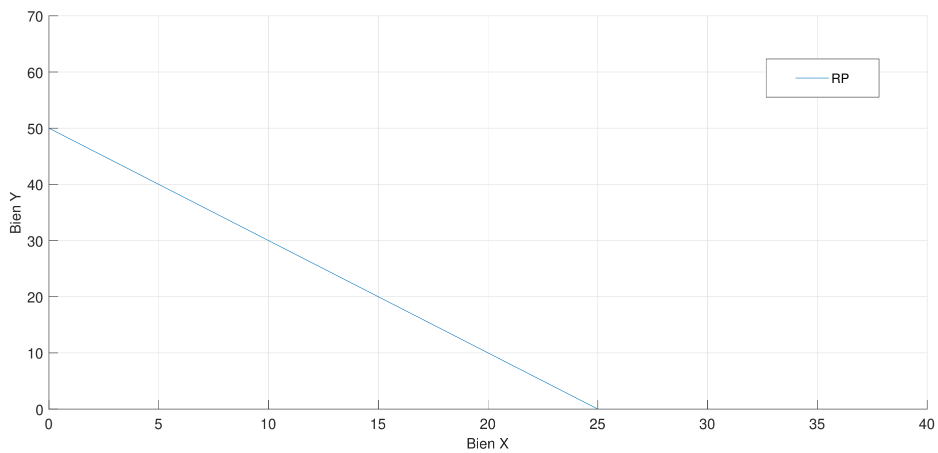
Universidad de Santiago de Chile
Facultad de Administración y Economía
Departamento de Economía

Guía de Ejercicios n^o 1 - Teoría del Consumidor

Solución de referencia, en las preguntas teóricas o de interpretación se plantea una posible respuesta. La redacción puede ser diferente y tener todo el puntaje.

Restricción presupuestaria

1.1) ¿Qué es la Restricción Presupuestaria (RP)?. Grafique.
Respuesta: La RP describe las posibilidades de consumo de los individuos dado su ingreso y el precio de los bienes, de tal manera que agotarían su ingreso consumiéndolos. En un mundo en donde solo existen 2 bienes que se consumen



1.2) ¿Cuáles son los supuestos de la RP?. Cómo queda expresada si en la economía existen 2 bienes
Respuesta: El ingreso de los consumidores (m) y los precios de los bienes (x e y) están dados (consumidores son tomadores de precios).

Dado que el individuo puede destinar su ingreso a 2 bienes, la RP puede expresarse de la siguiente manera:

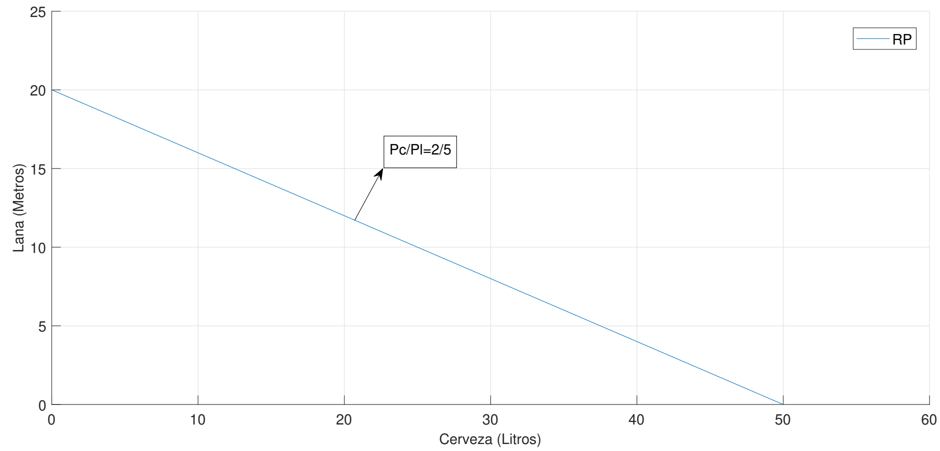
$$m = p_x x + p_y y,$$

donde p_x y p_y son los precios de x e y, respectivamente.

