

# Universidad de Buenos Aires Facultad de Ingeniería

2do Cuatrimestre de 2021

# $[71.14\ /\ 91.04]$ Modelos y Optimización I ${\rm Curso}\ 4$

# Trabajo Práctico 2

# Empresa Agrícola

Padrón	Alumno	Email
103442	Lovera, Daniel	dlovera@fi.uba.ar
104105	Rosenblatt, Jonathan David	jrosenblatt@fi.uba.ar
103745	Martínez Quintero, Erick	egmartinez@fi.uba.ar

# $\mathbf{\acute{I}ndice}$

1.	Enunciado	2			
2.	Análisis del problema	3			
3.	Objetivo	3			
4.	Hipótesis y supuestos	3			
5.	. Constantes y Parámetros				
6.	Definición de variables	4			
7.	Modelo de programación líneal	5			
8.	Resolución por software         8.1. Modelo	6 6 8			
9.	8.2. Resultados	10 <b>13</b>			
10	.Fe de Erratas	13			

#### 1. Enunciado

71.14 / 91.04 - Modelos y Optimización I

Turno Sábados

## TRABAJO PRÁCTICO

#### PROBLEMA 2

La empresa agrícola Granolliers desea estudiar la política del próximo mes. Ya ha aceptado órdenes de compra de las empresas Talbott, Migueletes. y Blasco Hnos. También tiene la opción de comprar un poco de grano adicional de Granjas Solís. Los detalles de los pedidos de se presentan en la siguiente tabla.

Compañía solicitante	Talbott	Migueletes	Blasco Hnos	
Cantidad [tn]	40.000 a 45.000	32.000 a 36.000	50.000 a 54.000	
Humedad máxima (%)	13	15,5	15	
Peso mínimo [kg/m³]	560	540	560	
% máximo de daño	2	5	2	
% máximo de impurezas	2	3	4	
Precio de venta [U\$S/tn]	200	250	190	

La compañía tiene la opción de suministrar cualquier cantidad de grano que desee, dentro del rango especificado. Claro está que deberá satisfacer los requerimientos indicados.

Granolliers mezcla los granos que le pertenecen para atender los pedidos de los clientes. Tiene almacenados 326.000 toneladas de maíz que se subdividen en 11 tipos que difieren en cuanto a (1) cantidad disponible, (2) costo por tonelada, (3) porcentaje de contenido de humedad, (4) peso por metro cúbico, (5) porcentaje de grano dañado y (6) porcentaje de impurezas. La siguiente tabla representa la información adicional acerca de las características de los distintos tipos de grano.

Tipo de maíz	Cantidad disponible [tn]	Costo [\$/tn]	Humedad (%)	Peso [kg/m³]	% daño	% impurezas
1	30.000	145	12	570	2	1,5
2	45.000	144	15	570	2	1
3	25.000	145	12	580	3	3
4	40.000	142	13	560	4	2
5	20.000	138	15	540	4	2
6	30.000	137	15	550	5	3
7	75.000	137	18	570	5	1
8	15.000	139	14	580	2	4
9	16.000	127	17	530	7	5
10	20.000	128	15	550	8	3
11	10.000	117	22	560	9	5

El grano que ofrece Granjas Solís es un cargamento de hasta 50.000 toneladas, con un promedio de 15% de humedad, 3% de daño y 2% de impurezas. La carga tiene una densidad de 570 kg por metro cúbico y el gerente de compras está convencido de que el pedido puede obtenerse a un costo de U\$S 141 por tonelada.

¿Qué es lo mejor que puede hacer Granolliers con esta información?

<u>Nota</u>: se debe resolver utilizando exclusivamente variables reales continuas, para poder realizar el análisis de sensibilidad en la última entrega

Segundo cuatrimestre 2021

## 2. Análisis del problema

Este es un problema de planificación de ventas, consiste en resolver una mezcla para distribuir todos los tipos de granos trabajando con un stock inicial sumado a la posibilidad de poder comprar al Centro Granja Solis. Debido a que la cantidad de granos almacenados en un mes es mucho mayor a la demanda y estos gastos ya fueron adquiridos, lo mejor que puede hacer Granolliers es vender los granos de la forma mas óptima para amortiguar las pérdidas que tendrá durante el mes.

