aus und machen dadurch den Code erheblich lesbarer. Weiters stehen Vektorfunktionen zur Verfügung, d.h. eine auf einen Vektor angewandte Funktion wird auf jedes Vektorelement ausgeführt und erspart somit beispielsweise eine Schleife. Bei der Entwicklung eines eigenen Pakets ist es bei der Verwendung des `Rcpp`-Pakets zusammen mit RStudio sehr einfach C++-Code zu integrieren. Durch all diese Vorteile ist das `Rcpp`-Paket die zu wählende Schnittstelle. Während der Paketerzeugung kompiliert RStudio automatisch alle C++-Dateien und erstellt automatisch Wrapper-Funktionen, die den Zugriff auf die Funktionen erleichtern.

Die C++-Datei muss mit folgenden Zeilen starten:

```
#include <Rcpp.h>
using namespace Rcpp;
```

Darüber hinaus muss jede Funktion, die in R verfügbar sein soll muss folgenden Präfix erhalten:

```
// [[Rcpp::export]]
```

Die genaue Verwendung des Rcpp-Pakets ist in [7] beschrieben.

3.3 RMarkdown, LaTeX, Ti*k*Z

Zur Erstellung von dynamischen Dokumenten wird das Paket RMarkdown verwendet. Durch die Kombination der Syntax von Markdown, R, und LaTeX ergibt sich ein flexibles und einfaches Werkzeug. Die unterstützen Ausgabeformate beinhalten u.a. HTML, PDF, MS Word und Beamer (Präsentationen).

Abbildung 3.2 zeigt den Workflow für die Generierung eines dynamischen Dokuments mittels RMarkdown. Der Markdown-, R- und LaTeX-Code wird zusammen mit dem gewünschten Ausgabeformat, wobei mehrere Angaben möglich sind, in die RMarkdown-Datei (Dateiendung .rmd) geschrieben. Die RMD-Datei wird dem knitr-Paket übergeben, welches den R-Code ausführt und eine neue Markdown-Datei (Dateiendung .md) erstellt, die den R-Code und dessen Ergebnisse beinhaltet. Die erzeugte Markdown-Datei wird von pandoc weiterverarbeitet, das für die Erstellung des endgültigen Dokuments im gewünschten Format zuständig ist. Bei der Verwendung von RStudio ist pandoc automatisch verfügbar. Den eben beschriebenen Ablauf kapselt das RMarkdown-Paket in einen einzigen render-Funktionsaufruf.

Für die Erzeugung dynamischer Grafiken wird das LaTeX-Sprachpaket Ti*k*Z verwendet. Mithilfe des Dokumenttyps Beamer in LaTeX lassen sich Präsentationen erstellen. Die Grafiken und Inhalte können dadurch dynamisch ein- oder ausgeblendet, sowie farblich hervorgehoben werden. Dies ist insofern wertvoll, da Informationen, die Schritt für Schritt vervollständigt werden, es dem Benutzer leichter machen den Ablauf nachzuvollziehen. Damit Benutzer des R-Pakets dieser Arbeit die Prinzipien von Faltungskodes besser verstehen können, werden die Visualisierungen der Kodierung und Dekodierung sukzessive eingeblendet.

Abbildung 3.2 – RMarkdown Überblick, Quelle: [1]

Kapitel 4

Implementierung

Dieses Kapitel gibt einen Einblick in die Konzepte der Implementierung. Als Einstiegspunkt stand eine Referenzimplementierung[5] zur Verfügung, die den Dekodier-Algorithmus für Turbo-Kodes beinhaltet, jedoch für ein konkretes Beispiel. Dieser musste angepasst werden um für allgemeine Faltungskodes verwendbar zu sein.

Kapitel 4.1 beinhaltet den Entwurf der Faltungskodierer-Datenstruktur. [TODO: Fertigstellung]

4.1 Faltungskodierer

Ein Faltungskodierer ist gegeben durch

- N: Anzahl an Ausgangsbits je Eingangsbit,
- M: Länge des Schieberegisters,
- G: Vektor von Generatorpolynomen.

Die Angabe von M ist hier redundant, jedoch Teil der Benutzereingabe zur Generierung eines Faltungskodierers, welche durch [3] inspiriert wurde.

Zur leichteren Implementierung der Kodierung und Dekodierung wird die Kodierer-Datenstruktur um folgende Elemente erweitert:

- eine *Zustandsübergangsmatrix*, die angibt, in welchen Zustand der Kodierer bei einem Eingangsbit wechselt,
- eine *inverse Zustandsübergangsmatrix*, die angibt, aus welchem Zustand der Kodierer bei einem Eingangsbit kommt,

[5] `http://vashe.org/turbo/turbo_example.c` (01.06.2016)

- eine *Ausgabematrix*, die angibt, welche Kodebits der Kodierer bei einem Eingangsbit in einem bestimmten Zustand ausgibt,
- ein Flag zur Markierung rekursive systematischer Kodierer (RSC, siehe Kapitel 2.2.5),
- ein *Terminierungsvektor* die für rekursiver systematische Kodierer angibt, ob ein Eingangsbit 0 oder 1 in einem bestimmten Zustand für die Terminierung zu verwenden ist.

Die Implementierung der Matrizen wurde aus der Referenzimplementierung übernommen, musste jedoch erweitert werden, um für allgemeine Faltungskodes verwendbar zu sein. Für alle gilt, die Anzahl an Zeilen entspricht der Anzahl an Zuständen 2^M. Der Zeilenindex entspricht dem Zustand. Die Zustandsübergangsmatrix sowie die Ausgabematrix besitzen jeweils zwei Spalten. Je eine Spalte steht für ein Eingangsbit (0 oder 1), wobei der Spaltenindex dem Eingangsbit entspricht. Die inverse Zustandsübergangsmatrix benötigt eine dritte Spalte. Für viele Kodierer (v.a. nicht-rekursive) tritt der Fall ein, dass nur durch ein bestimmtes Eingangsbit in einen bestimmten Zustand gewechselt werden kann. Sei ein Zustand bspw. nur durch das Eingangsbit 0 erreichbar, so bedeutet das, dass es für diesen Zustand mit dem Bit 0 zwei Vorgängerzustände gibt, für ein Eingangsbit 1 jedoch keinen Vorgänger. Diese zweite Möglichkeit wird in der dritten Spalte gespeichert.

Der Terminierungsvektor ist für nicht-rekursive Kodierer nicht notwendig, da ein Kode eines solchen Kodierers immer mit M 0-Bits terminiert wird. Bei einem rekursiven Kodierer ist es nicht trivial zu sagen mit welchem Eingangsbit in einem bestimmten Zustand terminiert wird, um den Kodierer in den Nullzustand zu bringen. Dies hängt von der Definition des Rekursionpolynoms ab. Der Terminierungsvektor wird bei der Erzeugung rekursiver Kodierer berechnet.

Bei der Erzeugung von Faltungskodierern ist zu prüfen ob es sich um einen katastrophalen Kodierer handelt. RSC-Kodierer sind, wie in Kapitel 2.2.4 beschrieben, nicht zu prüfen. Zur Prüfung wird nach dem Theorem von Massey-Sain (siehe Kapitel 2.2.3) der größte gemeinsame Teiler der Generatorpolynome berechnet. Die Berechnung des größten gemeinsamen Teilers wurde mithilfe des euklidschen Algorithmus implementiert. Sowohl der euklidsche Algorithmus als auch die dafür notwendige binäre Polynomdivision wird an eine C++-Funktion delegiert.

4.2 Kodierung

Bei Faltungskodes stellt die Kodierung den bei Weitem einfacheren Teil dar. Es muss lediglich jedes Bit der zu kodierenden Nachricht zusammen mit dem aktuellen Zustand, der nach jedem Bit mithilfe der Zustandsübergangsmatrix aktualisiert wird, auf die Ausgabematrix angewendet werden. Die Terminierung funktioniert analog, einzig das zu kodierende Bit muss ermittelt werden. Für RSC-Kodierer muss im Terminierungsvektor nachgeschaut werden, andernfalls ist das Terminierungsbit immer 0. Abgeschlossen wird die Kodierung mit dem Abbilden der Kodebits 0 bzw. 1 auf die Signalwerte +1 bzw. -1 nach Gleichung (2.1). Algorithmus 1 zeigt den Kodierungsalgorithmus.

```
1:  state = 0, code = result = " "
2:  for each bit in message do
3:      output = output.matrix[state][bit]
4:      code = concat(code, output)
5:      state = state.transition.matrix[state][bit]
6:  end for
7:  if terminate code then
8:      for i = 0 to M − 1 do
9:          termination.bit = rsc-coder ? termination.vector[state] : 0
10:         output = output.matrix[state][termination.bit]
11:         code = concat(code, output)
12:         state = state.transition.matrix[state][termination.bit]
13:     end for
14: end if
15: for each bit in code do
16:     signal = 1 − 2bit
17:     result = concat(result,signal)
18: end for
19: return result
```

Algorithmus 1 – Faltungskodierung

4.3 Dekodierung

Die Dekodierung stellt den wesentlich komplexeren Teil der Faltungskodes dar.