1.3) Suponga Jon Snow tiene un ingreso mensual de \$300, el cual lo puede destinar a la compra de espadas (e) y/o martillos (m). ¿Cómo quedaría su restricción presupuestaria si los precios de los bienes son $p_e = 10$ por espada y $p_m = 25$ por cada martillo?. ¿Cuál es la pendiente de esta RP?
Respuesta: La RP es $300 = 5e + 10m$. Para obtener la pendiente despejamos m:

$$\begin{aligned} 300 &= 10e + 25m \\ 25m &= 300 - 10e \\ m &= 12 - \frac{2}{5}e \end{aligned}$$

Notemos que la pendiente se corresponde a $\frac{p_e}{p_m} = \frac{2}{5}$

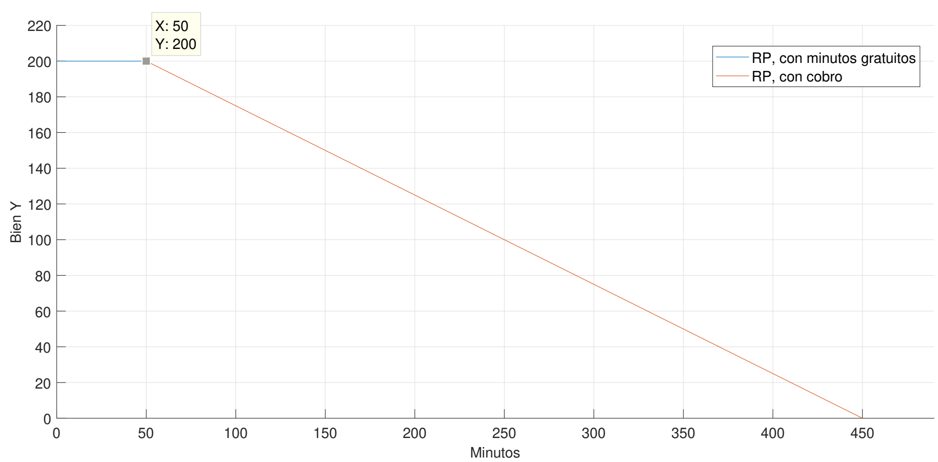


1.4) Una compañía telefónica ofrece unas tarifas especiales opcionales para las llamadas regionales, según las cuales los primeros cincuenta minutos mensuales son gratuitos y resto se rige por la tarifa normal de \$0,50 el minuto. Escriba y represente gráficamente la restricción presupuestaria de un suscriptor que tiene un ingreso de \$200 mensuales y que gasta el resto de su ingreso en un bien compuesto y cuyo precio unitario es \$1.

Respuesta: La RP queda de la siguiente manera:

$$200 = y \qquad \text{si, } x \leq 50$$

$$200 = 0.5(x - 50) + y \qquad \text{si, } x > 50$$



1.5) Comente brevemente las siguientes afirmaciones:

a) Si el ingreso nominal de una familia aumenta, entonces esa familia puede acceder a un mayor bienestar económico.
Respuesta: **Verdadero**, si y solo si, los precios (p_x, p_y) se mantienen constantes.

b) Si se conoce la pendiente de la restricción presupuestaria (con dos bienes), entonces se conocen los precios de los dos bienes.
Respuesta: **Falso**, solo se conocen los precios relativos $\frac{p_x}{p_y}$, más no los valores exactos.

c) La pendiente de la restricción presupuestaria (con dos bienes) representa el costo de oportunidad de una unidad adicional de x_1.
Respuesta: **Verdadero**, representa el costo de aumentar en 1 unidad el consumo del otro bien.

