



Disciplina: Cálculo Numérico

1 Representação numérica

1. Realize a enumeração dos sistemas numéricos a seguir até o valor M , indicado:

- (a) Base 2, $M = 100$
- (b) Base 3, $M = 100$
- (c) Base 4, $M = 30$
- (d) Base 8, $M = 30$
- (e) Base 10, $M = 25$
- (f) Base 12, $M = 25$
- (g) Base 16, $M = 35$

2. Um sistema numérico é constituído desses 4 algarismos: 0, Δ (equivalente a 1), \oplus (equivalente a 2) e \otimes (equivalente a 3).

- (a) Conte até o trigésimo número, fazendo a correspondência com a contagem de inteiros na base decimal e na base hexadecimal.
- (b) Calcule $\oplus \otimes + \Delta \oplus$ e escreva o resultado no referido sistema e nas bases decimal e hexadecimal.
- (c) Multiplique $\oplus \Delta \otimes$ por \oplus e escreva o resultado no referido sistema e nas bases decimal e hexadecimal.
- (d) Calcule $\oplus \oplus \oplus - \Delta \oplus$ e escreva o resultado no referido sistema e nas bases decimal e hexadecimal

3. Trunque, Arredonde e Arredonde utilizando o padrão Resolução N°886/66 do IBGE os seguintes números (decimais), utilizando-se 4 algarismos significativos:

- (a) 12,16478

(b) 21,16689

(c) 39,36516

(d) 123,5678

(e) 256,5578

(f) 4511,64671

(g) 54321,5463

4. Converta as bases numéricas a seguir para a representação indicada:

(a) $(10110)_2 \rightarrow x_5$

(b) $(51)_{10} \rightarrow x_{12}$

(c) $(46)_7 \rightarrow x_{12}$

(d) $(75)_8 \rightarrow x_{16}$

(e) $(88)_8 \rightarrow x_{16}$

(f) $(A2EBF)_{16} \rightarrow x_{10}$

(g) $(FF)_{16} \rightarrow x_2$

(h) $(BDA15E)_{16} \rightarrow x_{12}$

5. Converta os números em representação binária para sua representação decimal, e os números em representação decimal para binária:

(a) $(110011)_2$

(b) $(366)_{10}$

(c) $(101.11011)_2$

(d) $(4.25)_{10}$

(e) $(0.1000001)_2$

(f) $(29/6)_{10}$

2 Sistema de Ponto Flutuante

6. Denote os seguintes números em forma de Notação Científica:

- (a) 412345545412132321
- (b) 0,00000065
- (c) 590000000000000123
- (d) 0,000000000000001213456

7. Considere uma máquina cujo sistema de representação de números é definido por $F(10, 4, -5, 5)$ (i.e., base decimal, 4 dígitos na mantissa, e expoente no intervalo $-5, \dots, 5$). Pede-se:

- (a) Qual o menor e maior número em módulo representados neste sistema?
- (b) Como será representado o número 73.758 nesta máquina, se for usado o arredondamento? E se for usado o truncamento?
- (c) Se $a = 42450$ e $b = 3$ qual o resultado de $a+b$?

8. Considere o sistema $F(2, 8, 10, 10)$. Represente no sistema os números: $x_1 = \sqrt{8}$, $x_2 = \pi^2$ e $x_3 = 3.57$. Existe algum número x_i com representação exata neste sistema?

9. Quais os maiores e menores números em módulo que podem ser representados no sistema $F(10, 4, 3, 4)$? Indique a representação de zero nessa máquina.

10. Quais os maiores e menores números em módulo que podem ser representados no sistema $F(2, 3, 1, 2)$? Indique a representação de zero nessa máquina.

11. Quantos números podem ser representados no sistema $F(2, 3, 1, 2)$? Represente os números $x_1 = (0.38)_{10}$, $x_2 = (5.3)_{10}$, e $x_3 = (0.15)_{10}$.

12. Seja uma máquina fictícia que opera em um sistema de ponto flutuante de base binária e que representa os números usando 32 bits. Seja o seguinte número representado nesta máquina:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0

Se o primeiro bit indica o sinal do número, o segundo bit é o sinal do expoente, os próximos seis bits são o expoente, e os últimos vinte e quatro bits são a mantissa, responda às seguintes perguntas:

- (a) O número está normalizado? Se não, normalize-o.
- (b) O número é positivo ou negativo?
- (c) Em módulo, o número é menor do que 1 ou maior do que 1?
- (d) Como ficaria a representação deste número no sistema $F(10, 6, -10, 10)$ (i.e., base decimal, 6 dígitos na mantissa, e expoente variando de $-10, \dots, 10$)?