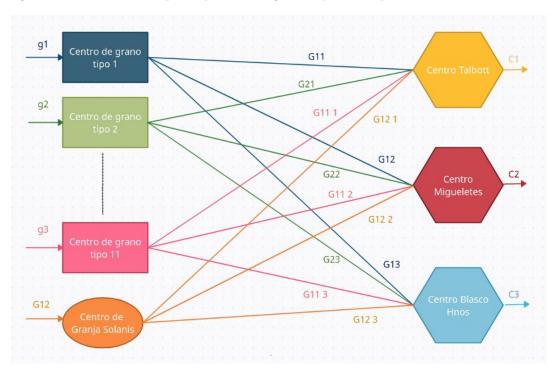


Figura 1: Diagrama del proceso a resolver.

# 3. Objetivo

Determinar la cantidad de granos que se deben comprar a la Granja Solis y la distribución óptima de granos almacenados que se deben vender a las empresas Talbott, Migueletes y Blasco Hnos para minimizar las pérdidas de la empresa en un período mensual.

# 4. Hipótesis y supuestos

- Todos los granos almacenados son contabilizados en la planificación del final del mes como costos fijos que ya fueron adquiridos.
- Del stock inicial de granos habrán sobrantes, no se puede utilizar la totalidad de los granos por las restricciones de demanda del mes.
- Los granos de distintos tipos destinados a cada empresa son homogéneos, no hay distinción física entre los mismos.
- Los granos se distribuyen uniformemente, una muestra del total de granos conservara los mismos valores de humedad, inmpureza, daño, densidad y costo.
- La cantidad total de granos destinados a una empresa es indistinguible al momento de la entrega, se contabilizan como un todo.

- No hay perdidas de granos al momento de realizar las mezclas.
- La estimación del gerente de compras en el costo de granos de Granja Solis es acertada.
- Se pueden mezclar cantidades fraccionarias de granos.
- La empresa no se hace cargo de costos adicionales o cualquier tipo de mano de obra.
- No hay ningún tipo de fenómeno monetario que pueda afectar la variación de precios.
- Los granos almacenados no sufren variaciones en sus propiedades a lo largo del tiempo, se mantendrán al menos hasta fin de mes.
- Las demandas máximas y mínimas de granos son constantes.

## 5. Constantes y Parámetros

Los subíndices i y j son iguales a nombres en formato texto, sin embargo, para cada nombre habra un mapeo interno a números comenzando con 1. Por ejemplo: Talbott = 1, Migueletes = 2, Blasco Hnos = 3.

```
Sea i = Talbott, Migueletes, Blasco Hnos.
Sea j = Tipo1, Tipo2, Tipo3, ..., Tipo11, Granja Solis.
```

- 1. pi: Precio de venta de granos destinados a j por tonelada [U\$S / tn]
- 2. cj: Costos de granos de tipo j en un mes [U\$S / tn]
- 3. gj: Granos de tipo j disponibles en un mes [tn / mes]
- 4. g: Granos totales disponibles en un mes [tn /mes]
- 5. hj: Humedad del grano tipo j [%]
- 6. **vj**: Densidad del grano de tipo j [kg / m3]
- 7. dj: Daño del grano de tipo j [%]
- 8. ij: Impurezas del grano de tipo j [%]

#### 6. Definición de variables

Dirigirse a **Constantes y Parámetros** para información sobre subíndices. Adicionalmente todas las variables utilizadas son continuas.

- 1. Ci: Cantidad de granos destinados a i en un mes [tn/mes]
- 2. Hi: Toneladas de granos humedos destinados a i en un mes, si se considera que 1 ton = 1 m<sup>3</sup> se puede obtener el volumen de humedad en los granos destinados a i [ton / mes]
- 3. **Vi**: Volumen de granos destinados a i en un mes [m<sup>3</sup>/mes]
- 4. **Di**: Daño de granos destinados a i en un mes [tn/mes]
- 5. **Ii**: Impurezas de granos destinados a i en un mes [tn/mes]
- 6. **GPji**: Granos parciales de tipo j destinados a i en un mes [tn/mes]
- 7. **GTj**: Granos totales de tipo j consumidos en un mes [tn/mes]

