Problema 1:

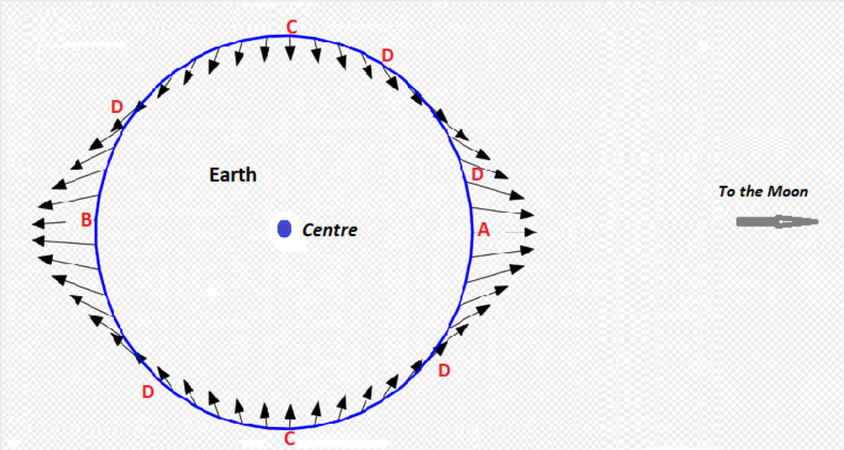

Figura 1: Fuerza de marea entre la tierra y la luna

Una fuerza de marea es una diferencia en la intensidad de la gravedad entre dos puntos. El campo gravitacional de la luna produce una fuerza de marea a lo largo del diámetro de la Tierra, lo que causa que la Tierra se deforme. También generan mareas de varios metros en la Tierra sólida, y mareas aún más grandes en los océanos líquidos. La Figura 1 muestra una idea de la situación.
Un ser humano cayendo en un agujero negro también experimentará fuerzas de marea. ¡En la mayoría de los casos estas serán letales! La diferencia en la fuerza gravitacional entre la cabeza y los pies podría ser tan intensa que una persona literalmente sería separada por tracción. Algunos físicos han llamado a este proceso ¡*espaguetificación*! [1]

$$a = \frac{2GMd}{R^3} \tag{1}$$

1. La ecuación 1 nos permite calcular la aceleración de marea a, através de un cuerpo de longitud d. La aceleración de marea entre tu cabeza y tus pies está dada por la fórmula 1. Para $M = 5{,}9 \times 10^{21} g$ (masa de la tierra), $R = 6{,}4 \times 10^8 cm$ (radio de la tierra) y $G = 6{,}67 \times 10^{-8}$dinas cm^2/gm^2, calcula la aceleración de marea, a, si una altura humana típica es $d = 200cm$.
2. ¿Cuál es la aceleración de marea a través del diámetro completo de la Tierra?
3. Un agujero negro de masa estelar tiene la masa del sol ($1{,}9 \times 10^{33} g$), y un radio de $2{,}9km$.
   a) A una distancia de $100km$, ¿cuál sería la aceleración de marea através de un humano para $d = 200cm$
   b) Si la aceleraciòn de gravedad en la superficie de la tierra es $980cm/s^2$, ¿sería espaguetificado el desafortunado viajero humano cerca de un agujero negro de masa estelar?
4. Un agujero negro supermasivo tiene 100 millones de veces la masa del sol, y un radio de 295 millones de kilómetros. ¿Cuál sería la aceleración de marea a través de un humano con $d = 2m$, a una distancia de $100km$ desde el horizonte de eventos del agujero negro supermasivo?
5. En qué agujero negro podría entrar un humano sin ser espaguetificado?

[1.2.2]

Problema 2:

Aunque solo existen una docena de constantes físicas fundamentales de la naturalez, estas se pueden combinar para definir muchas otras constantes básicas en física, química y astronomía.

Símbolo	Nombre	Valor
c	Velocidad de la Luz	$2{,}9979 \times 10^{10}$ cm/s
h	Constante de Planck	$6{,}6262 \times 10^{-27}$ erg $\cdot$ s
m	Masa del Electrón	$9{,}1095 \times 10^{-28}$ g
e	Carga del Electrón	$4{,}80325 \times 10^{-10}$esu
G	Constante de Gravitación	$6{,}6732 \times 10^{-8}\mathrm{dyn} \cdot \mathrm{cm}^2\mathrm{gm}^{-2}$
M	Masa del Protón	$1{,}6726 \times 10^{-24}$g

Cuadro 1: Constantes físicas

En este ejercicio, calcularás algunas de estas constantes *secundarias* con una precisión de tres cifras significativas utilizando una calculadora o programación y los valores definidos en la tabla 1.

1. Constante de entropía de agujero negro
$$\frac{c^3}{2hG}$$
2. Constante de radiación gravitacional
$$\frac{32G^5}{5c^{10}}$$
3. Constante de Thomas-Fermi
$$\frac{324}{175}\left(\frac{4}{9\pi}\right)^{2/3}$$
4. Sección transversal de dispersión de Thompson
$$\frac{8\pi}{3}\left(\frac{e^2}{mc^2}\right)^2$$
5. Límite de Stark
$$\frac{1}{M^5}\left(\frac{4\pi^2e^2m}{h^2}\right)^2$$
6. Constante de radiación de Bremstrahlung
$$\frac{32\pi^2e^6}{3\sqrt{2\pi}m^3c}$$
7. Constante de Fotoionización
$$\frac{32\pi^2e^6(2\pi^2e^4m)}{3^{3/2}h^3}$$

[1.2.4]

Problema 3:

El 19 de Julio de 1969, el Módulo de Servicio y Comando Apollo-11 y el Módulo Lunar Eagle entraron en órbita lunar.

El tiempo necesario para completar una vuelta completa en la órbita se llama período orbital, que en este caso fue de 2 horas, a una distancia de 1,737 km desde el centro de la Luna.
¡Crea o no lo creas, puedes usar estas dos piezas de información para determinar la masa de la Luna! Así es como se hace:

1. Suponga que el Apollo-11 entró en una órbita circular, y que la aceleración gravitacional hacia adentro ejercida por la Luna sobre la cápsula, F_g, equilibra exactamente la aeleración centrífuga hacia afuera, F_c. Resuelva $F_c = F_g$ para encontrar la masa de la Luna, M, en términos de V, R y la constante gravitacional G, dado que:
$$F_g = \frac{GMm}{R^2} \qquad F_c = \frac{mV^2}{R}$$
2. Usando el hecho que para el movimiento circular,
$$V = \frac{2\pi R}{T}$$
reexprese su respuesta al problema 1 en términos de R, T y M.
3. Dado que $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ m^{3}kg^{-1}s^{-2}, $R = 1{,}737$ km y $T = 2$ h, calcule la masa de la Luna, M, en kilogramos.
4. La masa de la Tierra es $M = 5{,}97 \times 10^{24}$kg. ¿Cuál es la razón de la masa de la luna, derivada del problema 3, respecto a la pasa de la tierra?

[1.4.1]

Referencias

[1] Sten Odenwald. *Algebra 2: A Supplementary Collection of Math Problems Featuring Astronomy and Space Science Applications*. NASA Goddard Space Flight Center, ADNET Corporation, 2010. Created under an Education and Public Outreach grant, NNH08CD59C, administered through the NASA Science Mission Directorate. URL: `http://spacemath.gsfc.nasa.gov`.