

K. N. Toosi University of Technology

Faculty of Mathematics

Exam 1

Discrete And Combinatorial Mathematics

7 November 2020, 10:30–11:45

A. R. Moghaddamfar



1. تعداد مثلث های با طول اضلاع صحیح را بیابید که محیط برابر 60 داشته باشند. (جواب: 75)

2. مجموع زیر را محاسبه کنید

$$3\binom{n}{1} + 7\binom{n}{2} + 11\binom{n}{3} + \dots + (4n-1)\binom{n}{n}.$$

(جواب: $n2^{n+1} - 2^n + 1$).

3. چند عدد شش رقمی وجود دارند که شامل دقیقاً سه رقم متمایز هستند. (جواب: 58320)

4. به چند طریق می توان $6n$ شیء را که $2n$ شیء از نوع اول، $2n$ شیء از نوع دوم و بالاخره $2n$ شیء

باقیمانده از نوع سوم هستند، بین دو نفر به نسبت مساوی تقسیم کرد. (جواب: $3n^2 + 3n + 1$)

5. ضریب x^m را در بسط

$$(1+x)^k + (1+x)^{k+1} + \dots + (1+x)^n$$

بیابید. حالات $m < k$ و $m \geq k$ را به طور جداگانه مورد بررسی قرار دهید.

جواب: در دو حالت داریم:

$$m < k \implies \binom{n+1}{m+1} - \binom{k}{m+1}$$

$$m \geq k \implies \binom{n+1}{m+1}$$