1: $NUM_STATES = 2^M$
2: **for** $t = 1$ **to** $length$(message) **do**
3: **for** $s = 0$ **to** $NUM_STATES - 1$ **do**
4: $m_1 =$ metric[t-1][prev.state1] + δ_1
5: $m_2 =$ metric[t-1][prev.state2] + δ_2
6: metric[t][s] $= min(m_1, m_2)$
7: survivor.bit $= xyz(0, 1, min(min(m_1, m_2))$
8: **end for**
9: **end for**
10: **return** result

Algorithmus 2 – Faltungsdekodierung

4.4 Rauschen

Um auch zeigen zu können, dass die Dekodierung auch tatsächlich für verrauschte Signale funktioniert, benötigt es eine Funktion, die die Übertragung einer Nachricht über einen verrauschten Kanal simuliert, d.h. das Signal mit Rauschen überlagert. Zum Signal soll ein additives weißes gaußsches Rauschen (AWGR oder AWGN[6]) addiert werden um dieses zu verfälschen. [6] stellt eine alternative Implementierung zur eingebauten AWGN-Funktion in Matlab vor. Die Implementierung wurde übernommen bzw. nach R übersetzt. Durch die Möglichkeit das Signal-Rausch-Verhältnis über einen Parameter zu steuern, können verschiedene Übertragungskanäle simuliert und Nachrichten somit verschieden stark verrauscht werden. Der Benutzer kann dadurch herausfinden, ab wann eine Nachricht zu viel Rauschen enthält, um sie korrekt dekodieren zu können. Weiters kann nach mehrfacher Ausführung auf Fehlermuster geschlossen werden, mit denen die Dekodierung gut bzw. schlecht umgehen kann. Durch Versuche mit anderen Kanalkodierungs-Methoden können Vergleiche mit diesen angestellt werden. Die genannten Punkte helfen dem Benutzer sein Verständnis für Faltungskodes noch besser zu stärken.

4.5 Punktierung

Punktierung leicht, jedoch Depunktierung vor der Dekodierung nicht trivial.

4.6 Visualisierung

[6] additive white Gaussian noise

Kapitel 5

R-Paket Schnittstelle

In diesem Kapitel wird die Schnittstelle für den Benutzer erläutert. Kapitel 5.1 listet Funktionen zur Erzeugung von Faltungskodierern, der Kodierung, Dekodierung und Simulation von Faltungskodes. Kapitel 5.2 beinhaltet Hilfsfunktionen für Faltungskodes. Schließlich beschreibt Kapitel 5.3 weitere nützliche Funktionen der Kanalkodierung.

5.1 Faltungskodierung

5.1.1 ConvGenerateEncoder

ConvGenerateEncoder
`ConvGenerateEncoder(N, M, generators)` Erzeugt einen Faltungskodierer für nichtrekursive Faltungskodes. **Argumente:** `N` - Anzahl an Ausgangssymbole je Eingangssymbol. `M` - Länge des Schieberegisters des Kodierers. `generators` - Vektor der N oktale Generatorpolynome enthält (ein Polynom je Ausgangssymbol, siehe Kapitel 2.2.1). **Rückgabewert:**

Faltungskodierer, abgebildet als Liste mit folgenden Feldern:
- *N*: Anzahl an Ausgangssymbole je Eingangssymbol
- *M*: Länge des Schieberegisters des Kodierers
- *generators*: Generatorpolynomvektor
- *next.state*: Zustandsübergangsmatrix
- *prev.state*: inverse Zustandsübergangsmatrix
- *output*: Ausgabematrix
- *rsc*: RSC-Flag (`FALSE`)
- *termination*: Terminierungsvektor (`logical(0)`)

Funktion 5.1 – ConvGenerateEncoder

5.1.2 ConvGenerateRscEncoder

ConvGenerateRscEncoder

`ConvGenerateRscEncoder(N, M, generators)`

Erzeugt einen Faltungskodierer für rekursiv systematische Faltungskodes (RSC-Kodierer).

Argumente:
`N` - Anzahl an Ausgangssymbole je Eingangssymbol.
`M` - Länge des Schieberegisters des Kodierers.
`generators` - Vektor der oktale Generatorpolynome enthält (ein Polynom je nicht-systematischen Ausgang und ein Polynom für die Rekursion, siehe Kapitel 2.2.5).

Rückgabewert:
Faltungskodierer, abgebildet als Liste mit folgenden Feldern:
- *N*: Anzahl an Ausgangssymbole je Eingangssymbol
- *M*: Länge des Schieberegisters des Kodierers
- *generators*: Generatorpolynomvektor
- *next.state*: Zustandsübergangsmatrix
- *prev.state*: inverse Zustandsübergangsmatrix
- *output*: Ausgabematrix
- *rsc*: RSC-Flag (`TRUE`)
- *termination*: Terminierungsvektor

Funktion 5.2 – ConvGenerateRscEncoder

5.1.3 ConvEncode

ConvEncode

`ConvEncode(message, conv.encoder, terminate, punctuation.matrix, visualize)`
 	
Erzeugt einen Faltungskode aus einer unkodierten Nachricht.
 	
Argumente:
`message` - Nachricht die kodiert wird.
`conv.encoder` - Faltungskodierer der für die Kodierung verwendet wird.
`terminate` - Markiert ob der Kode terminiert werden soll. Standard: `TRUE`
`punctuation.matrix` - Wenn ungleich `NULL` wird die kodierte Nachricht mit der Punktierungsmatrix punktiert. Standard: `NULL`
`visualize` - Wenn `TRUE` wird ein PDF-Bericht der Kodierung erstellt. Standard: `FALSE`
 	
Rückgabewert:
Die kodierte Nachricht mit den Signalwerten +1 und -1 welche die Bits 0 und 1 darstellen. Falls punktiert wurde Liste mit dem Originalkode (nicht punktiert) und dem punktiertem Kode.

Funktion 5.3 – ConvEncode

5.1.4 ConvDecodeSoft

ConvDecodeSoft

`ConvDecodeSoft(code, conv.encoder, terminate, punctuation.matrix, visualize)`
 	
Dekodiert einen Faltungskode mittels soft decision Dekodierung.
 	
Argumente:
`code` - Faltungskode der dekodiert wird.
`conv.encoder` - Faltungskodierer der für die Kodierung verwendet wurde.
`terminate` - Markiert ob der Kode terminiert ist. Standard: `TRUE`

`punctuation.matrix` - Wenn ungleich `NULL` wird der Kode vor der Dekodierung depunktiert. Standard: `NULL`
`visualize` - Wenn `TRUE` wird ein PDF-Bericht der Dekodierung erstellt. Standard: `FALSE`

Rückgabewert:
Liste die die Soft-Werte und Hard-Werte der dekodierten Nachricht enthält.

Funktion 5.4 – ConvDecodeSoft

5.1.5 ConvDecodeHard

ConvDecodeHard

`ConvDecodeHard(code, conv.encoder, terminate, punctuation.matrix, visualize)`

Dekodiert einen Faltungskode mittels hard decision Dekodierung.

Argumente:
`code` - Faltungskode der dekodiert wird.
`conv.encoder` - Faltungskodierer der für die Kodierung verwendet wurde.
`terminate` - Markiert ob der Kode terminiert ist. Standard: `TRUE`
`punctuation.matrix` - Wenn ungleich `NULL` wird der Kode vor der Dekodierung depunktiert. Standard: `NULL`
`visualize` - Wenn `TRUE` wird ein PDF-Bericht der Dekodierung erstellt. Standard: `FALSE`

Rückgabewert:
Vektor der dekodierten Nachricht.

Funktion 5.5 – ConvDecodeHard

5.1.6 ConvSimulation

ConvSimulation

`ConvSimulation(conv.coder, msg.length, min.db, max.db, db.interval, iterations.per.db, punctuation.matrix, visualize)`

Simulation einer Faltungskodierung und -dekodierung nach einer Übertragung über einen verrauschten Kanal mit verschiedenen Signal-Rausch-Verhältnissen (SNR).

