

## قواعد استنتاج<sup>۱</sup>

در جلسات گذشته آموختیم در منطق یا ریاضیات، «قضایا» به معنی گزاره های همواره راست هستند، و «برهان» (قضیه) اثبات درستی آن است. برهان درستی یک قضیه ارائه یک دنباله متناهی  $Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_n$  از تعاریف یا گزاره هایی که درستی آن ها بدیهی است و یا گزاره هایی که درستی آن قیل از گزاره مورد نظر نشان داده شده است و یا این گزاره از گزاره های قبلی با استفاده از قواعد استنتاج نتیجه شده است می باشد.

درستی دلیل	$Q_1$
درستی دلیل	$Q_2$
درستی دلیل	$Q_3$
$\vdots$	$\vdots$
درستی دلیل	$Q_n$

گزاره  $Q_n$  را نتیجه و چندگزاره اول را فرض ها یا مقدمات می نامند.

به طور خلاصه  $Q_n$  درست تلقی می شود هرگاه ترکیب عطفی  $Q_1 \wedge Q_2 \wedge Q_3 \wedge Q_4 \wedge \dots \wedge Q_{n-1}$  گزاره  $Q_n$  را نتیجه دهد. یعنی

$$Q_1 \wedge Q_2 \wedge Q_3 \wedge \dots \wedge Q_{n-1} \implies Q_n.$$

رفتن از گزاره  $Q_i$  به  $Q_{i+1}$  معمولا توسط قاعده هایی موسوم به «قاعده های استنتاج» صورت می گیرد.

قضایای ۲ تا ۸ که در جلسه قبل آموختیم برای بررسی هم ارزیها و استلزام ها منطقی ابزارهای مفیدی هستند که در ارائه استدلال به کار می روند و به آنها قاعده های استنتاج می گویند. برای ارجاع سریعتر به این قاعده ها آنها را در این قسمت گردآوری می کنیم.

---

<sup>۱</sup>Deduction Rules

قضیه ۲. فرض کنیم  $p$  و  $q$  دو گزاره هستند. آنگاه قوانین زیر برقرارند:

(الف) قانون جمع:  $p \implies p \vee q$ .

(ب) قانون اختصار:  $p \wedge q \implies p$ ،  $p \wedge q \implies q$ .

(پ) قانون رفع مولفه  $(p \vee q) \wedge \sim p \implies q$ .

قضیه ۳. فرض کنیم  $p$  و  $q$  دو گزاره هستند. آنگاه

(الف) قانون نفی مضاعف<sup>۱</sup>:  $\sim(\sim p) \equiv p$ .

(ب) قانون جابه جایی  $p \wedge q \equiv q \wedge p$ ،  $p \vee q \equiv q \vee p$ .

(پ) قانون خودتوانی<sup>۲</sup>:  $p \wedge p \equiv p$ ،  $p \vee p \equiv p$ .

(ت) قانون عکس نقیض<sup>۳</sup>:  $(p \longrightarrow q) \equiv (\sim q \longrightarrow \sim p)$ .

قضیه ۴. (قانون دمورگان). فرض کنیم  $p$  و  $q$  دو گزاره هستند. آنگاه

$$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

$$\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

<sup>۱</sup> Double Negation

<sup>۲</sup> Idempotency

<sup>۳</sup> ContraPositive

قضیه ۵. فرض می کنیم  $p, q$  و  $r$  گزاره هستند. آنگاه

(الف) قانون شرکت پذیری

$$(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$$

$$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$$

(ب) قانون پخش پذیری<sup>۱</sup>

$$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

$$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

(پ) قانون تعدی<sup>۲</sup>

$$(p \longrightarrow q) \wedge (q \longrightarrow r) \Longrightarrow (p \longrightarrow r).$$

قضیه ۶. گیریم  $p, q, r$  و  $s$  گزاره هستند. آنگاه

(الف) قیاس ذوالوجهین موجب Constructive dilemma

$$(p \longrightarrow q) \wedge (r \longrightarrow s) \Longrightarrow (p \vee r \longrightarrow q \vee s)$$

$$(p \longrightarrow q) \wedge (r \longrightarrow s) \Longrightarrow (p \wedge r \longrightarrow q \wedge s)$$

(ب) قیاس ذوالوجهین منفی Destructive dilemma

$$(p \longrightarrow q) \wedge (r \longrightarrow s) \Longrightarrow (\sim q \vee \sim s \longrightarrow \sim p \vee \sim r)$$

$$(p \longrightarrow q) \wedge (r \longrightarrow s) \Longrightarrow (\sim q \wedge \sim s \longrightarrow \sim p \wedge \sim r)$$

<sup>۱</sup> Distributive

<sup>۲</sup> Transitive

قضیه ۷. فرض کنید  $p$  و  $q$  گزاره هستند. آنگاه

(الف) قیاس استثنایی <sup>۱</sup>  $(p \rightarrow q) \wedge p \Rightarrow q$

(ب) قیاس دفع <sup>۲</sup>  $(p \rightarrow q) \wedge \sim q \Rightarrow \sim p$

(پ) برهان خلف <sup>۳</sup>  $(p \rightarrow q) \Leftrightarrow (p \wedge \sim q \rightarrow q \wedge \sim p)$ .

قضیه ۸. فرض کنیم  $t$ ،  $c$  و  $p$ ، به ترتیب یک راستگو، یک تناقض و یک گزاره دلخواه باشند. آنگاه

(الف)  $p \wedge t \Leftrightarrow p$

$p \vee t \Leftrightarrow t$ ,

(ب)  $p \vee c \Leftrightarrow p$ ,

$p \wedge c \Leftrightarrow c$ .

(پ)  $c \Rightarrow p$  و  $p \Rightarrow t$

---

<sup>۱</sup> *Modus Ponens*

<sup>۲</sup> *Modus Tollens*

<sup>۳</sup> *By Contradiction*