

مبانی نظریه محاسبه

تدریس توسط: حسین جوهری

دانشکده ریاضی
دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

ترم بهار ۱۴۰۳

روزهای شنبه و دوشنبه

ساعت ۹:۰۰ الی ۱۰:۳۰



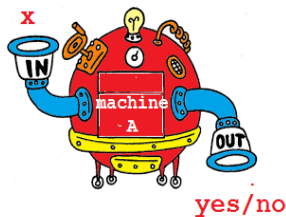
ایده کلی درس: نظریه مجموعه ها از دیدگاه محاسباتی

فرض کنید A مجموعه‌ای (نامتناهی) از اشیاء باشد.

$$A = \{2, 5, 10, 13, 15, \dots\}$$



آیا مجموعه A تصمیم‌پذیر (محاسبه‌پذیر) است؟ به عبارت دیگر، با داشتن x آیا می‌توانیم عضویت در مجموعه A را با استفاده از یک ماشین محاسباتی مشخص کنیم؟



$$x \stackrel{?}{\in} A$$



آیا مجموعه‌ای وجود دارد که محاسبه‌پذیر نباشد؟

یک مثال: مجموعه اعداد اول

$$PRIMES = \{2, 3, 5, 7, 11, \dots\}$$




می‌دانیم که برای مجموعه *PRIMES* یک ماشین (الگوریتم) تشخیص عضویت وجود دارد. یک نمونه کد پایتون برای تشخیص اول بودن یک عدد اینجا نشان داده شده است.


```
flag = True
n = int (input ("Please enter a positive integer: "))
i = 2
while ( i <= n ** 0.5):
    r = n % i
    if ( r == 0):
        print(n," is a composite number.")
        flag = False
        break
    i = i + 1


if (flag):
    print(n," is a prime number.")
```

مثال دیگر: چند جمله‌های یک متغیره با ریشه صحیح

 فرض کنید P مجموعه همه چند جمله‌ای‌های یک متغیره باشد که ریشه صحیح دارند. اینجا فرض می‌کنیم که ضرایب اعداد صحیح هستند.

$$P = \{x + 1, x^2 - 1, x^3 + 2x^2 - 1, \dots\}$$

 آیا چند جمله‌ای $p(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n$ ریشه صحیح دارد؟ آیا الگوریتمی برای این مسئله وجود دارد؟ (فرض کنید a_0 غیر صفر است).

 ثابت a_n باید بر ریشه $p(x)$ بخش پذیر باشد چون $x(\dots) + a_n = 0$. پس همه مقسوم علیه‌های a_n را امتحان می‌کنیم.

مثال دیگر: چند جمله‌های چند متغیره با ریشه صحیح



فرض کنید Q مجموعه همه چند جمله‌ای‌های چند متغیره باشد که ریشه صحیح دارند. اینجا فرض می‌کنیم که ضرایب اعداد صحیح هستند.

$$Q = \{yx^2 - 1, zx^3 + 2x^2 - 1, \dots\}$$



آیا چند جمله‌ای $q(x, y, z \dots)$ ریشه صحیح دارد؟ آیا الگوریتمی برای این حل این مسئله وجود دارد؟



هیچ الگوریتمی (ماشین محاسباتی) برای این مسئله وجود ندارد!

یک مثال دیگر: مجموعه DOMINOS

یک دومینو از یک کسر تشکیل شده که در صورت و مخرج کسر یک رشته قرار گرفته است. برای مثال $\left[\frac{\text{cat}}{\text{dog}}\right]$ یک دومینو است.



با داشتن مجموعه‌ای از دومینوها می‌خواهیم بدانیم آیا می‌توان یک سری دومینو از این میان انتخاب کرد (یک دومینو را می‌توان چند بار انتخاب کرد) و آنها را جوری کنار هم چید که رشته بالا و رشته پایین یکسان شوند. یک مثال در زیر نشان داده شده است.

a collection of domino $\left\{ \left[\frac{b}{ca}\right], \left[\frac{a}{ab}\right], \left[\frac{ca}{a}\right], \left[\frac{abc}{c}\right] \right\}$.

یک جواب برای مسئله بالا $\left[\frac{a}{ab}\right] \left[\frac{b}{ca}\right] \left[\frac{ca}{a}\right] \left[\frac{a}{ab}\right] \left[\frac{abc}{c}\right]$ 



برای حل مسئله دومینوها هیچ الگوریتمی وجود ندارد!



یافتن الگوریتم برای حل یک مسئله را می‌فهمم اما چگونه می‌توان ثابت کرد که یک مسئله هیچ الگوریتمی ندارد؟



خب این داستان درس مبانی نظریه محاسبه است.


به کلاس درس مبانی نظریه خوش آمدید!



می‌خواهیم اینجا با هم مسیری را طی کنیم که به این جور پرسشها می‌پردازد.
امیدوارم که از راه رفتن در این مسیر لذت ببرید.

به سوال اصلی برمی گردیم.

آیا تشخیص عضویت در مجموعه A توسط یک ماشین محاسباتی قابل انجام است؟

منظور از یک ماشین محاسباتی چیست؟ 

باید یک مدل ریاضی دقیق برای ماشین های محاسباتی داشته باشیم.

