۱

قواعد استنتاج[1]

در جلسات گذشته آموختیم در منطق یا ریاضیات، «قضایا» به معنی گزاره های همواره راست هستند، و «برهان» (قضیه) **اثبات درستی** آن است. برهان درستی یک قضیه ارائه یک دنباله متناهی $Q_1, Q_2, Q_3, \ldots, Q_n$ از تعاریف یا گزارهایی که درستی آن ها بدیهی است و یا گزاره هایی که درستی آن قیل از گزاره مورد نظر نشان داده شده است و یا این گزاره از گزاره های قبلی با استفاده از قواعد استنتاج نتیجه شده است می باشد.

Q_1	درستی دلیل
Q_2	درستی دلیل
Q_3	درستی دلیل
$\vdots$	$\vdots$
Q_n	درستی دلیل

گزاره Q_n را نتیجه و چندگزاره اول را فرض ها یا مقدمات می نامند.

به طور خلاصه Q_n درست تلقی می شود هرگاه ترکیب عطفی $Q_1 \wedge Q_2 \wedge Q_3 \wedge Q_4 \wedge \cdots \wedge Q_{n-1}$ گزاره Q_n را نتیجه دهد. یعنی

$$Q_1 \wedge Q_2 \wedge Q_3 \wedge \cdots \wedge Q_{n-1} \Longrightarrow Q_n.$$

رفتن از گزاره Q_i به Q_{i+1} معمولا توسط قاعده هایی موسوم به «قاعده های استنتاج» صورت می گیرد.

قضایای ۲ تا ۸ که در جلسه قبل آموختیم برای بررسی هم ارزیها و استلزام ها منطقی ابزارهای مفیدی هستند که در ارائه استدلال به کار می روند و به آنها **قاعده های استنتاج** می گویند.

برای ارجاع سریعتر به این قاعده ها آنها را در این قسمت گردآوری می کنیم.

[1] Deduction Rules

قضیه ۲. فرض کنیم p و q دو گزاره هستند. آنگاه قوانین زیر برقرارند:

(الف) **قانون جمع:** $p \Longrightarrow p \vee q$.

(ب) **قانون اختصار:** $p \wedge q \Longrightarrow p$، $p \wedge q \Longrightarrow q$.

(پ) **قانون رفع مولفه** $(p \vee q) \wedge \sim p \Longrightarrow q$.

قضیه ۳. فرض کنیم p و q دو گزاره هستند. آنگاه

(الف) قانون نفی مضاعف [۱]: $\sim (\sim p) \equiv p$.

(ب) قانون جابه جایی$p \vee q \equiv q \vee p$، $p \wedge q \equiv q \wedge p$:.

(پ) قانون خودتوانی[۲]: $p \vee p \equiv p$، $p \wedge p \equiv p$

(ت) قانون عکس نقیض [۳]: $(p \longrightarrow q) \equiv (\sim q \longrightarrow \sim p)$.

قضیه ۴. (قانون دمورگان). فرض کنیم p و q دو گزاره هستند. آنگاه

$$\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

$$\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

---

[۱] *Double Negation*
[۲] *Idempotency*
[۳] *ContraPositive*

قضیه ۵. فرض می کنیم p، q و r گزاره هستند. آنگاه

(الف) قانون شرکت پذیری

$$(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$$

$$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$$

(ب) قانون پخش پذیری [۱]

$$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

$$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

(پ) قانون تعدی [۲]

$$(p \longrightarrow q) \wedge (q \longrightarrow r) \Longrightarrow (p \longrightarrow r).$$

قضیه ۶. گیریم p، q، r، و s گزاره هستند. آنگاه

(الف) قیاس ذوالوجهین موجب Constructive dilemma

$$(p \longrightarrow q) \wedge (r \longrightarrow s) \Longrightarrow (p \vee r \longrightarrow q \vee s)$$

$$(p \longrightarrow q) \wedge (r \longrightarrow s) \Longrightarrow (p \wedge r \longrightarrow q \wedge s)$$

(ب) قیاس **ذوالوجهین منفی** Destructive dilemma

$$(p \longrightarrow q) \wedge (r \longrightarrow s) \Longrightarrow (\sim q \vee \sim s \longrightarrow \sim p \vee \sim r)$$

$$(p \longrightarrow q) \wedge (r \longrightarrow s) \Longrightarrow (\sim q \wedge \sim s \longrightarrow \sim p \wedge \sim r)$$

---

[۱] *Distributive*
[۲] *Transitive*

قضیه ۷. فرض کنید p و q گزاره هستند. آنگاه

(الف) **قیاس استثنایی** [۱] $(p \longrightarrow q) \wedge p \Longrightarrow q$

(ب) **قیاس دفع** [۲] $(p \longrightarrow q) \wedge \sim q \Longrightarrow \sim p$

(پ) **برهان خلف** [۳] $(p \longrightarrow q) \Longleftrightarrow (p \wedge \sim q \longrightarrow q \wedge \sim p)$.

قضیه ۸. فرض کنیم t، c و p، به ترتیب یک راستگو، یک تناقض و یک گزاره دلخواه باشند. آنگاه

(الف) $p \wedge t \Longleftrightarrow p$،

$p \vee t \Longleftrightarrow t,$

(ب) $p \vee c \Longleftrightarrow p,$

$p \wedge c \Longleftrightarrow c$.

(پ) $p \Longrightarrow t$ و $c \Longrightarrow p$.

[۱] *Modus Ponens*

[۲] *Modus Tollens*

[۳] *By Contradiction*