Universidad de Santiago de Chile

Facultad de Administración y Economía

Departamento de Economía

Guía de Ejercicios n^o 2
Unidad temática: Extensiones Teoría del Consumidor

Solución de referencia, en las preguntas teóricas o de interpretación se plantea una posible respuesta. La redacción puede ser diferente y tener todo el puntaje.

Ecuación de Slutsky

2.1) ¿Qué es el efecto sustitución y el efecto ingreso?
Respuesta: Cuando cambia el precio del bien x, esto produce un cambio en el óptimo del consumidor. Esta variación la podemos descomponer en 2 efectos utilizando la ecuación de Slutsky:

$$\triangle\, x_1 = \triangle\, x_1^{er} + \triangle\, x_1^{es}$$

En '*es*' y si aumenta el precio de x_1, queremos mantener un ingreso real tal que mantenga la utilidad inicial constante. Necesariamente llegamos a otra canasta donde, como el bien x_2 se vuelve relativamente más barato, aumenta el consumo de este bien y disminuye el consumo de x_1 por ser relativamente más caro.

En cuanto al '*er*' disminuye el ingreso de tal manera que consumimos menos bienes que en la canasta inicial.

2.2) Para bienes que son complementarios perfectos, el efecto sustitución siempre será igual al efecto total. Comente.
Respuesta: Falso. Como son bienes complementarios, no existe ningún efecto de sustitución de por medio. Para este caso en específico se cumple:

$$\triangle\, x_1 = \triangle\, x_1^{er}$$

2.3) El efecto ingreso y el efecto sustitución siempre se refuerzan (actúan en la misma dirección). Comente.
Respuesta: Falso. El efecto sustitución siempre actúa en sentido contrario a la variación en el precio. En cuanto al efecto renta tenemos:

- Efecto renta actúa en sentido contrario a la variación del precio para bienes normales. Por ejemplo, si aumenta el precio de x_1, el efecto renta será negativo.
- Efecto renta actúa en el mismo sentido del precio para bienes inferiores. Por ejemplo, si el precio de x_1 aumenta , el consumo de x_1 también aumenta.

2.4) Descomponga el efecto total en efecto sustitución y efecto renta para los siguientes bienes:

- Bien normal
- Bien Inferior (no giffen)
- Bien complementario

2.5) Un consumidor tiene la siguiente función de utilidad: $U(x_1, x_2) = x_1x_2$. Encuentre el equilibrio del consumidor si su renta es $m = 250$, y los precios son $p_1 = 12$ y $p_2 = 1$. Luego, considere un aumento del precio de x_1 a $p_1' = 15$ y separe el efecto sustitución y renta (método de Hicks).
Respuesta:

Si calculamos por el método de igualación de pendiente o lagrange, llegaremos a las siguientes demandas:

$$x_1^d = \frac{m}{2 \cdot p_1}$$

$$x_2^d = \frac{m}{2 \cdot p_2}$$

Ahora, reemplazando el ingreso y los precios iniciales, encontramos el equilibrio del consumidor:

$$x_1^* = \frac{250}{2 \cdot 12} \approx 10.42$$
$$x_2^* = \frac{250}{2 \cdot 1} = 125$$

La canasta de equilibrio es $A = (x_1^*, x_2^*) = (10.42, 125)$
Ahora, calculamos con la variación del precio a $p_1' = 15$, notemos que solo cambia la cantidad consumida de x_1 porque x_2 no depende de p_1:

$$x_1' = \frac{250}{2 \cdot 15} = 8.3$$

El nuevo equilibrio, luego de el aumento del precio es $B = (x_1', x_2') = (8.3, 125)$
Nos queda, separar los efectos. Para ello calculamos la utilidad y canastas de hicks:

$$U^H = U(x_1^*, x_2^*) = 10.42 \cdot 125 = 1302.5$$
$$x_1^H = x_1^d(m^H, p_1' = 15, p_2 = 1) = \frac{m^H}{2 \cdot 15} = \frac{m^H}{30}$$
$$x_2^H = x_2^d(m^H, p_1' = 15, p_2 = 1) = \frac{m^H}{2 \cdot 1} = \frac{m^H}{2}$$

Siguiendo, calculamos el valor exacto de la utilidad inicial y luego despejamos m^H:

$$U^H = x_1^H \cdot x_2^H$$
$$1302.5 = \left(\frac{m^H}{30}\right) \cdot \left(\frac{m^H}{2}\right)$$
$$1302.5 \cdot 30 \cdot 2 = m^2$$
$$78150 = m^2$$
$$m^H = 279.6$$

