3. feladat

Határozza meg annak a síkáramlásnak a komplex potenciálját, amelyben a sűrűség állandó, az áramvonalak az x tengellyel párhuzamos egyenesek, a sebesség mindenütt állandó, és az x tengelyre merőleges egységnyi hosszon átáramló folyadékmennyiség $2 m^2/s$.

Határozza meg a sebességi potenciál függvényt is.

Mekkora az áramlás sebessége az x=1;y=1 pontban?

a) A sebességi potenciál függvény:

b) A komplex potenciál függvény:

c) Az áramlás sebessége az x=1;y=1 pontban:

A) Megoldás:

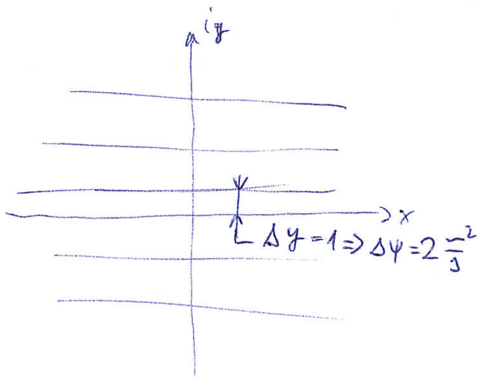
A feladat egy x tengellyel párhuzamos sík áramlást ír le, aminek a komplex potenciál függvénye: $w = \hat{C} \cdot z$

Mivel x tengellyel párhuzamos az áramlás: $c_y = 0 \Rightarrow \hat{C} = c_x - i c_y = c_x$

Tehát

$$w = c_x \cdot z = c_x \cdot x + c_x \cdot iy \Rightarrow \varphi = c_x \cdot x$$

$$\psi = c_x \cdot y$$



⇓ mivel a sebesség állandó (c_x = áll)

$$\frac{d\psi}{dy} = \text{áll} = c_x \cong \frac{\Delta\psi}{\Delta y}$$

a feladat kiírás szerint: $\Delta y = 1 \Rightarrow \Delta\psi = 2 \frac{m^2}{s}$

$$c_x = \frac{\Delta\psi}{\Delta y} = \frac{2}{1} = 2 \frac{m}{s}$$

A válaszok a kérdésekre:

a) $\varphi = c_x \cdot x = 2x$

b) $w = c_x \cdot z = 2 \cdot z = 2(x+iy) = 2x + 2iy$

c) $x=1$; $y=1$ helyen is ua sebesség: $c = c_x = 2 \frac{m}{s}$

B) Megoldás

A feladat egy x tengellyel párhuzamos áramlást ír le.

Aminek a komplex potenciálja: $w = \hat{c} \cdot z$

A $\underbrace{\Psi = \text{áll egyenes egyenlete}}_{\substack{\text{áramvonal} \\ \text{egyenlete = egyenes}}}$: $\Psi = c_x \cdot y$ (mivel $c_y = 0$)

$\Downarrow$ az egész áramlásban a sebesség állandó, ezért c_x = áll.

$$\frac{d\Psi}{dy} = c_x \cong \frac{\Delta \Psi}{\Delta y}$$

A feladatkiírás szerint ha $\Delta y = 1$, $\Delta \Psi = 2 \frac{m^2}{s}$ $\Rightarrow$ $\frac{\Delta \Psi}{\Delta y} = \frac{2}{1} = 2 \frac{m}{s} = c_x$

Mivel c_x = áll a c) kérdésre a válasz: $c = c_x = 2 \frac{m}{s}$

b) kérdésre a válasz:

$$w = \hat{c} \cdot z = (\underset{\substack{\uparrow \\ c_x = 2}}{c_x} - i \underset{\substack{\uparrow \\ c_y = 0}}{c_y}) \cdot (x + iy) = 2x + i2y$$

a) kérdésre a válasz:

$$\varphi = 2x$$

3. feladat

Határozza meg annak a síkáramlásnak a komplex potenciálját, amelyben a sűrűség állandó, az áramvonalak az x tengellyel párhuzamos egyenesek, a sebesség mindenütt állandó, és az x tengelyre merőleges egységnyi hosszon átáramló folyadékmennyiség $2 m^2/s$.

Határozza meg a sebességi potenciál függvényt is.

Mekkora az áramlás sebessége az x=1;y=1 pontban?

a) A sebességi potenciál függvény:

b) A komplex potenciál függvény:

c) Az áramlás sebessége az x=1;y=1 pontban:

A) Megoldás:

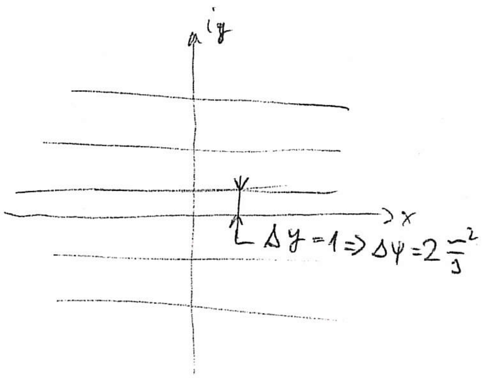
A feladat egy x tengellyel párhuzamos sík áramlást ír le, aminek a komplex potenciál függvénye: $w = \hat{c} \cdot z$

