۱

استدلال قیاسی

هفده قانونی که در قضایای جلسه قبل و جلسه قبل از آن بیان گردید، برای بررسی هم ارزیها و استلزام های منطقی ابزارهای بسیار مفیدی هستند.

این ۱۷ قانون را «قاعده های استنتاج» می نامیم.

باید توجه داشت که این قاعده ها فقط به عنوان یک مرجع مناسب انتخاب شده اند و از یکدیگر مستقل نیستند. مثلاً قانون عکس نقیض را، همان گونه که در مثال زیر می توان دید، می توان با استفاده از قوانین دیگر و تعاریف مربوط به « استدلال قیاسی» [1] به دست آورد.

مثال ۱. قانون عکس نقیض، $(p \longrightarrow q) \equiv (\sim q \longrightarrow \sim p)$ را با استفاده از تعاریف و دیگر قاعده های استنتاج ثابت کنید.

تعریف ۴	$(p \longrightarrow q) \equiv \sim (p \wedge \sim q)$
قانون جابه جایی	$\equiv \sim (\sim q \wedge p)$
قانون نفی مضاعف	$\equiv \sim (\sim q \wedge \sim (\sim p)]$
تعریف ۴	$\equiv (\sim q \longrightarrow \sim p)$

به این ترتیب، بنابر قانون تعدی $(p \longrightarrow q) \equiv \sim q \longrightarrow \sim p)$.

روش برهان مثال (۱) را، **روش قیاسی** یا **استدلال قیاسی** می گویند. ملاحظه می گردد که این روش با روش استفاده از جدول ارزش متفاوت است.

به طور کلی، در استدلال قیاسی به کار بردن اصول موضوعه، تعاریف و قضایایی که قبلاً گفته شده باشند و همچنین قواعد استنتاج مجازند.

[1] deductive reasoning

مثال ۲. قانون رفع مولفه $(p \vee q) \wedge \sim p \Longrightarrow q$ را به روش قیاسی ثابت کنید.

$(p \vee q) \wedge \sim p \equiv \sim p \wedge (p \vee q)$	**قانون جابه جایی**
$\equiv (\sim p \wedge p) \vee (\sim p \wedge q)$	**قانون پخشپذیری**
$\equiv c \vee (\sim p \wedge q)$	$\sim p \wedge p \equiv c$
$\equiv (\sim p \wedge q) \vee c$	**قانون جابه جایی**
$\equiv \sim p \wedge q$	**قضیه (۷) ب**
$\Longrightarrow q$	**قانون اختصار**

و بالاخره بنابرقانون تعدی داریم $(p \vee q) \wedge \sim p \Longrightarrow q$.

مثال ۳. **قانون تفکیک دو مقدم** را با استدلال قیاسی ثابت کنید:

$$(p \wedge q \longrightarrow r) \equiv [p \longrightarrow (q \longrightarrow r)]$$

حل.

$[p \longrightarrow (q \longrightarrow r)] \equiv [p \longrightarrow \sim (q \wedge \sim r)]$	**تعریف ۴**
$\equiv \sim [p \wedge (q \wedge \sim r)]$	**تعریف ۴، قانون نفی مضاعف**
$\equiv \sim [(p \wedge q) \wedge \sim r]$	**قانون شرکت پذیری**
$\equiv (p \wedge q \longrightarrow r)$	**تعریف ۴**

از این روی، $(p \wedge q \longrightarrow r) \equiv [p \longrightarrow (q \longrightarrow r)]$ □

مثال ۴. با استفاده از استدلال قیاسی ثابت کنید که

$$(p \longrightarrow r) \vee (q \longrightarrow s) \equiv (p \wedge q \longrightarrow r \vee s)$$

حل.

$(p \longrightarrow r) \vee (q \longrightarrow s) \equiv \sim (p \wedge \sim r) \vee \sim (q \wedge \sim s)$	**قانون دمورگان و نفی مضاعف**
$\equiv (\sim p \vee r) \vee (\sim q \vee s)$	**قانون جابه جایی و شرکت پذیری**
$\equiv \sim (p \wedge q) \vee (r \vee s)$	**قانون دمورگان**
$\equiv \sim (p \wedge q) \vee \sim\sim (r \vee s)$	**نفی مضاعف**
$\equiv \sim [(p \wedge q) \wedge \sim (r \vee s)]$	**قانون دمورگان**
$\equiv (p \wedge q \longrightarrow r \vee s)$	**تعریف ۴**

$\square$

آیا می توان به کار بردن استدلال قیاسی را بر استفاده از جدول ارزش ترجیح داد؟ چرا؟ تمرینات صفحه ۲۳ کتاب «لین» و «لین».

تمرین ۵. راستگوهای زیر را به روش قیاسی ثابت کنید.

۱. قیاس استثنایی $p \wedge (p \longrightarrow q) \Longrightarrow q$.

۲. قیاس دفع $\sim q \wedge (p \longrightarrow q) \Longrightarrow \sim p$.

۳. برهان خلف $(p \longrightarrow q) \Longleftrightarrow (p \wedge \sim q \longrightarrow c)$.

۴. رفع مؤلفه $(p \vee q \vee r) \wedge \sim r \wedge \sim q \Longrightarrow p$.

۵. قضیه ۷ (ج): $c \Longrightarrow p$.

۶. $(p \longrightarrow q) \Longleftrightarrow (p \longrightarrow p \wedge q)$.

۷. $(p \longrightarrow q) \Longleftrightarrow (p \vee q \longrightarrow q)$.

۸. $(p \longrightarrow q) \Longleftrightarrow \sim p \vee q$.

۹. $(p \longrightarrow r) \wedge (q \longrightarrow r) \Longleftrightarrow (p \vee q) \longrightarrow r$.

۱۰. $(p \longrightarrow q) \wedge (q \longrightarrow r) \Longleftrightarrow (p \longrightarrow q \wedge r)$.

۱۱. $(p \longrightarrow q) \wedge (p \longrightarrow \sim q) \Longleftrightarrow \sim p$.

۱۲. $(p \longrightarrow q) \vee (p \longrightarrow r) \Longleftrightarrow (p \longrightarrow q \vee r)$.

۱۳. $(p \longrightarrow r) \vee (q \longrightarrow r) \Longleftrightarrow (p \wedge q \longrightarrow r)$.

۱۴. $(p \longrightarrow q) \wedge (p \vee q) \Longleftrightarrow q$.

۱۵. $(p \longrightarrow p \wedge r) \Longrightarrow (p \longrightarrow r)$

۱۶. $[p \longrightarrow (q \longrightarrow r)] \wedge (p \longrightarrow q) \Longrightarrow (p \longrightarrow r)$.

۱۷. $(p \longrightarrow q) \wedge (q \longrightarrow r) \wedge p \Longrightarrow r$.

۱۸. $[(p \longrightarrow q) \vee (p \longrightarrow r)] \wedge p \Longrightarrow q \vee r$.

۱۹. $(p \longrightarrow q) \wedge (p \longrightarrow r) \wedge p \Longrightarrow q \vee r$

۲۰. $(p \longrightarrow q) \wedge (r \longrightarrow s) \wedge (\sim q \vee \sim s) \Longrightarrow \sim p \vee \sim r$.