## 7. Modelo de programación líneal

Restricciones de las órdenes de compra:

```
1. Demanda máxima de granos [tn / mes]:
        C1 <= 45000
        C2 <= 36000
        C3 <= 54000
    2. Demanda mínima de granos [tn / mes]:
        C1 >= 40000
        C2 >= 32000
        C3 >= 50000
    3. Humedad máxima de granos: [vol humedad / mes]
        H1 <= 0.13 * C1
        H2 <= 0.155 * C2
        H3 <= 0.15 * C3
    4. Densidad mínima de granos (Linealizada): [kg / m^3]
        560 * V1 <= 1000 * C1
        540 * V2 <= 1000 * C2
        560 * V3 <= 1000 * C3
    5. Daño máximo de granos: [tn / mes]
        D1 <= 0.02 * C1
        D2 \le 0.05 * C2
        D3 <= 0.02 * C3
    6. Impureza máxima de granos: [tn / mes]
        I1 <= 0.02 * C1
        I2 <= 0.03 * C2
        I3 <= 0.04 * C3
Vínculos (Entradas y Salidas):
    1. Vínculos entre granos de tipo j y granos de tipo j destinados a i:
        GT1 = GP11 + GP12 + GP13
        GT2 = GP21 + GP22 + GP23
        GT3 = GP31 + GP32 + GP33
        GT11 = GP11 1 + GP11 2 + GP11 3
        GT12 = GP12 1 + GP12 2 + GP12 3
    2. Vínculos entre granos de tipo j destinados a i y cantidad
    de granos destinados a i :
        GP11 + GP21 + GP31 + ... + GP11 1 + GP12 1 = C1
        GP12 + GP22 + GP32 + ... + GP11 2 + GP12 2 = C2
        GP13 + GP23 + GP33 + ... + GP11 3 + GP12 3 = C3
Relaciones:
    1. Relación granos de tipo j y granos de tipo j destinados a i:
        g1 >= GP11 + GP12 + GP13
```

```
g2 >= GP21 + GP22 + GP23
        g3 >= GP31 + GP32 + GP33
        g11 >= GP11 1 + GP11 2 + GP11 3
        g12 >= GP12 1 + GP12 2 + GP12 3
    2. Relación de humedad:
        Hi = Sum 1 \le j \le 12 [(hj/100) * GPji]
    3. Relación de volumen:
        Vi = Sum 1 \le j \le 12 [(1000 * GPji) / vj)]
    4. Relación de daños:
        Di = Sum 1 \le j \le 12 [(dj/100) * GPji)]
    5. Relación de impurezas:
        Ii = Sum 1 \le j \le 12 [(ij/100) * GPji)]
Funcional:
    Ventas = p1 * C1 + p2 * C2 + p3 * C3
    Costos FIJOS de insumos en stock = c1 * g1 + c2 * g2 + ... + c11 * g11
    Costos de Granos Solis = c12 * GT12
    MIN Z = Costos - Ventas
    MIN Z = (Costos de FIJOS de insumos en stock + Costos de Granos Solis)
            - Ventas
```