Mivel x tengellyel párhuzamos az áramlás: $c_y = 0 \Rightarrow \hat{c} = c_x - i c_y = c_x$

Tehát

$$w = c_x \cdot z = c_x \cdot x + c_x \cdot iy \Rightarrow \varphi = c_x \cdot x$$

$$\psi = c_x \cdot y$$



⇓ mivel a sebesség állandó (c_x = áll)

$$\frac{d\psi}{dy} = \text{áll} = c_x \cong \frac{\Delta\psi}{\Delta y}$$

a feladat kiírás szerint: $\Delta y = 1 \Rightarrow \Delta\psi = 2 \frac{m^2}{s}$

$$c_x = \frac{\Delta\psi}{\Delta y} = \frac{2}{1} = 2 \frac{m}{s}$$

A válaszok a kérdésekre:

a) $\varphi = c_x \cdot x = 2x$

b) $w = c_x \cdot z = 2 \cdot z = 2(x + iy) = 2x + 2iy$

c) $x = 1$; $y = 1$ helyen is ua sebesség: $c = c_x = 2 \frac{m}{s}$

B) Megoldás

A feladat egy x tengellyel párhuzamos áramlást ír le.

Aminek a komplex potenciálja: $w = \hat{c} \cdot z$

A $\underbrace{\Psi = \text{áll egyenes egyenlete}}_{\substack{\text{áramvonal} \\ \text{egyenlete = egyenes}}}$: $\Psi = c_x \cdot y$ (mivel $c_y = 0$)

$\Downarrow$ az egész áramlásban a sebesség állandó, ezért $c_x = \text{áll.}$

$$\frac{d\Psi}{dy} = c_x \cong \frac{\Delta\Psi}{\Delta y}$$

A feladatkiírás szerint ha $\Delta y = 1$, $\Delta\Psi = 2\,\frac{m^2}{s} \Rightarrow \frac{\Delta\Psi}{\Delta y} = \frac{2}{1} = 2\,\frac{m}{s} = c_x$

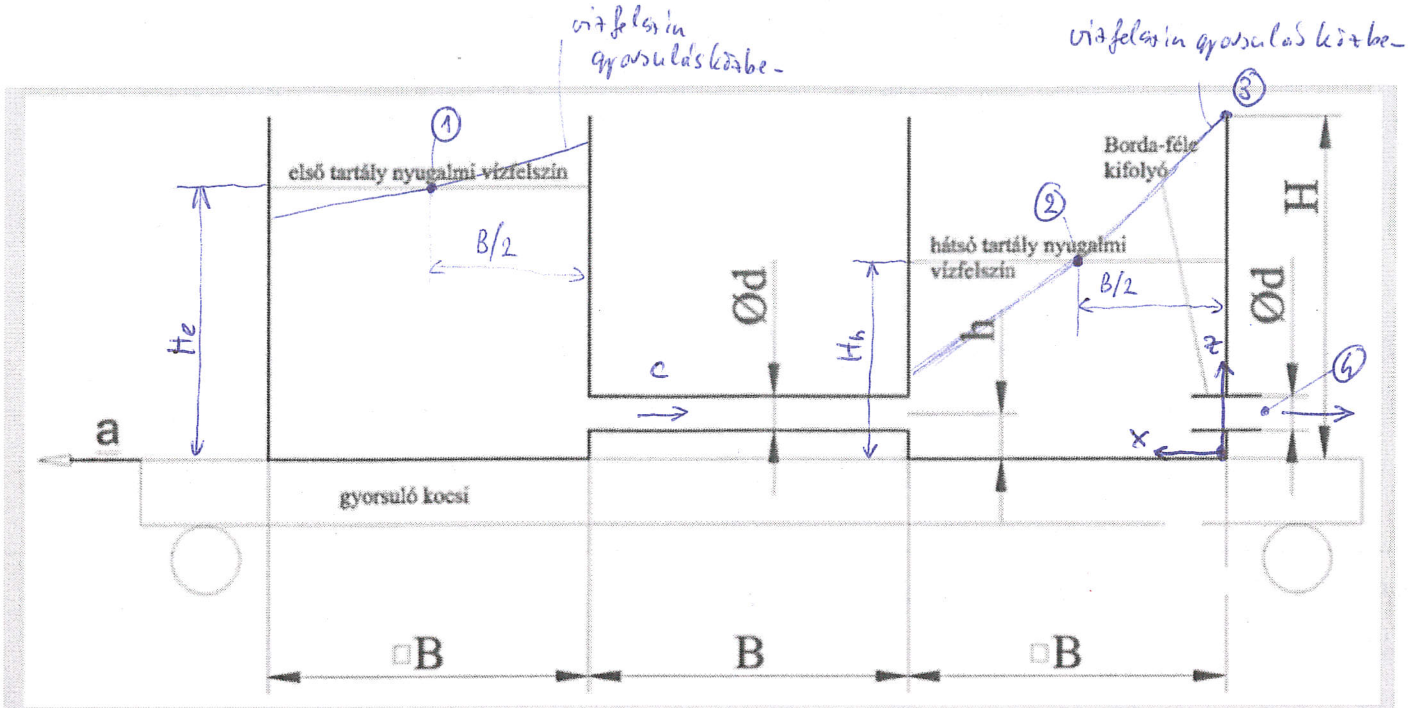
Mivel $c_x = \text{áll}$ a c) kérdésre
a válasz: $c = c_x = 2\,\frac{m}{s}$