13. (Exercício Extra) Seja um sistema de aritmética de ponto flutuante de quatro dígitos na mantissa, base decimal e que usa o arredondamento. Dados os números $x = 0.9370 \cdot 10^4$ e $y = 0.1272 \cdot 10^2$, efetue as operações: $x+y$ e $x \cdot y$. Obtenha o erro relativo no resultado supondo que x e y estão exatamente representados.

3 Tipos de Erros

14. Determine os intervalos de overflow e underflow no sistema de ponto flutuante $F(10, 3, -4, 4)$? Indique a representação de zero nessa máquina.

15. Determine os intervalos de overflow e underflow no sistema de ponto flutuante $F(2, 5, -5, 3)$? Indique a representação de zero nessa máquina.

16. Determine os erros absolutos e relativos ao arredondar ou truncar os seguintes valores, considerando-se 4 algarismos significativos:

- (a) 12,16478
- (b) 39,36516
- (c) 4511,64671
- (d) 54321,5463

17. Determine os erros absoluto e relativo ao se registrar de forma truncada o valor $x = 2,37659 \cdot 10^3$ no sistema de ponto flutuante F(10,4,-5,5). O erro encontrado é proveniente de um ERRO DE ARREDONDAMENTO ou de um ERRO DE TRUNCAMENTO?

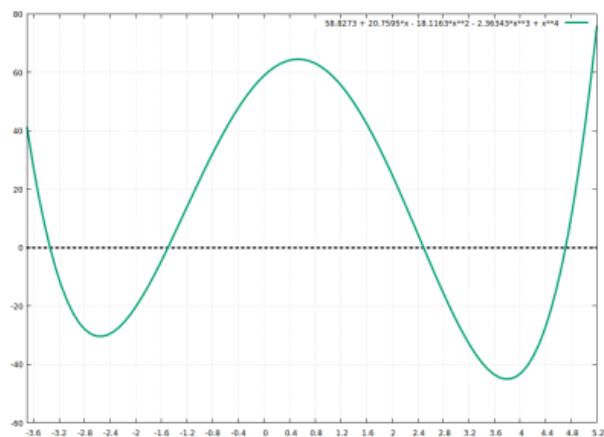
18. Determine, utilizando-se apenas 2 iterações com o Método da Bissecção, uma das raízes da função $f(x) = x^3 - 4.24x^2 - 10.51x + 33.65$ no intervalo $[0, 4]$. O erro encontrado é proveniente de um ERRO DE ARREDONDAMENTO ou de um ERRO DE TRUNCAMENTO?

4 Zeros reais de funções reais

19. Marque V para verdadeiro, F para falso:

- a) Uma desvantagem de usar $|f(\bar{x})| < \epsilon$ como critério de parada é que a função pode apenas chegar próximo de 0, mas não cruzar o eixo x.
- b) Uma vantagem de se usar $|\bar{x} - \xi| < \epsilon$ como critério de parada é que pode-se determinar determinado zero com precisão de casas decimais.
- c) Dado um intervalo $[a, b]$, se f é contínua, $f(a) > 0$ e $f(b) > 0$, então não há raiz real no intervalo $[a, b]$.
- d) Dado um intervalo $[a, b]$, se f é contínua, $f(a) > 0$ e $f(b) < 0$, então há exatamente uma única raiz real no intervalo $[a, b]$.
- e) Dado um intervalo $[a, b]$, se f é contínua, $f(a)f(b) < 0$, então há pelo menos uma raiz real no intervalo $[a, b]$.

20. Determine 4 intervalos reais onde se encontram os zeros da função $f(x) = x^4 - 2.36343x^3 - 18.1163x^2 + 20.7595x + 58.8273$. Justifique.



21. Encontre computacionalmente as 4 raízes reais da função $f(x) = x^4 - 2.36343x^3 - 18.1163x^2 + 20.7595x + 58.8273$, utilizando o método da bissecção.

22. Identifique, utilizando a tabela abaixo, os intervalos que contenham os zeros reais da função $f(x) = x^3 - 9x + 3$.

x	∞	-100	-10	-5	-3	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	-	-	-	-	+	+	+	-	-	+	+	+

23. Determine, utilizando o Método da Bissecção, com uma precisão de $|\bar{x} - \xi| < \epsilon$, as raízes da função $f(x) = x^3 - 9x + 3$.

24. (Exercício Extra) Duas escadas se cruzam em um beco de largura L. Cada escada tem uma extremidade apoiada na base de uma parede e a outra extremidade apoia em algum ponto na parede oposta. As escadas se cruzam a uma altura A acima do pavimento. Calcule L, sendo $x_1 = 20m$ e $x_2 = 30m$ os respectivos comprimentos das escadas e $A = 8m$. Use um dos métodos para encontrar raízes utilizando como critério de parada $|f(x_i)| < 0.001$.