Argumente:
`conv.coder` - Faltungskodierer der für die Simulation verwendet wird. Kann mittels `ConvGenerateEncoder` oder `ConvGenerateRscEncoder` erzeugt werden.
`msg.length` - Nachrichtenlänge der zufällig generierten Nachrichten. Standard: 100
`min.db` - Untergrenze der getesteten SNR. Standard: 0.1
`max.db` - Obergrenze der getesteten SNR. Standard: 2.0
`db.interval` - Schrittweite zwischen zwei getesteten SNR. Standard: 0.1
`iterations.per.db` - Anzahl der Iterationen (Kodieren und Dekodieren) je SNR. Standard: 100
`punctuation.matrix` - Wenn ungleich `NULL` wird die kodierte Nachricht punktiert. Kann mittels `ConvGetPunctuationMatrix` erzeugt werden. Standard: `NULL`
`visualize` - Markiert ob ein Simulationsbericht erzeugt wird. Standard: `FALSE`

Rückgabewert:
Dataframe das die Bitfehlerrate für die getesteten Signal-Rausch-Verhältnisse beinhaltet.

Funktion 5.6 – ConvSimulation

5.2 Hilfsfunktionen

5.2.1 ConvGetPunctuationMatrix

ConvGetPunctuationMatrix

`ConvGetPunctuationMatrix(punctuation.vector, conv.coder)`

Erzeugt aus dem gegebenem Punktierungsvektor und Faltungskodierer eine Punktierungsmatrix.

Argumente:
`punctuation.vector` - Vektor der die Punktierungsinformation enthält welche in eine Punktierungsmatrix transformiert wird.
`conv.coder` - Faltungskodierer der für die Matrixdimension verwendet wird.

Rückgabewert:
Punktierungsmatrix die für `ConvEncode`, `ConvDecodeSoft`, `ConvDecodeHard` und `ConvSimulation` verwendet werden kann.

Funktion 5.7 – ConvGetPunctuationMatrix

5.2.2 ConvOpenPDF

ConvOpenPDF

`ConvOpenPDF(encode, punctured, simulation)`

Öffnet die mit `ConvEncode`, `ConvDecodeSoft`, `ConvDecodeHard` und `ConvSimulation` erzeugten PDF-Berichte.

Argumente:
`encode` - Markiert ob Kodierungsbericht (`TRUE`) oder Dekodierungsbericht (`FALSE`) geöffnet wird. Standard: `TRUE`
`punctured` - Markiert ob Berichte mit Punktierung geöffnet werden. Standard: `FALSE`
`simulation` - Markiert ob Simulationsbericht geöffnet wird. Standard: `FALSE`

Funktion 5.8 – ConvOpenPDF

5.3 Kanalkodierung

5.3.1 ApplyNoise

ApplyNoise

`ApplyNoise(msg, SNR.db, binary)`

Verrauscht ein Signal basierend auf dem AWGN Modell (Additive White Gaussian Noise), dem Standardmodell für die Simulation eines Übertragungskanals.

Argumente:
`msg` - Die zu verrauschende Nachricht

`SNR.db` - Signal-Rausch-Verhältnis (signal noise ratio) des Übertragungskanals in dB. Standard: 3.0
`binary` - Blockkode Parameter. Nicht zu verwenden. Standard: `FALSE`

Rückgabewert:
Verrauschtes Signal.

Funktion 5.9 – ApplyNoise

5.3.2 ChannelcodingSimulation

ChannelcodingSimulation

`ChannelcodingSimulation(msg.length, min.db, max.db, db.interval, iterations.per.db, turbo.decode.iterations, visualize)`

Simulation von Block-, Faltungs- und Turbo-Kodes und Vergleich ihrer Bitfehlerraten bei unterschiedlichen SNR.

Argumente:
`msg.length` - Nachrichtenlänge der zufällig generierten Nachrichten. Standard: 100
`min.db` - Untergrenze der getesteten SNR. Standard: 0.1
`max.db` - Obergrenze der getesteten SNR. Standard: 2.0
`db.interval` - Schrittweite zwischen zwei getesteten SNR. Standard: 0.1
`iterations.per.db` - Anzahl der Iterationen (Kodieren und Dekodieren) je SNR. Standard: 100
`turbo.decode.iterations` - Anzahl der Iterationen bei der Turbo-Dekodierung. Standard: 5
`visualize` - Wenn `TRUE` wird ein PDF-Bericht erstellt. Standard: `FALSE`

Rückgabewert:
Dataframe das alle Simulationsergebnisse der 3 Kodierungsverfahren beinhaltet.

Funktion 5.10 – ChannelcodingSimulation

5.3.3 PlotSimulationData

PlotSimulationData

`PlotSimulationData(...)`

Stellt die mitgegebenen Dataframes bzw. die Bitfehlerraten für verschiedene Signal-Rausch-Verhältnisse in einem Diagramm dar. Dataframes können mittels `ConvSimulation`, `TurboSimulation` und `BlockSimulation` erzeugt werden.

Argumente:
`...` - Dataframes die mit den Simulationsfunktionen erzeugt wurden.

Funktion 5.11 – PlotSimulationData

Kapitel 6

Visualisierung

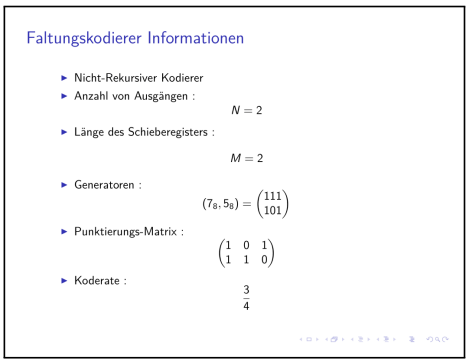
Wird der `visualize` Parameter bei der Ausführung einer R-Paket Funktion auf `TRUE` gesetzt, wird ein `RMarkdown`-Skript ausgeführt. Dieses generiert eine Präsentation vom LaTeX-Dokumenttyp Beamer mit Informationen und Visualisierungen zur ausgeführten Funktion.
Die erzeugten Präsentationen liegen innerhalb des Programmverzeichnisses von R im Installationsordner des Pakets. Dort gibt es den *pdf* Order in dem sich die Dokumente befinden. Möchte man die Dokumente vom RStudio aus öffnen, anstatt die Dokumente in der Verzeichnisstruktur suchen zu müssen, kann die `ConvOpenPDF`-Funktion (siehe Funktion 5.8) verwendet werden. Möchte man die Dokumente zu einem späteren Zeitpunkt erneut einsehen wird empfohlen eine Kopie der Datei abzuspeichern, da bei einer erneuten Ausführung der gleichen Funktion inklusive Visualisierung das zuvor erzeugte Dokument im *pdf* Ordner überschrieben wird. Die vom `RMarkdown`-Skript erzeugten LaTeX-Dateien aus denen die Beamer Präsentationen generiert werden liegen ebenfalls im selben Verzeichnis.
Da einerseits der Platz auf einer Folie begrenzt ist und andererseits Visualisierungen zu Lehrzwecken nur für kurze Bitsequenzen sinnvoll sind, gibt es Einschränkungen für die in einer Visualisierung verwendeten Nachrichten und Kodierer. Eine Visualisierung der Kodierung bzw. Dekodierung erfolgt für Nachrichten bzw. dekodierten Nachricht bis zu einer Länge von 14 Bit, inklusive Terminierungsbits. Bei einem Faltungskodierer mit einer Schieberegisterlänge von vier oder größer erfolgt keine Visualisierung der Dekodierung, da das Trellis zu groß ist, bei der Kodierung wird nur das Zustandsdiagramm nicht abgebildet.
Bei den folgenden Beispielen der Visualisierungen wurde stets punktiert, da ohne Punktierung die Informationen in den Präsentationen dazu fehlen und somit auch nicht erläutert werden können.

Der weitere Kapitelinhalt setzt sich folgendermaßen zusammen: Die Kapitel 6.1

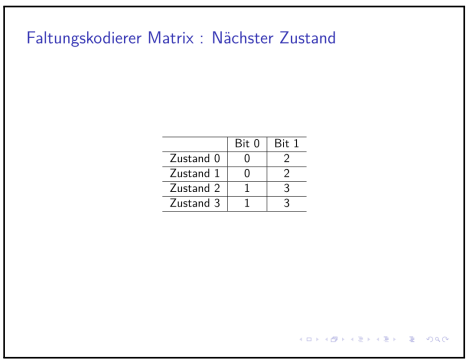
bzw. 6.2 beinhalten Erläuterungen zur Visualisierung der Kodierung bzw. Dekodierung. Kapitel 6.3 beschreibt die Visualisierung der Simulation.