b) kérdésre a válasz:

$$w = \hat{c} \cdot z = (\underset{c_x = 2}{\underset{\uparrow}{c_x}} - i\,\underset{c_y = \phi}{\underset{\uparrow}{c_y}}) \cdot (x + iy) = 2x + i2y$$

a) kérdésre a válasz:

$$\varphi = 2x$$



Egy a=3 m/s gyorsulással mozgó kocsin két BxB= 1mx1m alapterületű víz tartály van, az ábra szerint egy egyenes csővel összekötve. A hátsó tartályon egy Borda-féle kifolyón keresztül szivárog a víz (ρ=1000kg/m³).

A gyorsulás közben a hátsó tartályban a folyadékfelszín egy pontja éppen eléri a tartály peremét.

A berendezés adatai: B=1m; H=1.2m; h=0.1m; d=0.04m; a csősúrlódási tényező az összekötő csőben 0.02;

Az áramlás állandósult állapotú a kocsiról nézve.

Mekkora a tartályokban lévő víz tömege (külön az elsőben, külön a hátsóban, az összekötő cső nem számít)?

Mekkora a hátsó tartályból szivárgó víz térfogatárama?

A kocsival együtt mozgó x-z koo.rendszerből az áramlás stacioner.
A vízre ható erőterek: gravitáció + tehetetlenségi erőtér $\Rightarrow$ $U = g\cdot z + a\cdot x$

A hátsó tartályból szivárgó víz a Borda-féle kifolyónyíláson lép ki:

BE 3-4
$$\frac{p_3}{\rho}+\frac{c_3^2}{2}+U_3=\frac{p_4}{\rho}+\frac{c_4^2}{2}+U_4+\frac{\Delta p'_{34}}{\rho}$$

ahol $p_3=p_0$, $p_4=p_0$, $c_3=0$ (∞ nagy tartály felszín), $\Delta p'_{34}\cong 0$ (a Borda-féle kifolyó vesztesége benne van a kontrakcióban)

$$U_3 = g\cdot z_3 + a\cdot x_3 = g\cdot H + a\cdot 0$$

$$U_4 = g\cdot z_4 + a\cdot x_4 = g\cdot h + a\cdot 0$$

Így a BE 3-4:
$$\frac{p_0}{\rho}+\frac{0^2}{2}+gH=\frac{p_0}{\rho}+\frac{c_4^2}{2}+g\cdot h+0 \Rightarrow c_4=\sqrt{2g(H-h)}=4{,}646\ \frac{m}{s}$$
(Torricelli képlet)

A hátsó tartályból szivárgó víz térfogatárama:

$$\boxed{\dot V=\alpha\cdot A_4\cdot c_4 = 0{,}5\cdot\frac{d^2\pi}{4}\cdot c_4 = 0{,}5\cdot\frac{0{,}04^2\pi}{4}\cdot 4{,}646 = 0{,}00291894\ \frac{m^3}{s}}$$

A hátsó tartály nyugalmi vízfelszín magassága: $H_h = z_2$

A hátsó tartályban lévő víz felszínén az erőtér potenciálja mindenütt ua., ezért:

$$U_3 = g\cdot H = U_2 = g\cdot \underset{\uparrow\, H_h}{z_2} + a\cdot \underset{\uparrow\, B/2}{x_2} = g\cdot H_h + a\cdot\frac{B}{2} \Rightarrow H_h = H-\frac{a}{g}\cdot\frac{B}{2} = 1{,}2-\frac{3}{9{,}81}\cdot\frac{1}{2}$$

$$H_h = 1{,}0471\ m$$

./.

A hátsó tartályban lévő víz tömege:

$$\boxed{m_h = \varrho \cdot V_h = \varrho \cdot B \cdot B \cdot H_h = 1000 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1{,}0471 = 1047{,}1\ kg}$$

Mivel az áramlás stacioner, a két tartályt összekötő csőben a hátsó tartályból elszivárgó víz térfogatáramával megegyező lesz a térfogatáram:

$$\dot{V} = \dot{V}_{összekötő} = 0{,}5 \cdot \frac{d^2\pi}{4} \cdot c_4 = \frac{d^2\pi}{4} \cdot c \Rightarrow c = 0{,}5 \cdot c_4 = 2{,}323\ \frac{m}{s}$$

Bernoulli egyenlet a két tartály vízfelszín között:

BE ①-②

$$\frac{p_1}{\varrho} + \frac{c_1^2}{2} + U_1 = \frac{p_2}{\varrho} + \frac{c_2^2}{2} + U_2 + \frac{\Delta p'_{12}}{\varrho}$$

ahol $p_1 = p_0$, $p_2 = p_0$; $c_1 = 0$ és $c_2 = 0$ (∞ nagy tartály felszín)

$$U_1 = g \cdot z_1 + a x_1 = g \cdot H_e + a \cdot 2{,}5B$$

$$U_2 = U_3 = g \cdot H$$

$$\Delta p'_{12} = \frac{\varrho}{2} \cdot c^2 \cdot \left(\lambda \cdot \frac{B}{d} + 1\right)$$

Borda-Carnot veszteség

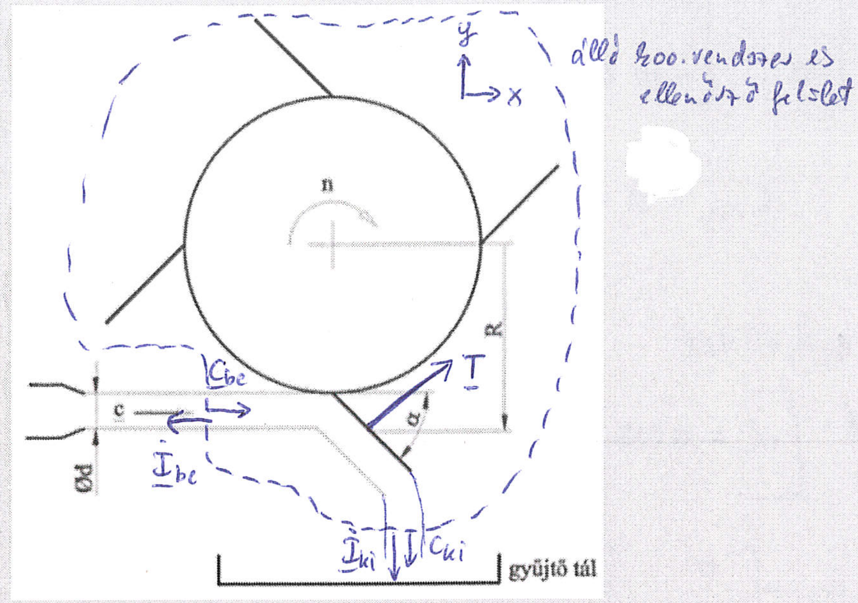
$$\frac{p_0}{\varrho} + \frac{0^2}{2} + g H_e + a \cdot 2{,}5B = \frac{p_0}{\varrho} + \frac{0^2}{2} + gH + \frac{c^2}{2}\left(\lambda \frac{B}{d} + 1\right)$$

$$\Downarrow$$

$$H_e = H - \frac{2{,}5\, a \cdot B}{g} + \frac{c^2}{2g}\left(\lambda \frac{B}{d} + 1\right) = 1{,}2 - \frac{2{,}5 \cdot 3 \cdot 1}{9{,}81} + \frac{2{,}323^2}{2 \cdot 9{,}81}\left(0{,}02 \cdot \frac{1}{0{,}04} + 1\right) = 0{,}848\ m$$

Az első tartályban lévő víz tömege:

$$\boxed{m_e = \varrho \cdot V_e = \varrho \cdot B \cdot B \cdot H_e = 1000 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 0{,}848 = 848\ kg}$$



Egy lapátos kereket n=40 fordulat/perc fordulatszámmal forgatunk, miközben egy d=100mm átmérőjű, c=5m/s sebességű víz szabadsugár ($\nu=0$; $\rho=1000 kg/m^3$) éri, az ábra szerint. A lapátok középsugara R=3m.

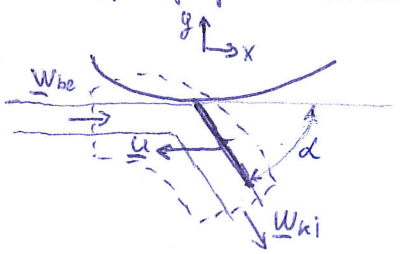
Mekkora legyen a lapátok szöge (α=?), hogy a lapátokról lefolyó víz a gyűjtő tálba függőlegesen érkezzen?

Mekkora teljesítménnyel kell forgatni a lapátos kereket?

A feladatmegoldáshoz ∞ sok lapátot feltételezünk, amelyek közül mindig csak egy lapát van benne a szabadsugárban. Így az áramlás az álló koo. rendszerből nézve közel stacioner.