Encontramos el ingreso (compensado) que mantiene la utilidad constante. Por último calculamos la canasta intermedia:

$$x_1 = \frac{279.6}{2 \cdot 15} = 9.32$$
$$x_2 = \frac{279.6}{2 \cdot 10} = 139.8$$

Canasta intermedia es $C = (x_1, x_2) = (9.32, 139.8)$
Finalmente podemos calcular el efecto sustitución y el efecto renta:

$$ES = 9.32 - 10.42 = -1.1$$
$$ER = 8.3 - 9.32 = -1.02$$
$$ET = ES + ER = -1.1 - 1.02 = -2.12$$

Excedente del consumidor

2.6) Consideremos una demanda $Q^d = \frac{100-2p}{3}$. Calcule el excedente del consumidor si el precio es de 10. Analice y explique. Grafique.
Respuesta:

$$\begin{aligned}
Q^d(p=10) &= \frac{100-2\cdot 10}{3}\\
Q^d(p=10) &= \frac{100-20}{3}\\
Q^d(p=10) &= \frac{80}{3}\\
Q^d(p=10) &\approx 26.7
\end{aligned}$$

Excedente:

$$\begin{aligned}
EC &= \frac{26.7\cdot(50-10)}{2}\\
EC &= \frac{26.7\cdot 40}{2}\\
EC &= 534
\end{aligned}$$

2.7) Consideremos una demanda $Q^d = \sqrt{250-4p}$. Calcule el excedente del consumidor si el precio y cantidad de equilibrio son $(p^*, Q^*) = (37.5, 10)$. Analice y explique. Grafique.
Respuesta:
Primero debemos expresar la función de demanda inversa:

$$\begin{aligned}
q^d &= \sqrt{250-4p} / ()^2\\
q^2 &= 250-4p\\
4p &= 250-q^2\\
p &= 62.5-\frac{q^2}{4}
\end{aligned}$$

Como nos entregan el precio y la cantidad de equilibrio simplemente calculamos el área bajo la curva y sobre el precio de equilibrio utilizando una integral definida:

$$\begin{aligned}
EC &= \int_0^{10}\left[\left(62.5-\frac{q^2}{4}\right)-37.5\right]dq\\
EC &= \int_0^{10}\left(25-\frac{q^2}{4}\right)dq\\
EC &= 25q-\frac{q^3}{12}\Big|_0^{10}\\
EC &= \left(25\cdot 10-\frac{10^3}{12}\right)-\left(25\cdot 0-\frac{0^3}{12}\right)\\
EC &= 250-\frac{1.000}{3}\\
EC &= 166.7
\end{aligned}$$

2.8) Considerando la curva de demanda lineal $Q^d = 550 - 3p$. Cuando el precio sube de 50 a 60, ¿Cómo varía el excedente del consumidor?. Analice y explique lo sucedido. Grafique.
Respuesta:
Excedente con $p = 50$:

$$\begin{aligned}
Q^d(p = 50) &= 550 - 3 \cdot 50 \\
Q^d(p = 50) &= 550 - 150 \\
Q^d(p = 50) &= 400
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
EC_1 &= \frac{400 \cdot (183.3 - 50)}{2} \\
EC_1 &= \frac{400 \cdot 133.3}{2} \\
EC_1 &= 26.660
\end{aligned}$$

Excedente con $p = 60$:

$$\begin{aligned}
Q^d(p = 60) &= 550 - 3 \cdot 60 \\
Q^d(p = 60) &= 550 - 180 \\
Q^d(p = 60) &= 370
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
EC_2 &= \frac{370 \cdot (183.3 - 60)}{2} \\
EC_2 &= \frac{370 \cdot 123.3}{2} \\
EC_2 &= 22.810, 5
\end{aligned}$$

La oferta individual laboral

2.10) Considere que la función de utilidad de un individuo es $U(O, C) = O^2 C^2$:

a) Encuentre la demanda de ocio, la demanda de consumo y su oferta individual de trabajo si las horas máximas que el individuo puede dedicar al trabajo es $\overline{L} = 18$. Sea minucioso al expresar las curvas, note que ellas vienen determinadas por una condición relacionada al salario w. Considere $m = 36$, $p_c = 2$
Respuesta:
Primero encontramos la RMS:

$$\begin{aligned}
RMS &= \frac{Umg_O}{Umg_C} \\
RMS &= \frac{2OC^2}{2O^2C} \\
RMS &= \frac{C}{O}
\end{aligned}$$

