

K. N. Toosi University of Technology

Faculty of Mathematics

Problems 4 - Calculus II

4 September 2020, 16:00—18:00

A. R. Moghaddamfar

1. محاسبه کنید $\int_{\pi/2}^{\pi} \int_0^{x^2} \frac{1}{x^2} \cos \frac{y}{x} dy dx$.

2. محاسبه کنید $\int_1^4 \int_0^{\sqrt{y}} e^{x/\sqrt{y}} dx dy$.

3. انتگرال دو گانه

$$\iint_D e^{-(x^2+y^2)} dx dy$$

را محاسبه کنید که در آن D ناحیه بین دو دایره به معادلات $x^2 + y^2 = 1$ و $x^2 + y^2 = 4$ است.

4. انتگرال دو گانه $\iint_D (x+y)^2 dx dy$ را محاسبه کنید که در آن D متوازی الاضلاع محدود به خطوط زیر

است: $2x - y = 3$ و $x + y = 0$, $x + y = 1$, $2x - y = 0$.

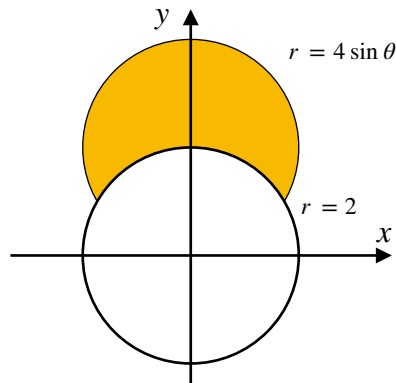
5. فرض کنید D ناحیه محدود به هذلولی های $xy = 1$, $xy = 9$ و خطوط $y = x$, $y = 4x$ در ناحیه اول دستگاه مختصات دکارتی باشد. انتگرال دو گانه زیر را محاسبه کنید

$$\iint_D \left(\sqrt{\frac{y}{x}} + \sqrt{xy} \right) dx dy.$$

6. محاسبه کنید $\int_0^{\frac{\sqrt{\pi}}{2}} \int_{2y}^{\sqrt{\pi}} \sin(x^2) dx dy$.

7. حجم زیر رویه $z = \sqrt{4 - r^2}$ و بالای ناحیه محدود به منحنی $r = 2 \cos \theta$ ،
 $-\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2$ را محاسبه کنید.

8. مساحت خارج دایره $r = 2$ و داخل دایره $r = 4 \sin \theta$ را بیابید (شکل زیر را ببینید).



9. فرض کنید D ناحیه محدود به خطوط $x + 2y = 1$ و $y = x$, $y = x - 1$, $x + 2y = 0$ باشد. انتگرال دوگانه زیر را محاسبه کنید

$$\iint_D \frac{x + 2y}{\cos(x - y)} dx dy$$

10. محاسبه کنید $\int_0^2 \int_{y/2}^1 e^{x^2} dx dy$.

11. انتگرال سه گانه $\iiint_D 12xy^2z^3 dV$ را روی مکعب مستطیل D که در زیر مشخص شده، بیابید

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid -1 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 3, 0 \leq z \leq 2\}$$

12. مقدار حجم جسم محدود بین استوانه $x^2 + y^2 = 9$ و صفحات $z = 1$ و $x + z = 5$ را بیابید.

13. انتگرال منحنی الخط $\int_C xy dx + x^2 dy$ را که آن C منحنی سهمی $y = x^2$ از $(0,0)$ تا

$(2,4)$ ، و سپس خط راست از $(2,4)$ به $(0,0)$ می باشد، پیدا کنید.

14. انتگرال منحنی الخط تابع $f(x, y, z) = xy + y + z$ را در امتداد منحنی

$$r(t) = \langle 2t, t, 2 - 2t \rangle \text{ که } t \in [0, 1], \text{ بیابید.}$$