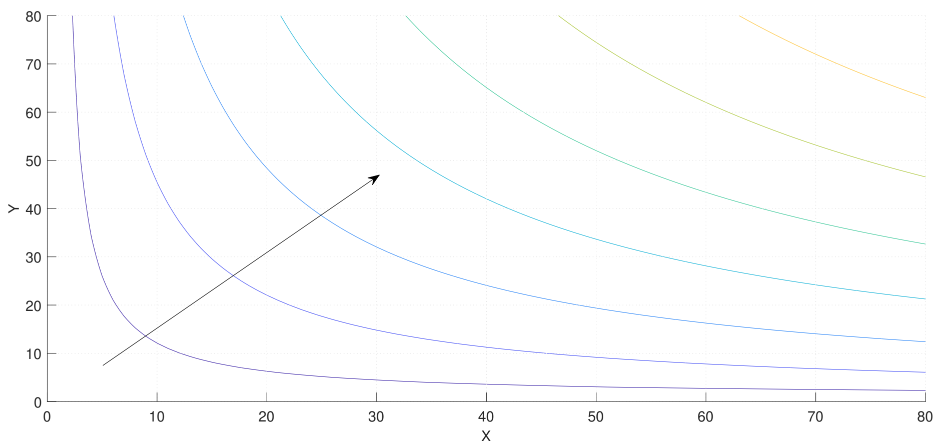
Preferencias y Utilidad

1.6) ¿Qué son las preferencias y cuales son los supuestos asociados?. Explique con detalle cada uno de ellos.
Respuesta: Las preferencias representan la valoración subjetiva de las diferentes canastas de consumo. Supuestos:

a) Completas: Suponemos que es posible comparar dos cestas cualesquiera. Es decir, dada cualquier cesta A y cualquier cesta B, suponemos que $A \succ B$ o $B \succ A$ o $A \sim B$, en cuyo caso, el consumidor es diferente entre las dos cestas.
b) Reflexivas: Suponemos que cualquier cesta es al menos tan buena como ella misma; $A \succeq A$.
c) Transitivas: Si $A \succ B$ y $B \succ C$ suponemos que $A \succ C$.
d) Monótonas (más es preferido a menos): si A y B son distintas canastas, donde A tiene más de un bien, pero no del otro entonces $A \succ B$.

1.7) Discuta acerca de la forma que deben tener las curvas de indiferencia (CI).
Respuesta:

- La existencia de un mapa de curvas de indiferencia. Esto nos dice que no importa el lugar del mapa en el que nos encontremos siempre podremos encontrar una curva de indiferencia.



- Las curvas de indiferencia no se pueden cortar. Esto dado que se viola la propiedad de transitividad.
- Las curvas de indiferencia tienen pendiente negativa. La pendiente de las curvas de indiferencia también se denomina Tasa Marginal de Sustitución del Consumo.

1.8) Calcule las Tasa Marginal de Sustitución (TMS) para las siguientes funciones de utilidad:

a) $U(x, y) = x^{\alpha}y^{1-\alpha}$

$$TMS = \frac{Umg_x}{Umg_y} = \frac{\alpha x^{\alpha-1}y^{1-\alpha}}{(1-\alpha)x^{\alpha}y^{-\alpha}}$$
$$TMS = \frac{Umg_x}{Umg_y} = \frac{\alpha y}{(1-\alpha)x}$$

b) $U(x, y) = min\{3x, 8y\}$

Esta función corresponde a complementos perfectos, por lo cual no sabemos la TMS, pero si conocemos la relación de consumo:

