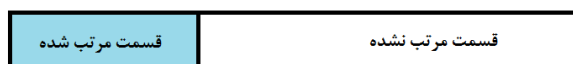


۱. در مسئله ازدواج پایدار، اگر m نفر اول در لیست w باشد و w نفر اول در لیست m باشد در هر ازدواج پایدار زوج (m, w) وجود دارد. چرا؟
۲. در توصیف الگوریتم گیل شاپلی ترتیبی برای خواستگاری ها مشخص نکردیم. یعنی اینکه از کدام مرد شروع کنیم و به خواستگاری ها بین مردان به چه ترتیبی انجام می شود. با توجه به مطالبی که در کلاس گفته شد توضیح دهید که چرا ترتیب خواستگاری ها اهمیتی ندارد و با هر ترتیبی انجام شود الگوریتم به یک جواب یکتا می رسد.
۳. در الگوریتم گیل شاپلی، یک کران بالا و پایین برای تعداد خواستگاری ها ذکر کنید.
۴. در الگوریتم مرتب سازی انتخابی selection sort هر بار کوچکترین عضو لیست مرتب نشده پیدا می شود و در انتهای لیست مرتب شده قرار می گیرد.



پیاده سازی این الگوریتم با زبان پایتون در قطعه کد زیر آمده است.

```
def selectionSort(array, size):

    for ind in range(size):
        min_index = ind

        for j in range(ind + 1, size):
            # select the minimum element in every iteration
            if array[j] < array[min_index]:
                min_index = j
            # swapping the elements to sort the array
            (array[ind], array[min_index]) = (array[min_index], array[ind])
```

برای هر یک از دنباله های زیر تعداد مقایسه ای که الگوریتم مرتب سازی انتخابی و حبابی انجام می دهد را با استفاده از نماد $\Theta()$ و پارامترهای n و k بنویسید. دقت کنید هر دنباله جایگشتی از $1, 2, \dots, n$ است.

(آ) $2, 3, 4, \dots, n, 1$

(ب) $n, 1, 2, 3, 4, \dots, n - 1$

(ج) $n, n - 1, n - 2, \dots, 3, 2, 1$

(د) $1, 2, 3, \dots, k, n, n - 1, n - 2, \dots, k + 1$

۵. توابع زیر را بر اساس کران مجانبی $\Theta()$ مرتب کنید.

$$f_1(n) = n^{2.5} \quad f_2(n) = 2n + 3 \quad f_3(n) = n^{\log n}$$

$$f_4(n) = 2^n \quad f_5(n) = \log(n!) \quad f_6(n) = (\log n)!$$

۶. برای هر کدام از حالات زیر یک تابع مثال بنویسید.

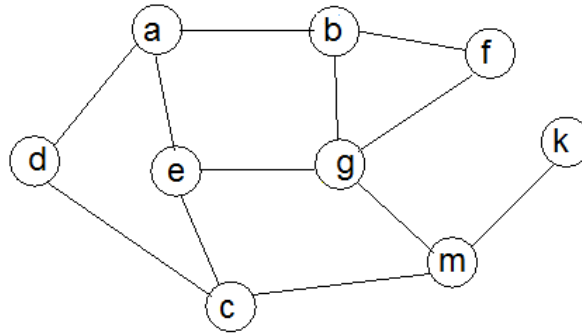
$$f(n+1) \in O(f(n)) \quad (\text{آ})$$

$$f(n+1) \notin O(f(n)) \quad (\text{ب})$$

$$f(n+1) \in O(f(n)) \quad \text{ولی} \quad f(2n) \notin O(f(n)) \quad (\text{ج})$$

$$f(2^n) \in O(f(n)) \quad (\text{د})$$

۷. گراف زیر داده شده است. درختهای BFS و DFS را با شروع از راس a بدست آورید. (برای انتخاب همسایه بعدی ترتیب الفبا را در نظر بگیرید.)



۸. چگونه می‌توانیم از الگوریتم DFS برای تشخیص دور در گراف استفاده کنیم؟ زمان اجرای الگوریتم شما چقدر است؟

۹. فرض کنید $G = (V, E)$ یک گراف همبند و ساده (غیر جهت دار) باشد. نشان دهید اگر درخت BFS و DFS با شروع از راس x یکسان باشند آنگاه G حتماً یک درخت است.