6.1 Kodierung

Bei der Kodierung befinden sich auf den ersten Folien allgemeine Informationen zum verwendeten Faltungskodierer. Abbildung 6.1a zeigt die Folie mit den Kennwerten des Faltungskodierers: Anzahl an Ausgänge N, Länge des Schieberegisters M, Generatorpolynome, Punktierungsmatrix und Koderate. Auf den nächsten beiden Folien werden die Zustandsübergangsmatrix und die Ausgabematrix abgebildet. In Abbildung 6.1b ist die Folie der Zustandsübergangsmatrix zu sehen. Analog dazu wird die Ausgabematrix auf der nächsten Folie veranschaulicht. Diese wird aus Platzgründen hier nicht abgebildet. Daraufhin folgt die Visualisierung der Kodierung. Dabei wird



(a) Folie mit Kodierer-Kennwerten

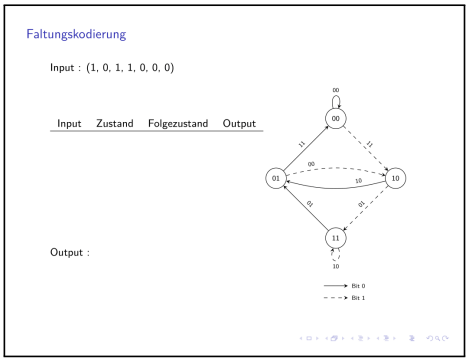


(b) Folie mit Zustandsübergangsmatrix

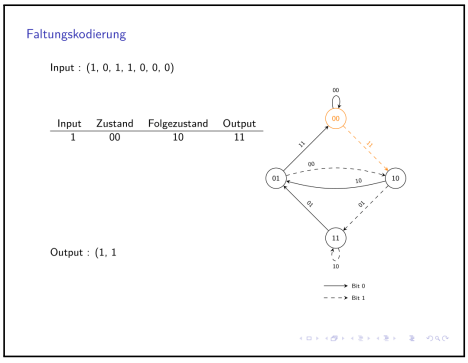
Abbildung 6.1 – Folien mit allgemeinen Informationen zum Faltungskodierer

die zu kodierende Nachricht Bit für Bit auf einer eigenen Folie verarbeitet. Abbildung 6.2 zeigt die ersten beiden Schritte sowie den letzten Schritt der Kodierung. In Abbildung 6.2a ist die Folie vor der Kodierung des ersten Bits zu sehen. Zunächst ist die zu kodierende Nachricht (Input), das Zustandsübergangsdiagramm sowie eine noch nicht befüllte Kodierungstabelle zu sehen. Das Kodewort wird auf den folgenden Folien Schritt für Schritt erarbeitet. Durch diese Herangehensweise ist die Kodierung für den Benutzer einfach nachzuvollziehen. Abbildung 6.2b zeigt die nächste Folie der Kodierung. Das erste Bit des Inputs, der aktuelle Zustand, Folgezustand sowie der resultierende Output wird in eine neue Zeile der Kodierungstabelle geschrieben. Der aktuelle Zustand sowie der entsprechende Übergang werden im Diagramm farblich hervorgehoben, um die Kodierung auch im Zustandsdiagramm verfolgen zu können. Der Output wird auch unterhalb der Tabelle eingetragen und wächst mit jedem Schritt bis schlussendlich die gesamte Nachricht kodiert wurde. Die Visualisierung am Ende der Kodierung ist in Abbildung 6.2c zu sehen. Die Bits

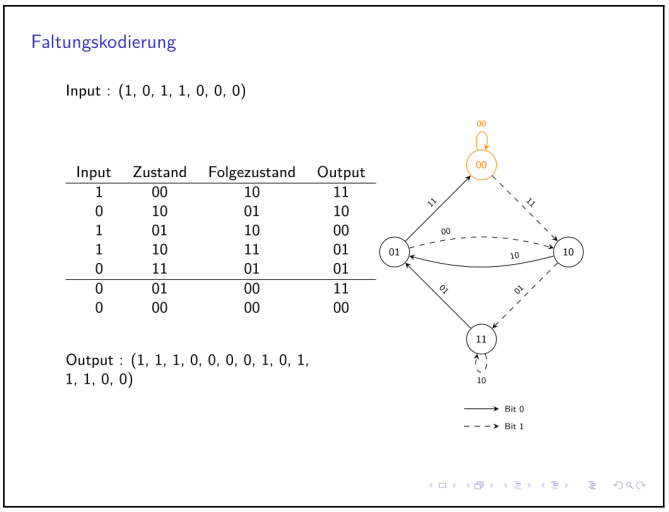
unterhalb der horizontalen Trennlinie in der Tabelle stellen die Terminierungsbits dar. Da die Kodierungsfunktion nicht die Bitwerte des Kodeworts zurückliefert sondern



(a)



(b)



(c)

Abbildung 6.2 – Folien der Kodierung

die Signalwerte (für eine Übertragung über einen Kanal) wird auf einer weiteren Folie, wie in Abbildung 6.3 zu sehen, die Abbildung der Kodebits zu den Signalpegeln (nach Gleichung 2.1) dargestellt. Abbildung 6.4 zeigt die Folie der Punktierung. Auf dieser wird die Punktierung des Signals, d.h. das Entfernen von Signalwerten (definiert durch die Punktierungsmatrix) dargestellt. Dabei wird neben dem originalen Signal und der Punktierungsmatrix das punktierte Signal dargestellt, wobei zunächst die punktierten Signalwerte, d.h. die entfernten Werte, durch Asterisk-Symbole ($*$) ersetzt werden. Diese Darstellung dient als visueller Zwischenschritt für das danach folgende tatsächlich punktierte Signal, bei dem die punktierten Werte fehlen, was auch dem Rückgabewert der Funktion entspricht.

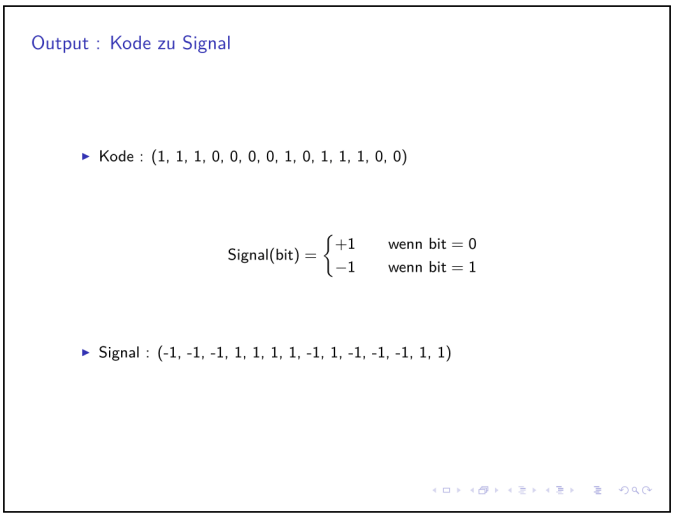


Abbildung 6.3 – Folie mit der Abbildung der Kodebits zu den Signalpegeln

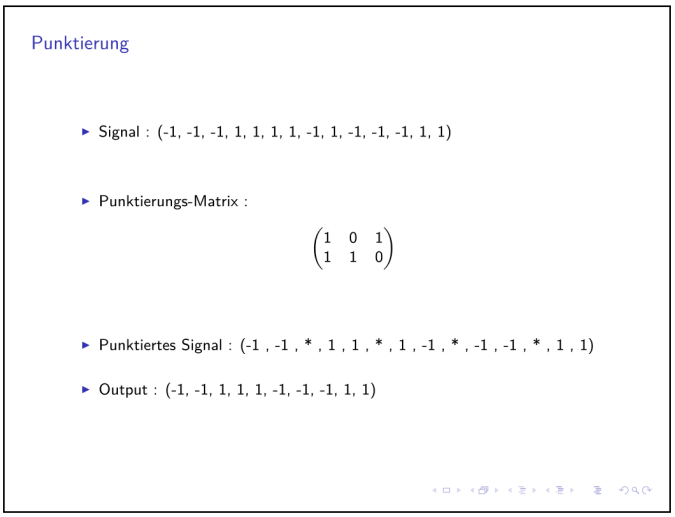


Abbildung 6.4 – Folie mit Punktierung

6.2 Dekodierung

Bei der Dekodierung befinden sich ebenfalls, wie bei der Kodierung, allgemeine Informationen des Faltungskodierers auf den ersten Folien.
Abbildung 6.5 zeigt die Folie der Depunktierung. Auf dieser wird die Depunktierung des Signals, d.h. das Einfügen des Signalwerts 0 (definiert durch die Punktierungsmatrix), dargestellt. Die eingefügten 0-Werte sind zur leichteren visuellen Erkennung farblich hervorgehoben. Als Input erhält die Dekodierung das Kodewort als kontinuierliche Signalwerte, die möglicherweise durch Anwendung der `ApplyNoise`

