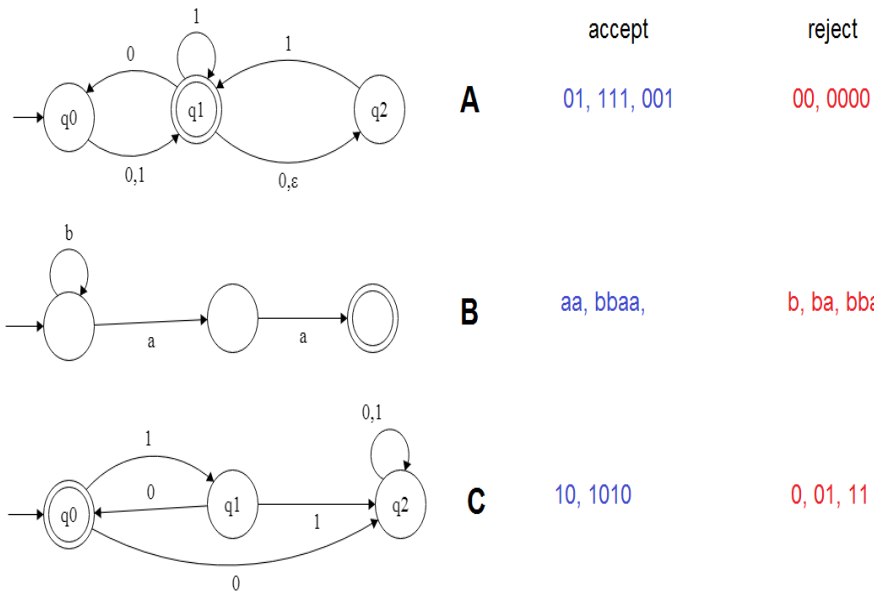


جواب تکلیف سری اول

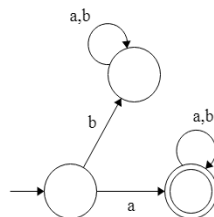
درس مبانی نظریه محاسبه
دانشکده ریاضی. دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی. زمستان ۱۴۰۰

۱. برای هر کدام از ماشینهای زیر دو رشته مثال بزنید که ماشین آنها را رد کند. دو رشته مثال بزنید که

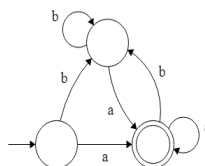


۲. برای هر کدام از زبانهای زیر یک dfa (ماشین متناهی معین) طراحی کنید. الفبای ورودی را $\Sigma = \{a, b\}$ فرض بگیرید.

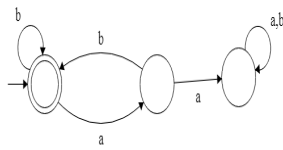
(آ) رشته‌هایی که حرف اول آنها a است



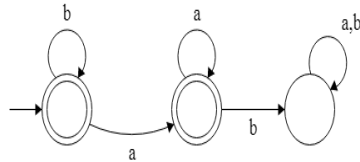
(ب) رشته‌هایی که حرف آخر آنها a است



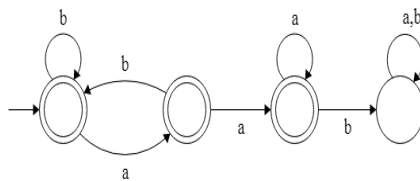
(ج) رشته‌هایی که بعد از هر a حداقل یک b بیاید.



