تکلیف سری چهارم

ساختمان داده ها و الگوریتمها
دانشکده ریاضی. دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی. پاییز ۱۴۰۲

۱. درخت دودویی جستجو (BST) را پس انجام هر یک از سری اعمال زیر رسم کنید. با یک درخت خالی شروع کنید. علامت $+$ نشانه درج و علامت $-$ نشانه حذف عنصر است.

$10+, 12+, 5+, 4+, 20+, 8+, 5-, 21+, 5+, 7+, 15+, 20-, 10-$

همین اعمال را روی یک درخت AVL انجام دهید.

۲. از درخت دودویی جستجو BST میتوان برای مرتب سازی یک آرایه نامرتب استفاده کرد. عناصر یک به یک از آرایه خوانده میشوند و در BST درج میشوند. سپس با استفاده از پیمایش میان ترتیب inorder عناصر BST پیمایش میشوند و به ترتیب در آرایه قرار داده میشوند. ثابت کنید در بهترین حالت تعداد مقایسه ای که این الگوریتم مرتب سازی انجام میدهد $\Theta(n \log n)$ است.

۳. در کلاس االگوریتم عنصر بعدی successor(x) برای درخت BST ارائه شد. الگوریتمی را توصیف کنید که عنصر قبلی x یعنی predecessor (x) را در درخت BST پیدا کند.

۴. نشان دهید که با شروع از هر راس، فراخوانی k بار عمل successor() روی یک درخت BST در زمان $O(h+k)$ قابل انجام است. اینجا h ارتفاع درخت است.

۵. یک تغییر کوچک در تعریف درخت AVL می‌دهیم. به جای اینکه اختلاف ارتفاع فرزندان هر راس حداکثر 1 باشد، فرض کنید اختلاف ارتفاع حداکثر 2 باشد. نشان دهید در این حالت هم ارتفاع درخت حداکثر $O(\log n)$ باقی می‌ماند.

۶. فرض کنید T_1 و T_2 دو درخت دودویی ریشه‌دار باشند که هر کدام n راس دارند. نشان دهید درخت T_1 را می‌توان با انجام $O(n)$ عمل دوران به T_2 تبدیل کرد. (راهنمایی: نشان دهید که هر درخت دودویی را می‌توان با یک سری دوران به یک درخت زنجیروار تبدیل کرد.)