

K. N. Toosi University of Technology

Faculty of Mathematics

Problems 2 - Calculus II

A. R. Moghaddamfar

1. دامنه تابع برداری $\vec{r}(t) = \langle \cos t, \ln(4-t), \sqrt{t+1} \rangle$ را بیابید.

2. مقدار حد زیر را محاسبه کنید:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \left\langle \frac{1}{t^2}, \frac{2t^2}{1-t-t^2}, e^{-t} \right\rangle.$$

3. مشتق تابع برداری $\vec{r}(t) = \langle \ln(t^2+1), te^{-t}, 4 \rangle$ را بیابید.

4. انتگرال معین $\int_{-1}^2 \vec{r}(t) dt$ را که در آن $\vec{r}(t) = \langle 6, 6t^2 - 4t, te^{2t} \rangle$ بیابید.

5. معادله خط مماس بر تابع برداری $\vec{r}(t) = \langle \cos(4t), 3 \sin(4t), t^3 \rangle$ را در $t = \pi$ بیابید.

6. بردارهای مماس \vec{T} ، قائم اول \vec{N} و قائم دوم \vec{B} بر تابع برداری $\vec{r}(t) = \langle \cos(2t), \sin(2t), 3 \rangle$ را بیابید.

7. طول قوس منحنی $\vec{r}(t) = \langle \frac{1}{3}t^3, 4t, \sqrt{2} t^2 \rangle$ را بر بازه $[0, 2]$ بیابید.

8. انحنای منحنی $\vec{r}(t) = \langle \cos(2t), -\sin(2t), 4t \rangle$ را بیابید.

9. مقدار حد $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 - y^6}{xy^3}$ را در صورت وجود بیابید.

10. مقدار حد $\lim_{(x,y) \rightarrow (2,1)} \frac{x^2 - 2xy}{x^2 - 4y^2}$ را در صورت وجود بیابید.

11. مشتقات اول تابع اسکالر f (مشتق نسبت به x و مشتق نسبت به y) را بیابید:

$$f(x, y) = \frac{x^2}{y^2 + 1} - \frac{y^2}{x^2 + y}.$$

12. مقدار $\frac{\partial z}{\partial x}$ را هنگامی که $x^2 \sin(y^3) + xe^{3z} - \cos(z^2) = 3y - 6z + 8$ بیابید.

13. مشتقات جزئی مرتبه دوم $(f_{ss}, f_{st}, f_{ts}, f_{tt})$ تابع $f(s, t) = s^2t + \ln(t^2 - s)$ را بیابید.

14. گرادیان تابع $f(x, y, z) = x \cos(xy) + z^2y^4 - 7xz$ را بیابید.

15. مقدار مشتق سویی $D_{\vec{u}}f$ را برای تابع $f(x, y, z) = x^2y^3 - 4xz$ در راستای بردار $\vec{v} = \langle -1, 2, 0 \rangle$ بیابید.

16. معادله صفحه مماس بر رویه $z = x\sqrt{x^2 + y^2} + y^3$ در نقطه $(-4, 3)$ واقع بر این رویه را بیابید.

17. معادله صفحه مماس و خط قائم بر رویه $x^2y = 4ze^{x+y} - 35$ را در نقطه $(3, -3, 2)$ بیابید.

18. مقدار مشتق سویی $D_{\vec{u}}f$ را برای تابع $f(x, y) = e^x \cos y$ در راستای زاویه 30 درجه از قسمت مثبت محور x ها از نقطه $(1, \frac{\pi}{4})$ بیابید.

19. معادله صفحه قائم بر منحنی $\vec{r}(t) = \langle \cos t, \sin t, \cos(6t) \rangle$ را در $t = \pi/4$ بیابید.

20. معادله خط حاصل از تقاطع دو صفحه $3x + 6y - 5z = -3$ و $-2x + 7y - z = 24$ را بیابید.