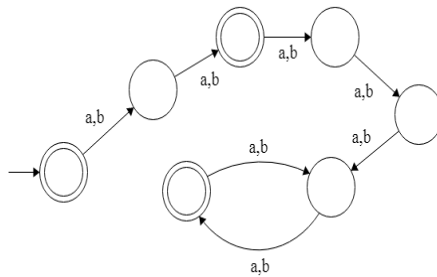
(د) رشته‌هایی که دنباله ab را ندارند



(ه) رشته‌هایی که دنباله aab را ندارند

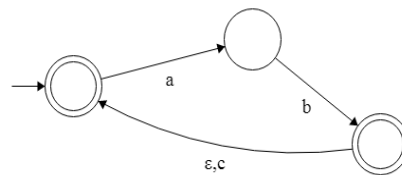


(و) رشته‌هایی که طولشان مضربی از 2 است به استثنای رشته‌های به طول 4

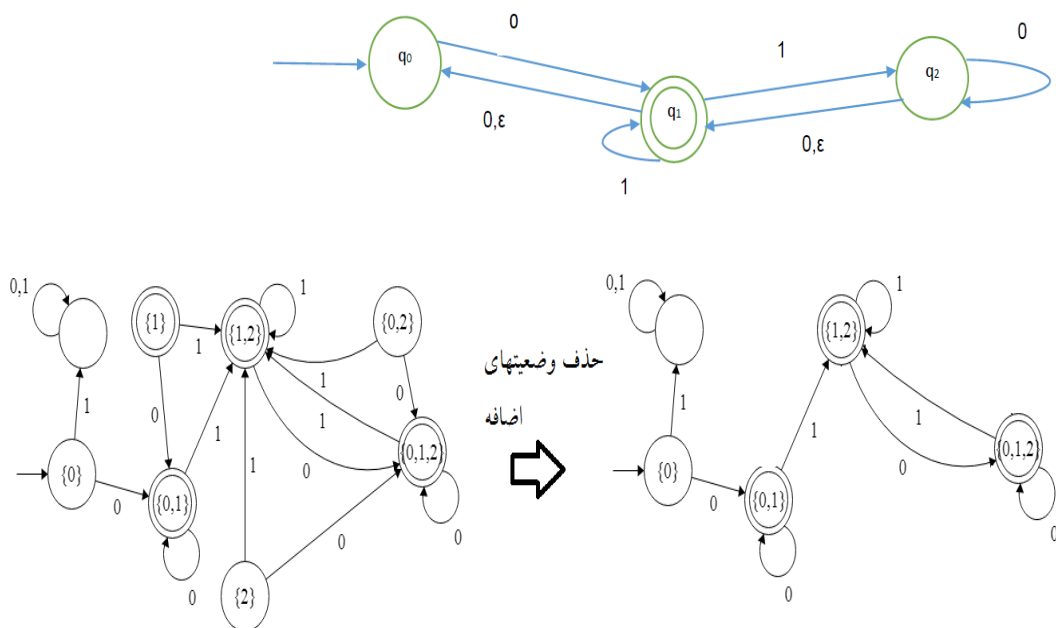


(ز) رشته‌هایی که تفاوت تعداد a ها و b ها مضربی از 2 باشد
همان زبان رشته‌های به طول زوج است

۳. یک nfa با سه وضعیت برای زبان $\{ab + abc\}^*$ طراحی کنید.



۴. یک dfa که معادل nfa زیر باشد ارائه کنید.



معادل زبان رشته‌هایی است که با حرف 0 شروع می‌شوند.

۵. برای هر کدام از عبارات منظم زیر دو رشته ارائه کنید که جزو زبان آنها باشد. همچنین دو رشته ارائه کنید که جزو زبان آنها نباشد.

| | | | | | |
|-------------------|----------|---------|------------------------------------------|-----------|----------|
| a. a^*b^* | ab, aab | ba, baa | e. $\Sigma^*a\Sigma^*b\Sigma^*a\Sigma^*$ | aba, aaba | aaa, abb |
| b. $a(ba)^*b$ | ab, abab | b, abb | f. $aba \cup bab$ | aba, bab | b, a |
| c. $a^* \cup b^*$ | a, b | ab, ba | g. $(\varepsilon \cup a)b$ | ab, b | a, eps |
| d. $(aaa)^*$ | eps, aaa | a, aa | h. $(a \cup ba \cup bb)\Sigma^*$ | a, bba | eps |

۶. برای هر کدام از زبانهای منظم زیر یک عبارت منظم ارائه کنید.

(آ) رشته‌هایی که حرف اول آنها a است

$$a\Sigma^*$$

(ب) رشته‌هایی که حرف آخر آنها a است

$$\Sigma^*a$$

(ج) رشته‌هایی که حداکثر یک a دارند

$$b^* + b^*ab^*$$

(د) رشته‌هایی که b ندارند

$$a^*$$

(ه) رشته‌هایی که دنباله ab را ندارند

$$b^*a^*$$

(و) رشته‌هایی که طولشان مضربی از 2 است به استثنای رشته‌های به طول 4

$$\epsilon + \Sigma^2 + \Sigma^6(\Sigma\Sigma)^*$$

۷. نشان دهید هر dfa برای زبان زیر به حداقل ۵ وضعیت نیاز دارد.

$$L = \{w \in \{a\}^* \mid \text{length}(w) = 5k + 2, k \geq 0\}$$

اثبات با برهان خلف. فرض کنید یک dfa با کمتر از ۵ وضعیت برای زبان بالا وجود داشته باشد. رشته‌های $\epsilon, a, aa, aaa, aaaa$ را در نظر بگیرید. چون ماشین مربوطه حداکثر ۴ وضعیت دارد پس بنا به اصل لانه کبوتر، دو رشته از بین این پنج رشته وجود دارد که موقع اتمام پردازش آنها ماشین به یک وضعیت یکسان رفته است. فرض کنید دو رشته مورد نظر a و aaa باشند. اگر حرف بعدی a باشد، تناقض پیش می‌آید.

$$a \Rightarrow \text{next character} \Rightarrow aa(\text{accept})$$

$$aaa \Rightarrow \text{next character} \Rightarrow aaaa(\text{reject})$$

برای هر دو رشته این تناقض پیش می‌آید. پس یک dfa با کمتر از ۵ وضعیت امکان پذیر نیست.