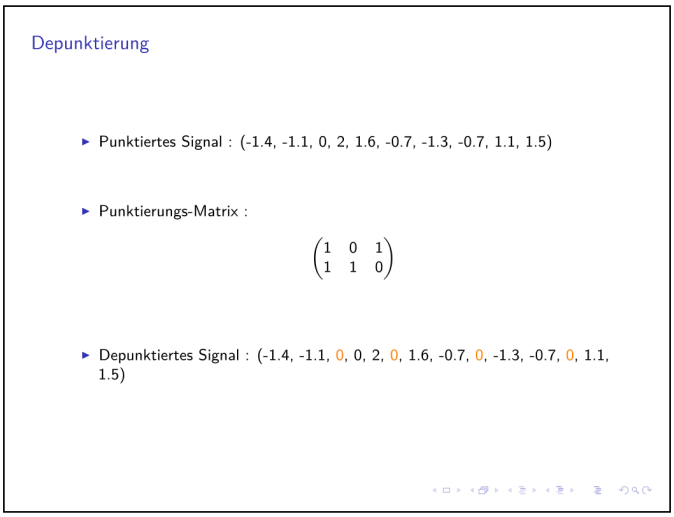


Abbildung 6.5 – Folie mit Depunktierung

Funktion verfälscht worden sind. Die soft decision Dekodierung verwendet zur Dekodierung zwar direkt diese Signalwerte, da aber sowohl die hard decision Dekodierung Bitwerte zur Dekodierung verwendet und die Kanten des Trellis mit Bitwerten beschriftet sind, wird der Input, um konsistent zu bleiben, auf Bitwerte abgebildet. Die Folie der Abbildung der Signalwerte auf Bitwerte (nach Gleichung 2.2) ist in Abbildung 6.6 zu sehen. Anschließend folgt die Visualisierung des Viterbi-Algorithmus

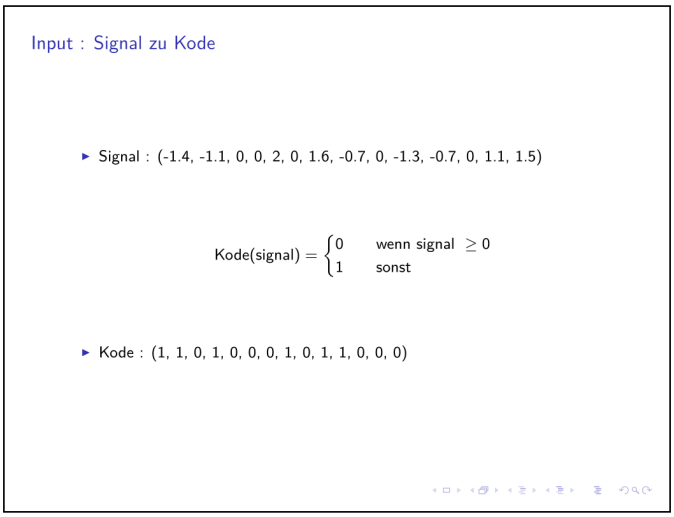


Abbildung 6.6 – Folie mit der Abbildung der Signalpegel zu den Kodebits

mithilfe des Trellis-Diagramms. In den farbigen Kreisen befinden sich die Metriken der Pfade die zum jeweiligen Zustand führen. Zunächst werden, zur besseren Übersicht bei großen Diagrammen, jene Pfade entfernt, für die es eine bessere Alternative

gibt. D.h. es werden jene Pfade entfernt die bei der soft decision Dekodierung eine niedrigere Metrik bzw. bei der hard decision Dekodierung eine höhere Metrik besitzen. Dieser Schritt ist zwischen den Abbildungen 6.7 und 6.8 zu sehen. Danach erfolgt Schritt für Schritt mittels Backtracking die Rekonstruktion der Nachricht. Der gewählte Pfad beim Backtracking wird farblich hervorgehoben. Die übrigen Pfade werden ausgegraut. Eine Folie während des Backtrackings wird in Abbildung 6.9 veranschaulicht. Am Ende befindet sich unter dem Trellis-Diagramm die farblich hervorgehobene dekodierte Nachricht, wie in Abbildung 6.10 zu sehen ist. Die einzelnen Zwischenschritte vermitteln dem Benutzer wie der Algorithmus funktioniert und wie sich die dekodierte Nachricht ergibt.

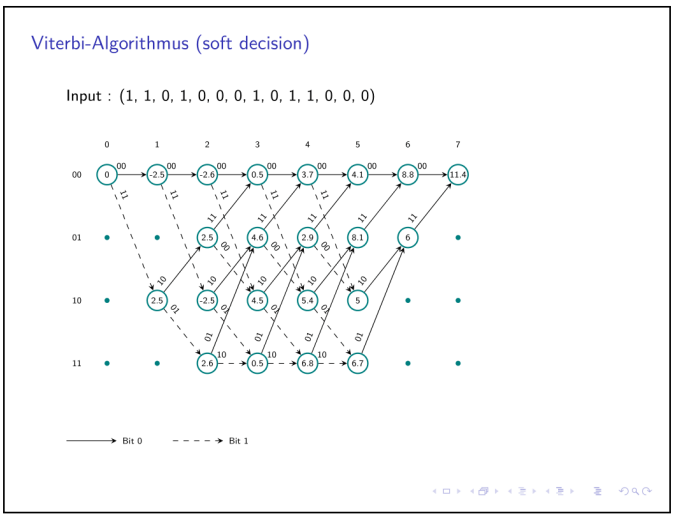


Abbildung 6.7 – Folie der soft decision Dekodierung und dem vollständigen Trellis

6.3 Simulation

Auch die Simulationsfunktionen bieten durch den `visualize`-Parameter die Möglichkeit eine Visualisierung generieren zu lassen. Kapitel 6.3.1 erläutert die Präsentation der Faltungskode-Simulation. Die Folien der Simulation verschiedener Varianten der Kanalkodierung, um diese vergleichen zu können, sind in Kapitel 6.3.2 beschrieben.

6.3.1 Faltungskodierung

Die folgenden Folien sind das Resultat der Ausführung der `ConvSimulation`-Funktion. Auf den ersten Folien sind, wie schon bei der Kodierung und Dekodierung, Informationen zum verwendeten Faltungskodierer angegeben.
Anschließend folgt eine Folie mit den Eckdaten der Simulation wie in Abbildung 6.11a

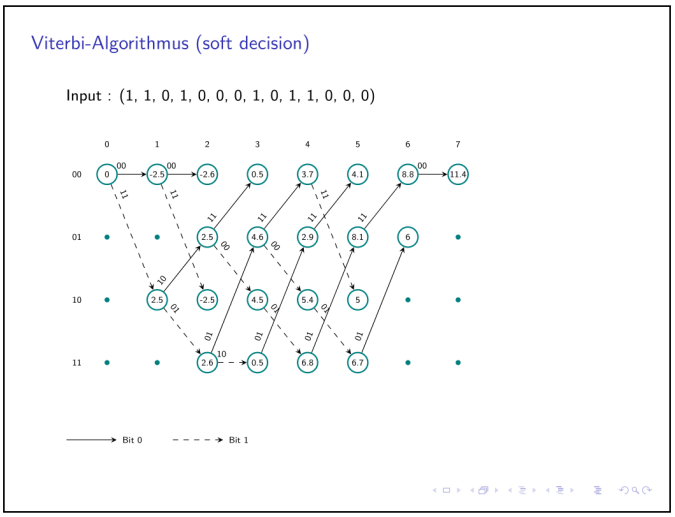


Abbildung 6.8 – Folie der soft decision Dekodierung und dem Trellis nach dem Entfernen einiger Pfade

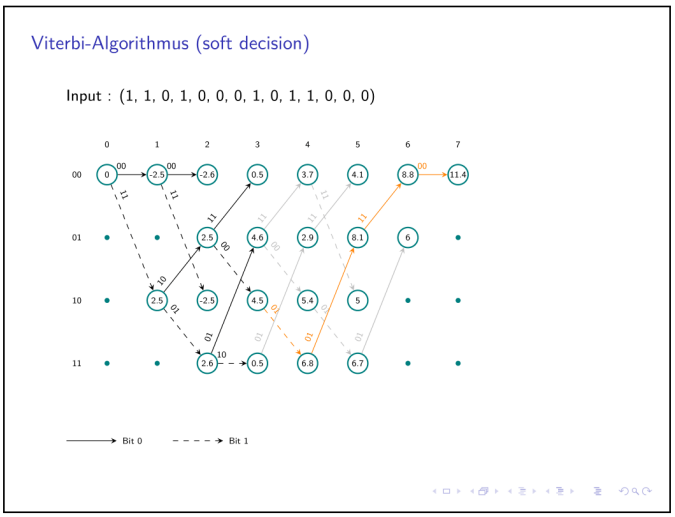


Abbildung 6.9 – Folie der soft decision Dekodierung im Backtracking-Zwischenschritt

zu sehen.

