U. PORTO
FEUP FACULDADE DE ENGENHARIA
UNIVERSIDADE DO PORTO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA E GESTÃO INDUSTRIAL

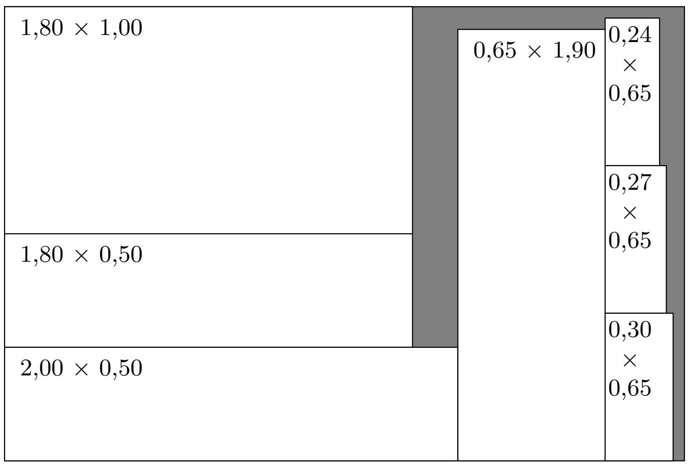
Mestrado Integrado em Engenharia Eletrotécnica e de Computadores
Mestrado Integrado em Engenharia Metalúrgica e de Materiais

Investigação Operacional
Gestão de Operações II

2016.10.28

Prova sem consulta
Duração: 40 minutos

A *DURAÇO* fabrica chapas retangulares de aços variados, com comprimento L e largura W, que depois corta em retângulos mais pequenos, de comprimento l_i e largura w_i, para satisfazer as encomendas de clientes. À saída da laminagem, o Eng. Xavier consulta as encomendas pendentes no sistema e decide que retângulos vão ser cortados daquela chapa em concreto, isto é, define o padrão de corte para aquela chapa. Na figura seguinte apresenta-se um exemplo de um padrão de corte. Note que os retângulos encomendados são mais do que os que podem ser cortados da chapa, pelo que o problema é não só como dispor os retângulos encomendados na chapa, mas também selecionar que retângulos serão cortados daquela chapa em concreto.



Cada retângulo encomendado tem um valor de venda v_i e o objetivo é maximizar o valor extraído de cada chapa, ou seja, o valor dos retângulos cortados a partir da chapa. Devido às características do aço variarem com a direção, os retângulos não podem ser rodados, têm portanto que ser cortados segundo a orientação com que foram encomendados, isto é, a dimensão l_i ao longo de L e a dimensão w_i ao longo de W. Assuma que o comprimento da chapa é sempre maior ou igual à largura da chapa, isto é, $L \geq W$.

Considere o seguinte modelo de programação linear mista para este problema:

Dados:

L – Comprimento da chapa.
W – Largura da chapa.
m – Número de retângulos encomendados.
l_i – Comprimento do retângulo i $(i \in \{1, \ldots, m\})$.
w_i – Largura do retângulo i $(i \in \{1, \ldots, m\})$.
v_i – Valor do retângulo i $(i \in \{1, \ldots, m\})$.

Variáveis de decisão:

$\delta_i \in \{0, 1\}$ – O retângulo i $(i \in \{1, \ldots, m\})$ é selecionado, ou não, para fazer parte do padrão de corte.
$x_i \geq 0$ – Coordenada x de posicionamento do canto inferior esquerdo do retângulo i.
$y_i \geq 0$ – Coordenada y de posicionamento do canto inferior esquerdo do retângulo i.

Nota: Considere que a origem do sistema de eixos das coordenadas está no canto inferior esquerdo da chapa. Por exemplo, no exemplo apresentado no enunciado, o retângulo de dimensões $(0,65 \times 1,90)$ está posicionado nas coordenadas $x = 2,00$; $y = 0,00$.

Variáveis auxiliares:

$\gamma_{ijk} \in \{0, 1\}$ – $i \in \{1, \ldots, m\},\ j \in \{i, \ldots, m\} \wedge j \neq i,\ k \in \{1, \ldots, 4\}$

Função objetivo:

$$\max \quad \sum_{i=1}^{m} v_i \delta_i \tag{1}$$

Sujeito a:

$$
\begin{aligned}
x_i - x_j + l_i &\leq (1 - \gamma_{ij1})M && \forall_{i \in \{1,\ldots,m\}} \ \forall_{j \in \{i,\ldots,m\} \wedge j \neq i} && (2)\\
-x_i + x_j + l_j &\leq (1 - \gamma_{ij2})M && \forall_{i \in \{1,\ldots,m\}} \ \forall_{j \in \{i,\ldots,m\} \wedge j \neq i} && (3)\\
y_i - y_j + w_i &\leq (1 - \gamma_{ij3})M && \forall_{i \in \{1,\ldots,m\}} \ \forall_{j \in \{i,\ldots,m\} \wedge j \neq i} && (4)\\
-y_i + y_j + w_j &\leq (1 - \gamma_{ij4})M && \forall_{i \in \{1,\ldots,m\}} \ \forall_{j \in \{i,\ldots,m\} \wedge j \neq i} && (5)\\
\sum_{k=1}^{4} \gamma_{ijk} &\geq \delta_i + \delta_j - 1 && \forall_{i \in \{1,\ldots,m\}} \ \forall_{j \in \{i,\ldots,m\} \wedge j \neq i} && (6)\\
x_i &\leq L - l_i && \forall_{i \in \{1,\ldots,m\}} && (7)\\
y_i &\leq W - w_i && \forall_{i \in \{1,\ldots,m\}} && (8)\\
x_i,\ y_i &\geq 0 && \forall_{i \in \{1,\ldots,m\}} && (9)\\
\delta_i &\in \{0, 1\} && \forall_{i \in \{1,\ldots,m\}} && (10)\\
\gamma_{ijk} &\in \{0, 1\} && \forall_{i \in \{1,\ldots,m\}} \ \forall_{j \in \{i,\ldots,m\} \wedge j \neq i} \ \forall_{k \in \{1,\ldots,4\}} && (11)\\
M &\to \infty && && (12)
\end{aligned}
$$