#### 8. Resolución por software

#### 8.1. Modelo

#### 8.1.1. .dat

```
param \ disponibilidad\_granos := G1 \ 30000
                                 G2 45000
                                 G3 25000
                                 G4 40000
                                 G5 20000
                                 G6 30000
                                 G7 75000
                                 G8 15000
                                 G9 16000
                                 G10 20000
                                 G11 10000
                                 G12 50000;
param humedad granos := G1 12
                         G2 15
                         G3 12
                         G4 13
                         G5 15
                         G615
                         G7 18
                         G8 14
                         G9 17
                         G10 15
                         G11 22
                         G12 14;
param densidad_granos := G1 570
                          G2 570
                          G3 580
                          G4 560
                          G5 540
                          G6 550
                          G7 570
                          G8 580
                          G9 530
                          G10\ 550
                          G11\ 560
                          G12 570;
param dano_granos := G1 2
                      G2 2
                      G3 3
                      G4 4
                      G5 4
                      G6 4
                      G7 5
                      G8 2
                      G9 7
                      G10 8
                      G11 9
                      G12 3;
param impureza_granos := G1 1.5
                          G2 1
```

```
G3 3
                            G4 2
                            G5 2
                            G6 3
                            G7 1
                            G8 4
                            G95
                            G10 3
                            G11 5
                            G12 2;
param demanda minima := D1 40000
                           D2 32000
                           D3 50000;
param \ demanda\_maxima := \ D1 \ 45000
                           D2 36000
                           D3 54000;
param humedad_maxima := D1 13
                           D2 15.5
                           D3 15;
param densidad minima := D1 560
                            D2 540
                            D3 560;
param dano_maximo := D1 2
                       D2 5
                       D3 2;
param \ impureza\_maxima := \ D1 \ 2
                            D2 3
                            D3 4;
param \ precio\_venta := D1 \ 200
                         D2 250
                         D3 190;
end;
8.1.2. .mod
/* TP2 Empresa Agricola
 * Compilacion del modelo:
                  {\tt glpsol} - {\tt m} {\tt tp2.mod} - {\tt d} {\tt tp2.dat} - {\tt o} {\tt tp2.sol}
 * Observacion: Los archivos .mod y .dat deberan estar en
 * el mismo directorio, esto generara un archivo tp2.sol
 * con los resultados de la corrida.
 */
set granos;
```

```
set destino;
param precio_granos {i in granos};
param disponibilidad_granos {i in granos};
param humedad_granos {i in granos};
param densidad_granos {i in granos};
param dano granos { i in granos };
param impureza granos { i in granos };
param demanda_minima {i in destino};
param demanda maxima { i in destino };
param humedad_maxima {i in destino};
param densidad minima { i in destino };
param dano maximo {i in destino};
param impureza maxima { i in destino };
param precio venta {i in destino};
\operatorname{var} C \{ i \text{ in destino} \} >= 0;
var H \{i in destino\} >= 0;
\operatorname{var} V \{ i \text{ in destino} \} >= 0;
\operatorname{var} D \{ i \text{ in destino} \} >= 0;
var I\{i in destino\} >= 0;
var GP\{i in granos, j in destino\} >= 0;
var GT\{i in granos\} >= 0;
/* Demandas maximas */
s.t. dem max{i in destino}: C[i] <= demanda maxima[i];
/* Demandas minimas */
s.t. dem min{i in destino}: C[i] >= demanda minima[i];
/*Humedad maxima*/
s.t. hum \max\{i \text{ in destino}\}: H[i] \ll C[i] *
                                         (humedad maxima[i] / 100);
/* Densidad minima (Linealizada) */
{\rm s.t. \ den\_min\{i \ in \ destino}\}: \ {\rm densidad\_minima[i]} \ * \ V[i] <= \ 1000 \ * \ C[i];
/*Danio maximo de granos: */
s.t. dan \max\{i \text{ in destino}\}: D[i] \ll C[i] *
                                         (dano maximo[i] / 100);
/*Impureza maxima de granos*/
s.t. imp max \{i \text{ in destino}\}: I[i] \ll C[i] *
                                          (impureza maxima[i] / 100);
/* Relacion de granos totales y parciales*/
s.t. ES gnos{i in granos}: GT[i] = sum{j in destino} GP[i,j];
/*Relacion granos de tipo j y granos de tipo j destinados a i*/
s.t. dp_gnos{i in granos}: sum{j in destino} GP[i,j] <=
                               disponibilidad_granos[i];
/* Relacion de granos */
s.t. ES dest\{j \text{ in } destino\}: C[j] = sum\{i \text{ in } granos\} GP[i, j];
```

```
/*Relacion de humedad*/
s.t. rel hum{j in destino}: H[j] = sum\{i \text{ in granos}\} GP[i, j] *
                                       (humedad granos[i] / 100);
/*Relacion de volumen */
s.t. rel_vol\{j \text{ in destino}\}: V[j] = sum\{i \text{ in granos}\} (1000 * GP[i, j] / I)
                                                           densidad granos[i]);
/*Relacion de danios*/
s.t. rel dan{j in destino}: D[j] = sum\{i \text{ in granos}\} GP[i, j] *
                               (dano granos [i] / 100);
/*Relacion de impureza*/
s.t. rel imp \{j \text{ in destino}\}: I[j] = sum\{i \text{ in granos}\} GP[i,j] *
                                (impureza granos[i] / 100);
minimize Z: (sum{i in granos: i<>'G12'} precio granos[i] *
              disponibilidad_granos[i])
             + (precio_granos['G12'] * GT['G12'])
             - (sum{j in destino} precio_venta[j] * C[j]);
end:
```

#### 8.2. Resultados

Se eliminaron las columnas correspondientes a lower bound y upper bound del resultado en el modelo, para que pueda ser incluido en su totalidad los puntos mas importantes de la solución.