Luego consideramos la condición de tangencia y despejamos C:

$$\begin{aligned} RMS &= \frac{w}{p_c} \\ \frac{C}{O} &= \frac{w}{p_c} \\ C &= \frac{wO}{p_c} \end{aligned}$$

Ahora, reemplazamos la *Senda de Expansión* (SE) en la RP. Consideramos $L = \overline{L} - O$:

$$\begin{aligned} p_c C &= m + wL \\ p_c C &= m + w(\overline{L} - O) \\ C &= \frac{m}{p_c} + \frac{w(\overline{L} - O)}{p_c} \\ \frac{wO}{p_c} &= \frac{m}{p_c} + \frac{w(\overline{L} - O)}{p_c} \\ wO &= m + w\overline{L} - wO \\ 2wO &= m + w\overline{L} \\ O^d &= \frac{m}{2w} + \frac{\overline{L}}{2} \end{aligned}$$

Encontramos la demanda por Ocio, ahora nos queda encontrar la demanda por Consumo. Para ello tomamos O^d y la reemplazamos en la SE:

$$\begin{aligned} C^d &= \frac{wO^d}{p_c} \\ C^d &= \frac{w}{p_c}\left(\frac{m}{2w} + \frac{\overline{L}}{2}\right) \\ C^d &= \frac{m}{2p_c} + \frac{w\overline{L}}{2p_c} \end{aligned}$$

Luego de tener ambas demandas, debemos encontrar la oferta de trabajo del individuo. Para ello recordemos $L = \overline{L} - O$, en donde sabemos $\overline{L} = 18$ y Ocio viene determinado por su demanda. Entonces:

$$\begin{aligned} L^o &= \overline{L} - O^d \\ L^o &= 18 - \frac{m}{2w} - \frac{18}{2} \\ L^o &= 18 - \frac{m}{2w} - 9 \\ L^o &= 9 - \frac{m}{2w} \end{aligned}$$

Ahora nos queda encontrar el salario que determina si el individuo entra o no entra al mercado laboral:
Sabemos que $0 \leq O \leq 18$, pero solo usamos la parte 'derecha' de la inecuación:

$$
\begin{aligned}
O &\leq 18 \\
\frac{m}{2w} + \frac{\overline{L}}{2} &\leq 18 \\
\frac{m}{2w} + \frac{18}{2} &\leq 18 \\
\frac{m}{2w} &\leq 9 \\
\frac{m}{2 \cdot 9} &\leq w \\
w &\geq \frac{m}{18}
\end{aligned}
$$

Ahora, simplemente reemplazamos $m = 36$ y por lo tanto el el individuo entra al mercado laboral si el salario es:

$$
\begin{aligned}
w &\geq \frac{36}{18} \\
w &\geq 2
\end{aligned}
$$

Finalmente podemos representar las funciones por partes como:

$$
O(w) = \begin{cases} \frac{36}{2w} + \frac{18}{2} & \text{si } w \geq 2 \\ 18 & \text{si } w < 2 \end{cases} \tag{1}
$$

$$
C(w) = \begin{cases} \frac{36}{2 \cdot 2} + \frac{18w}{2 \cdot 2} & \text{si } w \geq 2 \\ \frac{36}{2} & \text{si } w < 2 \end{cases} \tag{2}
$$

$$
L(w) = \begin{cases} 9 - \frac{36}{2w} & \text{si } w \geq 2 \\ 0 & \text{si } w < 2 \end{cases} \tag{3}
$$

b) Considere que el individuo posee una renta no salarial de $m = 36$; el precio por cada unidad de consumo es de $p_c = 2$; y el salario es de $w = 3$. Encuentre el el ocio, el consumo, y la oferta laboral de equilibrio.

$$
\begin{aligned}
O^* &= \frac{36}{2 \cdot 3} + \frac{18}{2} = 15 \\
C^* &= \frac{36}{2 \cdot 2} + \frac{18 \cdot 3}{2 \cdot 2} = 22.5 \\
L^* &= 9 - \frac{36}{2 \cdot 3} = 3
\end{aligned}
$$

c) Grafique sus resultados.