$$3x = 8y$$

c) $U(x, y) = 2x + 6y$

$$TMS = \frac{Umg_x}{Umg_y} = -\frac{1}{3}$$

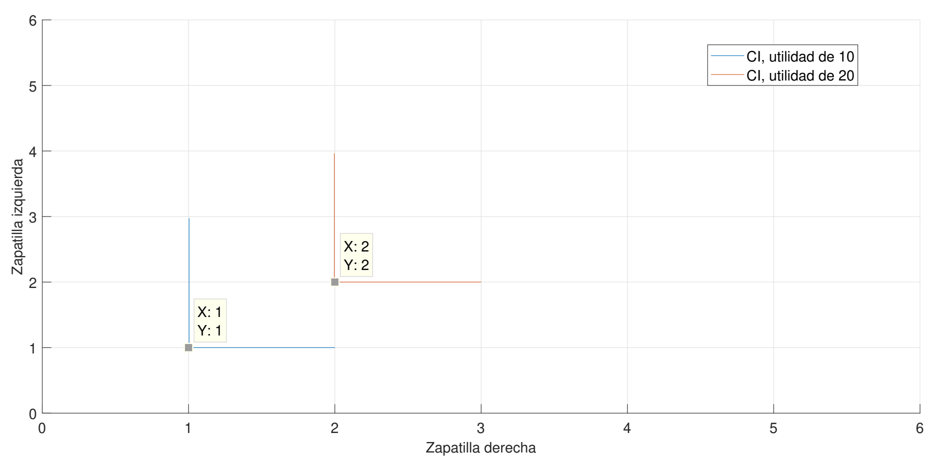
d) $U(x, y) = x^4 y^2$

$$TMS = \frac{Umg_x}{Umg_y}$$
$$TMS = \frac{4x^3y^2}{2x^4y}$$
$$TMS = \frac{2y}{x}$$

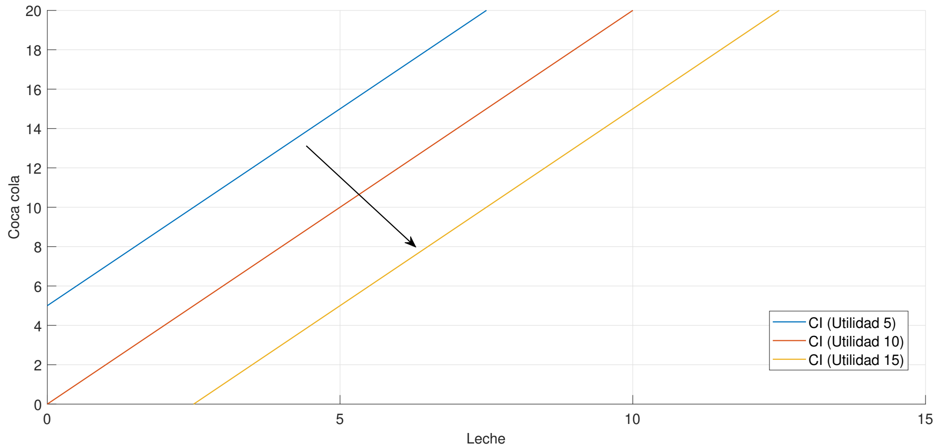
1.9) Grafique las curvas de indiferencia para los siguientes casos:

a) Existen 2 bienes en la economía Té negro (x) y Té verde (y), y podemos representar la CI de la siguiente manera: $U(x, y) = x + 4y$
Respuesta: Dado que la sustitución de un bien por otro será a una razón constante $\left(\frac{1}{4}\right)$, estamos en presencia de bienes sustitutos perfectos. El gráfico es el siguiente:

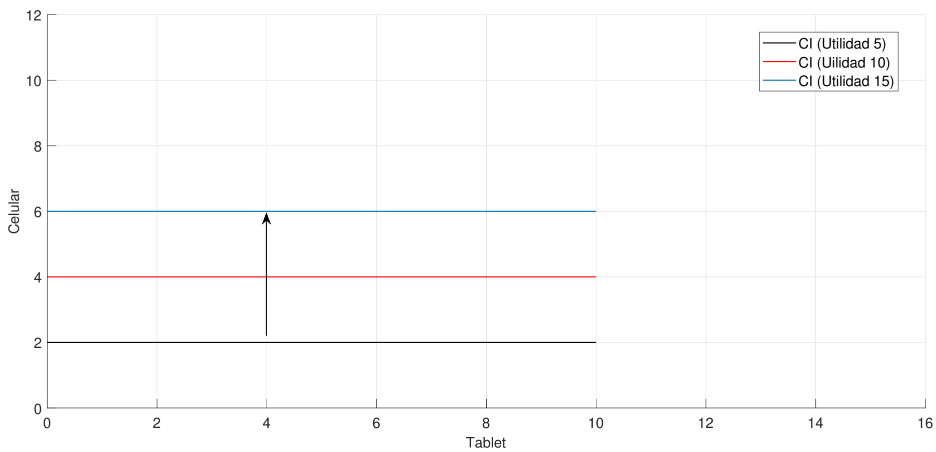
b) Existen 2 bienes en la economía Zapatilla derecha (x) y Zapatilla izquierda (y), y podemos representar la CI de la siguiente manera: $U(x, y) = min\{x, y\}$
Respuesta: Dado que la complementariedad de un bien con el otro, estamos en presencia de bienes complementos perfectos. El gráfico es el siguiente:



c) Supongamos que Petunia considera que tomar Coca-Cola es un mal para ella, pero en cambio, tomar Leche es muy beneficioso para su salud. Grafique la representación de sus curvas de indiferencia.
Respuesta: Dado que uno de los bienes es un mal, la utilidad de Petunia irá en aumento, siempre y cuando la cantidad de leche que reciba debe ser mayor para compensar el tener que consumir el bien mal. Notemos en el gráfico que su utilidad aumenta a medida que las CI se desplazan hacia la derecha.

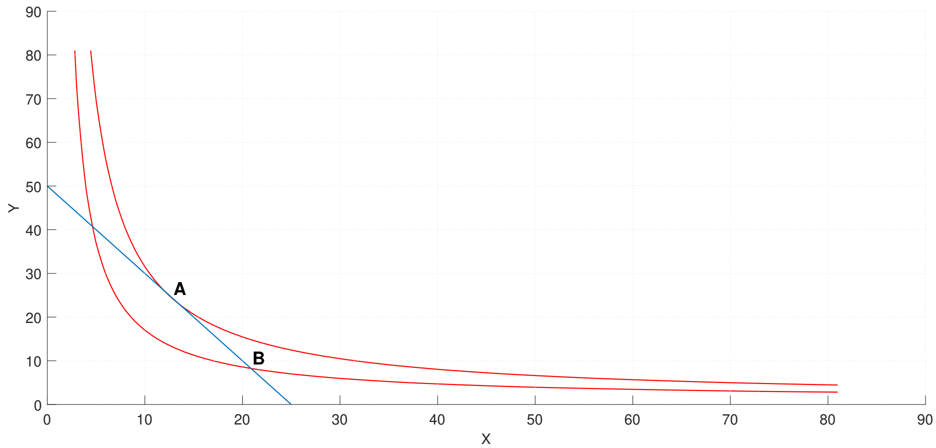


d) A Rick le gustan los celulares, y es neutro con respecto a las tablet (le da igual la cantidad que tenga de estas últimas). Represente gráficamente como quedaría sus preferencias si consideramos solamente los celulares y tablet.
Respuesta: Dado que para Rick las tablet no son ni de su agrado ni desagrado, se encuentra neutro con respecto a la cantidad de tablet que puediese tener. Es por ello que sus CI solamente reflejarán un aumento en su utilidad, si y solo si, aumenta la cantidad de celulares que puede tener.



Maximización de utilidad

1.10) Considere el siguiente gráfico y explique por qué la canasta B no es óptima elección para el consumidor.



Respuesta: En esta situación inicial (canasta B), el consumidor eligió tener más unidades de x de las que debería, lo cual reduce la utilidad marginal que aporta dicho bien respeto a su precio. Por lo tanto, si recordamos la condición de equilibrio tenemos lo siguiente:

$$\frac{Umg_x}{Umg_y} < \frac{p_x}{p_y}$$
$$\frac{Umg_x}{p_x} < \frac{Umg_y}{p_y}$$

Por último, dado que la Umg_y entregada por cada peso del bien y es mayor a la Umg_x con respecto a su precio, al consumidor le conviene desplazar su canasta óptima hacia A, en donde se cumple la igualdad de dichas proporciones.

