

BANCO DE PROBLEMAS

Astronomía para las Ciencias Básicas

Volumen 1

**Institución Educativa
Enrique Olaya Herrera
(IEEOH)**

Una iniciativa del:

**CENTRO DE INTERÉS:
SEMILLERO DE
ASTRONOMÍA**

1. Fuerza de Marea

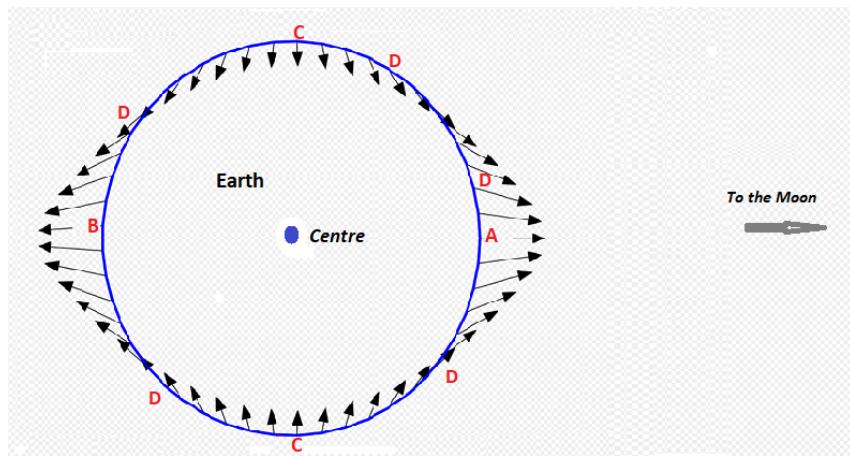


Figura 1: Fuerza de marea entre la tierra y la luna

Una fuerza de marea es una diferencia en la intensidad de la gravedad entre dos puntos. El campo gravitacional de la luna produce una fuerza de marea a lo largo del diámetro de la Tierra, lo que causa que la Tierra se deforme. También generan mareas de varios metros en la Tierra sólida, y mareas aún más grandes en los océanos líquidos. La Figura 2 muestra una idea de la situación.

Un ser humano cayendo en un agujero negro también experimentará fuerzas de marea. ¡En la mayoría de los casos estas serán letales! La diferencia en la fuerza gravitacional entre la cabeza y los pies podría ser tan intensa que una persona literalmente sería separada por tracción. Algunos físicos han llamado a este proceso *espaguetificación!*

$$a = \frac{2GMd}{R^3} \quad (1)$$

1. La ecuación (1) nos permite calcular la aceleración de marea a , a través de un cuerpo de longitud d . La aceleración de marea entre tu cabeza y tus pies está dada por la fórmula 1. Para $M = 5,9 \times 10^{27}$ g (masa de la tierra), $R = 6,4 \times 10^8$ cm (radio de la tierra) y $G = 6,67 \times 10^{-8}$ dyn · cm²/g², calcula la aceleración de marea, a , si una altura humana típica es $d = 200$ cm.
2. ¿Cuál es la aceleración de marea a través del diámetro completo de la Tierra?
3. Un agujero negro de masa estelar tiene la masa del sol ($1,9 \times 10^{33}$ g), y un radio de 2,9km.
 - a) A una distancia de 100km, ¿cuál sería la aceleración de marea a través de un humano para $d = 200$ cm?
 - b) Si la aceleración de gravedad en la superficie de la tierra es 980cm/s², ¿sería espaguetificado el desafortunado viajero humano cerca de un agujero negro de masa estelar?
4. Un agujero negro supermasivo tiene 100 millones de veces la masa del sol, y un radio de 295 millones de kilómetros. ¿Cuál sería la aceleración de marea a través de un humano con $d = 2$ m, a una distancia de 100km desde el horizonte de eventos del agujero negro supermasivo?
5. En qué agujero negro podría entrar un humano sin ser espaguetificado?

2. Constantes Físicas

Aunque solo existen una docena de constantes físicas fundamentales de la naturaleza, estas se pueden combinar para definir muchas otras constantes básicas en física, química y astronomía.

Símbolo	Nombre	Valor
c	Velocidad de la Luz	$2,9979 \times 10^{10}$ cm/s
h	Constante de Planck	$6,6262 \times 10^{-27}$ erg · s
m	Masa del Electrón	$9,1095 \times 10^{-28}$ g
e	Carga del Electrón	$4,80325 \times 10^{-10}$ esu
G	Constante de Gravitación	$6,6732 \times 10^{-8}$ dyn · cm ² gm ⁻²
M	Masa del Protón	$1,6726 \times 10^{-24}$ g

Cuadro 1: Constantes físicas

En este ejercicio, calcularás algunas de estas constantes *secundarias* con una precisión de tres cifras significativas utilizando una calculadora o programación y los valores definidos en la tabla 2.

