

به نام خدا
امتحان ثلث مبانی ریاضی

۱. هم ارزی دو گزاره را تعریف کنید و نشان دهید گزاره های زیر هم ارزند.

(الف) $p \wedge (p \vee r) \equiv p$

(ب) $p \vee (p \wedge q) \equiv p$

۲. نشان دهید برای هر گزاره r ، $(p \rightarrow q) \Rightarrow (p \vee r \rightarrow q \vee r)$.

۳. گزاره زیر (برهان خلف) را به روش قیاسی ثابت کنید: $(p \rightarrow q) \Leftrightarrow (p \wedge \sim q \rightarrow c)$. (منظور از c همان تناقض است).

۴. با استفاده از قیاس استثنایی یا روش قیاسی نشان دهید $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \wedge p \Rightarrow r$.

۵. با استفاده از استدلال قیاسی نشان دهید $(p \rightarrow q) \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow q$.

۶. برای هر جفت از احکام p, q ، تعیین کنید کدام یک از موردهای زیر راست است.

(i) $p \Leftrightarrow q$ (ii) $p \Rightarrow q$, $q \not\Rightarrow p$

(iii) $p \not\Rightarrow q$, $q \not\Rightarrow p$ (iv) $p \not\Rightarrow q$, $q \Rightarrow p$

(الف) $p =$ اضلاع مثلث ABC برابرند و $q =$ اندازه هر سه زاویه مثلث ABC برابرند.

(ب) $p =$ هر سه ضلع مثلث ABC برابرند و $q =$ دوزلع مثلث ABC باهم برابرند.

(پ) $p =$ چهارضلعی $ABCD$ مربع است و $q =$ چهارضلعی $ABCD$ لوزی است.

(ت) $p =$ چهارضلعی $ABCD$ مستطیل است و $q =$ هر چهار زاویه چهارضلعی $ABCD$ مساوی اند.

۷. الف) فرض کنید $p(x, y)$ یک گزاره نما باشد. آیا سورهای $(\exists x)(\forall y)p(x, y)$ و $(\forall y)(\exists x)p(x, y)$ هم ارزند؟
نقیض $(\forall x)(\exists y)p(x, y)$ را بنویسید.

ب) نقیض گزاره $(\forall x)(\exists y)[(p(x, y) \wedge q(x, y)) \rightarrow r(x, y)]$ را بنویسید.

۸. برای گزاره های زیر، عالم سخن شامل همه اعداد صحیح غیر صفر است. ارزش راستی هر گزاره را تعیین کنید.

(الف) $\exists x \exists y [xy = 1]$

(ب) $\exists x \forall y [xy = 1]$

(پ) $\forall x \exists y [xy = 1]$

۹. کوچکترین n ای که نامساوی $3^n \leq n!$ برقرار است بیابید و بعد به کمک استقرا نشان دهید این نامساوی برای هر n بزرگتر از این عدد نیز برقرار است.

موفق و پیروز باشید

توضیح از مجموعه سوالات فوق، ابتدا می توانید هریک که زمان کمتری می برند را پاسخ دهید و بعد به سراغ پاسخ دادن به سوالاتی که کمی وقت گیرترند، بروید. توزیع نمرات نیز به قرار زیر است.

سوال	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
نمره	۲	۱,۵	۱,۵	۱,۵	۱,۵	۴	۳	۳	۲
مجموعاً ۲۰									