Egy lapát sebesség viszonyai:

együtt forgó rendszerben (relatív)



Az áramlás sebessége a lapáthoz képest (relatív sebesség) a lapát belépésnél: $\underline{W}_{be} = \underline{C} - \underline{U} = \begin{bmatrix} C \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -U \\ 0 \end{bmatrix}$

$$\underline{W}_{be} = \begin{bmatrix} C+U \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5+12,56 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 17,5664 \\ 0 \end{bmatrix}$$

A lapát kerületi sebessége:

$$u = |\underline{U}| = R \cdot 2\pi \cdot n = 3 \cdot 2\pi \cdot \frac{40}{60} = 12,5664 \frac{m}{s}$$

Mivel a lapáthoz érkező, és a lapátot elhagyó folyadéksugárban $p=p_0$, és nincs súrlódási energia veszteség ($\nu=0$), a lapáthoz képest (relatív rendszer) a be és kilépő folyadéksugár kinetikai energiája megegyezik $\Rightarrow$ $|\underline{W}_{be}| = |\underline{W}_{ki}| = W = 17,5664 \frac{m}{s}$

A kilépő relatív sebesség irányát a lapát kilépő pontjának irányszöge (α) határozza meg, így: $\underline{W}_{ki} = \begin{bmatrix} W \cdot \cos\alpha \\ -W \cdot \sin\alpha \end{bmatrix}$

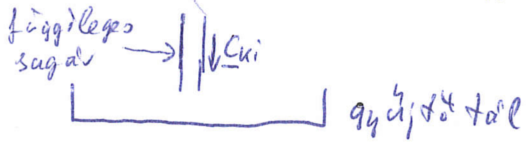
Álló (abszolút) rendszerben a lapátokra érkező folyadék sebessége: $\underline{C}_{be} = \underline{C} = \begin{bmatrix} c \\ 0 \end{bmatrix}$

./.

Álló (abszolút) rendszerben a lapátokat elhagyó folyadék sebessége:

$$\underline{c}_{ki} = \underline{w}_{ki} + \underline{u} = \begin{bmatrix} w \cdot \cos\alpha \\ -w \cdot \sin\alpha \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -u \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w \cos\alpha - u \\ -w \sin\alpha \end{bmatrix}$$

A feladat szerint:



$$c_{ki_x} = 0 = w \cdot \cos\alpha - u$$

$$\Downarrow$$

$$\cos\alpha = \frac{u}{w} = \frac{12{,}5664}{17{,}5664} = 0{,}7154$$

A szükséges lapátszög tehát: $\boxed{\alpha = a\cos\frac{u}{w} = 44{,}327^\circ}$

A kilépő abs. sebesség tehát: $\underline{c}_{ki} = \begin{bmatrix} 0 \\ -w \sin\alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -17{,}5664 \cdot \sin 44{,}327 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -12{,}2745 \end{bmatrix} \frac{m}{s}$

A lapátokon átáramló tömegáram, az abszolút (álló) rendszerben:

$$\dot{m} = \varrho \cdot c \cdot \frac{d^2\pi}{4} = 1000 \cdot 5 \cdot \frac{0{,}1^2\pi}{4} = 39{,}27 \ \frac{kg}{s}$$

Impulzus tétel a lapátos kereket teljesen körbevevő, álló ellenőrző felületre:

$$\int_A \underline{c} \varrho \underline{c}\, d\underline{A} = -\int_A p\, d\underline{A} + \int_V \varrho \underline{g}\, dV - \underline{T}$$

ahol:

$\int_A \underline{c} \varrho \underline{c}\, d\underline{A} = \Sigma \dot{\underline{I}}$

$-\int_A p\, d\underline{A} = \phi$, mert az ell. felületen $p \equiv p_0$

$\int_V \varrho \underline{g}\, dV = \phi$, mert $\underline{g} \approx 0$

$$\dot{\underline{I}}_{be} + \dot{\underline{I}}_{ki} = \Sigma \dot{\underline{I}} = -\underline{T}$$

$$\dot{\underline{I}}_{be} = -\dot{m} \cdot \underline{c}_{be} = \begin{bmatrix} -\dot{m} \cdot c \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \dot{\underline{I}}_{ki} = \dot{m} \cdot \underline{c}_{ki} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\dot{m} \cdot w \cdot \sin\alpha \end{bmatrix}$$

A lapátra ható erő tehát:

$$\underline{T} = -\dot{\underline{I}}_{be} - \dot{\underline{I}}_{ki} = \begin{bmatrix} \dot{m} \cdot c \\ \dot{m} \cdot w \cdot \sin\alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 39{,}27 \cdot 5 \\ 39{,}27 \cdot 12{,}2745 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 196{,}35\ N \\ 482{,}02\ N \end{bmatrix}$$

A lapátoskerék forgatásához szükséges teljesítmény:

$$\boxed{P = T_x \cdot u = 196{,}35 \cdot 12{,}5664 = 2{,}4674\ kW}$$

Egy repülőgép környezetében a környezeti hőmérséklet 220 K. A repülőn mérhető össznyomás $3.7 \cdot 10^5$ Pa. Mekkora a repülési sebesség, illetve mekkora a repülési Mach szám? (c_p=1000 J/kg K; R=287 J/kg K; κ=1.4; $p_K=10^5$ Pa)

$p_T = 3{,}7 \cdot 10^5\, Pa\,; \quad T_0 = 220\,K$

Az össz hőmérséklet:

$$\frac{T_T}{T_0} = \left(\frac{p_T}{p_0}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \Rightarrow T_T = \left(\frac{p_T}{p_0}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \cdot T_0 = \left(\frac{3{,}7 \cdot 10^5}{10^5}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \cdot 220 = 319{,}7172\,K$$