1. Constante de entropía de agujero negro

$$\frac{c^3}{2hG}$$

2. Constante de radiación gravitacional

$$\frac{32G^5}{5c^{10}}$$

3. Constante de Thomas-Fermi

$$\frac{324}{175} \left(\frac{4}{9\pi} \right)^{2/3}$$

4. Sección transversal de dispersión de Thompson

$$\frac{8\pi}{3} \left(\frac{e^2}{mc^2} \right)^2$$

5. Límite de Stark

$$\frac{1}{M^5} \left(\frac{4\pi^2 e^2 m}{h^2} \right)^2$$

6. Constante de radiación de Bremstrahlung

$$\frac{32\pi^2 e^6}{3\sqrt{2\pi}m^3 c}$$

7. Constante de Fotoionización

$$\frac{32\pi^2 e^6 (2\pi^2 e^4 m)}{3^{3/2} h^3}$$

3. Masa Lunar

El 19 de Julio de 1969, el Módulo de Servicio y Comando Apollo-11 y el Módulo Lunar Eagle entraron en órbita lunar.



El tiempo necesario para completar una vuelta completa en la órbita se llama período orbital, que en este caso fue de 2 horas, a una distancia de 1,737 km desde el centro de la Luna.

¡Crea o no lo creas, puedes usar estas dos piezas de información para determinar la masa de la Luna! Así es como se hace:

1. Suponga que el Apollo-11 entró en una órbita circular, y que la aceleración gravitacional hacia adentro ejercida por la Luna sobre la cápsula, F_g/m , equilibra exactamente la aceleración centrífuga hacia afuera, F_c/m . Resuelva $F_c = F_g$ para encontrar la masa de la Luna, M , en términos de V , R y la constante gravitacional G , dado que:

$$F_g = \frac{GMm}{R^2} \quad F_c = \frac{mV^2}{R}$$

2. Usando el hecho que para el movimiento circular,

$$V = \frac{2\pi R}{T}$$

reexprese su respuesta al problema 1 en términos de R , T y M .

3. Dado que $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2}$, $R = 1,737 \text{ km}$ y $T = 2 \text{ h}$, calcule la masa de la Luna, M , en kilogramos.
4. La masa de la Tierra es $M = 5,97 \times 10^{24} \text{ kg}$. ¿Cuál es la razón de la masa de la luna, derivada del problema 3, respecto a la pasa de la tierra?

4. Temperatura de Equilibrio

A medida que un cuerpo absorbe energía que incide sobre su superficie, también emite energía de vuelta al espacio. Cuando la *energía entrante* iguala a la *energía saliente*, el cuerpo mantiene una temperatura constante de *equilibrio*.

Si el cuerpo absorbe el 100 % de la energía que incide sobre él, la relación entre energía absorbida en W/m^2 , F , y la temperatura de equilibrio medida en K, T , está dada por

$$F = 5,7 \times 10^{-8} T^4$$

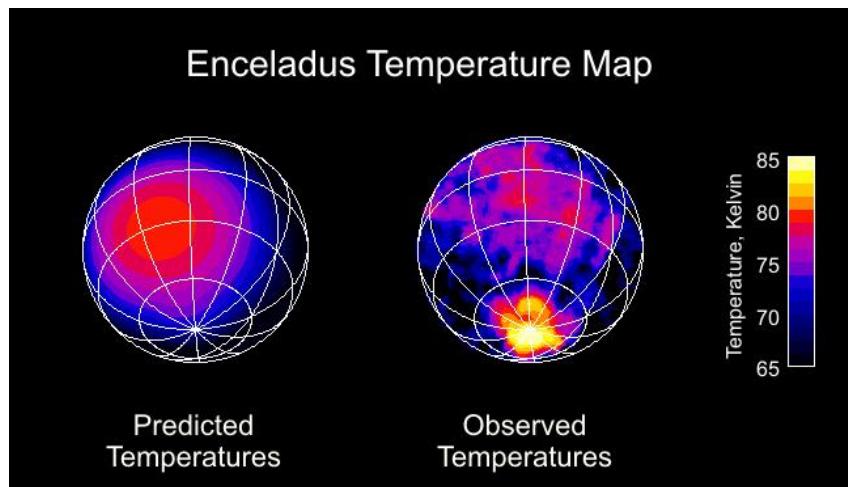


Figura 2: Este mapa de temperaturas del satélite Encélado fue creado a partir de los datos infrarrojos de la nave espacial Cassini de la NASA