Die nächste Folie, dargestellt in Abbildung 6.11b, stellt ein Diagramm der Daten des erzeugten Dataframes dar. Die x-Achse entspricht dem Signal-Rausch-Verhältnis. Auf der y-Achse werden die gemessenen Bitfehlerraten aufgetragen. Es ist in diesem Beispiel sehr gut zu erkennen, dass die Fehleranzahl mit steigendem Signal-Rausch-Verhältnis abnimmt.

Abschließend werden statistische Kennzahlen der Bitfehlerraten wie Minimum, Maxi-

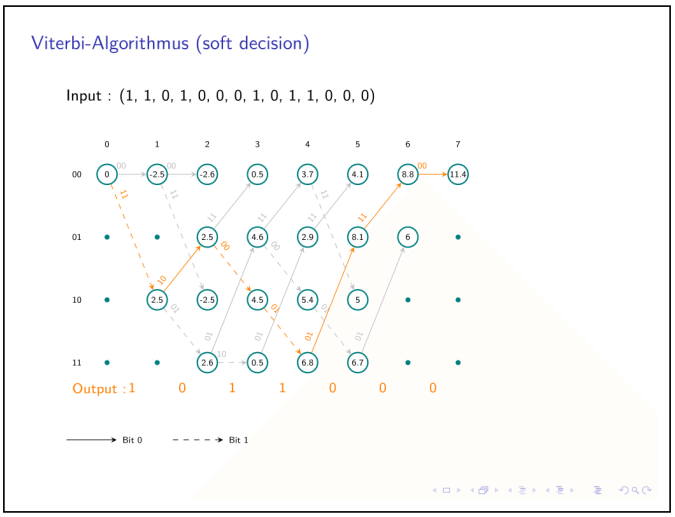
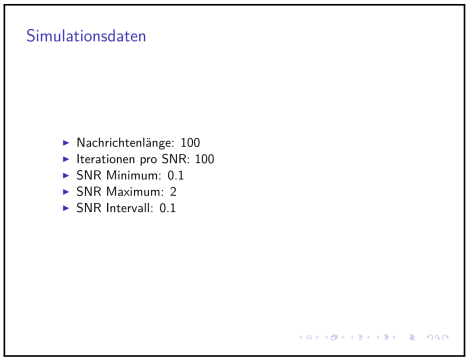


Abbildung 6.10 – Folie der soft decision Dekodierung mit der dekodierten Nachricht

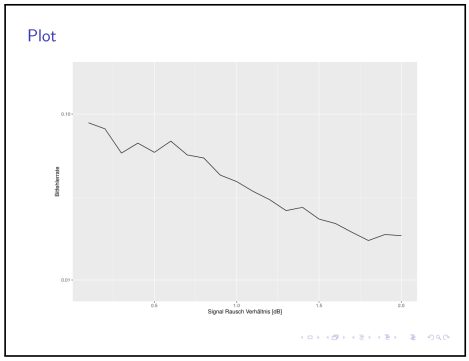
mum, Median etc. auf der letzten Folie, wie in Abbildung 6.11c zu sehen, aufgelistet.

6.3.2 Kanalkodierung

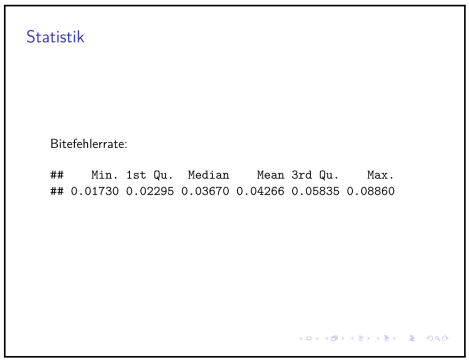
Für einen Vergleich der im R-Paket implementierten Verfahren der Kanalkodierung kann die `ChannelcodingSimulation`-Funktion ausgeführt werden, deren Simulationsergebnisse ebenfalls dargestellt werden können. Zu Beginn der Kanalkodierungs-Visualisierungen werden auf einer Folie die Simulationseckdaten aufgelistet, wie es schon bei der Visualisierung der Faltungskodierungs-Simulation der Fall war.
Abbildung 6.12a zeigt die Folie mit dem Diagramm in dem die Ergebnisse der drei Simulationen dargestellt werden und miteinander verglichen werden können. Die Art der Kodierung einer Kurve ist anhand der Farbe zusammen mit der Legende abzulesen. Wie auch schon in Kapitel 6.3.1 befindet sich auf der letzten Folie eine Statistik der Bitfehlerraten. Dabei werden die Werte der verschiedenen Kanalkodierungs-Varianten gegenübergestellt. Abbildung 6.12b zeigt ein Beispiel zur Statistik-Folie.



(a) Folie mit Simulationseckdaten

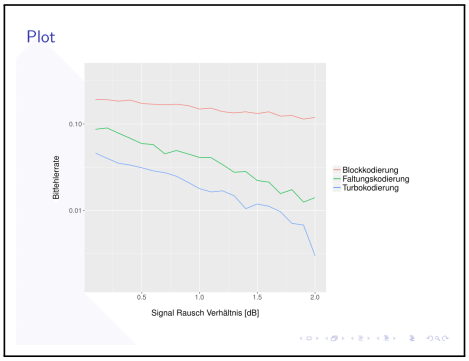


(b) Folie mit Diagramm der Simulationsergebnisse

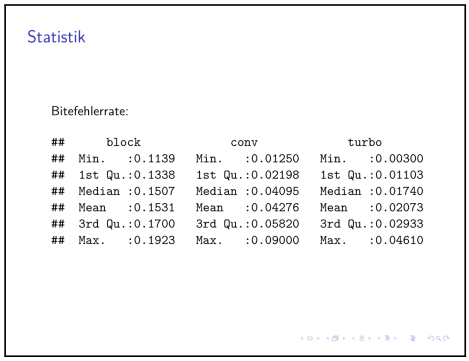


(c) Folie mit Statistik der Bitfehlerraten

Abbildung 6.11 – Folien der Faltungskodierungs-Simulation



(a) Folie mit Diagramm der Ergebnisse



(b) Folie mit Simulationsstatistik

Abbildung 6.12 – Folien der Kanalkodierungs-Simulation

Kapitel 7

Beispiele

In diesem Kapitel werden Beispiele zur Verwendung der R-Paket Funktionen der Faltungskodierung veranschaulicht und erklärt. Kapitel 7.1 führt Variablen ein, die über die weiteren Beispiele hinweg verwendet werden. Die Kapitel 7.2 bzw. 7.3 beinhalten die Kodierung und Dekodierung ohne bzw. mit Punktierung. Schließlich werden in Kapitel 7.4 Beispiele für die Ausführung von Simulationen vorgestellt.

7.1 Erzeugen von Kodierer und Punktierungsmatrix

Vor den Beispielen der Kodierung und Dekodierung werden Hilfsvariablen definiert, die für die folgenden Beispiele verwendet werden. Variablen wie der Faltungskodierer oder die Punktierungsmatrix müssen jedoch nicht unbedingt bei der Kodierung oder Dekodierung mitgegeben werden. Fehlt bei den Parametern der Kodierer, wird der Standard-Faltungskodierer aus Beispiel 1 verwendet. Gibt man keine Punktierungsmatrix mit, so wird das Signal auch nicht punktiert. Die meisten weiteren Parameter (Terminierung, Visualisierung etc.) besitzen auch Standardwerte, die verwendet werden, falls vom Benutzer keine Werte bestimmt werden. Listing 7.1 zeigt die Er-

```
1 input <- c(1,0,1,1,0)
2
3 nasa.encoder <- ConvGenerateEncoder(2, 6, c(171,133))
4
5 p.matrix <- ConvGetPunctuationMatrix(c(1,0,1,1,0,1),
      nasa.encoder)
6 p.matrix
7      [,1] [,2] [,3]
8 [1,]    1    1    0
9 [2,]    0    1    1
```

Listing 7.1 – Erzeugung von Kodierer und Punktierungsmatrix

zeugung der Variablen für die weitern Beispiele. Zunächst wird eine Quellnachricht `input` erzeugt, gefolgt von der Definition des NASA-Standardkodierers [3, S. 90]. Zuletzt wird eine Punktierungsmatrix aus dem mitgegebenen Punktierungsvektor und dem verwendeten Kodierer generiert. Der Kodierer ist notwendig, da die Anzahl der Zeilen der Punktierungsmatrix gleich der Anzahl der Kodiererausgänge N ist (siehe Kapitel 2.2.7).

