درس مبانی نظریه محاسبه

جلسه دوم

معرفي ماشينهاي متناهي

Finite State Machines

همانطور که در جلسه قبل گفتیم میخواهیم ماشینی داشته باشیم که عضویت در مجموعه دلخواه A را تشخیص دهد. یعنی اگر ورودی ماشین رشته x باشد و $x \in A$ در خروجی yes چاپ کند و در غیر اینصورت no چاپ کند.



برای این منظور اول سراغ سادهترین مدل برای ماشینهای محاسباتی میرویم. یعنی مدل ماشین متناهی

ماشین متناهی: یک مثال

به مهمترین مشخصه یک ماشین متناهی، همانطور که از نامش پیداست، این است که حافظه آن محدود است. برای مثال یک ماشین متناهی ممکن است حداکثر ۱۷ عدد را بخاطر بسپارد. این بدین معنی است که تعداد وضعیتهای یک ماشین محدود (متناهی) است.

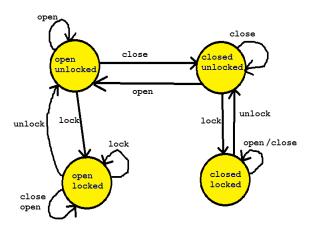
خیلی چیزها در زندگی ما مثل ماشینهای متناهی هستند. برای مثال، یک درب ساده با یک قفل کشویی را میتوان بصورت یک ماشین متناهی مدل کرد. چنین دربی در مجموع میتواند در یکی از چهار وضعیت ممکن باشد.



- open unlocked باز قفل نشده ◄
- - closed locked بسته قفل شده ◄
 - open locked باز قفل شده

نمودار تغيير وضعيت State Diagram

مى توانيم نمودار تغيير وضعيت درب با قفل كشويى بصورت زير ترسيم كنيم.



ماشین متناهی یک مثال

? ← [open unlocked] ← close, close, open, close, lock, lock, unlock

وضعیت: State حالتی که ماشین در یک مقطع زمانی در آن قرار دارد.

وضعیت اولیه (پیش فرض): Start State وضعیتی که ماشین قبل از مصرف ورودی در آن قرار دارد.

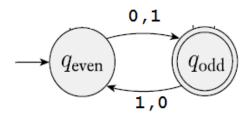
ماشین متناهی به عنوان یک ماشین محاسباتی

گرچه درب با قفل کشویی را مانند یک ماشین متناهی مدل کردیم، اما واقعیت این است که درب یک کار محاسباتی انجام نمی دهد. تنها زنجیرهای از تغییر وضعیتها را نشان می دهد. یک ماشین متناهی می تواند یک کار محاسباتی انجام دهد. در ساده ترین شکل می تواند به یک مسئله جواب بله یا خیر بدهد. از این می توانیم برای حل مسئله تشخیص عضویت یک مجموعه استفاده کنیم.

مثال: فرض کنید مجموعه A مجموعه همه رشته هایی باشد که از اعداد 1 و 0 تشکیل شده اند و طول آنها فرد است. به عبارت دیگر رشته هایی با الفبای $\{1,0\}$ که طول فرد دارند.

 $A = \{ 0, 1, 000, 001, 010, 100, 111, 100, \dots \}$

Aیک ماشین متناهی برای مجموعه



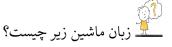
به وضعیتی که با دو دایره نشان داده شده است، وضعت پذیرش Accept State ماشین متناهی می شود. یک ماشین متناهی می تواند وضعیت پذیرش نداشته باشد یا اینکه چند وضعیت پذیرش داشته باشد.

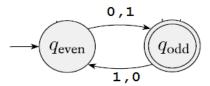
وضعیتی که یک فلش بدون مبدا به آن وارد شده است، وضعیت اولیه یا وضعیت شروع است. تنها یک وضعیت اولیه میتوانیم داشته باشیم.

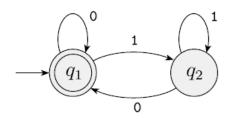
یک ماشین متناهی چه رشتههایی را میپذیرد؟

اگر ماشین در انتهای پردازش رشته x در یک وضعیت پذیرش قرار گیرد، یعنی اینکه ماشین رشته x را پذیرفته است، در غیر اینصورت این رشته رد شده است.

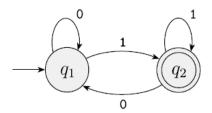
زبان ماشین: به مجموعه رشتههایی که توسط ماشین M پذیرفته میشوند زبان ماشین M گفته میشود.





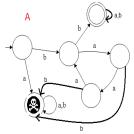


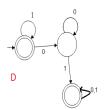
مجموعه همه رشتههای با الفبای $\{0,1\}$ که به کاراکتر 0 ختم می شوند.

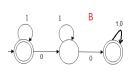


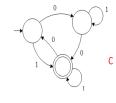
مجموعه همه رشتههای با الفبای $\{0,1\}$ که به کاراکتر 1 ختم می شوند.

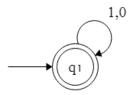
برای هر کدام از ماشینهای زیر دو رشته مثال بزنید که ماشین آنها را می پذیرد. دو رشته مثال بزنید که ماشین آنها را



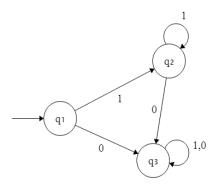




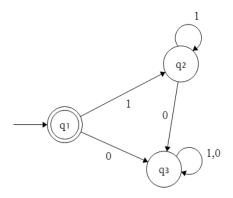




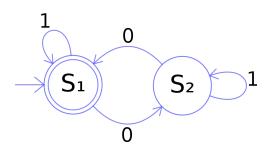
مجموعه همه رشتههای با الفبای $\{0,1\}$



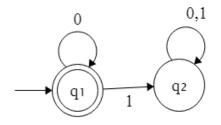
مجموعه تهي. ماشين هيچ وضعيت پذيرشي ندارد.



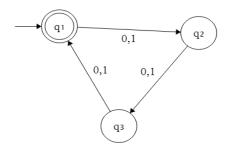
رشته تهی. رشته تهی رشته ای است که طول صفر دارد. در این درس رشته تهی را با ϵ نشان میدهیم.



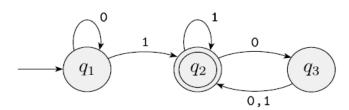
رشته هایی که به تعداد زوج 0 دارند.



رشتههایی که کاراکتر 1 ندارند.



رشته هایی که طول آنها مضربی از 3 است.



رشتههایی که حداقل یک 1 دارند و بعد از آخرین 1 تعداد 0ها زوج باشد.



