

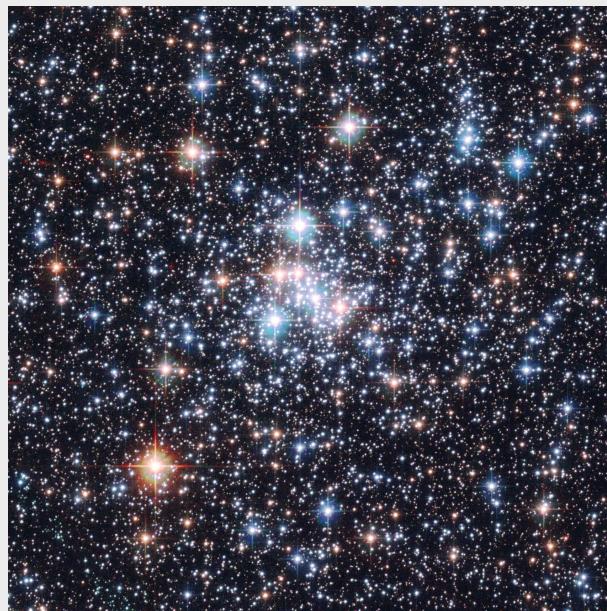
Problema 1:

Figura 1: Telescopio espacial Hubble: Cúmulo Estelar NGC 290

Cúmulos estelares: Como se muestra en la Figura 1, consisten en cientos de estrellas que se mueven por el espacio como una sola unidad.

Los astrónomos necesitan conocer las masas de estos cúmulos, junto con la cantidad los diferentes tipos de estrellas que los componen, para estudiar cómo se forman y cambian los cúmulos estelares con el tiempo. El cúmulo estelar NGC-290, mostrado en la foto del Telescopio Espacial Hubble, se encuentra en la galaxia cercana llamada Nube Menor de Magallanes, a unos 200000 años luz de la Tierra.

Los astrónomos utilizan la masa de nuestro Sol como una unidad conveniente de masas al comparar otras estrellas ¡1 masa solar [M_{\odot}] equivale a aproximadamente 2000 billones de toneladas! [1]

1. Supongamos que NGC-290 tiene una masa total de no más de $500 M_{\odot}$. Si está compuesto por estrellas azules gigantes luminosas de tipo B con masas individuales de $10 M_{\odot}$, y estrellas rojas supergigantes antiguas de tipo M con masas individuales de $30 M_{\odot}$, grafique una desigualdad que muestre el número de estrellas B y M en este cúmulo. Escriba una desigualdad que represente esta información y resuélvala gráficamente.
2. ¿La combinación de 9 estrellas de tipo B y 32 estrellas de tipo M conduce a una solución de población posible para este cúmulo?

[2.6.1]

Problema 2:

El universo ha pasado por tres etapas diferentes de expansión poco después de Big Bang. Los astrónomos llaman a estas etapas: *Era Inflacionaria*, *Era de Radiación* y *Era de Materia*.