 Problem:
 tp2

 Rows:
 58

 Columns:
 63

 Non-zeros:
 313

 Status:
 OPTIMAL

Objective: Z = 18627000 (MINimum)

No.	Row name	$\operatorname{St}$	Activity	Marginal
1	dem max[D1]	В	40000	
	$\operatorname{dem}^{-} \max [D2]$	NU	36000	-250
3	$\operatorname{dem} \max [D3]$	В	50000	
4	dem min [D1]	В	40000	
5	$\operatorname{dem} \min \left[ D2 \right]$	В	36000	
6	dem min [D3]	NL	50000	10
7	$\operatorname{hum}^{-} \max [D1]$	NU	0	$< \mathrm{eps}$
8	hum $\max[D2]$	NU	0	$< \mathrm{eps}$
9	hum max[D3]	В	-250	
10	den min [D1]	В	-861179	
11	den min [D2]	В	$-2.13975\mathrm{e}{+06}$	
	den min [D3]	В	-971852	
13	$\operatorname{dan}^{-} \max \left[ D1 \right]$	NU	0	-20000
14	$\operatorname{dan} \max [D2]$	В	-300	
15	$\operatorname{dan} \max [D3]$	NU	0	-20000
	$\operatorname{imp}_{-} \operatorname{max} [D1]$	NU	0	$< \mathrm{eps}$
17	$\operatorname{imp}_{\max}[D2]$	В	-420	

1 C[D1] 2 C[D2] 3 C[D3] 4 H[D1] 5 H[D2] 6 H[D3] 7 V[D1] 8 V[D2] 9 V[D3] 10 D[D1]	B B B B B B B B B	$40000 \\ 36000 \\ 50000 \\ 5200 \\ 5580 \\ 7250 \\ 69890.8 \\ 62704.2 \\ 87550.3 \\ 800$	
No. Column name	St	Activity	Marginal
36 dp_gnos [G6] 37 dp_gnos [G7] 38 dp_gnos [G8] 39 dp_gnos [G9] 40 dp_gnos [G10] 41 dp_gnos [G11] 42 dp_gnos [G12] 43 ES_dest [D1] 44 ES_dest [D2] 45 ES_dest [D3] 46 rel_hum [D1] 47 rel_hum [D2] 48 rel_hum [D3] 49 rel_vol [D1] 50 rel_vol [D2] 51 rel_vol [D3] 52 rel_dan [D1] 53 rel_dan [D2] 54 rel_dan [D3] 55 rel_imp [D1] 56 rel_imp [D2] 57 rel_imp [D3] 58 Z	В	$egin{array}{c} 0 \ 21000 \ 15000 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0$	-600 < eps -600 < eps < eps < eps < eps < eps 20000 < eps 20000 < eps 20000 < eps 20000 < eps < eps < eps
18 imp_max [D3] 19 ES_gnos [G1] 20 ES_gnos [G2] 21 ES_gnos [G3] 22 ES_gnos [G4] 23 ES_gnos [G5] 24 ES_gnos [G6] 25 ES_gnos [G7] 26 ES_gnos [G7] 27 ES_gnos [G9] 28 ES_gnos [G10] 29 ES_gnos [G11] 30 ES_gnos [G11] 30 ES_gnos [G12] 31 dp_gnos [G1] 32 dp_gnos [G2] 33 dp_gnos [G3] 34 dp_gnos [G4] 35 dp_gnos [G5]	NS NS NU NU B B B	-1300 $0$ $0$ $0$ $0$ $0$ $0$ $0$ $0$ $0$	<pre>&lt; eps &lt; eps - eps - 200 -200</pre>