7.2 Kodieren und Dekodieren ohne Punktierung

Im folgenden Beispiel wird eine Nachricht kodiert, verfälscht und sowohl mithilfe der soft decision Dekodierung als auch mithilfe der hard decision Dekodierung dekodiert. Listing 7.2 beinhaltet den Code zur Kodierung und Dekodierung ohne

```
encoded <- ConvEncode(input, nasa.encoder)
encoded
[1] -1 -1 -1  1  1  1 -1  1  1 -1  1 -1  1  1  1 -1 -1  1 -1 -1
      1  1

encoded.noisy <- ApplyNoise(encoded, SNR.db = 0.2)
round(encoded.noisy, 2)
[1] -0.83 -0.75 -0.36  1.31  1.05  0.16  0.37 -0.12  1.55 -0.92
      3.48 -1.31  0.22  2.49  1.07 -1.19 -1.02  2.00 -1.40 -0.78
      1.12  0.50

decoded.soft <- ConvDecodeSoft(encoded.noisy, nasa.encoder)
decoded.soft
$output.soft
[1] -6.67485  6.67485 -6.67485 -6.67485  6.67485

$output.hard
[1] 1 0 1 1 0

decoded.hard <- ConvDecodeHard(encoded.noisy, nasa.encoder)
decoded.hard
[1] 1 0 1 1 0
```

Listing 7.2 – Kodierung und Dekodierung ohne Punktierung

Punktierung. Für die Kodierung der Nachricht wird diese einfach zusammen mit dem Kodierer der Kodierungsfunktion `ConvEncode` übergeben. Als Resultat erhält man das Kodewort mit den Signalpegeln +1 bzw. -1. Anschließend wird dieses mit der `ApplyNoise`-Funktion und einem Signal-Rausch-Verhältnis von 0,2dB verrauscht und der `encoded.noisy` Variable zugewiesen. Die Ausgabe dient dem Vergleich des unverfälschten und des verrauschten Kodeworts. Die Werte werden aus Platzgründen auf zwei Nachkommastellen gerundet. Schließlich erfolgt die soft decision und die hard decision Dekodierung. Der Rückgabewert der soft decision Dekodierung ist eine Liste welche sowohl die Soft-Werte als auch die Hard-Werte beinhaltet. Die

hard decision Dekodierung gibt nur einen Vektor mit den dekodierten Bits 0 bzw. 1 zurück. Das Beispiel zeigt die Fähigkeit der Faltungskodierung, stark verrauschte Signale korrekt dekodieren zu können.

7.3 Kodieren und Dekodieren mit Punktierung

Das kodierte Signal kann vor der Übertragung zur Verbesserung der Koderate punktiert werden. Die Punktierung streicht anhand der Punktierungsmatrix Bits aus dem Kodewort, wie in Kapitel 2.2.7 beschrieben. Im folgenden Beispiel wird eine Nachricht kodiert und punktiert bevor sie dekodiert wird. Die Kodierung und Dekodierung

```
1  encoded.punctured <- ConvEncode(input, nasa.encoder,
       punctuation.matrix = p.matrix)
2  encoded.punctured
3  $original
4  [1] -1 -1 -1  1  1  1 -1  1  1 -1  1 -1  1  1  1 -1 -1  1 -1 -1
       1  1
5
6  $punctured
7  [1] -1 -1  1  1 -1  1 -1 -1  1  1 -1  1 -1  1  1
8
9  decoded.soft <- ConvDecodeSoft(encoded.punctured$punctured,
       nasa.encoder, punctuation.matrix = p.matrix)
10 decoded.soft
11 $output.soft
12 [1] -6  5 -5 -5  5
13
14 $output.hard
15 [1] 1 0 1 1 0
16
17 decoded.hard <- ConvDecodeHard(encoded.punctured$punctured,
       nasa.encoder, punctuation.matrix = p.matrix)
18 decoded.hard
19 [1] 1 0 1 1 0
```

Listing 7.3 – Kodierung und Dekodierung mit Punktierung

mit Punktierung ist in Listing 7.3 zu sehen. Die Punktierung erfolgt durch das Mitgeben der Punktierungsmatrix bei der Kodierung. Das Ergebnis der Kodierung ist eine Liste mit dem originalen (nicht punktierten) Signal und dem punktierten Signal. Bei der weiteren Verwendung der Variable ist zu beachten, dass nicht die gesamte Liste zu verwenden ist, sondern nur das originale oder punktierte Listenelement. Dies ist beim Aufruf der Dekodierung zu sehen. Die Dekodierung benötigt auch die Punktierungsmatrix für das Auffüllen der punktierten Stellen im Kodewort. Als Ergebnis erhält man, wie bei der Dekodierung ohne Punktierung, eine Liste der Soft-Werte und Hard-Werte bei der soft decision Dekodierung bzw. einen Vektor der dekodierten Nachricht bei der hard decision Dekodierung.

7.4 Simulation

Die folgenden Kapitel demonstrieren die verschiedenen Möglichkeiten Simulationen durchzuführen. Kapitel 7.4.1 beinhaltet ein Beispiel für eine Simulation der Faltungskodierung. Eine Simulation der drei Verfahren der Kanalkodierung des R-Pakets (Blockkodes, Faltungskodes und Turbo-Kodes) wird in Kapitel 7.4.2 präsentiert. Kapitel 7.4.3 beinhaltet eine Beispielanwendung der Hilfsfunktion zur Darstellung verschiedener Simulationsergebnisse.

7.4.1 Faltungskodierung

Das folgende Beispiel zeigt die Ausführung einer Simulation der Faltungskodierung. Die Parameter der Funktion wie der verwendete Kodierer, die Nachrichtenlänge, die zu testenden Signal-Rausch-Verhältnisse, die Anzahl an Wiederholungen je Signal-Rausch-Verhältnis sowie die Punktierungsmatrix können bestimmt werden, sind jedoch auch mit Standardwerten hinterlegt. Listing 7.4 zeigt die Simulation mit-

```
1  > df1 <- ConvSimulation(nasa.encoder, msg.length = 2000, min.db
       = 0.01, max.db = 0.1, db.interval = 0.01, iterations.per.db
       = 100)
2
3  df1
4        db       ber
5  1   0.01 0.151810
6  2   0.02 0.140220
7  3   0.03 0.150020
8  4   0.04 0.143695
9  5   0.05 0.142150
10 6   0.06 0.142900
11 7   0.07 0.138555
12 8   0.08 0.137155
13 9   0.09 0.141615
14 10  0.10 0.137050
```

Listing 7.4 – Simulation der Faltungskodierung

hilfe der `ConvSimulation`-Funktion. Auf eine Punktierung wird in diesem Beispiel verzichtet. Die Länge der getesteten Nachrichten beträgt 2000 Bits. Diese werden bei einem Signal-Rausch-Verhältnis zwischen 0,01dB und 0,1dB verrauscht und im Anschluss dekodiert. Es wird der Mittelwert der Bitfehlerraten über 100 Wiederholungen je Signal-Rausch-Verhältnis gebildet. Der Rückgabewert der Simulation ist ein Dataframe, welches die Bitfehlerrate (`ber`[7]) je Signal-Rausch-Verhältnis (`db`) beinhaltet. Für eine Visualisierung kann der Visualisierungs-Parameter der Funktion gesetzt werden (`visualize = TRUE`) um einen Simulationsbericht als PDF-Datei

[7] bit error rate

generieren zu lassen. Eine weitere Möglichkeit bietet die in Kapitel 7.4.3 präsentierte Hilfsfunktion.

