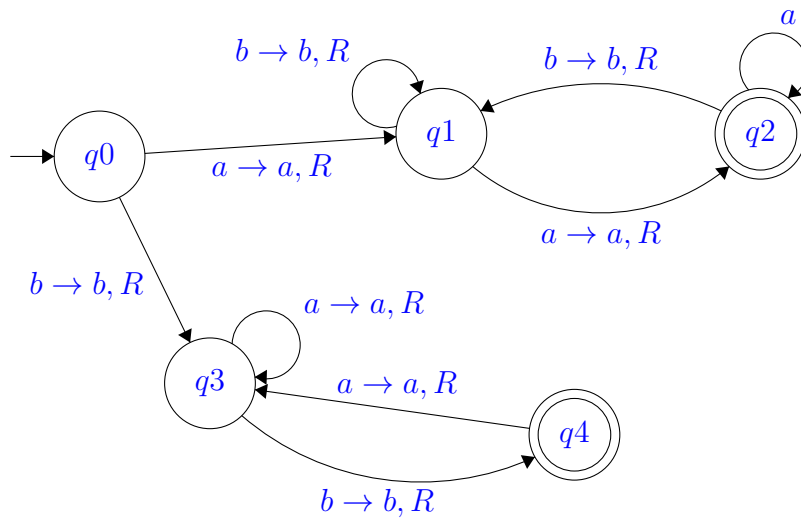


تکلیف سری چهارم

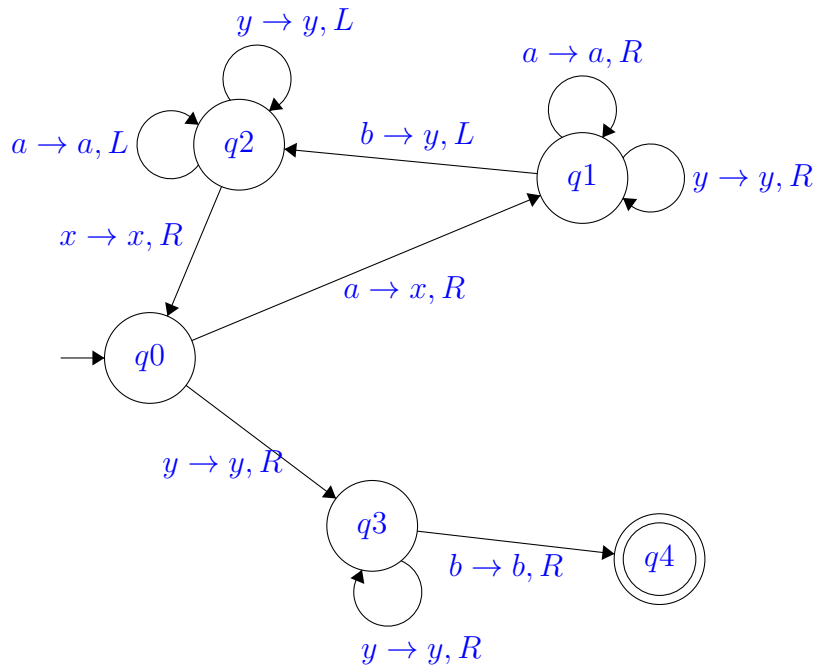
مبانی نظریه محاسبه
دانشکده ریاضی. دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی. ترم ۴۰۲۲

۱. برای زبانهای زیر یک ماشین تورینگ با استفاده از دیاگرام ارائه کنید.

$$A = a(a + b)^*a + b(a + b)^*b$$



$$B = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$$



۲. برای زبانهای زیر یک ماشین تورینگ ارائه کنید. توصیف سطح بالا کافی است. نیاز به دیاگرام نیست.

$$A = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$$

در کلاس در مورد شیوه کار ماشین تورینگ برای این مسئله یا مشابه آن توضیح داده شده.

$$B = \{a^n \mid n \text{ یک عدد فیبوناچی است}\}$$

بطور خلاصه: ماشین تورینگ همه اعداد فیبوناچی را یک به یک تولید می کند. بعد از تولید عدد فیبوناچی جدید طول آن با عدد داده شده مقایسه می شود. در صورتیکه طول عدد فیبوناچی جدید کمتر از طول ورودی بود، عدد فیبوناچی بعدی تولید می شود، اگر طول عدد فیبوناچی جدید بیشتر از طول ورودی باشد، به وضعیت reject می رود. اگر طول عدد فیبوناچی جدید برابر با طول ورودی باشد، به وضعیت accept می رود.

۳. جدول زیر تابع تغییر وضعیت δ یک ماشین تورینگ را توصیف می کند. q_0 وضعیت شروع است. اینجا q_4 وضعیت پذیرش است.

الف) دنباله پیکربندی های ماشین موقع پردازش رشته 000111 را بنویسید.