A környezeti hangsebesség:

$$a = \sqrt{\kappa \cdot R \cdot T} = \sqrt{1{,}4 \cdot 287 \cdot 220} = 297{,}315\,\frac{m}{s}$$

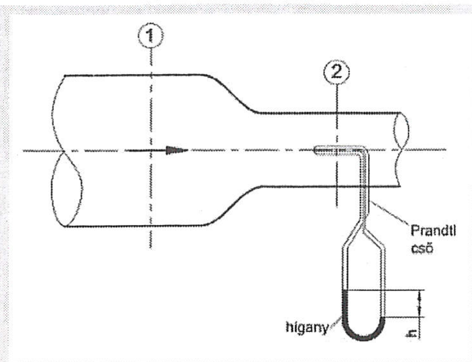
A repülési sebesség:

$$c_p \cdot T_T = \frac{c^2}{2} + c_p \cdot T_0 \Rightarrow c = \sqrt{2 \cdot c_p \cdot (T_T - T_0)} = \sqrt{2 \cdot 1000 \cdot (319{,}717 - 220)} =$$

$$c = 446{,}581\,\frac{m}{s}$$

A Mach szám:

$$Ma = \frac{c}{a} = \frac{446{,}581}{297{,}315} = 1{,}502$$



Egy csőben állandó entrópiájú, ideális gáz időben állandó áramlása valósul meg az ábra szerint.

Az "1"-el jelölt keresztmetszetben: $p_1=10^5$ Pa; $t_1=0$°C; $c_1=100$m/s. A "2"-es keresztmetszetbe egy, az áramlással szembe fordított Prandtl csövet teszünk. Prandtl csőhöz kötött U csöves manométerben a higany ($\rho_{higany}=13600$kg/m^3) h=0.349m magasságban térki.

Mekkora a "2"-es keresztmetszetben a gáz sebessége és hőmérséklete?

Mekkora lehetne elméletileg a "2"-es keresztmetszetben az elérhető legnagyobb gáz sebesség?

$c_p=1000$ J/(kg·K); κ=1.4

A Prandtl cső orrpontja torlópont (c=0)

ezért ott: $\boxed{T_0 = T_1 + \frac{c_1^2}{2c_p} = 273 + \frac{100^2}{2\cdot 1000} = 278\ °K}$

A Prandtl cső orrpontjában a torlóponti nyomás:

$$\boxed{p_0 = p_1\cdot\left(\frac{T_0}{T_1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} = 10^5\cdot\left(\frac{278}{273}\right)^{\frac{1,4}{1,4-1}} = 1,0656\cdot 10^5\ Pa}$$

A "2"-es keresztmetszetben a statikus nyomás a Prandtl cső U csöves manométere alapján:

$$\boxed{p_2 = p_0 - \rho_{Hg}\cdot g\cdot h = 106560 - 13600\cdot 9,81\cdot 0,349 = 0,6\cdot 10^5\ Pa}$$

A "2"-es pontban a hőmérséklet:

$$T_2 = T_0\cdot\left(\frac{p_2}{p_0}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 278\cdot\left(\frac{0,6\cdot 10^5}{1,0656\cdot 10^5}\right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} = 235,89\ °K$$

vagy: $T_2 = T_1\cdot\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 273\cdot\left(\frac{0,6\cdot 10^5}{10^5}\right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} = 235,89\ °K$

A "2"-es pontban a sebesség:

$$c_p\cdot T_2 + \frac{c_2^2}{2} = c_p\cdot T_1 + \frac{c_1^2}{2} = c_p\cdot T_0 \Rightarrow c_2 = \sqrt{c_1^2 + 2c_p\cdot(T_1 - T_2)} = \sqrt{100^2 + 2\cdot 1000\cdot(273 - 235,89)} =$$

$c_2 = 290,2\ \frac{m}{s}$

vagy $c_2 = \sqrt{2c_p(T_0 - T_2)} = \sqrt{2\cdot 1000(278 - 235,89)} = 290,2\ \frac{m}{s}$

Elérhető legnagyobb sebesség a „2"-es pontban: ($T_2 = 0\ °K$ esete)

$$\frac{c_{2max}^2}{2} = c_p\cdot T_1 + \frac{c_1^2}{2} = c_p\cdot T_0 \Rightarrow c_{2max} = \sqrt{2c_p\cdot T_0} = \sqrt{2\cdot 1000\cdot 278} = 745,65\ \frac{m}{s}$$

vagy

$$c_{2max} = \sqrt{c_1^2 + 2c_p T_1} = \sqrt{100^2 + 2\cdot 1000\cdot 273} = 745,65\ \frac{m}{s}$$