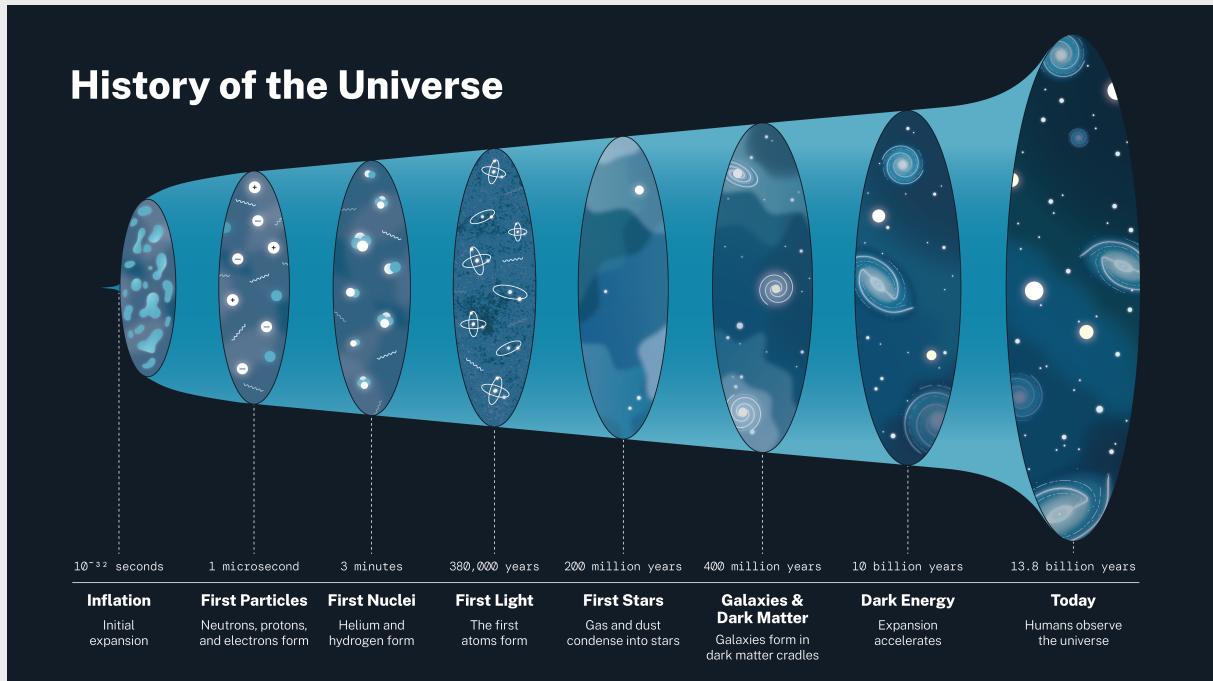


Figura 2: Diferentes épocas cósmicas

El tamaño del universo está determinado por las separaciones entre objetos típicos, y puede representarse mediante modelos matemáticos basados en las ecuaciones físicas que rigen el comportamiento de la materia, la energía y la gravedad.

La expansión del universo puede definirse mediante la siguiente función definida a trozos, donde la variable t se mide en segundos desde el Big Bang:

$$a(t) = \begin{cases} 2,2 \times 10^{-29} e^{10^{35}t} & 10^{-35} < t < 10^{-33} \text{ Era de Inflación} \\ 6,4 \times 10^{10} \sqrt{t} & 10^{-33} < t < 9,3 \times 10^{12} \text{ Era de Radiación} \\ 7700t^{4/3} & 9,3 \times 10^{12} < t < 4,2 \times 10^{17} \text{ Era de la Materia} \end{cases}$$

1. ¿Cuál es la gráfica de $a(t)$ entre 1 segundo y 10 minutos después del Big Bang?
2. ¿Cuál es la gráfica de $a(t)$ entre 12 y 13 mil millones de años después del Big Bang?
3. ¿En qué factor cambia $a(t)$ cuando el tiempo transcurrido desde el Big Bang aumenta en un factor de 10 durante cada era?

[2.7.1]

Problema 3:

Figura 3: Marte, Luna y Tierra

Movimiento vertical bajo la gravedad: La expresión común 'lo que sube, debe bajar' puede representarse mediante una ecuación cuadrática. Si trazara la altura de una pelota lanzada verticalmente, su altura en función del tiempo seguiría una sencilla fórmula cuadrática dada por la ecuación general:

$$H(t) = h_0 + vt - \frac{1}{2}gt^2$$

donde h_0 es la altura inicial de la pelota en metros, v es la velocidad inicial en m/s, y g es la aceleración de la gravedad en m/s². Es una ecuación general porque funciona no solo en la Tierra, sino también en casi todos los demás cuerpos astronómicos, excepto en los agujeros negros. Para los agujeros negros, la geometría del espacio está tan distorsionada que t , v y h_0 se alteran de formas complejas.

Para los siguientes problemas:

- Escriba la ecuación en forma estándar.
- Determine las coordenadas del vértice de la parábola donde $H(t)$ es máximo.
- Determine el eje de simetría.
- En una misma gráfica para los tres problemas, trace la parábola para cada problema graficando dos puntos adicionales utilizando la propiedad del eje de simetría, para todos los tiempos positivos durante los cuales $H(t) > 0$

1. En la Tierra, la aceleración de la gravedad es $g = 10 \text{ m/s}^2$. La pelota fue lanzada verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de $v = 20 \text{ m/s}$ desde una altura de $h_0 = 2 \text{ m}$.
2. En Marte, la aceleración de la gravedad es $g = 4 \text{ m/s}^2$. La pelota fue lanzada verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de $v = 20 \text{ m/s}$ desde una altura de $h_0 = 2 \text{ m}$.
3. En la Luna, la aceleración de la gravedad es $g = 2 \text{ m/s}^2$. La pelota fue lanzada verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de $v = 20 \text{ m/s}$ desde una altura de $h_0 = 2 \text{ m}$.

[5.1.1]

Referencias

- [1] Sten Odenwald. *Algebra 2: A Supplementary Collection of Math Problems Featuring Astronomy and Space Science Applications*. NASA Goddard Space Flight Center, ADNET Corporation, 2010. Created under

an Education and Public Outreach grant, NNN08CD59C, administered through the NASA Science Mission Directorate. URL: <http://spacemath.gsfc.nasa.gov>.