1.11) Considere un consumidor cuyas preferencias pueden ser representadas por la siguiente función de utilidad $U(x, y) = min\{3x, y\}$, en donde los precios de los bienes corresponden a $p_x = 1, p_y = 2$ y cuyo ingreso es de \$210. Si el consumidor quiere maximizar su bienestar, ¿Cuánto comprará de cada uno de los bienes? Grafique.
Respuesta: Primero representamos la RP, resultando en $210 = x + 2y$. Dado que al función de utilidad es de complementos perfectos, simplemente reemplazamos la condición $3x = y$ en la RP:

$$210 = x + 2y$$
$$210 = x + 2(3x)$$
$$210 = 7x$$
$$x^* = 30$$

Por último, despejamos y de la RP y luego reemplazamos x^*:

$$210 = x + 2y$$
$$2y = 210 - x$$
$$y = 105 - \frac{x}{2}$$
$$y = 105 - 15$$
$$y^* = 90$$

1.12) Las preferencias de Josefina por Mojitos (x) y Libros (y) vienen definidas por la siguiente función: $U = x^{0.5}y^{0.5}$. El ingreso de Josefina es de \$200 y los precios son $p_x = 2$ y $p_y = 6$. Utilizando el

método de igualación de pendientes, calcule el consumo que maximice la utilidad de Josefina.
Respuesta: Primero definimos la RP, quedando de la siguiente forma $200 = 2x + 6y$. Sabemos que en equilibrio debe cumplirse que:

$$TMS = \frac{p_x}{p_y}$$

Procedemos a calcular la TMS:

$$TMS = \frac{\frac{\partial U}{\partial x}}{\frac{\partial U}{\partial y}} = \frac{0.5x^{-0.5}y^{0.5}}{0.5x^{0.5}y^{-0.5}} = \frac{y}{x}$$

Además, conocemos la relación de precios: $\frac{p_x}{p_y} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$, resultando:

$$TMS = \frac{p_x}{p_y}$$
$$\frac{y}{x} = \frac{1}{3}$$

Despejamos y y obtenemos la relación $y = \frac{x}{3}$
Por último reemplazamos esta condición en la RP:

$$\begin{aligned}200 &= 2x + 6\left(\frac{x}{3}\right)\\ 200 &= 2x + 2x\\ 200 &= 4x\\ x^* &= 50\end{aligned}$$

y de a relación $y = \frac{x}{3}$ obtenemos $y^* = \frac{50}{3} \approx 17$
Concluimos que la función U se maximiza (sujeta a la restricción presupuestaria) en $(x^*, y^*) = (50, 17)$.

1.13) Petunia consume 2 bienes, x e y, los cuales se venden en el mercado a \$1 y \$2 respectivamente. Si el ingreso de Petunia fuese de \$20 y su utilidad se puede modelar como una Cobb-Douglas $U(x, y) = xy$:

a) Utilizando multiplicadores de Lagrange, desarrolle detalladamente el proceso para encontrar el óptimo del consumidor.
Respuesta: El problema de optimización es el siguiente:

$$L = xy - \lambda(p_x x + p_y y - m)$$

Las condiciones de 1^{er} orden son:

$$\begin{aligned}1):\ \frac{\partial L}{\partial x} &= y - \lambda p_x = 0\\ 2):\ \frac{\partial L}{\partial y} &= x - \lambda p_y = 0\\ 3):\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} &= -p_x x - p_y y + m = 0\end{aligned}$$

Luego, despejando e igualando 1) con 2) obtenemos la siguiente condición:

$$4) : p_x x = p_y y$$

Finalmente reemplazamos 4) en 3) obtenemos:

$$m = p_y y + p_y y$$
$$m = 2p_y y$$

Despejamos y, encontramos la función de demanda:

$$y^d = \frac{m}{2p_y}$$

Para la función de demanda de x, solamente reemplazamos la demanda de y en la condición 4):

$$x^d = \frac{m}{2p_x}$$

b) ¿Cuál es la canasta óptima?
Respuesta: Simplemente reemplazamos lo valores del ingreso y precio correspondiente. La canasta óptima es (x,y)=(10,5):

$$x^* = \frac{m}{2p_x} = \frac{20}{2 \cdot 1} = 10$$
$$y^* = \frac{m}{2p_y} = \frac{20}{2 \cdot 2} = 5$$

c) Calcule la utilidad que alcanza Petunia en el óptimo.
Respuesta: Reemplazamos la canasta óptima en la función de utilidad. Por lo tanto Petunia alcanza un nivel de utilidad de 50.

$$U(x, y) = xy = 10 \cdot 5 = 50$$

1.14) La utilidad de un individuo vienen representadas por: $U(x, y) = x^\alpha y^{1-\alpha}$.