1. Un cuerpo humano tiene un área superficial de 2 m^2 y se encuentra a una temperatura de $98,6^\circ\text{F}$. ¿Cuál es la potencia total emitida por un ser humano en W?
2. La luz solar que incide sobre un cuerpo en la Tierra proporciona 1357 W/m^2 . ¿Cuál sería la temperatura, en K y C, del cuerpo si absorbiera completamente todo este flujo de energía solar?
3. Un flujo de lava de 2000 K tiene 10 m de ancho y 100 m de largo. ¿Cuál es la potencia térmica total de esta roca caliente en MW?
4. Una pieza de aluminio de 2 m^2 está pintada de modo que absorbe solo el 10 % de la energía solar que incide sobre ella (Albedo = 0,9). Si el panel de aluminio está en el exterior de la Estación Espacial Internacional, y el flujo solar en el espacio es de 1357 W/m^2 , ¿Cuál será la temperatura de equilibrio, en K, °C y °F, del panel bajo plena luz solar?

Fórmulas de conversión: ${}^\circ\text{C} = \text{K} - 273$ y ${}^\circ\text{F} = \frac{9}{5} {}^\circ\text{C} + 32$

5. Estrellas de Neutrones

Las estrellas de neutrones son todo lo que queda de una estrella masiva que explotó como una supernova. Propuestas por primera vez hace más de 50 años, estos cuerpos densos, con apenas 50 kilómetros de diámetro, contienen tanta masa como todo nuestro Sol, que apenas tiene 1 millón de kilómetros de diámetro.



Figura 3: Ilustración de una estrella de neutrones en rotación

Los astrónomos han estudiado docenas de estas estrellas muertas para determinar cuáles pueden ser los rangos de masa de las estrellas de neutrones. Este rango de masa es una pista importante para comprender cómo se ve el interior de estos cuerpos.

Al estudiar los rayos X emitidos por las estrellas de neutrones y al encontrar muchas que están en sistemas binarios de estrellas, se han "pesado" varias estrellas de neutrones. Cinco de ellas han sido medidas detalladamente para componer los siguientes rangos de masa, donde la masa se da en múltiplos de masas solares ($M_{\odot} = 2 \times 10^{30}$ kg):

Fuente de emisión de rayos X	Rango de masa [M_{\odot}]
3U0900-40	$1,2 < M < 2,4$
Centaurus X-3	$0,7 < M < 4,3$
SMC X-1	$0,8 < M < 1,8$
Hercules X-1	$0,0 < M < 2,3$

Cuadro 2: Rangos de masa estimados para cinco estrellas de neutrones detectadas mediante su emisión de rayos X en sistemas binarios

1. ¿Cuál es el punto de intersección de estos límites para las masas de las estrellas de neutrones?
2. ¿Cuál es el rango de masa permitido para una estrella de neutrones en kilogramos?

6. Poder de Resolución del Telescopio

El tamaño de un espejo de telescopio determina qué tan bien puede resolver detalles en objetos distantes.



Figura 4: Espejo del telescopio espacial Hubble en 1993

Los astrónomos siempre están construyendo telescopios más grandes para ayudarles a ver el universo lejano con mayor claridad.

1. Esta sencilla función predice la resolución $R(D)$, en segundos de arco ("'), de un espejo de telescopio cuyo diámetro, D , se da en centímetros:

$$R(D) = \frac{10,3}{D} \text{ "}$$

Si el dominio de $R(D)$ abarca desde el tamaño de un ojo humano (0,5 cm) hasta el diámetro del Telescopio Espacial Hubble (240 cm), ¿Cuál es el rango angular de $R(D)$ en segundos de arco?

2. Complete los números faltantes en la forma tabular de $R(D)$ que se muestra a continuación.

D		1		20		100		200	
R(D)	21.0		2.1		0.21		0.069		0.043

Cuadro 3: Valores de la función $R(D)$ para diferentes diámetros D .

Utilice una precisión de dos cifras significativas, redondeando cuando sea apropiado.

[1]

Referencias

- [1] Sten Odenwald. *Algebra 2: A Supplementary Collection of Math Problems Featuring Astronomy and Space Science Applications*. NASA Goddard Space Flight Center, ADNET Corporation, 2010. Created under an Education and Public Outreach grant, NNH08CD59C, administered through the NASA Science Mission Directorate. URL: <http://spacemath.gsfc.nasa.gov>.