سری دوم تمرینات
استدلال قیاسی
تاریخ تحویل، ۱۰ روز بعد از تاریخ تعیین شده در زیر

توضیح و مثال: در اغلب مسایل ریاضی عمدتاً از سه قاعده استنتاج

قیاس استثنایی $[(p \Longrightarrow q) \wedge p] \Longrightarrow q$

قیاس دفع $[(p \Longrightarrow q) \wedge \sim q] \Longrightarrow \sim p$

رابطه تعدی $[(p \Longrightarrow q) \wedge (q \Longrightarrow r)] \Longrightarrow (p \Longrightarrow r)$

استفاده می کنیم. البته قواعد استنتاج دیگر هم هستند ولی این سه مهمترین آنها هستند. بنابراین، راهنمای ما برای نوشتن استدلال به این صورت است که باید ترتیب گزاره ها را طوری قرار دهیم تا بتوانیم از این قواعد استفاده کنیم.

مثال:

(الف) فرض کنید x, y اعدادی حقیقی هستند. در استدلال زیر، جمله های (۱) و (۲) صحیح هستند. می خواهیم ببینیم نتیجه (۳) به درستی از دوجمله (۱) و (۲) نتیجه شده است؟ دلیل خود را توضیح دهید.

(۱) اگر $x > ۵$ آنگاه $y < \frac{۱}{۵}$.

(۲) می دانیم $y = ۱$.

(۳) آنگاه $x \leq ۵$.

پاسخ: نتیجه گیری (۳) درست است زیرا

$$\begin{aligned} x > ۵ \longrightarrow y < \frac{۱}{۵} &\equiv \sim (y < \frac{۱}{۵}) \longrightarrow \sim (x > ۵) \\ &\equiv \quad (y \geq \frac{۱}{۵}) \longrightarrow (x \leq ۵) \end{aligned}$$

اما در (۲) فرض شده $y = ۱$ که بزرگتر از یک است. پس بنابرقیاس استثنایی $x \leq ۵$.

(ب) فرض کنید M, n اعدادی حقیقی هستند. در استدلال زیر، جمله های (۱) و (۲) صحیح هستند. می خواهیم ببینیم نتیجه (۳) به درستی از دوجمله (۱) و (۲) نتیجه شده است؟ دلیل خود را توضیح دهید.

(۱) اگر $M > n$ آنگاه $M^۲ > n^۲$.

(۲) می دانیم $M < n$.

(۳) بنابراین $M^۲ \leq n^۲$.

نتیجه گیری (۳) براساس دو نتیجه (۱) و (۲) درست نیست. زیرا هیچ ارتباط مقایسه ای بین (۱) و (۲) وجود ندارد. به عنوان مثال $n = -۵ < M = -۱$ ولی $n^۲ = ۲۵ > M^۲ = ۱$.

با توجه به مثال های بالا تعیین کنید کدامیک از مثال های زیر، سطر (۳) نتیجه منطقی دو سطر (۱) و (۲) است.

(a) فرض کنید x, y, z اعدادی حقیقی اند.

(۱) اگر $x > y$ و $y > ۰$ آنگاه $z > y$.

(۲) می دانیم $z \leq y$.

(۳) آنگاه $x \leq y$ یا $y \leq \circ$.

(b) فرض کنید n عددی طبیعی است.

(۱) اگر n بر ۵ بخش پذیر نباشد، آنگاه مانده تقسیم n بر ۵ برابر یکی از اعداد ۱، یا ۲ یا ۳ یا ۴ است.

(۲) می دانیم مانده تقسیم n بر ۱۵ برابر ۳ است و n بر ۳ بخش پذیر نیست.

(۳) مانده تقسیم n بر ۵ برابر ۳ است.

(c) فرض کنید $f : [a, b] \longrightarrow \mathbb{R}$ یک تابع باشد.

(۱) می دانیم اگر f پیوسته باشد آنگاه f کراندار است (یعنی یک $M \in \mathbb{R}$ وجود دارد به طوری که برای هر $x \in [a, b]$، $|f(x)| < M$.

(۲) f روی این بازه کراندار نیست.

(۳) f در یک نقطه از این بازه پیوسته نیست.

(d) فرض کنید $f : [a, b] \longrightarrow$? یک تابع باشد.

(۱) فرض کنید تابع f در نقطه $c \in [a, b]$ و $d \in [a, b]$ مقدارهای ماکزیمم و مینیمم خود را اختیار می کند.

(۲) f تابعی یوسته است ولی لزوماً مشتق پذیر نیست.

(۳) $f'(c) = \circ$ و $f'(d) = \circ$.

(e) می دانیم برای هر عدد صحیح t، اعداد $a = t^۲ - ۱$، $b = ۲t$ و $c = t^۲ + ۱$ در تساوی $a^۲ + b^۲ = c^۲$ صدق می کنند. این اعداد را سه تایی های فیثاغورثی می نامند.

(۱) می دانیم a بر ۵ بخش پذیر نیست.

(۲) می دانیم b نیز بر ۵ بخش پذیر نیست.

(۳) آنگاه c بر ۵ بخش پذیر است.

تاریخ تهیه این پاسخ ها: ۱۲ آبان ۱۴۰۲