Atividade 3 – Cálculo Diferencial e Integral

Análise Matemática 2

Docente: Arménio Correia

Autores:

Daniel Duarte Dias Ferreira Albino - a2020134077 – LEI

Miguel Ferreira Neves - a2020146521 - LEI

Nuno Alexandre Domingues - a2020109910 - LEI

Engenharia Informática

Coimbra, junho de 2021

Índice

1. Introdução

Este trabalho foi realizado no âmbito da unidade curricular de Análise Matemática 2, do curso de Licenciatura Informática do Instituto Superior de Engenharia de Coimbra.

O principal objetivo consiste, na aplicação de conhecimentos sobre cálculo diferencial e integral, no sentido de criar uma *APP*, em *Matlab*, que resolva derivadas exatas e aproximadas e que resolva cálculo integral.

É importante referir, que neste trabalho utilizamos dois separadores que apresentam dois assuntos semelhantes. O primeiro separador apresenta uma interface para funções reais de variável real e o outro separador apresenta, uma interface para funções reais de 2 variáveis reais.

Este relatório subdivide-se em duas partes:

1º Parte:

- Explicitação dos vários Métodos numéricos de cálculo de derivadas e métodos numéricos de cálculo integral.

2º Parte:

- Organização e estrutura da *APP*.

2. Métodos numéricos para cálculo diferencial e integral

2.1. Fórmulas de diferenças finitas em 2 pontos

2.1.1. Progressivas

Para calcular a derivada num ponto, este método, recorre ao ponto atual da função e ao ponto seguinte e basicamente calcula a variação desses pontos no intervalo h.

$$f'(x_k) = \frac{f(x_{k+1}) - f(x_k)}{h}$$

Onde:

$f'(x_k) = derivada\ no\ ponto\ x_k$

$f(x_k) = valor\ da\ função\ no\ ponto\ x_k$

$f(x_{k+1}) = valor\ da\ função\ no\ ponto\ x_{k+1}$

$h = amplitude\ de\ cada\ intervalo$

2.1.2. Regressivas

Para calcular a derivada num ponto, este método, recorre ao ponto atual da função e ao ponto anterior e calcula a variação desses pontos no intervalo h.
Nota: Este método gera valores iguais ao método progressivo de 2 pontos.

$$f'(x_k) = \frac{f(x_k) - f(x_{k-1})}{h}$$

Onde:

$f'(x_k) = derivada\ no\ ponto\ x_k$

$f(x_k) = valor\ da\ função\ no\ ponto\ x_k$

$f(x_{k-1}) = valor\ da\ função\ no\ ponto\ x_{k-1}$

$h = amplitude\ de\ cada\ intervalo$

2.2. Fórmulas de diferenças finitas em 2 pontos

2.2.1. Progressivas

À semelhança dos outros métodos mencionados acima, este método, basicamente calcula a taxa de variação entre três pontos, ou seja, recorre ao ponto atual e aos dois pontos seguintes da função, como este método utiliza três pontos e entre dois pontos existe o intervalo h, então o intervalo total será 2 vezes o h.

$$f'(x_k) = \frac{-3f(x_k) + 4f(x_{k+1}) - f(x_{k+2})}{2h}$$

Onde:

$f'(x_k) = derivada\ no\ ponto\ x_k$

$f(x_k) = valor\ da\ função\ no\ ponto\ x_k$

$f(x_{k+1}) = valor\ da\ função\ no\ ponto\ x_{k+1}$

$f(x_{k+2}) = valor\ da\ função\ no\ ponto\ x_{k+2}$

$h = amplitude\ de\ cada\ intervalo$

2.2.2. Regressivas

Este método, é semelhante ao de cima, porém calcula a taxa de variação no ponto atual e nos dois pontos anteriores, ou seja, regressivamente.

$$f'(x_k) = \frac{f(x_{k-2}) - 4f(x_{k-1}) + 3f(x_k)}{2h}$$

Onde:

$f'(x_k) = derivada\ no\ ponto\ x_k$

$f(x_k) = valor\ da\ função\ no\ ponto\ x_k$

$f(x_{k-1}) = valor\ da\ função\ no\ ponto\ x_{k-1}$

$f(x_{k-2}) = valor\ da\ função\ no\ ponto\ x_{k-2}$

$h = amplitude\ de\ cada\ intervalo$

2.2.3. Centradas

Este método, também utiliza três pontos, mas o cálculo é baseado no ponto atual no ponto anterior e no ponto seguinte da função.

$$f'(x_k) = \frac{f(x_{k+1}) - f(x_{k-1})}{2h}$$

Onde:

$f'(x_k) = derivada\ no\ ponto\ x_k$

$f(x_{k+1}) = valor\ da\ função\ no\ ponto\ x_{k+1}$

$f(x_{k-1}) = valor\ da\ função\ no\ ponto\ x_{k-1}$

$h = amplitude\ de\ cada\ intervalo$

2.3. Integração numérica

2.3.1. Regra dos trapézios

$$I_T(f) = \frac{h}{2}[f(x_0) + 2f(x_1) + \ldots + 2f(x_{n-1}) + f(x_n)]$$

Onde:

$h = amplitude\ de\ cada\ intervalo$

$f(x_k) = valor\ da\ função\ no\ ponto\ x_k$

2.3.2. Regra de Simpson

$$I_S(f) = \frac{h}{3}[f(x_0) + 4f(x_1) + 2f(x_2) + \ldots + 2f(x_{n-2}) + 4f(x_{n-1}) + f(x_n)]$$

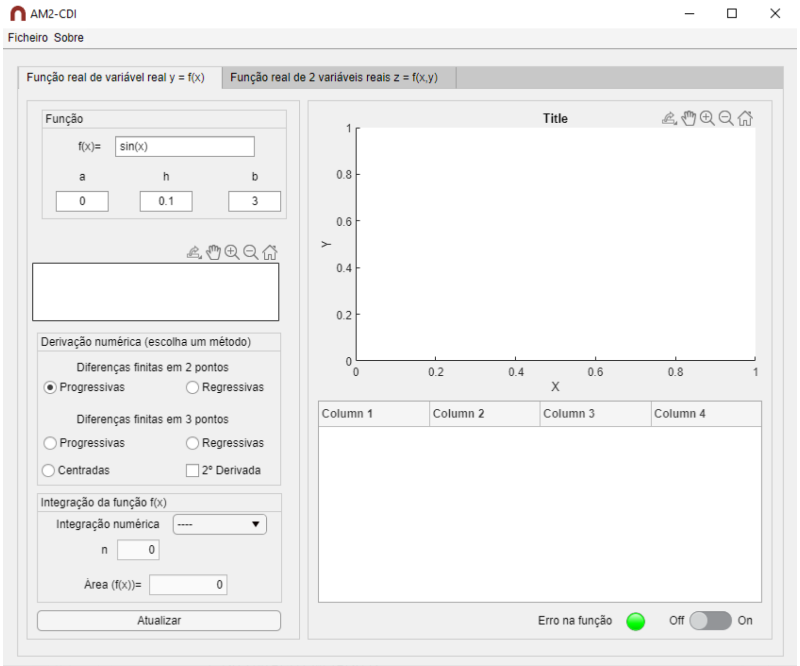
Onde:

$h = amplitude\ de\ cada\ intervalo$

$f(x_k) = valor\ da\ função\ no\ ponto\ x_k$

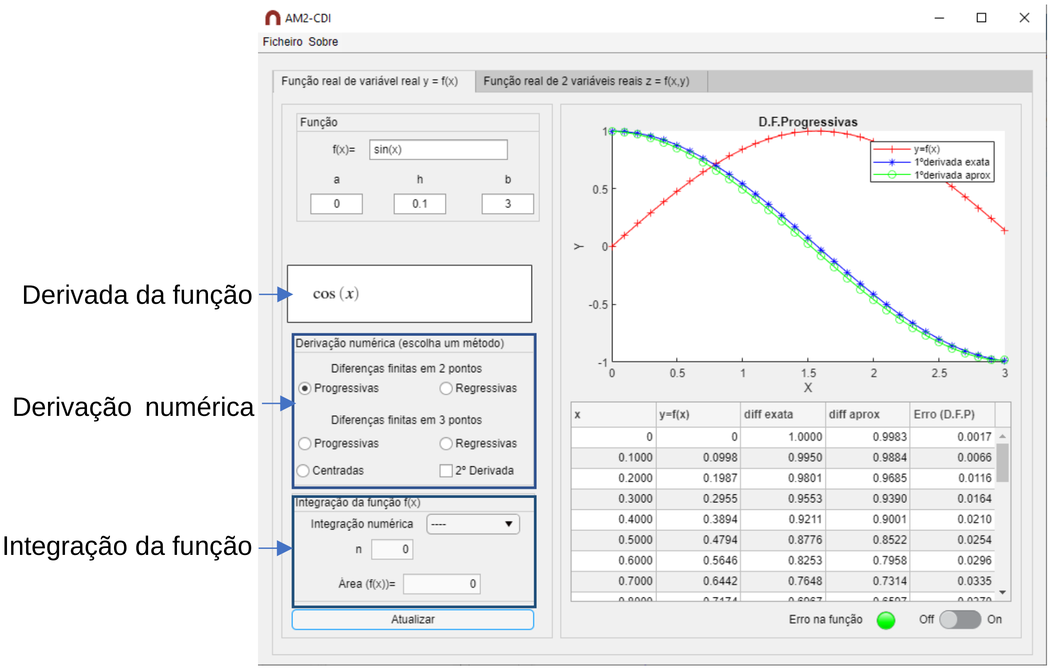
3. Estrutura da *APP*

A *app,* está dividida em dois separadores, que correspondem às funções reais de variável real e outro separador corresponde às funções reais de 2 variáveis reais