Gy.4/ Egy hengerszimmetrikus áramlás (az áramvonalak koncentrikus körök) sebesség-eloszlása $c(r)=10\sqrt{r}$. Mely sugárnál lesz a rotáció értéke $15[1/s]$? Bizonyítsa be, hogy ennek a sebesség térnek a rotációja tart a nullához, ha $r \to \infty$! Mekkora a konvektív gyorsulás vektor az $r=2[m]$ sugarú, kör áramvonal egy (tetszőleges) pontjában?

$$\text{rot}\,\underline{c} = \frac{c}{r} + \frac{dc}{dr} = \frac{10\cdot\sqrt{r}}{r} + \frac{d(10\sqrt{r})}{dr} = \frac{10}{\sqrt{r}} + \frac{5}{\sqrt{r}} = \frac{15}{\sqrt{r}}$$

ha $\text{rot}\,\underline{c} = 15 = \frac{15}{\sqrt{r}} \Rightarrow r = 1$

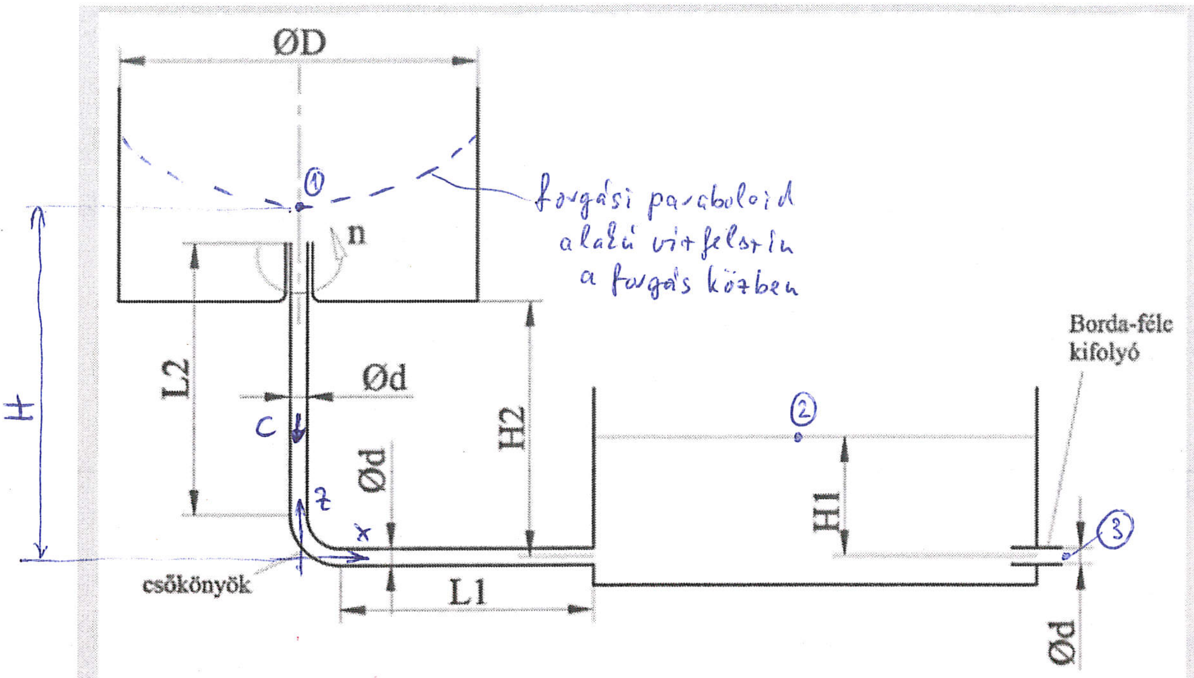
$$\lim_{r\to\infty}(\text{rot}\,\underline{c}) = \lim_{r\to\infty}\frac{15}{\sqrt{r}} = 0$$

(mivel $\sqrt{r} \mapsto \infty$, ha $r \to \infty$) ez a véste nem feltétlenül kell.

Konvektív gyorsulás $r=2$ körön:

$$~~a_k~~ \quad a_k = -\frac{c^2}{r} = -\frac{(10\sqrt{r})^2}{r} = -\frac{100\,r}{r} = -100\ \frac{m}{s^2}$$

csak centripetális gyorsulás van!!



Egy D=0.8m átmérőjű, n=120 ford./perc fordulatszámú tartályból álló csövön keresztül egy álló tartályt töltünk vízzel (ρ=1000kg/m^3), amiből egy d=30mm átmérőjű Borda-féle kifolyón keresztül szivárog a víz.

A berendezés adatai: L1=0.3m; L2=0.47m; d=30mm; a csősúrlódási tényező az egyenes csőszakaszokon 0.02; a csőkönyök veszteségtényezője 0.15; H2=0.5m; H1=0.45m

Az áramlás állandósult állapotú.

Mekkora a forgó tartályban lévő víz tömege?

Mekkora az álló tartályból szivárgó víz térfogatárama?