مدلهای محاسباتی مختلف

در این درس با چند مدل برای ماشینهای محاسباتی آشنا می شویم.

◀ ماشین متناهی

◀ ماشین پشته‌ای

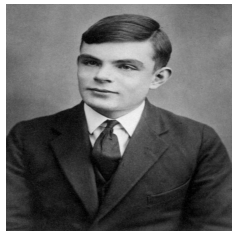
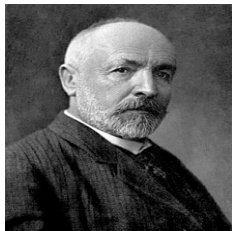
◀ ماشین تورینگ

کدام مدل قوی تر است؟ منظور از قوی تر بودن چیست؟

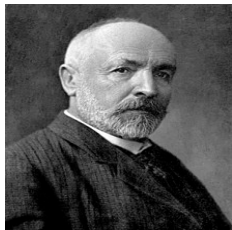


تز تورینگ

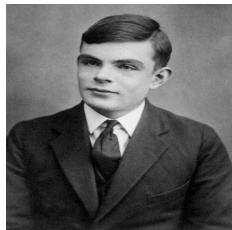
در این درس با چند متفکر، ریاضیدان و دانشمند برجسته هم آشنا می شویم.



در این درس با چند متفکر، ریاضیدان و دانشمند برجسته هم آشنا می شویم.



Georg Cantor (1845-1918)



Alan Turing (1912-1954)



Noam Chomsky (1928-)



Kurt Godel (1906-1978)

زبان و ماشین



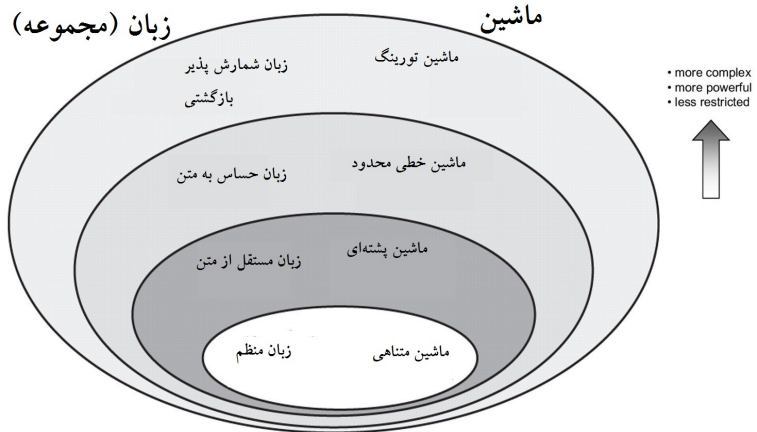
این درس تحت عنوان نظریه زبانها و ماشینها نیز ارائه می شود.

زبان اینجا در واقع همان مجموعه است. (زبان مجموعه ای از کلمات است.)

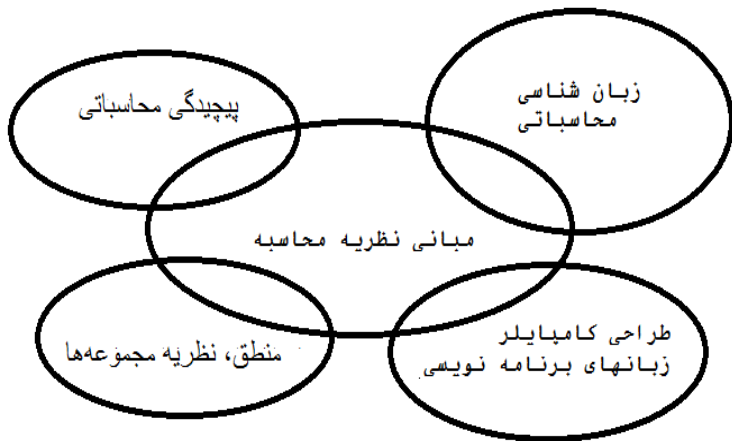
ماشین محاسباتی M عمل تشخیص عضویت در مجموعه A را انجام می دهد. پس انگار مجموعه A یک ماشین دارد. (رابطه بین زبان و ماشین)

هر مدل محاسباتی توانایی تشخیص یک دایره از زبانها را دارد.

زبان و ماشین



رابطه این درس با مباحث دیگر



بخشهای مختلف درس

- ◀ فصل اول: ماشینهای متناهی و زبانهای منظم
- ◀ فصل دوم: گرامر مستقل از متن و زبانهای مستقل از متن
- ◀ فصل سوم: ماشین پشته‌ای و زبانهای مستقل از متن
- ◀ فصل چهارم: ماشین تورینگ و نسخه‌های مختلف آن
- ◀ فصل پنجم: مسئله تصمیم پذیری و وجود الگوریتم

Introduction to the Theory of Computation

Michael Sipser

ترجمه کتاب موجود است.

نسخه اصلی انگلیسی بسیار روان و ساده ای دارد.

ارزیابی عملکرد دانشجو بر اساس موارد زیر است

- ◀ آزمون میانترم
- ◀ تکالیف
- ◀ آزمون پایانترم
- ◀ فعالیت کلاسی

این درس تکالیف برنامه نویسی و پروژه ندارد.