a) Encuentre la canasta óptima si el ingreso es de \$200, y los precios son: $p_x = 2$ y $p_y = 4$. Considere un $\alpha = 0.6$.
Respuesta:
Las demandas son las de una Cobb-Douglas:

$$x^d = \frac{\alpha m}{p_x}$$
$$y^d = \frac{(1-\alpha)m}{p_y}$$

Reemplazando:

$$x^d = \frac{\alpha m}{p_x} = \frac{0.6 \cdot 200}{2} = 60$$
$$y^d = \frac{(1-\alpha)m}{p_y} = \frac{(1-0.6)200}{4} = 20$$

b) ¿Cuál es la utilidad del consumidor en el equilibrio?
Respuesta:

$$U(x^*, y^*) = 60^{0.6} \cdot 20^{0.4} = 38.7$$

Estática comparativa

1.15) Dibuje los equilibrios iniciales y finales de los siguientes tipo de bienes, considerando un aumento del precio del bien x. Compare las cantidades iniciales y finales:

a) Bien normal
b) Bien Inferior (no giffen)
c) Bien complementario

Demanda

1.16) La utilidad de un individuo vienen representadas por: $U(x, y) = x^{0.5}y^{0.5}$.

a) Derive las funciones de demanda.
Respuesta: Las demandas son las de una Cobb-Douglas:

$$x^d = \frac{0.5m}{p_x}$$
$$y^d = \frac{0.5m}{p_y}$$

b) Encuentre la canasta óptima si el ingreso es de \$200, y los precios son: $p_1 = 2$ y $p_2 = 3$. Considere un $\alpha = 0.3$.
Respuesta:

$$x^d = \frac{0.5m}{p_x} = \frac{0.5 \cdot 200}{2} = 50$$

$$y^d = \frac{0.5m}{p_y} = \frac{0.5 \cdot 200}{3} \approx 33$$

c) ¿Qué ocurre con el equilibrio y la utilidad del consumidos si ahora su ingreso es \$100?
Respuesta:

$$x^d = \frac{0.5m}{p_x} = \frac{0.5 \cdot 100}{2} = 25$$

$$y^d = \frac{0.5m}{p_y} = \frac{0.5 \cdot 100}{3} \approx 17$$

Utilidad inicial: $U_1 = 50^{0.5} \cdot 33^{0.5} \approx 40.62$
Utilidad final: $U_2 = 25^{0.5} \cdot 17^{0.5} \approx 20.62$

1.17) Simba consume 2 bienes, x_1 y x_2. Si podemos modelar su utilidad como $U(x_1, x_2) = x_1x_2 + x_1$. Encuentre las funciones de demanda de los bienes.
Respuesta: El problema de optimización es el siguiente:

$$L = x_1x_2 + x_1 - \lambda(p_1x_1 + p_2x_2 - m)$$

Las condiciones de 1^{er} orden son:

$$1):\frac{\partial L}{\partial x_1}=x_2+1-\lambda p_1=0$$
$$2):\frac{\partial L}{\partial x_2}=x_1-\lambda p_2=0$$
$$3):\frac{\partial L}{\partial \lambda}=-p_1x_1-p_2x_2+m=0$$

Luego, despejando lambda en 1) y 2):

$$1):\lambda=\frac{x_2+1}{p_1}$$
$$2):\lambda=\frac{x_1}{p_2}$$

Ahora, igualando 1) con 2) y despejando x_2, encontramos la senda de expansión:

$$\frac{x_2+1}{p_1}=\frac{x_1}{p_2}$$
$$x_2=\frac{p_1x_1}{p_2}-1$$

Finalmente reemplazamos la senda de expansión en 3) y obtenemos la demanda x_1:

$$m=p_1x_1+p_2\left(\frac{p_1x_1}{p_2}-1\right)$$
$$m=p_1x_1+p_1x_1-p_2$$
$$m=2p_1x_1-p_2$$
$$x_1^d=\frac{m+p_2}{2p_1}$$