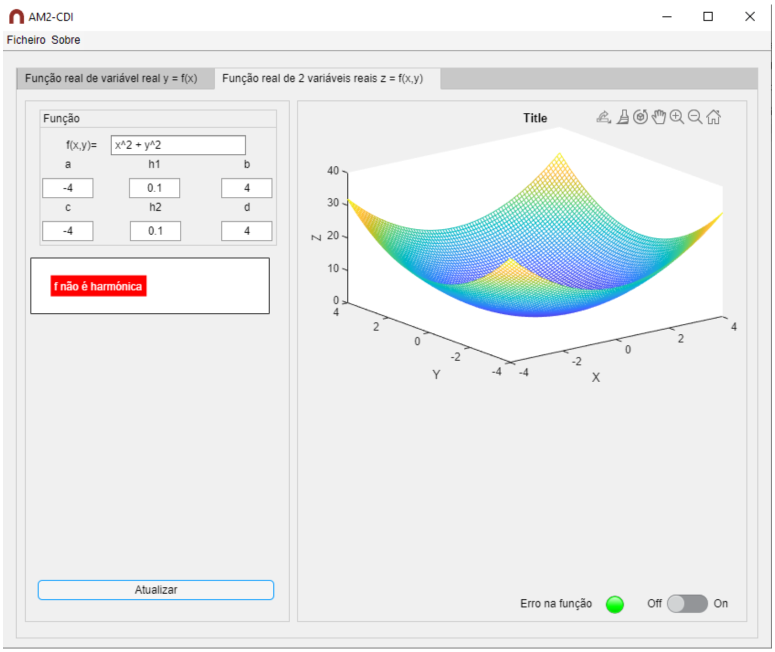
No primeiro separador, podemos introduzir uma função f(x), o seu intervalo no eixo dos X e a amplitude de cada intervalo.

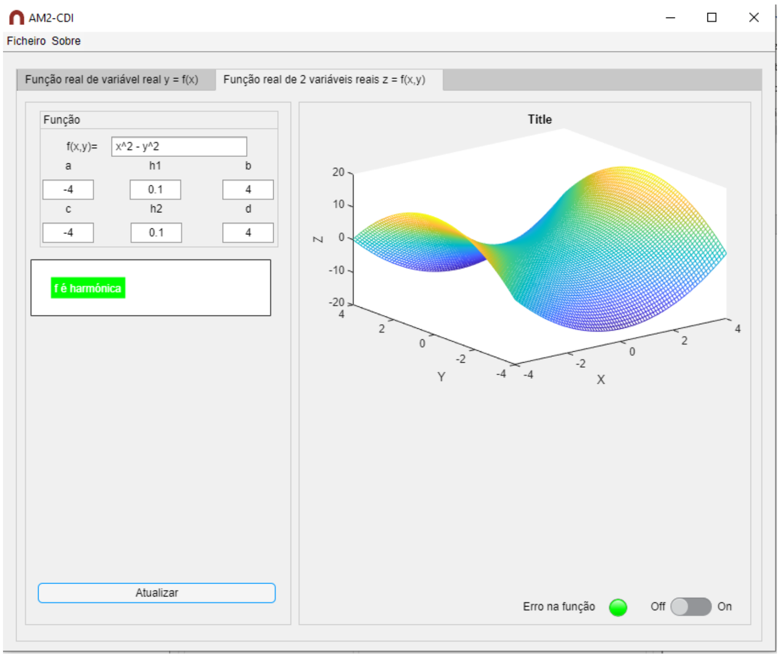
Relativamente às funcionalidades, neste separador é objetivo calcular a derivada exata da função e a derivada aproximada escolhendo, um dos métodos de derivação numérica, é ainda escolha do utilizador se quer visualizar à área da função, recorrendo aos métodos de integração numérica (Regra dos trapézios e Regra de Simpson)



No Segundo separador, podemos introduzir uma função f(x,y), os seus intervalos no eixo dos X e a amplitude de cada intervalo.

O objetivo é verificar, se a função introduzida é harmónica ou não.





4. Conclusão

.

Em suma, verificamos que existem, várias formas de chegar à derivada de uma função, através de métodos numéricos, e claro que, estes métodos são aproximados à solução exata.

Também a integração numérica, que já foi objeto de estudo em Análise Matemática I, dá-nos um valor muito aproximado do integral da função em questão.

Estes métodos acabam por ser muito úteis, porque algumas vezes, não é possível encontrar uma solução exata, então podemos recorrer a estes métodos numéricos.