

فقط به ۵ سؤال از ۶ سؤال زیر به دلخواه پاسخ دهید.

۱. آ- با استفاده از مبحث خطاها، صحت تساوی  $\frac{1}{(2+\sqrt{3})^2} = 97 - 56\sqrt{3}$  را بررسی کنید.

ب- در صورتی که مقدار تقریبی  $\sqrt{3}$  در دسترس باشد، با دلیل بیان کنید که جهت محاسبه مقدار تقریبی  $\frac{1}{(2+\sqrt{3})^2}$  چگونه عمل می‌کنید؟

۲. فرض کنید روش تکراری  $x_{n+1} = \frac{kx_n^2 + x_n^2 + 1}{(k+1)x_n^2}$  ریشه  $\alpha$  از معادله  $f(x) = 0$  را بدست می‌دهد.  $k$  را طوی

تعیین کنید که مرتبه همگرایی روش حداقل ۲ باشد.

۳. آ- روش دوبخشی در بازه  $[-8, 8]$ ، برای محاسبه یک ریشه معادله  $f(x) = (x-1)(x-3)(x-5)(x-10)(x-12)$  کدام ریشه را بدست می‌دهد؟

ب- با استفاده از یک روش تکراری مناسب مقدار تقریبی ریشه معادله  $e^x - x^e = 0$  را با دقت دو رقم اعشار صحیح بدست آورید.

۴. با استفاده از چندجمله‌ای‌های لاگرانژ و با انتخاب نقاط درونیابی  $x_0 = 0, x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3$  و  $x_4 = 4$  چندجمله‌ای درونیاب تابع  $f(x) = x^2 + 1$  را بدست آورده و سپس کسر  $\frac{x^2 + 1}{x(x-1)(x-2)(x-3)}$  را تجزیه کنید.

۵. فرض کنید:  $f(x) = \int_0^x \sin(s^2) ds$ . معین کنید بازه  $[0, \pi/2]$  را به چند زیربازه مساوی تقسیم کنیم تا درونیابی با چندجمله‌ای درجه دوم، حداکثر خطای درونیابی  $10^{-6} \times \frac{1}{\pi}$  باشد؟

۶. اگر  $f$  یک چندجمله‌ای از درجه سه باشد، با استفاده از چندجمله‌ای‌های درونیاب نشان دهید:

$$f[x_0, x_1, x_2] = \frac{1}{\pi} f''\left(\frac{x_0 + x_1 + x_2}{3}\right)$$

\* لطفاً برگه سؤال را به همراه پاسخنامه خود تحویل دهید.

موفق باشید.