A Borda-féle kifolyón távozó víz:

BE 2-3: $\frac{p_2}{\rho}+\frac{c_2^2}{2}+U_2=\frac{p_3}{\rho}+\frac{c_3^2}{2}+U_3+\frac{\Delta p'_{23}}{\rho}$

$p_2=p_0$, $p_3=p_0$, $c_2=\emptyset$ (∞ nagy tartály felszín), $\Delta p'_{23}=\emptyset$ (a Borda-féle kifolyó ellenállása benne van a kontrakcióban)

$U_2=g\cdot H1$; $U_3=g\cdot\emptyset=\emptyset$

$$\frac{p_0}{\rho}+\frac{\emptyset^2}{2}+g\cdot H_1=\frac{p_0}{\rho}+\frac{c_3^2}{2}+\emptyset+\emptyset \Rightarrow c_3=\sqrt{2gH_1}=\sqrt{2\cdot g\cdot 0{,}45}=2{,}97136\ \frac{m}{s}$$

(Toricelli képlet)

A Borda-féle kifolyón elszivárgó térfogatáram:

$$\boxed{\dot V=\underbrace{0{,}5}_{\alpha\text{ kontrakció}}\cdot\frac{d^2\pi}{4}\cdot c_3=0{,}5\cdot\frac{0{,}03^2\pi}{4}\cdot 2{,}97136=0{,}001051665\ \frac{m^3}{s}}$$

Az L alakú töltőcsőben a térfogatáram $=\dot V$, mert az áramlás állandósult állapotú (stacioner).

A töltőcsőben az áramlási sebesség: $c=\frac{4\dot V}{d^2\pi}=\frac{0{,}5\cdot\frac{d^2\pi}{4}\cdot c_3}{\frac{d^2\pi}{4}}=0{,}5\,c_3=1{,}485682\ \frac{m}{s}$

A vízfelszín magasságának meghatározása a forgó tartály forgástengelyében (1. pont)

Mivel ① a forgástengelyben van és nem forog, így kezelhető álló rendszerre:

BE ①-②

$$\frac{p_1}{\rho}+\frac{c_1^2}{2}+U_1=\frac{p_2}{\rho}+\frac{c_2^2}{2}+U_2+\frac{\Delta p'_{12}}{\rho}$$

$p_1=p_0$, $p_2=p_0$, $c_1=0$ és $c_2=0$ (∞ nagy tartály felszín)

$U_1=g\cdot H$; $U_2=g\cdot H_1$

$$\Delta p'_{12}=\frac{\rho}{2}\cdot c^2\cdot\left(\lambda\cdot\frac{L_1+L_2}{d}+1+\zeta\right)$$

Borda-Carnot veszteség

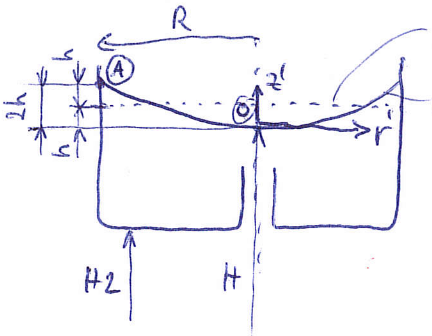
csőkönyök veszteség

$$\frac{p_0}{\rho}+\frac{0^2}{2}+gH=\frac{p_0}{\rho}+\frac{0^2}{2}+gH_1+\frac{c^2}{2}\left(\lambda\frac{L_1+L_2}{d}+1\right)$$

$$H=H_1+\frac{c^2}{2g}\left(\lambda\frac{L_1+L_2}{d}+1+\zeta\right)=0{,}45+\frac{1{,}485682^2}{2\cdot 9{,}81}\left(0{,}02\,\frac{0{,}3+0{,}47}{0{,}03}+1+0{,}15\right)=$$ [redacted] 0.6371251m

A forgó tartályban lévő víz mennyisége:

Csak a tartályt, forgó rendszerben nézzük ($z'-r'$ koo. rendszer együtt forog)



A vízfelszínen a potenciál (erőtér potenciál) állandó:

$$U_O=U_A=g\cdot z'_O-\frac{r_O'^2\omega^2}{2}=0=U_A=g\cdot z'_A-\frac{r_A'^2\omega^2}{2}$$

$z'_O=0$ $r'_O=0$; $z'_A=2h$ $r'_A=R$; $\omega=2\pi\cdot n$

$$0=g\cdot 2h-\frac{R^2 4\pi^2 n^2}{2}$$

$$h=\frac{R^2 4\pi^2 n^2}{2\cdot 2g}=\frac{R^2\pi^2 n^2}{g}=\frac{\frac{D^2}{4}\pi^2 n^2}{g}=\frac{\frac{0{,}8^2}{4}\cdot\pi^2\cdot\left(\frac{120}{60}\right)^2}{9{,}81}=0{,}644\ m$$

A forgó tartályban lévő víz tömege:

0.6371251

$$m=V\cdot\rho=R^2\pi\cdot(H+h-H_2)\cdot\rho=\frac{D^2}{4}\pi\cdot(H+h-H_2)\cdot\rho=\frac{0{,}8^2}{4}\cdot\pi\cdot($$ [redacted] $$+0{,}644-0{,}5)\cdot 1000$$

$\boxed{m=}$ [redacted] kg

392.64 kg