# **巧借物理系统证椭圆角平分线**

Daniel Chin, April 2020

本文先出一题几何证明，再展示两个证明方法。法一用了参数方程。法二借用物理系统和能量梯度直接给出证明，十分巧妙，无需任何计算。

题：求证，椭圆（焦点为 ）上任意一点 处的法线必平分 .

**法1：**

设点 简写 所以 .

设两焦点为

因为椭圆上一点到两焦点距离之和为定值，所以 .

椭圆在点A处的切线的方向向量

法线的方向向量

一切就绪。现在考虑这个角。

平分 .

**法二：**

构建物理系统。点为定点。点为动点。两轻质弹簧连接

定义弹簧能量为 因此，系统总能量

保证系统总能量不变的点 轨迹是以 为焦点的椭圆。

受力是能量场的梯度：点 的受力

由梯度性质得 其中 为椭圆在 处的切线。

现在，分解 受到 的力与受到 的力。

必有 . 注意！！！！

二力大小相等，其合力必平分此二力所成的角。

得证。

**尾注：**

此题的灵感来源于流体二维计算机模拟中对一维表面张力的建模。