2.14) Imagine un individuo con la siguiente función de utilidad:

$$
U(O, C) = O^{\alpha} C^{\beta}
$$

Además conocemos:

$$\begin{aligned} m &= m_0 \\ w &= w_0 \\ \alpha + \beta &= 1 \end{aligned}$$

Con esta información explique y grafique cada una de las siguientes situaciones planteadas (cada enunciado es independiente de los otros). Detalle claramente lo ocurrido con el consumo, ocio y el trabajo.

a) Aumento del salario de w_0 a w_1
Respuesta: Visto en ayudantía.

b) Dismiución del ingreso no laboral de m_0 a m_1
Respuesta: Visto en ayudantía.

c) Grafique la oferta de trabajo cuando el ocio solo es un bien inferior. (graficar la elección óptima y luego derivar la oferta)
Respuesta: Visto en ayudantía.

Incertidumbre

2.15) Las preferencias de un individuo por consumo presente y consumo futuro, se pueden modelar como:

$$U(c_1, c_2) = c_1 c_2$$

donde, c_1 corresponde al consumo presente y c_2 al consumo futuro. Además sabemos la tasa de interés de mercado es del $r = 10\,\%$; la renta del presente es $m_1 = 270$ y la renta futura es $m_2 = 118$. Desarrolle:

a) Encuentre la *Restricción Presupuestaria Intertemporal* del individuo y luego grafique. ¿Cuál es la pendiente de esta recta?
Respuesta:
Sabemos, que el individuo agotará todo su ingreso. Conociendo esto, podemos crear una expresión para su ingreso en el futuro (período $t = 2$):

$$m_2 + (1+r)m_1 \tag{4}$$

Notemos de la ecuación 4, que el ingreso presente está expresado en valor futuro, ya que, se multiplica por uno más la tasa de interés r.
Además, sabemos que el individuo agotará todo su ingreso (presente y futuro) consumiendo (consumo presente y futuro). La expresión del consumo, en el futuro es:

$$c_2 + (1+r)c_1 \tag{5}$$

Observando la ecuación 5, notamos que el consumo presenta está expresado en valor futuro, ya que, se multiplica por uno más la tasa de interés r.
Ahora, conociendo el ingreso y el consumo del individuo, podemos igualar las expresiones, ya que, sabemos que agota todo su ingreso en consumir.

$$c_2 + (1+r)c_1 = m_2 + (1+r)m_1 \tag{6}$$

Ya tenemos nuestra expresión de la *Restricción Presupuestaria Intertemporal*. Como siempre, despejaremos la variable de decisión que se encuentra en el eje de la ordenada. En este caso, debemos despejar el consumo futuro:

$$\begin{aligned} c_2 + (1+r)c_1 &= m_2 + (1+r)m_1 \\ c_2 &= m_2 + (1+r)m_1 - (1+r)c_1 \\ c_2 &= m_2 + (1+r)m_1 - (1+r)c_1 \qquad (7) \end{aligned}$$

Nuestra expresión final se encuentra en la ecuación 7. Notemos que el ingreso total del individuo, representaría el intercepto de la RPI. Por otro lado, la pendiente sería lo que acompaña a c_1. Podemos ver la que pendiente sería:

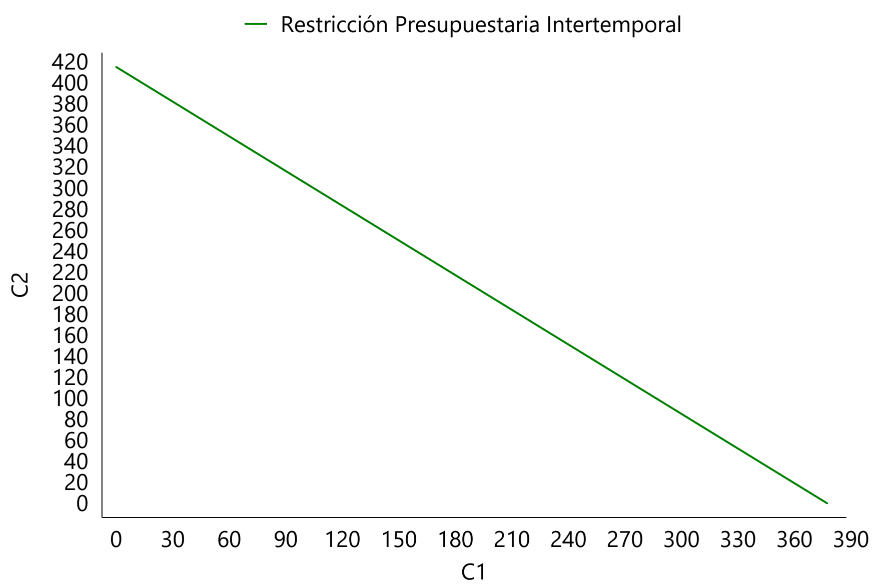
$$-(1+r)$$

Por último para graficar, debemos reemplazar los valores que nos entregan:

$$\begin{aligned} c_2 &= m_2 + (1+r)m_1 - (1+r)c_1 \\ c_2 &= 250 + (1+0.1)150 - (1+0.1)c_1 \\ c_2 &= 415 - 1.1c_1 \end{aligned} \tag{8}$$

Simplemente nos queda tomar la ecuación 8, y graficar:

Figura 1: Representación gráfica



b) Encuentre las demandas de consumo presente y consumo futuro (c_1^d,c_2^d), si sabemos que la $RMST = \frac{c_2}{c_1}$
Respuesta:
Al igual que en modelo del consumidor, partiremos de la condición de óptimo y luego despejaremos c_2 encontrando con ello la senda de expansión:

$$\begin{aligned} -RMST &= -(1+r) \\ \frac{c_2}{c_1} &= (1+r) \\ c_2 &= (1+r)c_1 \end{aligned} \tag{9}$$

Ahora, tomando la SE (ecuación 9) reemplazamos en la RPI:

$$
\begin{aligned}
c_2 &= m_2 + (1+r)m_1 - (1+r)c_1 \\
(1+r)c_1 &= m_2 + (1+r)m_1 - (1+r)c_1 \\
2(1+r)c_1 &= m_2 + (1+r)m_1 \\
2(1+r)c_1 &= m_2 + m_1(1+r) \\
c_1^d &= \frac{m_2 + m_1(1+r)}{2(1+r)} \qquad (10)
\end{aligned}
$$

Ahora, tomando la demanda por c_1 (ecuación 10) reemplazamos en la SE para encontrar la demanda por c_2:

$$
\begin{aligned}
c_2^d &= (1+r)c_1^d \\
c_2^d &= (1+r)\frac{m_2 + m_1(1+r)}{2(1+r)} \\
c_2^d &= \frac{m_2 + m_1(1+r)}{2} \qquad (11)
\end{aligned}
$$

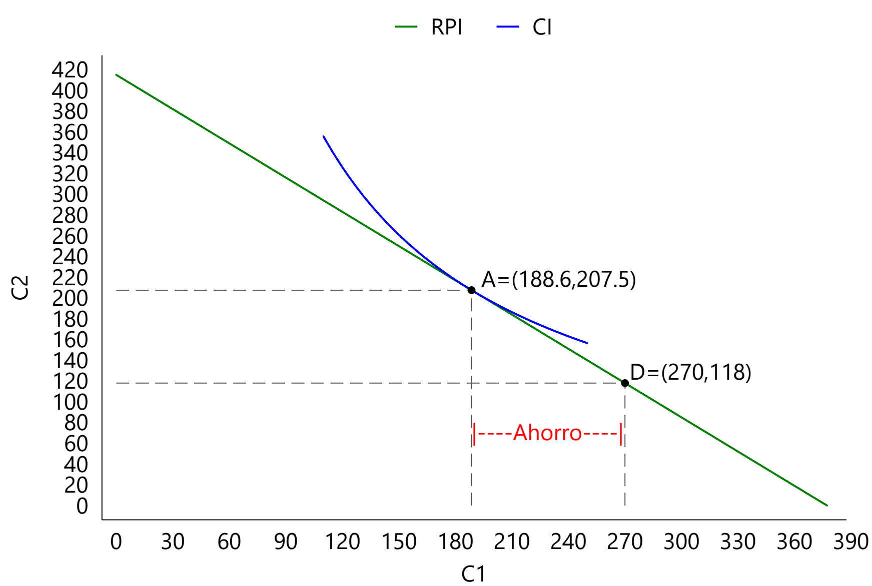
Podemos notar como ambas demandas dependen positivamente del ingreso presente y futuro.

c) Encuentre las cantidades óptimas de consumo presente y futuro
Respuesta:
Dado que conocemos ya las demanda, solo nos queda reemplazar los valores dados para obtener las cantidades óptimas:

$$
\begin{aligned}
c_1^* &= \frac{m_2 + m_1(1+r)}{2(1+r)} = \frac{118 + 270(1+0.1)}{2(1+0.1)} = \frac{415}{2.2} = 188.6 \\
c_2^* &= \frac{m_2 + m_1(1+r)}{2} = \frac{118 + 270(1+0.1)}{2} = \frac{415}{2} = 207.5
\end{aligned}
$$

Por lo tanto, concluimos que el equilibrio será $A = (c_1^*, c_2^*) = (188.6, 207.5)$.

