

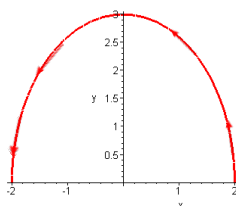
K. N. Toosi University of Technology

Faculty of Mathematics

Problems 3 - Calculus II

A. R. Moghaddamfar

1. کار انجام شده توسط تابع نیروی $\vec{F}(x, y) = (2x + e^{-y})\vec{i} + (4y - xe^{-y})\vec{j}$ را در امتداد منحنی معرفی شده در زیر، پیدا کنید.



2. تابع پتانسیل میدان نیروی زیر بیابید:

$$\vec{F}(x, y, z) = (2xy^2 + 3xz^2)\vec{i} + (2x^2y + 2y)\vec{j} + (3x^2z - 2z)\vec{k}.$$

3. انتگرال منحنی الخط $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ را برای میدان نیروی

$$\vec{F}(x, y, z) = 3x^2z\vec{i} + z^2\vec{j} + (x^3 + 2yz)\vec{k},$$

در امتداد منحنی پارامتری شده زیر بیابید

$$\vec{r}(t) = \left\langle \frac{\ln t}{\ln 2}, t^{\frac{3}{2}}, t \cos(\pi t) \right\rangle, 1 \leq t \leq 4.$$

4. فرض کنید $\vec{F}(x, y, z) = -y\vec{i} + x\vec{j} + \vec{k}$ و بخشی از مارپیچ $\vec{r}(t) = \langle \cos t, \sin t, \frac{t}{2\pi} \rangle$

روی $[0, 2\pi]$ باشد. انتگرال منحنی الخط $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ را محاسبه کنید.

5. انتگرال منحنی الخط $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ را که در آن $\vec{F}(x, y, z) = \langle xy, yz, zx \rangle$ و $\vec{r}(t) = \langle t, t^2, t^3 \rangle$ محاسبه کنید. $t \in [0, 1]$

6. دیورژانس $\text{div } \vec{F}$ را برای تابع نیروی $\vec{F}(x, y, z) = \langle x^2y, xyz, -x^2y^2 \rangle$ محاسبه کنید.

7. لاپلاسین تابع $f(x, y, z) = x^2y^2z + 2xz$ را بیابید.

8. اگر $f(x, y, z) = 2xz - y^2z$ ، حاصلضرب برداری $\nabla \times \nabla f$ را محاسبه کنید.

9. معادله خط حاصل از فصل مشترک صفحات $x + y + z = 1$ و $x + 2y + 2z = 1$ را بیابید.

10. معادله خط مماس بر منحنی زیر را

$$C : \begin{cases} x^2 - 3xy + z^2 = 1, \\ 2x \tan^{-1}(xz) + 2y^2 - z = 1, \end{cases}$$

در نقطه $(0, 1, 1)$ بیابید.

11. معادله خط عمود بر بردارهای $\vec{u} = \langle 1, 1, 4 \rangle$ و $\vec{v} = \langle 0, -1, 2 \rangle$ و گذرنده از نقطه $(0, 1, 3)$ را بیابید.

12. مساحت مثلث با راسهای $A = (1, 0, 2)$ ، $B = (3, 1, 0)$ و $C = (0, 0, 2)$ را بیابید.

13. تابع $f(x, y) = x^3 + 3xy + y^3$ را در نظر گرفته و نقاط بحرانی آن را مشخص نمایید.

14. طول قوس منحنی پارامتری شده $\vec{r}(t) = \langle e^t, e^{-t}, \sqrt{2}t \rangle$ را در بازه $0 \leq t \leq \ln 2$ بیابید.

15. حد $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^4 - 4y^2}{2x^4 + y^2}$ را در صورت وجود بیابید.

16. معادله صفحه مماس بر رویه $xyz - \ln z = 0$ را در نقطه $(0, 1, 1)$ بیابید.

17. نقاط بحرانی تابع $f(x, y) = 2x^2 + y^4 - 4xy$ را بر کل صفحه پیدا و نوع آنها را مشخص کنید (مینیمم، ماکزیمم یا زینی).

18. برای دو بردار مفروض $\vec{u} = \langle 1, -1, 0 \rangle$ و $\vec{v} = \langle 1, 0, 1 \rangle$ زاویه بین آنها را مشخص کنید. همچنین مساحت متوازی الاضلاع ساخته شده توسط این دو بردار را محاسبه کنید.

19. نقاط بحرانی تابع $f(x, y) = x^2y - 2xy - 5x^2 + 10x$ را مشخص نموده و با استفاده از آزمون مشتق دوم نوع آنها را مشخص کنید (مینیمم، ماکزیمم یا زینی).

20. تابع $f(x, y) = 3x^2 + 4y^2 - 2$ را در نظر بگیرید. مشتق سویی (جهتدار) تابع $f(x, y)$ را در راستای بردار $\vec{u} = \langle \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2} \rangle$ و در نقطه $(1, 1)$ بیابید.