

K. N. Toosi University of Technology

Faculty of Mathematics

Exam 2

Discrete And Combinatorial Mathematics

7 December 2020, 10:30–11:45

A. R. Moghaddamfar



1. فرض کنیم $A = \{1, 2, 3, \dots, 600\}$ مطلوب است تعداد اعداد صحیح متعلق به A که بر 3، 5، یا

7 بخش پذیر نیستند. (جواب: 275)

2. تعداد جمله های بسط $(a + b + c + d + e)^{24}$ را بیابید.

$$\text{(جواب: } \binom{24 + 5 - 1}{5 - 1} = \binom{28}{4} \text{)}$$

3. مطلوب است تعیین تعداد جوابهای صحیح معادله $x_1 + x_2 + x_3 = 9$ به طوری که

$$x_1, x_2, x_3 \geq 1 \text{ و } x_3 \leq 3. \text{ (جواب: 18)}$$

4. جمله عمومی رابطه بازگشتی $a_n = -2na_{n-1} + 3n(n-1)a_{n-2}$ را با توجه به شرایط اولیه

$$a_0 = 1, a_1 = 2 \text{ بیابید. (راهنمایی: قرار دهید } b_n = \frac{a_n}{n!} \text{).}$$

$$\text{(جواب: } a_n = n!b_n = \frac{n!}{4}[5 - (-3)^n] \text{)}$$

5. رابطه بازگشتی ناهمگن $a_{n+2} - 4a_{n+1} + 3a_n = -200$ را به ازای $n \geq 0$ و شرایط اولیه

$$a_0 = 3000 \text{ و } a_1 = 3300 \text{ بیابید. (جواب: } a_n = 100(3^n) + 2900 + 100n \text{)}$$