Figura 2: Representación gráfica



2.16) Considere que existen dos estados que suceden con probabilidades p y $(1-p)$:

a) Analice los siguientes ejemplos de función de utilidad: $U(w) = ln(w)$, $U(w) = 2w$ y $U(w) = w^2$. Indique si representan a un individuo averso, neutral o amante del riesgo.
Respuesta:
Debemos analizar su segunda derivada y comprobar:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial w^2} < 0/averso$$
$$\frac{\partial^2 U}{\partial w^2} > 0/amante$$
$$\frac{\partial^2 U}{\partial w^2} = 0/neutro$$

Por lo tanto:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial w^2} = -\frac{1}{w^2} < 0$$
$$\frac{\partial^2 U}{\partial w^2} = 0$$
$$\frac{\partial^2 U}{\partial w^2} = 2 > 0$$

b) Suponga que un individuo tiene una renta de \$200 y puede participar en un juego en el que puede elegir entre dos cartas: con una carta tiene una ganancia de \$100 y con la otra tiene una pérdida de \$100. Analice qué elige el consumidor en los casos de las funciones de utilidad del apartado anterior.

Calculamos valor esperado:

$$VE = 0.5 \cdot 300 + 0.5 \cdot 100$$
$$VE = 150 + 50$$
$$VE = 200$$

Calculamos utilidad esperada “Caso 1”:

$$UE = 0.5 \cdot \ln(300) + 0.5 \cdot \ln(100)$$
$$UE \approx 5.2$$

Calculamos utilidad esperada “Caso 2”:

$$UE = 0.5 \cdot 2 \cdot (300) + 0.5 \cdot 2 \cdot (100)$$
$$UE = 400$$

Calculamos utilidad esperada “Caso 3”:

$$UE = 0.5 \cdot 300^2 + 0.5 \cdot 100^2$$
$$UE = 50.000$$

Para poder comparar el valor esperado con la utilidad esperada, debemos calcular la utilidad evaluada en el valor esperado:

"Caso 1":

$$U(VE) = \ln(200)$$
$$U(VE) \approx 5.3$$

"Caso 2":

$$U(VE) = 2 \cdot 200$$
$$U(VE) = 400$$

"Caso 3":

$$U(VE) = 200^2$$
$$U(VE) = 40.000$$

Llegamos a la conclusión de:
Caso 1: $U(VE) > UE$
Caso 2: $U(VE) = UE$
Caso 3: $U(VE) < UE$

2.17) Considere que un individuo tiene un automóvil avaluado en 3 millones de pesos. Además, sabemos que tiene 500 mil pesos en su cuenta corriente y que la probabilidad de que le roben el auto y tenga pérdida total es del 10 %:

a) ¿Este individuo estaría dispuesto a contratar un seguro de 450 mil pesos que le devolvería un auto del mismo valor?. Considere que la función de utilidad del individuo es $U(w) = \sqrt{w}$.
Respuesta::
Calculamos el valor esperado:

$$VE = 0.1 \cdot \sqrt{500.000} + 0.9 \cdot \sqrt{3.000.000 + 500.000}$$
$$VE = 1.754$$

luego calculamos la Utilidad:

$$U = \sqrt{3.000.000 + 500.000 - 450.000}$$
$$U = 1.746$$

No está dispuesto a contratar, ya que la utilidad de "asegurarse" es menor que el valor esperado $U < VE$.

b) ¿Para qué valor de seguro estaría dispuesto a contratar?
Respuesta:
Nuestra incógnita es el valor del seguro, llamémoslo x. Por lo tanto debemos resolver ($U > VE$):

$$\begin{aligned} U = \sqrt{3.000.000 + 500.000 - x} &> 1.754 \\ \sqrt{3.500.000 - x} &> 1.754 / ()^2 \\ 3.500.000 - x &> 1.754^2 \\ -x &> 1.754^2 - 3.500.000 / \cdot (-1) \\ x &< 423.484 \end{aligned}$$