Para la función de demanda de x_2, solamente reemplazamos la demanda de x_1 en la senda de expansión:

$$x_2^d=\frac{p_1x_1^d}{p_2}-1$$
$$x_2^d=\frac{p_1}{p_2}\frac{m+p_2}{2p_1}-1$$
$$x_2^d=\frac{m+p_2}{2p_2}-1$$

1.18) La utilidad de un individuo vienen representada por: $U(x_1,x_2)=\alpha ln(x_1)+(1-\alpha)ln(x_2)$. Derive las funciones de demanda
Respuesta: El problema de optimización es el siguiente:

$$L=\alpha ln(x_1)+(1-\alpha)ln(x_2)-\lambda(p_1x_1+p_2x_2-m)$$

Las condiciones de 1^{er} orden son:

$$
\begin{aligned}
1): \frac{\partial L}{\partial x1} &= \frac{\alpha}{x_1} - \lambda p_1 = 0 \\
2): \frac{\partial L}{\partial x2} &= \frac{(1-\alpha)}{x_2} - \lambda p_2 = 0 \\
3): \frac{\partial L}{\partial \lambda} &= p_1 x_1 + p_2 x_2 - m = 0
\end{aligned}
$$

Luego, despejamos λ en 1) y 2):

$$
\begin{aligned}
1): \lambda &= \frac{\alpha}{p_1 x_1} \\
2): \lambda &= \frac{(1-\alpha)}{p_2 x_2}
\end{aligned}
$$

Ahora, igualando 1) con 2) y despejando x_2, encontramos la senda de expansión:

$$
\begin{aligned}
\frac{\alpha}{p_1 x_1} &= \frac{(1-\alpha)}{p_2 x_2} \\
x_2 &= \frac{(1-\alpha) p_1 x_1}{\alpha p_2}
\end{aligned}
$$

Finalmente reemplazamos la senda de expansión en 3) y obtenemos la demanda x_1:

$$
\begin{aligned}
m &= p_1 x_1 + p_2 \left(\frac{(1-\alpha) p_1 x_1}{\alpha p_2} \right) \\
m &= p_1 x_1 + \frac{(1-\alpha) p_1 x_1}{\alpha} \\
m &= \frac{\alpha p_1 x_1 + (1-\alpha) p_1 x_1}{\alpha} \\
m &= \frac{p_1 x_1}{\alpha} \\
x_1^d(\alpha, p_1, m) &= \frac{\alpha m}{p_1}
\end{aligned}
$$

Para la función de demanda de x_2, solamente reemplazamos la demanda de x_1 en la senda de expansión:

$$
\begin{aligned}
x_2^d &= \frac{(1-\alpha) p_1 x_1^d}{\alpha p_2} \\
x_2^d &= \frac{(1-\alpha) p_1}{\alpha p_2} \frac{\alpha m}{p_1} \\
x_2^d(\alpha, p_2, m) &= \frac{(1-\alpha) m}{p_2}
\end{aligned}
$$

1.19) Encuentre las funciones de demanda para la siguiente función de utilidad: $U(x_1, x_2) = min\{2x_1, 3x_2\}$. Recuerde que esta función no es derivable por lo cual no es posible útilizar *lagrange.*

Respuesta: La función no es derivable, pero sabemos la relación de consumo:

$$x_2 = \frac{2x_1}{3}$$

Finalmente reemplazamos la senda de expansión en la restricción presupuestaria:

$$\begin{aligned} m &= p_1x_1 + p_2\left(\frac{2x_1}{3}\right) \\ m &= x_1\left(p_1 + \frac{2p_2}{3}\right) \\ m &= x_1\left(\frac{3p_1 + 2p_2}{3}\right) \\ x_1^d(p_1, p_2, m) &= \frac{3m}{3p_1 + 2p_2} \end{aligned}$$

Para la función de demanda de x_2, solamente reemplazamos la demanda de x_1 en la senda de expansión:

$$\begin{aligned} x_2^d(p_1, p_2, m) &= 2x_1^d \\ x_2^d(p_1, p_2, m) &= \frac{6m}{3p_1 + 2p_2} \end{aligned}$$