7.4.2 Kanalkodierung

Für einen Vergleich aller drei Verfahren der Kanalkodierung, die dieses R-Paket umfasst, kann die Funktion `ChannelcodingSimulation` verwendet werden. Diese Funktion ist eine Wrapper-Funktion, die jede Simulationsfunktion der verschiedenen Kanalkodierungen mit den gleichen Parametern aufruft und die resultierenden Bitfehlerraten in ein Dataframe schreibt und zurückgibt. Das Beispiel in Listing 7.5 führt eine Simulation für eine Nachrichtenlänge von 2000 Bits aus. Die getesteten Signal-Rausch-Verhältnisse liegen zwischen 0,01dB und 0,1dB. Je Signal-Rausch-Verhältnis werden 100 Wiederholungen zur Ermittlung der Bitfehlerrate durchgeführt. Die Dekodierung der Turbo-Kodes erfolgt mit 3 Iterationen. Für eine Visualisierung der Daten kann der Visualisierungs-Parameter der Funktion gesetzt werden (`visualize = TRUE`) um einen Simulationsbericht als PDF-Datei generieren zu lassen.

```
1  ChannelcodingSimulation(msg.length = 2000, min.db = 0.01, max.db
       = 0.1, db.interval = 0.01, iterations.per.db = 100,
       turbo.decode.iterations = 3)
2
3        db block.ber conv.ber turbo.ber
4  1  0.01  0.197045 0.088875  0.051680
5  2  0.02  0.197095 0.088670  0.051570
6  3  0.03  0.195555 0.090415  0.051935
7  4  0.04  0.196410 0.089065  0.052815
8  5  0.05  0.193475 0.089780  0.052700
9  6  0.06  0.194410 0.090370  0.050620
10 7  0.07  0.195250 0.089125  0.049625
11 8  0.08  0.194870 0.086845  0.050740
12 9  0.09  0.192465 0.089515  0.049495
13 10 0.10  0.193470 0.084220  0.048935
```

Listing 7.5 – Kanalkodierungs-Simulation

7.4.3 Vergleich von Simulationen

Das folgende Beispiel zeigt die Ausführung der `PlotSimulationData`-Funktion. Mithilfe dieser Funktion lassen sich die mit den Simulationsfunktionen erzeugten Dataframes in einem Plot darstellen, was den Vergleich erheblich vereinfacht. In Listing 7.6 wird zunächst ein zweites Dataframe erstellt, welches mit dem in Listing 7.4 erstellten Dataframe visualisiert werden soll. Als Vergleich wird ein katastrophaler Faltungskodierer (siehe Kapitel 2.2.3) erzeugt, mit dem die Simulation zur Erzeugung von `df2` ausgeführt wird. Abbildung 7.1 zeigt den erzeugten Plot.

```
catastrophic.encoder <- ConvGenerateEncoder(2,2,c(6,5))
df2 <- ConvSimulation(catastrophic.encoder, msg.length = 2000,
    min.db = 0.01, max.db = 0.1, db.interval = 0.01,
    iterations.per.db = 100)

df2
     db      ber
1  0.01 0.492040
2  0.02 0.502815
3  0.03 0.490140
4  0.04 0.497805
5  0.05 0.499780
6  0.06 0.489430
7  0.07 0.496505
8  0.08 0.504305
9  0.09 0.493600
10 0.10 0.490645

PlotSimulationData(df1,df2)
```

Listing 7.6 – Vergleich mehrerer Simulationsdaten

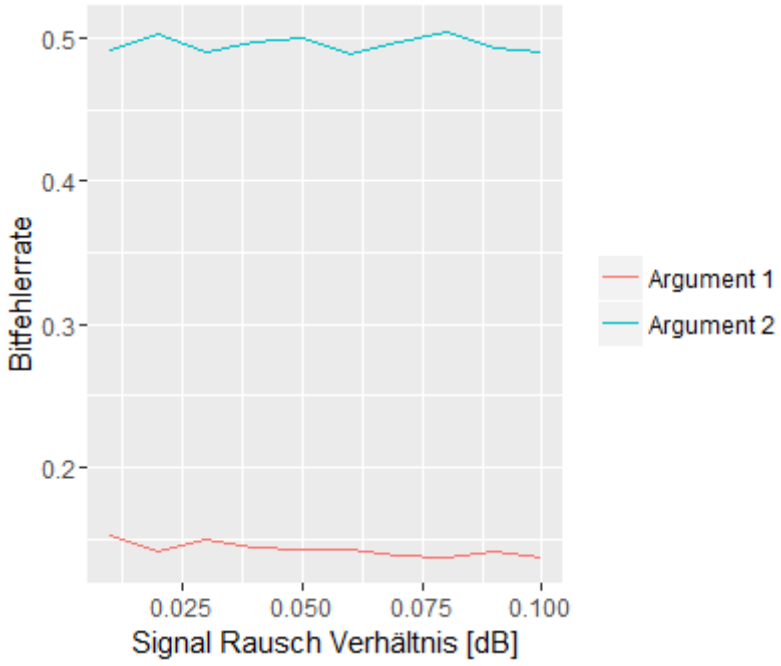


Abbildung 7.1 – Plot zweier Simulations-Dataframes

Kapitel 8

Zusammenfassung und Ausblick

Diese Arbeit beinhaltet die Implementierung von Faltungskodes, einem Verfahren zur Kanalkodierung, innerhalb eines R-Pakets. Außerdem stehen innerhalb des Pakets Funktionen für Blockkodes und Turbo-Kodes zur Verfügung, welche aus anderen Bachelorarbeiten resultieren. Dadruch ergibt sich ein kompaktes und vielseitig verwendbares R-Paket zur Kanalkodierung. Das entwickelte R-Paket besitzt einen beachtlichen Funktionsumfang, u.a. stehen Funktionen zur Kodierung, Dekodierung und Simulation verschiedener Kanalkodierungen zur Verfügung.

In erster Linie wurde das Paket zu Lehrzwecken für zukünftige Studierende entwickelt. Diese sollen durch die Verwendung des Pakets die Prinzipien der Faltungskodierung bzw. Kanalkodierung verstehen können. Als Unterstützung können Visualisierungen der ausgeführten Funktionen generiert werden.

Erweiterungspotenzial besteht vor allem im Bereich der Visualisierung:

- Schaltbild des Faltungskodierers
  Darstellungen der Zustandsdiagramme von Kodierern sind nur bei einer Schieberegisterlänge von maximal drei möglich. Durch die Darstellung mittels des Kodierer-Schaltbilds könnten auch Kodierer mit längeren Schieberegistern dargestellt werden, ohne unübersichtlich zu werden.
- Berechnung der Metriken der Dekodierung
  Eine Darstellung der Herleitung bzw. Erklärung zur Berechnung der Metriken gäbe den Werten aus der Perspektive des Benutzers mehr Bedeutung.
- Berechnung der Soft-Werte der soft decision Dekodierung
  Eine Darstellung, wie sich die Soft-Werte der soft decision Dekodierung errechnen, würde dem Benutzer helfen die resultierenden Soft-Werte interpretieren zu können.

Der Funktionsumfang des Pakets könnte weiters durch die Implementierung des BCJR-Algorithmus erweitert werden. Mit dem BCJR-Algorithmus existiert eine etwas komplexere Alternative zum Viterbi-Algorithmus zur Dekodierung von Faltungskodes. Anstelle der Suche nach dem wahrscheinlichsten Pfad im Trellis wird jener Pfad gesucht, sodass die Fehlerwahrscheinlichkeiten der einzelnen Bits minimal ist [5, S. 233 ff.].

Abbildungsverzeichnis

Funktionsverzeichnis

Listingverzeichnis

Literatur

[1] JJ Allaire u. a. *rmarkdown: Dynamic Documents for R*. R package version 0.9.5. 2016. URL: http://rmarkdown.rstudio.com/.

[2] W Cary Huffman und Vera Pless. *Fundamentals of error-correcting codes*. Cambridge university press, 2010.

[3] Robert H Morelos-Zaragoza. *The art of error correcting coding*. John Wiley & Sons, 2006.

[4] R Core Team. *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. R Foundation for Statistical Computing. Vienna, Austria, 2016. URL: https://www.R-project.org.

[5] D. Schönfeld, H. Klimant und R. Piotraschke. *Informations- und Kodierungstheorie*. Vieweg+Teubner Verlag, 2012. ISBN: 9783834882189. URL: https://books.google.at/books?id=PDkpBAAAQBAJ.

[6] Mathuranathan Viswanathan. *How to generate AWGN noise in Matlab/Octave(without using in-built awgn function)*. 2015. URL: http://www.gaussianwaves.com/gaussianwaves/wp-content/uploads/2015/06/How_to_generate_AWGN_noise.pdf?02772a (besucht am 29. 05. 2016).

[7] H. Wickham. *Advanced R*. CRC Press, 2015. URL: https://books.google.at/books?id=FfsYCwAAQBAJ.

[8] H. Wickham. *R Packages*. O'Reilly Media, 2015. URL: https://books.google.at/books?id=eqOxBwAAQBAJ.