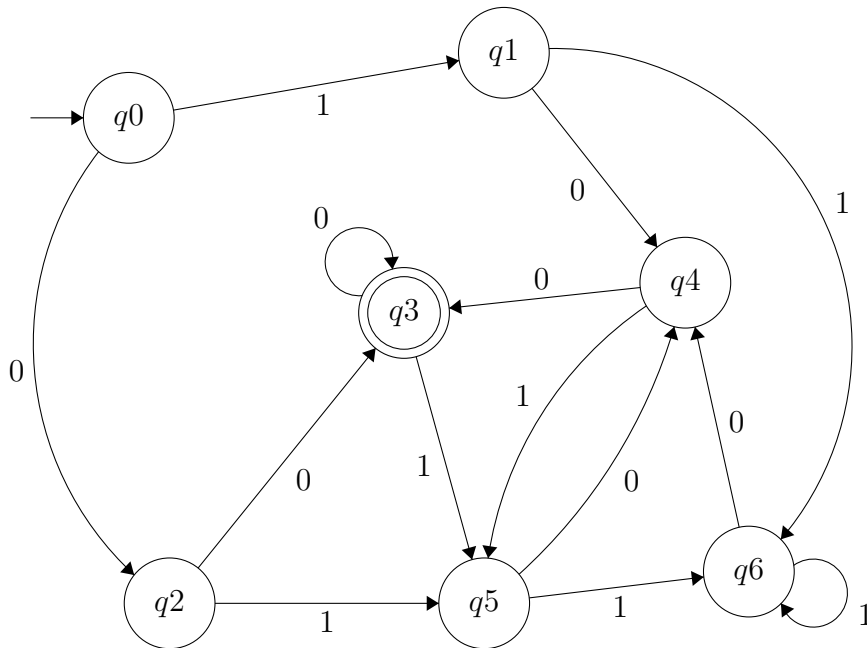


## تکلیف سری دوم

مبانی نظریه محاسبه  
دانشکده ریاضی. دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی. ترم ۱۴۰۲۲

۱. ماشین متناهی زیر را با استفاده از الگوریتم ارائه شده در کلاس به یک ماشین معادل با کمترین تعداد وضعیت تبدیل کنید.



۲. نشان دهید زبان های زیر منظم نیستند.

$$A = \{w \in (a + b)^* \mid n_a(w) \neq n_b(w)\}$$

$$B = \{a^n b^m \mid m = kn, k \in \{0, 1, 2, \dots\}\}$$

$$C = \{a^n b^m \mid n = km, k \in \{0, 1, 2, \dots\}\}$$

۳. آیا زبان زیر منظم است؟ چرا؟

$$D = \{1^k y \mid k \geq 1 \text{ داشته باشد وقتی } y \text{ رشته‌ای از الفبای } \{0, 1\} \text{ باشد و حداقل } k \text{ تا } 1 \text{ داشته باشد}\}$$

۴. به الفبای زیر توجه کنید.

$$\Sigma = \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$$

پس اینجا یک حرف الفبا سه رقم باینری است. به عبارت دیگر، ماشین هر بار به عنوان ورودی سه رقم باینری دریافت می‌کند (رقم بالایی، رقم وسطی و رقم پایینی). دنباله رقم‌هایی بالایی که ماشین دریافت می‌کند را مانند یک عدد باینری فرض می‌کنیم. به همین ترتیب دنباله رقم‌های وسطی و دنباله رقم‌هایی پایینی که ماشین دریافت می‌کند را مانند یک عدد باینری فرض می‌کنیم. فرض کنید عدد بالایی  $x$ ، عدد وسطی  $y$  و عدد پایینی  $z$  باشد. می‌خواهیم یک ماشین متناهی داشته باشیم که وقتی  $x + y = z$  باشد در حالت پذیرش باشد در غیر اینصورت در حالت غیر پذیرش باشد.

برای مثال ماشین رشته  $w$  زیر را می‌پذیرد چون دنباله بالایی  $x = 2$  و دنباله وسطی  $y = 8$  و دنباله پایینی  $z = 10$ .

$$w = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

یک ماشین متناهی برای این مسئله طراحی کنید. برای سادگی می‌توانید فرض کنید رشته را از انتها به اول می‌خوانید (یعنی جهت خواندن از رقم کم ارزش به پر ارزش است). سپس از این خاصیت استفاده کنید که  $L^R$  منظم است اگر  $L$  منظم باشد.

۵. فرض کنید  $A$  یک زبان منظم و نامتناهی باشد. نشان دهید که  $A$  را می‌توان به دو زبان نامتناهی و منظم  $A_1$  و  $A_2$  افراز کرد.

۶. بستار چرخشی زبان  $A$  را با  $RC(A)$  نشان می‌دهیم و تعریف می‌کنیم  $RC(A) = \{yx \mid xy \in A\}$ . نشان دهید زبانهای منظم تحت عملگر بستار چرخشی یک مجموعه بسته است. یعنی اگر  $A$  منظم باشد آنگاه  $RC(A)$  هم منظم است.