11 D[D2]	В	1500	
12 D[D3]	В	1000	
13 I D1	В	800	
14 I [D2]	$_{ m B}^{-}$	660	
	В	700	
. ,			
16 GP[G1,D1]	В	23529.4	200
17  GP[G1,D2]	NL	0	200
18  GP[G1,D3]	В	6470.59	
19  GP[G2,D1]	В	7058.82	
20  GP[G2,D2]	NL	0	200
21  GP[G2,D3]	В	37941.2	
22  GP[G3,D1]	В	0	
23  GP[G3,D2]	В	15000	
24 GP[G3,D3]	В	0	
25 GP[G4,D1]	NL	0	200
26 GP[G4,D1]	NL	0	
			< eps
27 GP[G4,D3]	NL	0	200
28 GP[G5,D1]	NL	0	200
29  GP[G5,D2]	NL	0	< eps
30  GP[G5,D3]	NL	0	200
31  GP[G6,D1]	NL	0	200
32  GP[G6,D2]	NL	0	< eps
33  GP[G6,D3]	NL	0	200
34  GP[G7,D1]	NL	0	400
$35 \text{ GP} \left[ \text{G7,D2} \right]$	В	21000	
36 GP[G7,D3]	NL	0	400
37 GP[G8,D1]	В	9411.76	100
38 GP[G8,D2]	NL	0	200
	В	5588.24	200
39 GP[G8,D3]			900
40 GP[G9,D1]	NL	0	800
41  GP[G9,D2]	NL	0	< eps
42  GP[G9,D3]	NL	0	800
43  GP[G10,D1]	NL	0	1000
44  GP[G10,D2]	NL	0	$< \mathrm{eps}$
45  GP[G10,D3]	NL	0	1000
46  GP[G11,D1]	NL	0	1200
47  GP[G11,D2]	NL	0	< eps
48 GP[G11,D3]	NL	0	1200
49 GP[G12,D1]	NL	0	141
50 GP[G12,D2]	NL	0	141
51 GP[G12,D3]	NL	0	141
52 GT[G1]	В	30000	111
53 GT[G2]	В	45000	
. ,	В		
		15000	
55 GT[G4]	В	0	
56 GT[G5]	В	0	
57  GT[G6]	В	0	
58  GT[G7]	В	21000	
59  GT[G8]	В	15000	
60  GT[G9]	В	0	
61 GT[G10]	В	0	
62 GT G11	В	0	
63 GT[G12]	$_{ m B}^{-}$	0	
r - 1		· ·	

Karush-Kuhn-Tucker optimality conditions:

End of output

## 9. Informe de la solución óptima obtenida

Considerando el objetivo planteado, lo mejor que puede hacer la empresa Granollers es evitar comprar granos a la Granja Solis y distribuir los granos que ya tienen almacenados de la siguiente manera:

- Destinar 23529.40 ton de grano Tipo1 a la empresa Talbott
- Destinar 7058.82 ton de grano Tipo2 a la empresa Talbott
- Destinar 9411.76 ton de grano Tipo3 a la empresa Talbott
- Destinar 15000 ton de grano Tipo3 a la empresa Migueletes
- Destinar 21000 ton de grano Tipo7 a la empresa Migueletes
- Destinar 6470.59 ton de grano Tipo1 a la empresa Blasco Hnos
- Destinar 37941.20 ton de grano Tipo2 a Blasco Hnos
- Destinar 5588.24 ton de grano Tipo8 a la empresa Blasco Hnos

Con esta distribución la empresa podra cumplir con las órdenes de compra aceptadas dentro de las reestricciones pactadas y minimizará las pérdidas en el mes a 18627000 U\$S , tomando en cuenta que adquirió una gran deuda por comprar 326000 ton en granos al inicio de la planificación.

#### 10. Fe de Erratas

- En el gráfico de la **Figura** 1 las entradas g1, g2, g3 corresponden a variables desconocidas en principio, por lo tanto la denominación correcta es GP1, GP2,...,GP11.
- Las variables Gji y Gj se encuentran mal expresadas con respecto a la notación explicada en **definición de variables**, lo correcto es GPji y GTj.