ب) کدامیک از این رشته ها توسط این ماشین پذیرفته می شود؟

01, 10, 0101, 0011, 0000111

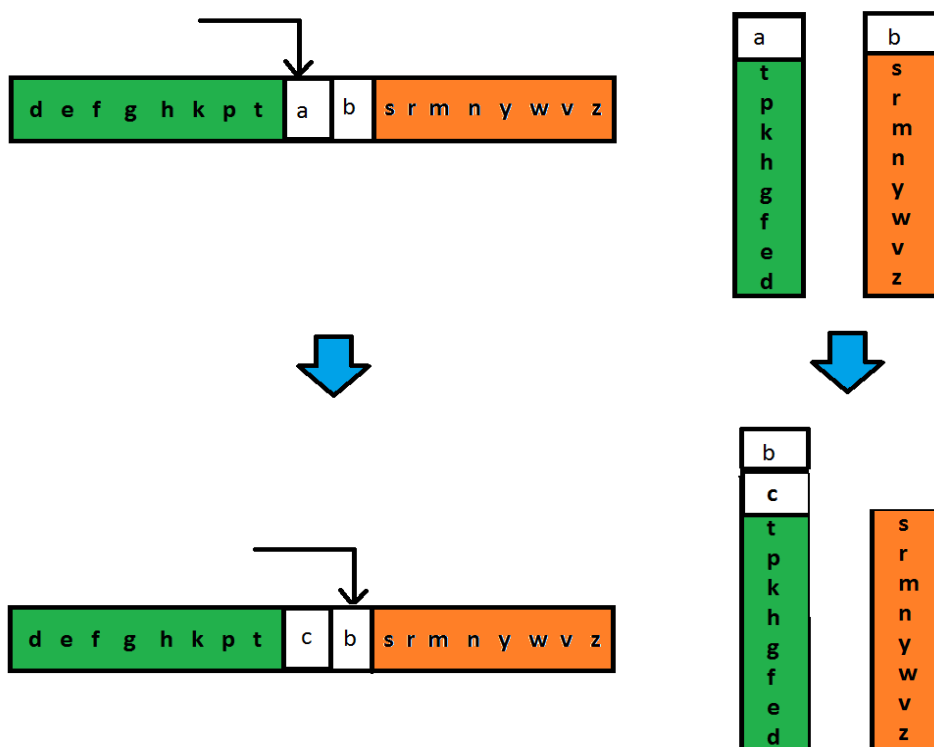
ج) حدس می زنید این ماشین چه زبانی را می پذیرد؟

۴. نشان دهید ماشین پشته ای با ۲ پشته می تواند ماشین تورینگ را شبیه سازی کند. یک پیکربندی ماشین تورینگ را در نظر بگیرید. فرض کنید نوک خواندن نوشتن روی حرف a قرار دارد. به شکل زیر دقت کنید. قسمت سمت چپ نوک، با رنگ سبز نشان داده شده است و قسمت سمت راست نوک با رنگ

State	Symbol				
	0	1	X	Y	B
q_0	(q_1, X, R)	-	-	(q_3, Y, R)	-
q_1	$(q_1, 0, R)$	(q_2, Y, L)	-	(q_1, Y, R)	-
q_2	$(q_2, 0, L)$	-	(q_0, X, R)	(q_2, Y, L)	-
q_3	-	-	-	(q_3, Y, R)	(q_4, B, R)
q_4	-	-	-	-	-

نارنجی. این وضعیت را می‌توان با دو پشته مدل کرد. سمت چپ شکل زیر را ببینید. پشته اول محتوای سمت چپ نوار را ذخیره کرده و پشته نارنجی محتوای سمت راست نوک خواندن و نوشتن را ذخیره کرده است.

فرض کنید نوک به سمت راست حرکت می‌کند و محتوای خانه قبلی را از به c تغییر می‌دهد. مانند این است که حرف بالای پشته سبز رنگ را به c تغییر دهیم و حرف b را بالای آن درج کنیم. علاوه بر این حرف b را از بالای پشته نارنجی برمی‌داریم.



۵. ثابت کنید که زبان $\{ \langle N \rangle \mid L(N) = \Sigma^* \}$ توصیف یک ماشین متناهی نامعین است و Σ^* تصمیم پذیر است.

ماشین نامعین N را به ماشین معین M تبدیل می‌کنیم. سپس ماشین متمم \overline{M} را می‌سازیم. اگر زبان \overline{M} تهی بود یعنی $L(N) = \Sigma^*$ در غیر اینصورت رشته‌ای هست که N نمی‌پذیرد. چک کردن تهی بودن زبان یک ماشین متناهی را قبلاً در کلاس توضیح داده‌ایم.

۶. نشان دهید زبان زیر تصمیم پذیر است.

$A = \{N \mid N \text{ توصیف یک dfa است و رشته‌ای در زبان این ماشین است که زیررشته 111 را دارد}\}$
با فرض اینکه الفبای ورودی N مجموعه Σ باشد، زبان B را در نظر بگیرید.

$$B = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ زیررشته 111 را دارد}\}$$

زبان B منظم است و یک dfa معادل آن وجود دارد. فرض کنید توصیف dfa معادل آن N' باشد. حال با داشتن ماشین متناهی N می‌خواهیم بدانیم آیا $L(N) \cap L(N') = \emptyset$ یا نه؟ برای چک کردن تهی بودن اشتراک زبان دو dfa یک الگوریتم وجود دارد که قبلاً در کلاس آن را شرح داده‌ایم.

۷. نشان دهید زبان زیر تصمیم پذیر نیست.

$$B = \{\langle M \rangle \mid M \text{ یک ماشین تورینگ است و رشته تهی را می‌پذیرد}\}$$

مشابه این مسئله قبلاً در کلاس انجام شده است.

۸. نشان دهید زبان زیر تصمیم پذیر نیست.

$$C = \{\langle M_1, M_2 \rangle \mid L(M_1) \subseteq L(M_2), M_1 \text{ و } M_2 \text{ ماشینهای تورینگ هستند}\}$$

این مسئله قبلاً در کلاس توضیح داده شده است.