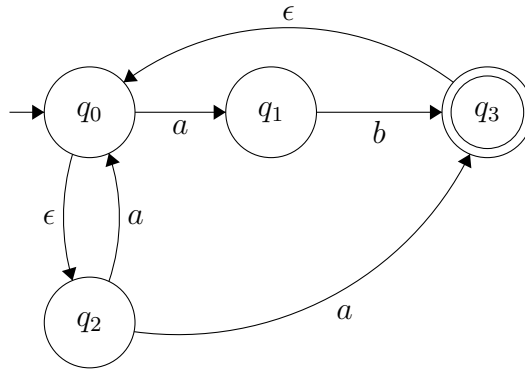


## آزمون میانترم

درس مبانی نظریه محاسبه. دانشکده ریاضی. دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی  
مدت امتحان: ۸۰ دقیقه بهار ۱۴۰۲

۱. با توجه به ماشین متناهی زیر به سوالات پاسخ دهید.



(الف) ماشین چند وضعیت دارد؟

۴

(ب) الفبای ماشین چیست؟  $\{a, b\}$

(ج) دو رشته مثال بزنید که ماشین آن را بپذیرد.

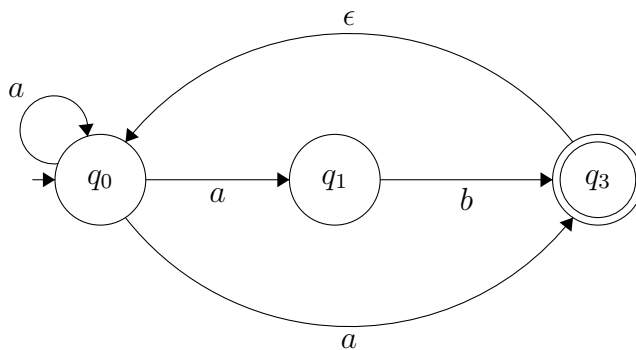
$a, ab$

(د) دو رشته مثال بزنید که جزو زبان ماشین نباشد.

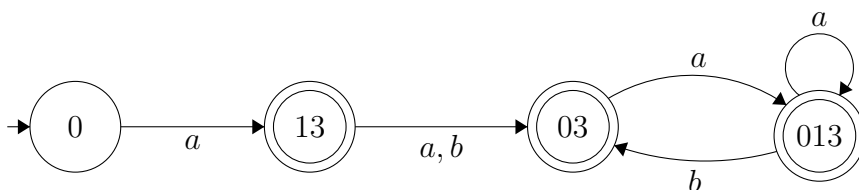
$b, ba$

(ه) ماشین بالا را به یک ماشین متناهی معین dfa تبدیل کنید.

توجه کنید که می‌توانیم  $q_2$  را با تغییرات اندک حذف کنیم. ماشین زیر حاصل می‌شود.



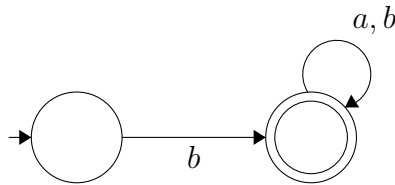
حال ماشین بالا را به یک ماشین متناهی معین تبدیل می‌کنیم.



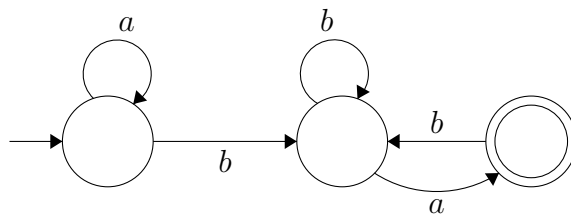
(و) زبان ماشین را بطور مختصر توصیف کنید. می‌توانید از عبارات منظم برای توصیف زبان کمک بگیرید. رشته‌هایی که با  $a$  شروع می‌شوند و زیر رشته  $bb$  را ندارند.

۲. برای هر کدام از زبانهای زیر یک ماشین متناهی قطعی dfa طراحی کنید.  $\Sigma = \{a, b\}$

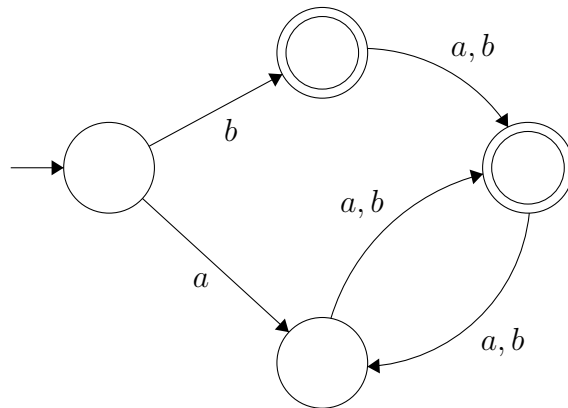
(الف)  $L = b\Sigma^*$



(ب) رشته‌هایی که حداقل یک  $b$  دارند و حرف آخر آنها  $a$  است.



(ج)  $L = (\Sigma\Sigma)^* + b$



۳. نشان دهید زبان  $A = \{w \in (a+b)^* \mid n_a(w) \neq n_b(w)\}$  منظم نیست. مکمل زبان  $A$  منظم بصورت زیر است.

$$\bar{A} = \{w \in (a+b)^* \mid n_a(w) = n_b(w)\}$$

می‌دانیم که  $\bar{A}$  منظم نیست (قبلا در کلاس با استفاده از لم تزریق اثبات شده است). از طرف دیگر می‌دانیم اگر  $A$  منظم باشد، مکمل آن نیز منظم است. لذا  $A$  نمی‌تواند منظم باشد.

۴. درست یا نادرست همراه با استدلال.

(الف) اگر زبان نامتناهی باشد به تعداد نامتناهی زیرمجموعه منظم دارد.

درست. هر زبان مجموعه‌ای از رشته‌هاست. دقت کنید هر رشته طول متناهی دارد. لذا یک رشته خود زبانی منظم است. لذا هر زبان نامتناهی، به تعداد نامتناهی زیرمجموعه منظم دارد.

(ب) اگر  $A$  یک زبان مستقل از متن باشد آنگاه  $A^*$  هم یک زبان مستقل از متن است.  
 درست. اگر  $A$  مستقل از متن باشد، گرامر مستقل از متن  $G$  وجود دارد که معادل با زبان  $A$  است. اگر  $S$  متغیر شروع  $G$  باشد، با اضافه کردن قانون  $S \rightarrow SS$  به قوانین  $G$  زبان  $A^*$  تولید می شود.

(ج) اگر  $A$  مستقل از متن و نامنظم باشد و  $B$  منظم باشد آنگاه  $A \cup B$  منظم نیست.  
 نادرست. مثال نقض

$$A = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}, \quad B = (a + b)^*, \quad A \cup B = B$$

(د) هر گرامر مستقل از متن برای یک زبان نامتناهی حتما باید حداقل دو قانون داشته باشد.  
 درست. فرض کنید گرامر  $G$  فقط یک قانون داشته باشد. اگر طرف سمت راست قانون متغیر داشته باشد، گرامر  $G$  توانایی تولید رشته ندارد. برای مثال

$$S \rightarrow aAbb$$

چون متغیرها نهایتا باید تبدیل به لیترال یا رشته تهی شوند. اگر طرف سمت راست فقط شامل لیترال باشد، گرامر مورد نظر فقط یک رشته را تولید می کند و لذا نمی تواند معادل با یک زبان نامتناهی باشد.

موفق باشید