

آزمونک دوم درس مبانی منطق و نظریه مجموعه ها (۲۰ آذر ۱۴۰۲؛ زمان ۷۵ دقیقه)

۱. فرض کنید $\Sigma = \{x, y, z, w\}$ الفبای زبان باشد. فرض کنید $A, B \subset \Sigma^*$ که به وسیله $A = \{zw\}$ و $B = \{\lambda, yx\}$ تعریف شده باشد (λ عضو خنثی زبان است). مطلوب است

(الف) AB و BA .

(ب) A^+ .

(پ) B^* .

۲. فرض کنید $\Sigma = \{x_1, x_2, \dots, x_{100}\}$ یک الفبا باشد. برای رشته هایی که با این حروف می توان ساخت،

(الف) چند رشته به طول دقیقاً یک می توان ساخت؟

(ب) چند زیر رشته به صورت $x_i x_{i+1}$ برای $1 \leq i \leq 100$ به طول دقیقاً ۲ می توان ساخت؟

(پ) به طور کلی چند رشته به طول دقیقاً n که اندیس های آنها متوالی اند، یعنی به صورت $x_i x_{i+1} x_{i+2} \dots x_{i+n-1}$ هستند، می توان ساخت؟

(ت) به همین قیاس، مجموع تمام رشته هایی که به ترتیب به طول یک، به طول ۲، به طول ۳، ... و به طول ۱۰۰ با حروف Σ می توان ساخت به طوری که دقیقاً n حرف متوالی آن کنار هم باشند، با $1 \leq n \leq 100$ تعیین کنید.

۳. فرض کنید Σ یک الفبا و $a \in \Sigma$ یکی از حروف آن باشد. تابع $r: \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$ را به صورت زیر تعریف می کنیم. (λ عضو خنثی Σ^* است).

$$r(x) = \begin{cases} \lambda, & \text{اگر } x = \lambda, \\ x_n x_1 x_2 \dots x_{n-1}, & \text{اگر } x = x_1 x_2 \dots x_{n-1} x_n. \end{cases}$$

آیا تابع r یک به یک است؟ پوشا است؟ اگر دوسوی است تابع وارون آن را بیابید.

۴. فرض کنید A و B دو زبان روی Σ هستند. نشان دهید

(الف) $(A^*)^* = A^*$.

(ب) $\lambda \in A \iff A^+ = A^*$.

(پ) $A^* A^+ = A^+$.

۵. فرض کنید زبان های A ، B و C زبان هایی روی Σ باشند. تعیین کنید کدامیک از ادعاهای زیر راست هستند و برای آنها که راست نیستند، یک مثال نقض ارائه دهید.

(الف) اگر $A^* \subseteq B^*$ آنگاه $A \subseteq B$.

(ب) $A^+ = A^+ A^+$.

(پ) $A(B - C) = AB - AC$.

سوال	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	
نمره	۳	۴	۳	۳	۳				مجموعاً ۱۶

توزیع نمرات :

موفق و پیروز باشید